ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμίας από τις παρακάτω ερωτήσεις **1-4** και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης $F_b = -bυ$ και αρχική ενέργεια 32 J. Σε 20 s η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται κατά 24 J. Επομένως στα επόμενα 20 s η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται κατά:

α. 3 J **β.** 6 J **γ.** 7 J **δ.** 8 J

Μονάδες 5

2. Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα σημεία της χορδής έχουν:

α. ίδιο πλάτος,
β. ίδια συχνότητα,
γ. ίδια ενέργεια ταλάντωσης,
δ. ίδια φάση ταλάντωσης.

Μονάδες 5

3. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με συχνότητα f. Κάποια στιγμή η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας γίνεται μέγιστη. Επομένως η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης θα γίνει μέγιστη μετά από χρόνο:

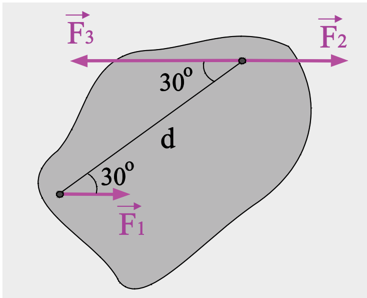
α. $\frac{1}{4f}$ **β.** $\frac{1}{2f}$ **γ.** $\frac{3}{4f}$ **δ.** $\frac{1}{f}$

Μονάδες 5

4. Στο στερεό του σχήματος ασκούνται τρεις δυνάμεις: F_1, $F_2 = 2F_1$ και $F_3 = 3F_1$. Οι F_2 και F_3 έχουν κοινό φορέα. Η ολική ροπή των δυνάμεων πάνω στο στερεό είναι:

α. $F_1d/2$ **β.** F_1d **γ.** $2F_1d$ **δ.** Μηδέν

Μονάδες 5



5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.

		Σ	Λ
α.	Διακροτήματα έχουμε κατά τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με πλάτη που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.		
β.	Μια φωτεινή ακτίνα προερχόμενη από ένα οπτικό μέσο προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια με ένα άλλο μέσο μικρότερου δείκτη διάθλασης, με γωνία πρόσπτωσης ίση με την κρίσιμη. Επομένως η ακτίνα θα υποστεί ολική ανάκλαση.		
γ.	Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα μικρότερη από τη συχνότητα συντονισμού, η μείωση της συχνότητας διέγερσης έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του πλάτους.		
δ.	Όταν αυξάνεται η ροπή αδράνειας ενός συστήματος στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές, μειώνεται η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.		

		Σ	Λ
ε.	Σε αρχικά ακίνητο στερεό που μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ασκείται σταθερή ροπή. Το έργο της είναι ανάλογο του χρόνου.		

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις με ίδια διεύθυνση, θέση ισορροπίας και πλάτος και με συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Αν οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι $x_1 = Αημ(ω_1 t)$ και $x_2 = Αημ(ω_2 t)$, να αποδείξετε τη σχέση που δίνει το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης.

Μονάδες 5

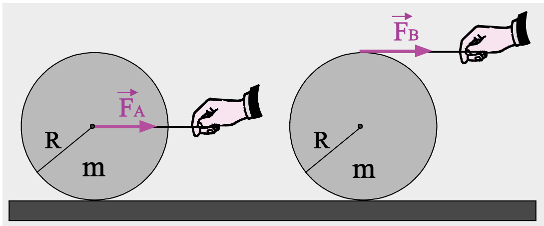
2. Μια σφαίρα κινούμενη κατά μήκος της ευθείας (ε) με κάποια ταχύτητα συγκρούεται ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Αν η κινούμενη σφαίρα εκτραπεί από την αρχική της διεύθυνση κατά 50^o, τότε η ταχύτητα της αρχικά ακίνητης σφαίρας σχηματίζει με την ευθεία, γωνία:

