

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΛΥΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

**Οδηγία:** Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, ποιο από τα παρακάτω μεγέθη **δεν** παραμένει σταθερό;  
α) Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς  
β) Το πλάτος της ταλάντωσης  
γ) Η φάση της ταλάντωσης  
δ) Η μέγιστη ταχύτητα  

(Μονάδες 5)
2. Η ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T$  μεγιστοποιείται κατά απόλυτη τιμή κάθε:  
α)  $T/4$   
β)  $T/2$   
γ)  $3T/4$   
δ)  $T$   

(Μονάδες 5)
3. Η επιτάχυνση ενός σώματος το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:  
α) έχει φορά πάντα ίδια με τη φορά της ταχύτητας  
β) είναι μηδενική όταν η ταχύτητα είναι μηδενική  
γ) αυξάνεται κατά απόλυτη τιμή όταν ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του σώματος  
δ) μειώνεται κατά απόλυτη τιμή όταν αυξάνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης  

(Μονάδες 5)
4. Ένα σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος ( $A' = 2A$ ) τότε:  
α) διπλασιάζεται η ενέργεια ταλάντωσης  
β) διπλασιάζεται η περίοδος της ταλάντωσης  
γ) τετραπλασιάζεται το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης  
δ) διπλασιάζεται το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς  

(Μονάδες 5)
5. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ( $\Sigma$ ) ή λανθασμένη ( $\Lambda$ ).

- α) Το συνολικό διάστημα που διανύει ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, σε μια περίοδο της ταλάντωσης του είναι  $4A$ , όπου  $A$  το πλάτος της ταλάντωσης.
- β) Ένα σώμα είναι αναρτημένο σε κατακόρυφο ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η δύναμη επαναφοράς του ταυτίζεται με τη δύναμη του ελατηρίου.
- γ) Στη θέση ισορροπίας, η δυναμική ενέργεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι μέγιστη.
- δ) Στην απλή αρμονική ταλάντωση ενός σώματος, η κινητική του ενέργεια μεγιστοποιείται τέσσερις φορές σε χρόνο  $T$ , όπου  $T$  η περίοδος της ταλάντωσης.
- ε) Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι διαρκώς αντίθετη της απομάκρυνσης του από τη θέση ισορροπίας.

(Μονάδες 5)

1. γ
2. β
3. γ
4. δ
5. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

1. Δύο σώματα  $\Sigma_1, \Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2 = m_1$  αντίστοιχα, είναι αναρτημένα και ισορροπούν στα άκρα δύο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων (1), (2). Τα ελατήρια (1), (2) έχουν σταθερές  $k_1$  και  $k_2 = 2k_1$  αντίστοιχα και καθένα από αυτά έχει το άλλο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Εκτρέπουμε καθένα από τα δύο σώματα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $d$  και τα αφήνουμε ελεύθερα να εκτελέσουν απλές αρμονικές ταλαντώσεις. Κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων τους τα σώματα  $\Sigma_1, \Sigma_2$  αποκτούν μέγιστες επιταχύνσεις  $a_{\max 1}$  και  $a_{\max 2}$  αντίστοιχα. Ο λόγος  $\frac{a_{\max 1}}{a_{\max 2}}$  ισούται με:

- α)  $\frac{1}{2}$                       β) 1                      γ) 2

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

**Σωστή απάντηση η: α**

$$\text{Ισχύει: } \frac{\alpha_{\max 1}}{\alpha_{\max 2}} = \frac{\omega_1^2 A_1}{\omega_2^2 A_2} = \frac{\frac{k_1 d}{m_1}}{\frac{k_2 d}{m_2}} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{2}$$

2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με μέγιστη ταχύτητα  $u_{\max}$ . Η κινητική ενέργεια και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίσες στη θέση όπου το μέτρο της ταχύτητας είναι:

α)  $|u| = u_{\max}$

β)  $|u| = \frac{\sqrt{2}}{2} u_{\max}$

γ)  $|u| = \frac{1}{2} u_{\max}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