α. 30^o **β.** 40^o **γ.** 50^o

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 7

3. Δύο ίδιοι κύλινδροι Α και Β, με ροπή αδράνειας $I = 0{,}5mR^2$ ως προς άξονα διερχόμενο από τα κέντρα των βάσεών τους, ηρεμούν πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκούνται στους κυλίνδρους δύο οριζόντιες δυνάμεις F_A και F_B με ίσα μέτρα. Η F_A ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου Α και η F_B ασκείται εφαπτομενικά στο ανώτερο σημείο της περιφέρειας του κυλίνδρου Β. Αν W_A το έργο της δύναμης F_A μέσα σε χρόνο t και W_B το έργο της δύναμης F_B στον ίδιο χρόνο, τότε:



α. $W_A = W_B$ **β.** $W_A = 2W_B$ **γ.** $W_B = 2W_A$ **δ.** $W_B = 3W_A$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 7

4. Ένα μικρό σώμα ηρεμεί στην αρχή Ο του άξονα συντεταγμένων xOx΄. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα δίνεται από τη σχέση $F = -(4 + 20x)$ (S.I.), όπου x η συντεταγμένη της θέσης του σώματος. Επομένως:

α. Το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α = 4 m.
β. Το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α = 20 cm.
γ. Το σώμα δεν εκτελεί αρμονική ταλάντωση.

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

Τα σημεία στην επιφάνεια υγρού, τη χρονική στιγμή $t = 0$ s, αρχίζουν να εκτελούν αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0{,}04ημ(10πt)$ (S.I.). Ένα σημείο Σ που απέχει 3,5 m από την πηγή $Π_1$ αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}35$ s και μετά από 0,3 s φθάνει στο Σ και το κύμα της πηγής $Π_2$.

α. Να βρεθεί το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης του Σ και να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 6

β. Αν, για να φθάσει το κύμα της κάθε πηγής στην άλλη, χρειάζεται χρόνος 0,64 s, να βρεθεί το πλήθος των υπερβολών ενισχυτικής συμβολής στην επιφάνεια του υγρού.

Μονάδες 7

γ. Πόσο % πρέπει να μειώσουμε τη συχνότητα των πηγών, ώστε το σημείο Σ να αποκτήσει μέγιστο πλάτος σύνθετης ταλάντωσης;

Μονάδες 6

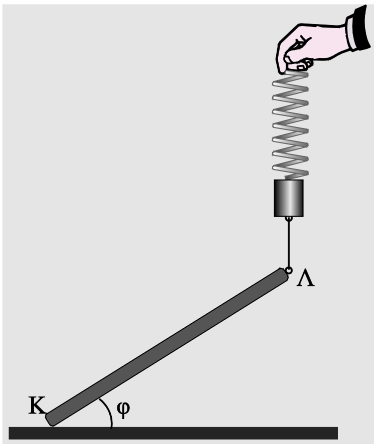
δ. Το ευθύγραμμο τμήμα $ΚΠ_1$ έχει ένα σημείο το οποίο τελικά παραμένει ακίνητο. Πόσο απέχει από κάθε πηγή το σημείο Κ το οποίο έχει εξίσωση σύνθετης ταλάντωσης $y = 0{,}08ημ(10πt – 8π)$ (S.I.);

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4ο

Μια ράβδος ΚΛ μήκους $L = 0{,}6$ m και μάζας $m = 2$ kg βρίσκεται πάνω σε μια λεία οριζόντια επιφάνεια. Το άκρο της Λ είναι δεμένο σε λεπτό νήμα του οποίου το άλλο του άκρο είναι δεμένο σε σώμα ίδιας μάζας m με τη ράβδο. Το σώμα είναι δεμένο στο κατώτερο άκρο ενός ιδανικού ελατήριου σταθεράς $K = 200$ N/m.

Αρχίζουμε να έλκουμε αργά το ελατήριο κατακόρυφα προς τα πάνω, μέχρι η ράβδος να σχηματίσει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία $φ = 30^o$.