**Σωστή απάντηση η: β**

**Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ε. προκύπτει:**

$$K + U = E \text{ ή } 2K = E \text{ ή } 2 \cdot \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m u_{\max}^2 \text{ ή } |u| = \frac{\sqrt{2}}{2} u_{\max}$$

3. Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι  $u = \pi \cdot \text{συν}\left(\frac{\pi}{4} t\right)$  (S.I.). Στο S.I., η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του είναι:

α)  $x = 4 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} t\right)$     β)  $x = 4\pi \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} t\right)$     γ)  $x = -4 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} t\right)$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

**Σωστή απάντηση η: α**

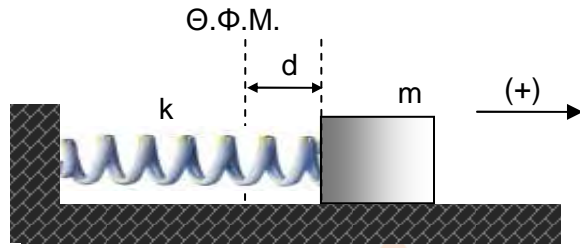
Είναι:  $\omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$  και  $u_{\max} = \pi \text{ m/s}$

Άρα προκύπτει:  $A = \frac{u_{\max}}{\omega}$  ή  $A = 4\text{m}$

Επομένως η ζητούμενη χρονική εξίσωση είναι:  $x = 4 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} t\right)$  (S.I.)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Στο διπλανό σχήμα το οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K = 100\text{N/m}$  έχει το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχωμα, ενώ στο άλλο άκρο του έχουμε προσδέσει σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$ . Το σώμα μπορεί να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές και αρχικά ισορροπεί στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του. Εκτρέπουμε οριζόντια το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά  $d = 0,1\text{ m}$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.



α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης του.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης του.

(Μονάδες 5)

γ) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος, θεωρώντας θετική φορά τη φορά της αρχικής εκτροπής.

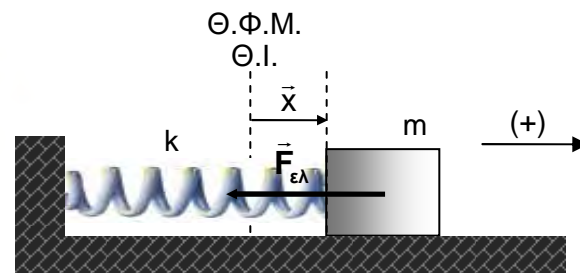
(Μονάδες 6)

δ) Να υπολογίσετε τη ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 0,2\pi\text{ s}$ .

(Μονάδες 7)

### Λύση

α) Στη διάρκεια της ταλάντωσης, η δύναμη  $\vec{F}_{\epsilon\lambda}$  του ελατηρίου είναι η μοναδική δύναμη που δέχεται το σώμα στη διεύθυνση της κίνησής του. Στην τυχαία θέση  $x$  της ταλάντωσης του σώματος ισχύει:



$$F = -F_{\epsilon\lambda} = -Kx$$

Άρα το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς  $D = K$  και περίοδο:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,2\pi\text{ s}$$

Η συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος είναι:

$$f = \frac{1}{T} \text{ ή } f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

β) Το σώμα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή  $t = T/2$  ή  $t = 0,1\pi$  s.

γ) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A = d = 0,1$  m.

Το πλάτος της ταχύτητας του σώματος είναι:  $u_{\max} = \omega A = 1$  m/s.

Το πλάτος της επιτάχυνσης του σώματος είναι:  $a_{\max} = \omega^2 A = 10$  m/s<sup>2</sup>.

Επειδή για  $t = 0$  είναι  $x = +A$ , η αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος αποδεικνύεται ότι είναι  $\varphi_0 = \pi/2$  rad.

Οι ζητούμενες εξισώσεις στο S.I., είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad x = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u = u_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad u = \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -a_{\max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή} \quad a = -10\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

δ) Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη

χρονική στιγμή:  $t = 0,2\pi$  s είναι:  $x = 0,1\eta\mu\left(10 \cdot 0,2\pi + \frac{\pi}{2}\right)$  m ή

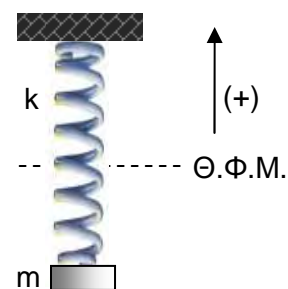
$x = 0,1$  m.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος ισούται με τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα. Επομένως είναι:

$$\frac{dP}{dt} = F = -Dx = -m\omega^2 x \quad \text{ή} \quad \frac{dP}{dt} = -10N$$

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Στο διπλανό σχήμα το κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 200$  N/m έχει το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο ενώ στο άλλο άκρο του έχουμε προσδέσει σώμα μάζας  $m$ . Αρχικά το σώμα ισορροπεί και η δύναμη που δέχεται από το ελατήριο έχει μέτρο  $F_{\epsilon\lambda} = 80$  N. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  εκτοξεύουμε το σώμα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $u$  και το σώμα αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν το σώμα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.



α) Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου όταν το σώμα ισορροπεί και την μάζα του σώματος.

(Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας εκτόξευσης.

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης.

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε τον λόγο της κινητικής ενέργειας του σώματος προς την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης την χρονική στιγμή  $t_2 = \frac{\pi}{15}$  s.

(Μονάδες 6)

Θεωρήστε θετική φορά τη φορά προς τα επάνω. Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

### Λύση

α)  $F_{\varepsilon\lambda} = k\Delta\ell$  ή  $\Delta\ell = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{k}$  ή  $\Delta\ell = 0,4\text{m}$ .

Στη Θ.Ι.:  $mg = F_{\varepsilon\lambda}$  ή  $m = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{g}$  ή  $m = 8\text{Kg}$

β) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A = \Delta\ell = 0,4\text{m}.$$

Το σώμα εκτοξεύεται από την θέση ισορροπίας του. Άρα για την ταχύτητα εκτόξευσης ισχύει:

$$u = u_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A \text{ ή } u = 2\text{m/s}$$

γ) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από την σχέση:

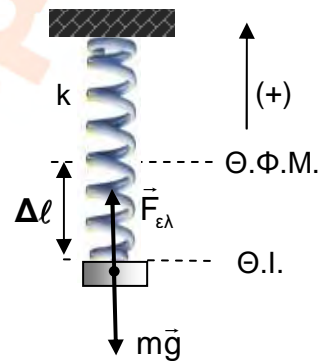
$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k \cdot (\Delta\ell)^2 \text{ και της ταλάντωσης } U = \frac{1}{2}kx^2.$$

$$\text{Είναι } U_{\varepsilon\lambda} = U \text{ ή } \Delta\ell_1 = |x_1|.$$

Όταν  $U_{\varepsilon\lambda} = U$  για πρώτη φορά είναι:  $u = u_1 > 0$  και  $x_1 > 0$ . Συνεπώς

$$x_1 = \Delta\ell_1.$$

$$\text{Όμως } A = x_1 + \Delta\ell_1 \text{ ή } x_1 = \frac{A}{2} = 0,2\text{m}.$$



Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση προκύπτει:

$$K + U = E \text{ ή } \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA^2 \text{ ή } v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x_1^2)} \text{ ή } v_1 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

δ) Είναι  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5 \text{ rad/s}$ .

Αφού για  $t = 0$  ισχύει:  $x = x_1 = 0$  και  $v > 0$ , η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t) \text{ ή } x = 0,4\eta\mu(5t) \text{ (S.I.)}$$

Για  $t = t_2 = \frac{\pi}{15} \text{ s}$  προκύπτει:  $x = 0,2\sqrt{3} \text{ m}$

$$\text{Έχουμε: } \frac{K}{U} = \frac{E - U}{U} = \frac{\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kx^2} = \frac{A^2 - x^2}{x^2} \text{ ή } \frac{K}{U} = \frac{1}{3}$$

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!