α. Να γίνει η γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με τη γωνία φ.

Μονάδες 5

β. Πόση ενέργεια ξοδέψαμε για αυτή τη μετακίνηση;

Μονάδες 6

γ. Όταν η γωνία γίνει $φ = 30^o$, ακινητοποιούμε το ελατήριο και μετά κόβουμε το νήμα. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου τη στιγμή που αυτή θα φθάσει στο δάπεδο.

Μονάδες 7

δ. Να γραφεί η εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο θεωρώντας θετική φορά της ταλάντωσης προς τα κάτω.

Μονάδες 7

Άγγελος Κατσίκας (Φυσική)
email: katsag@ath.forthnet.gr

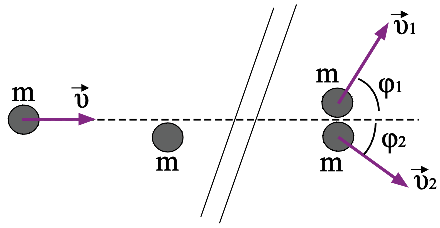
ΘΕΜΑ 1ο

1. (β),
2. (β),
3. (γ),
4. (α),
5. **α.** (Λ), **β.** (Λ), **γ.** (Σ), **δ.** (Σ), **ε.** (Λ).

ΘΕΜΑ 2ο

1. Βλέπε σχολικό βιβλίο (1-7 ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ).

2. (β).



Έστω υ η αρχική ταχύτητα της κινούμενης σφαίρας m και υ_1, υ_2 αντίστοιχα οι ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την έκκεντρη ελαστική κρούση. Έστω $\varphi_1 = 50^o$ η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της διεύθυνσης της ταχύτητας υ_1 μετά την κρούση και της αρχικής διεύθυνσης της ταχύτητας και $\hat{\varphi}_2$ η αντίστοιχη γωνία της άλλης σφαίρας. Η γωνία μεταξύ των δύο ταχυτήτων υ_1 και υ_2 είναι $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$.

Εφαρμόζουμε διανυσματικά την αρχή διατήρησης της ορμής. Οπότε:

$$m\vec{\upsilon} = m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2 \Rightarrow \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (1)$$

Στη συνέχεια εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \quad (2)$$

Η (1) μέσω της (2) γίνεται $2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi = 0$. Συνεπώς συνφ = 0, οπότε $\varphi = 90^o$ και επομένως $\varphi_2 = 40^o$.

3. (δ).

Η μεταφορική επιτάχυνση των δύο κυλίνδρων βρίσκεται από τον θεμελιώδη νόμο για τη μεταφορική κίνηση $F = m\alpha_{cm}$ (1).
Οι κύλινδροι έχουν ίδια μάζα και επομένως θα έχουν ίδια επιτάχυνση. Συνεπώς στον ίδιο χρόνο θα έχουν ίδια μετατόπιση του κέντρου μάζας:

$$S_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2$$

Στον δεύτερο κύλινδρο η δύναμη έχει ροπή ως προς το κέντρο μάζας του και επομένως ο κύλινδρος έχει γωνιακή επιτάχυνση που βρίσκεται με τον θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση. Επομένως:

$$FR = \frac{1}{2}mR^2\alpha_\gamma \Rightarrow m\alpha_{cm} = \frac{1}{2}mR\alpha_\gamma \Rightarrow R\alpha_\gamma = 2\alpha_{cm}$$

Το έργο της δύναμης F_A είναι $W_A = F \cdot S_{cm}$.

Το έργο της δύναμης F_B είναι $W_B = F \cdot S_{cm} + FR\varphi$.

Όμως $\varphi = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 = \frac{1}{2}\frac{2\alpha_{cm}}{R}t^2 = 2\frac{S_{cm}}{R}$. Επομένως:

$$W_B = F \cdot S_{cm} + F2S_{cm} = 3\,F \cdot S_{cm} = 3W_A$$

4. (β).
Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης βρίσκεται από τη σχέση $\Sigma F = 0$. Επομένως

$$x = -0{,}2\ \text{m}$$

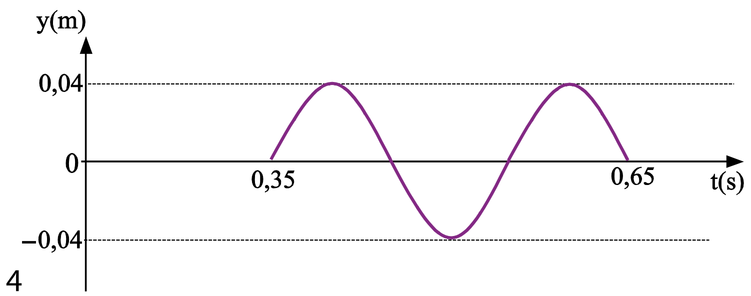
Σε μια τυχαία θέση του σώματος η απομάκρυνση y της ταλάντωσης και η συντεταγμένη x συνδέονται με τη σχέση $x = -0{,}2 + y$.
Συνεπώς στην τυχαία θέση $\Sigma F = -4 - 20(y - 0{,}2) = -20y$ (S.I.).
Άρα το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση.
Το πλάτος της ταλάντωσης είναι η απόσταση των ακραίων θέσεων από τη θέση ισορροπίας. Επομένως $A = 0{,}2$ m.

ΘΕΜΑ 3ο

α. Έχουμε $\upsilon_K = \frac{r_1}{t_1} = 10$ m/s. Συνεπώς $r_2 = \upsilon_K t_2 = 6{,}5$ m/s.
Το πλάτος σύνθετης ταλάντωσης του Σ δίνεται από τη σχέση:

$$A'_\Sigma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right| = 0{,}08\left|\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{2}\right| = 0$$

Επειδή είναι $r_1 - r_2 = -3$ m $= -3\lambda/2$, το σημείο Σ βρίσκεται στον δεύτερο μετά τη μεσοκάθετη κροσσό απόσβεσης και επομένως θα προλάβει να εκτελέσει 1,5 ταλάντωση, λόγω του κύματος της πηγής Π_1. Άρα η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι η παρακάτω:



β. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $D = \upsilon_K t = 6{,}4$ m.
Κάθε σημείο σχηματίζει με τις πηγές ένα τρίγωνο για το οποίο ισχύει $|r_1 - r_2| \le D$, άρα:

$$\left|\mu\frac{\lambda}{2}\right| \le D \Rightarrow |\mu| \le \frac{2D}{\lambda} \Rightarrow |\mu| \le 6{,}4$$

Συνεπώς $\mu = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6$.
Επειδή οι υπερβολές ενίσχυσης έχουν διαφορά αποστάσεων από τις πηγές άρτιο πολλαπλάσιο του $\lambda/2$, οι υπερβολές ενίσχυσης αντιστοιχούν σε άρτιες τιμές του αριθμού μ, οπότε θα υπάρχουν 7 υπερβολές.

γ. Όταν μειώνουμε τη συχνότητα των πηγών, αυξάνεται το μήκος κύματος και οι υπερβολές απομακρύνονται μεταξύ τους. Επομένως το σημείο Σ θα βρεθεί στην υπερβολή με $r_1 - r_2 = \lambda'$. Άρα:

$$\frac{3\lambda}{2} = \lambda' \Rightarrow \frac{3\upsilon_K}{2f} = \frac{\upsilon_K}{f'} \Rightarrow f' = \frac{2f}{3}$$

Η % μεταβολή της συχνότητας των πηγών είναι $\frac{f'-f}{f}100\% = -33{,}3\%$.

δ. Από την εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης που δίνεται, καταλαβαίνουμε ότι το σημείο Κ βρίσκεται σε υπερβολή ενίσχυσης και αφού μεταξύ του Κ και της Π_1 υπάρχει μία υπερβολή απόσβεσης, για το Κ ισχύει $r_2 - r_1 = 2\lambda$. Από την εξίσωση, επίσης, καταλαβαίνουμε ότι $r_2 + r_1 = 8\lambda$.

Από το σύστημα των δύο εξισώσεων βρίσκουμε ότι:

$$K\Pi_1 = 6\text{ m} \text{ και } K\Pi_2 = 10\text{ m}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Αφού η ράβδος έλκεται αργά, θα ισχύει $\Sigma\tau_K = 0$, οπότε:

$$mg\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - TL\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{2} = 10\text{N}$$

Επομένως η τάση του νήματος είναι σταθερή, ανεξάρτητη από τη γωνία και η γραφική της παράσταση είναι μια ευθεία παράλληλη στον άξονα της γωνίας φ.

β. Όταν η γωνία γίνει $\varphi = 30^o$:

i. η ράβδος θα έχει αυξήσει τη δυναμική της ενέργεια κατά $\Delta U_1 = mgh_{cm}$,

ii. το ελατήριο θα έχει αυξήσει τη δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης κατά $\Delta U_2 = \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$,

iii. το σώμα m θα έχει αυξήσει τη δυναμική του ενέργεια κατά $U_3 = mgH$.

Το ύψος του κέντρου μάζας θα είναι $h_{cm} = L\eta\mu\varphi/2 = 0{,}15$ m, οπότε $\Delta U_1 = 3$ J.
Για την παραμόρφωση του ελατηρίου ισχύει $K\Delta\ell = mg + T \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}15\text{m}$, επομένως:

$$\Delta U_2 = \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 = 2{,}25\text{ J}$$

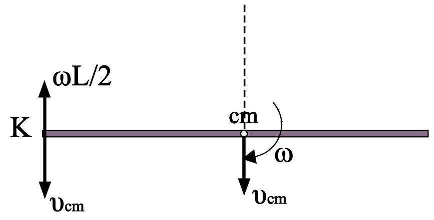
Το σώμα m ανέβηκε κατά $H = L\eta\mu\varphi = 0{,}3$ m. Άρα $\Delta U_3 = 6$ J.
Τελικά η ολική δυναμική ενέργεια αυξήθηκε κατά $\Delta U = 11{,}25$ J και συνεπώς τόση είναι η ενέργεια που ξοδέψαμε.

γ. Αφού το δάπεδο είναι λείο, θα ασκείται στη ράβδο το βάρος της και η κατακόρυφη δύναμη επαφής Ν από το έδαφος. Επομένως το κέντρο μάζας θα κινείται κατακόρυφα, ενώ το άκρο Κ της ράβδου θα ολισθαίνει οριζόντια προς τα αριστερά.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. Όποτε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}mL^2\omega^2 = mg\frac{L}{4}$$

Τη στιγμή που η ράβδος είναι οριζόντια η αρχή επαλληλίας για το σημείο Κ μας οδηγεί στη σχέση:



$$\upsilon_{cm} - \omega\frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{2\upsilon_{cm}}{L}$$

Επομένως:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{12}mL^2\frac{4\upsilon_{cm}^2}{L^2} = mg\frac{L}{4} \Rightarrow \frac{2}{3}\upsilon_{cm}^2 = \frac{gL}{4} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \sqrt{\frac{3gL}{8}} = 1{,}5\ \text{m/s}$$

δ. Στη θέση ισορροπίας του σώματος είναι $K\Delta L_1 = mg$, άρα $\Delta L_1 = 0{,}1$ m.

Αφού η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου ήταν 0,15 m το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι A = 0,05 m.

Είναι $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 10$ rad/s και θεωρώντας θετική τη φορά της ταλάντωσης προς τα κάτω θα είναι $\varphi_0 = \pi/2$ rad. Οπότε:

$$y = 0{,}05\eta\mu(10t + \pi/2)\ \ (S.I.)$$

Άγγελος Κατσίκας (Φυσική)
email: katsag@ath.forthnet.gr