Επίθετο:	
Όνομα:	
Τμήμα:	

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΦΥΣΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
5 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2005

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

<u>Στις ερωτήσεις που ακολουθούν να βάλετε σε κύκλο το γράμμα της απάντησης που θεωρείτε σωστή.</u>

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης, τότε

α. η συχνότητα της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς υποδιπλασιάζεται.
γ. η ενέργεια της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
δ. η μέγιστη ταχύτητα του ταλαντωτή διπλασιάζεται.

(μονάδες 3)

2. Όταν ο πυκνωτής ενός ιδανικού κυκλώματος LC φορτίζεται από πηγή συνεχούς τάσης V_0, το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση. Όταν ο πυκνωτής φορτίζεται από πηγή συνεχούς τάσης $2V_0$:

α. η περίοδος της ταλάντωσης θα παραμείνει αμετάβλητη.
β. το πλάτος του φορτίου του πυκνωτή θα μειωθεί.
γ. το μέγιστο ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα θα παραμείνει αμετάβλητο.
δ. η ολική ενέργεια της ταλάντωσης θα παραμείνει αμετάβλητη.

(μονάδες 3)

3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με ορισμένη σταθερά απόσβεσης b, με την πάροδο του χρόνου:

α. το πλάτος μειώνεται και η περίοδος παραμένει σταθερή.
β. το πλάτος μειώνεται και η περίοδος αυξάνεται.
γ. το πλάτος και η περίοδος μειώνονται.
δ. το πλάτος και η περίοδος παραμένουν σταθερά.

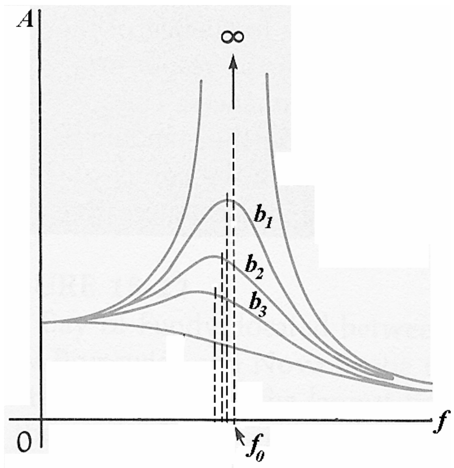
(μονάδες 3)

4. Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α. εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ταλαντωτή και από τη σταθερά απόσβεσης.
β. εξαρτάται από το πλάτος της εξωτερικής περιοδικής δύναμης.
γ. γίνεται μέγιστη όταν έχουμε συντονισμό.
δ. είναι πάντα ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.

(μονάδες 3)

5. Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος, δίνεται η γραφική παράσταση του πλάτους A μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης b. Στο διάγραμμα αυτό ισχύει:



α. $0 = b_1 < b_2 < b_3$.

β. $0 < b_1 < b_2 < b_3$.

γ. $0 = b_3 < b_2 < b_1$.

δ. $0 < b_3 < b_2 < b_1$.

(μονάδες 3)

6. Δύο ελαστικές χορδές 1 και 2 είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό, έχουν το ίδιο πάχος και τις έχουμε τεντώσει με την ίδια δύναμη. Στις χορδές διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίσα πλάτη και συχνότητες f_1 και f_2, αντίστοιχα. Αν ισχύει $f_1 > f_2$, τότε

α. μεγαλύτερη ταχύτητα διάδοσης έχει το κύμα στη χορδή 1.

β. μεγαλύτερο μήκος κύματος έχει το κύμα στη χορδή 2.

γ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη για τα σωματίδια της χορδής 2.

δ. η μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη για τα σωματίδια της χορδής 2.

(μονάδες 3)

7. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης και αρχικής φάσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει μια

α. απεριοδική κίνηση με αυξομειώσεις της μέσης συχνότητας.

β. νέα απλή αρμονική ταλάντωση.

γ. περιοδική κίνηση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται με συχνότητα ίση με το ημιάθροισμα των συχνοτήτων.

δ. περιοδική κίνηση που παρουσιάζει αργές αυξομειώσεις του πλάτους.

(μονάδες 3)

8. *Σωστό – Λάθος:*

Σ' ένα στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου

α. διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

β. βρίσκονται ταυτόχρονα στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

γ. έχουν την ίδια μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

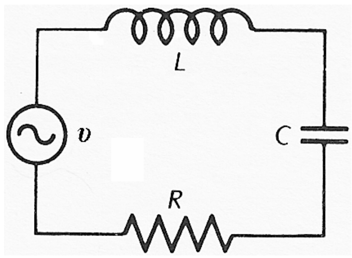
δ. έχουν ταυτόχρονα μέγιστη τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τους.

(μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

1. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση $x = A\eta\mu\omega t$, όπου A το πλάτος της ταλάντωσης και ω η γωνιακή συχνότητα. Να αποδείξετε ότι η συνολική δύναμη, που δέχεται το σώμα σε τυχαία θέση της τροχιάς του, δίνεται από τη σχέση $F = -m\omega^2 x$.

(μονάδες 6)



2. Α. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης είναι $f=\dfrac{1}{3\pi\sqrt{LC}}$. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα f, το πλάτος του ρεύματος στο κύκλωμα θα

α. μειώνεται συνεχώς.
β. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.
γ. αυξάνεται συνεχώς.
δ. μένει σταθερό.

(μονάδες 2)

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(μονάδες 4)

3. Α. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση με αρχικό πλάτος A_0, μετά από ορισμένο χρονικό διάστημα το σύστημα έχει χάσει ενέργεια $\dfrac{3E_0}{4}$, όπου E_0 η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης. Τότε, το πλάτος της ταλάντωσης εκείνη τη στιγμή είναι:

α. $\dfrac{A_0}{4}$. **β.** $\dfrac{A_0}{2}$. **γ.** $\dfrac{3A_0}{4}$.

(μονάδες 2)

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(μονάδες 4)

4. Α. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους $10\ \mathrm{cm}$, συχνότητας $3\ \mathrm{Hz}$, που διαδίδεται με ταχύτητα $6\ \mathrm{m/s}$. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης, απέχει από την πηγή Α απόσταση $2\ \mathrm{m}$ και από την πηγή Β απόσταση $5\ \mathrm{m}$. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Γ θα είναι

α. 0.
β. $10\ \mathrm{cm}$.
γ. $20\ \mathrm{cm}$.

(μονάδες 2)

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3$^{\mathrm{O}}$

Σώμα μάζας $m_1=1\ \mathrm{Kg}$ είναι συνδεδεμένο στο δεξιό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=100\ \mathrm{N/m}$, το αριστερό άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα m_1 είναι τοποθετημένο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1=\sqrt{0{,}1}\ \mathrm{m}$ (θετική η φορά προς τα δεξιά). Κάποια χρονική στιγμή, που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση $x_1=+0{,}1\ \mathrm{m}$ απομακρυνόμενο από τη θέση ισορροπίας του, συναντά δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 2\ \mathrm{Kg}$, το οποίο ηρεμεί πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται μαζί του κεντρικά και πλαστικά.

α. Βρείτε την ταχύτητα της μάζας m_1 λίγο πριν την πλαστική κρούση καθώς και την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

(μονάδες 8)

β. Βρείτε το νέο πλάτος A_2 της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

(μονάδες 6)

γ. Υπολογίστε την επί τοις εκατό απώλεια της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης, εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

(μονάδες 5)

δ. Αν θεωρήσουμε χρονική στιγμή $t_0 = 0$ τη στιγμή της σύγκρουσης, να γράψετε τις χρονικές συναρτήσεις της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και της ταχύτητας της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

(μονάδες 6)

Δεχθείτε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι $D = k$ και ότι η κρούση διαρκεί απειροελάχιστο χρονικό διάστημα.

ΘΕΜΑ 4$^{\text{Ο}}$

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 8\text{συν}\frac{5\pi x}{2}\text{ημ}25\pi t \quad (\mathrm{cm, m, s})$$

α. Να υπολογίσετε το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος των δύο κυμάτων, που-με τη συμβολή τους- έδωσαν το στάσιμο κύμα.

(μονάδες 3)

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.

(μονάδες 2)

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σημείου Α του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 1{,}2\ \mathrm{m}$.

(μονάδες 5)

δ. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος, που δημιουργούνται ανάμεσα στις θέσεις $x = 0$ και $x = 4\ \mathrm{m}$.

(μονάδες 5)

ε. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Γ του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x = 1{,}7\ \mathrm{m}$.

(μονάδες 5)

στ. Ποιο το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Γ, τη στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y = 4\ \mathrm{cm}$;

(μονάδες 5)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ
ΘΕΤΙΚΗΣ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{Ο}}$

1. Κανένα από τα **α** και **β** δεν επηρεάζεται από τον διπλασιασμό του πλάτους. Επίσης, για το **γ** ισχύει ότι $E' = \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}D\left(2A\right)^2 = 4\left(\frac{1}{2}DA^2\right) = 4E$, ενώ για το **ε** ισχύει ότι $\left|\sum F'\right|_{\max} = DA' = D\cdot 2A = 2\left(DA\right) = 2\left|\sum F\right|_{\max}$. Τέλος, για το **δ** ισχύει ότι $\left|\upsilon'\right|_{\max} = \omega A' = \omega\cdot 2A = 2\left(\omega A\right) = 2\left|\upsilon\right|_{\max}$, συνεπώς σωστή απάντηση είναι η **δ**.

2. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στην αρχική κατάσταση παίρνουμε ότι: $U_{B_{\max}} = U_{E_{\max}} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}LI^2 = \cancel{\frac{1}{2}}CV_0^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{C}{L}}V_0$, οπότε, παρόμοια, για την τελική κατάσταση προκύπτει ότι: $I' = \sqrt{\frac{C}{L}}2V_0 = 2\left(\sqrt{\frac{C}{L}}V_0\right) = 2I$, άρα σωστή απάντηση είναι η **γ**.

3. Σύμφωνα με τη θεωρία του Σχολ. Βιβλίου, σελ. 19, σωστή απάντηση είναι η **α**.

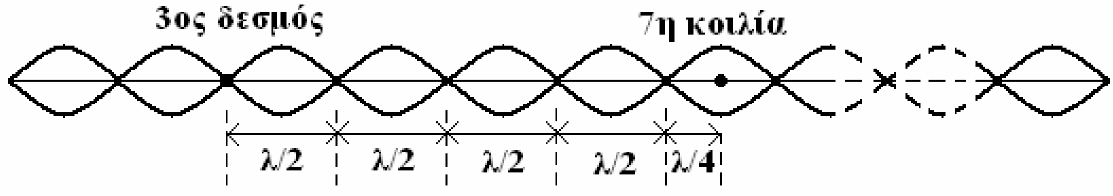
4. Η εξίσωση της δεύτερης ταλάντωσης γράφεται $x_2 = \sqrt{\beta}\sigma\upsilon\nu\omega t = \sqrt{\beta}\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, οπότε, $A_1 = \sqrt{\alpha}$, $A_2 = \sqrt{\beta}$ και $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Άρα, $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow$

$$A = \sqrt{\left(\sqrt{\alpha}\right)^2 + \left(\sqrt{\beta}\right)^2 + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}} \Rightarrow A = \sqrt{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\cdot\beta}\cdot 0} \Rightarrow A = \sqrt{\alpha + \beta},$$

οπότε σωστή απάντηση είναι η **β**.

5. Σύμφωνα με τη θεωρία του Σχολ. Βιβλίου, σελ. 28, σωστή απάντηση είναι η **α**.

6. Με τη βοήθεια του επόμενου σχήματος,



προκύπτει ότι η απόσταση του 3ου δεσμού από την 7η κοιλία είναι: $l = 4\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow l = \frac{9\lambda}{4}$, άρα, σωστή απάντηση είναι η **α**.

7.Αντικαθιστώντας $\Delta x = \frac{\lambda}{4}$ στην εξίσωση $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\cancel{\lambda}}\cdot\frac{\cancel{\lambda}}{4} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, άρα, σωστή απάντηση είναι η **γ**.

8.Θέλουμε να ισχύει η σχέση $|v|_{\max} = 4\upsilon \Rightarrow \omega A = 4\lambda f \Rightarrow 2\pi \cancel{f} A = 4\lambda \cancel{f} \Rightarrow \lambda = \frac{\pi A}{2}$, οπότε, σωστή απάντηση είναι η **γ**.

9.Στην κατάσταση συντονισμού ισχύει η σχέση $f = f_0 \Rightarrow 2\pi f = 2\pi f_0 \Rightarrow \omega = \omega_0 \Rightarrow$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega^2 LC = 1$, δηλαδή, σωστή απάντηση είναι η **δ**.

10.Η συνθήκη απόσβεσης ισχύει μόνο για τα σημεία της επιφάνειας του υγρού, των οποίων η διαφορά των αποστάσεων από τις δύο σύγχρονες πηγές είναι ίση με περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{2}$. Άρα, σωστή είναι η απάντηση **γ**.

11. Σύμφωνα με το Σχολ. Βιβλίο, σελ. 27, το πλάτος A' της συνισταμένης κίνησης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τον παράγοντα $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$, άρα η πρόταση είναι **λανθασμένη**.

12. Σύμφωνα με το Σχολ. Βιβλίο, σελ. 20, η πρόταση είναι **σωστή**.

13. Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου που διαταράσσεται και όχι από τη συχνότητά του (Σχολ. Βιβλίο, σελ. 45). Άρα η πρόταση είναι **λανθασμένη**.

14. Σύμφωνα με το Σχολ. Βιβλίο, σελ. 22-23, η πρόταση είναι **σωστή**.

15. Σύμφωνα με το Σχολ. Βιβλίο, σελ. 54, η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και μιας κοιλίας του στάσιμου κύματος, είναι περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{4}$, άρα η πρόταση είναι **λανθασμένη**.

ΘΕΜΑ 2$^{\text{Ο}}$

Α.

α. Δόθηκε ότι $k = 300\ \text{N/m}$ και $m = 7{,}5\ \text{g} = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{Kg}$, οπότε ο ταλαντωτής έχει ιδιοσυχνότητα

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{300}{7{,}5 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{40 \cdot 10^3} \Rightarrow f_0 = \frac{200}{2\pi} \Rightarrow$$

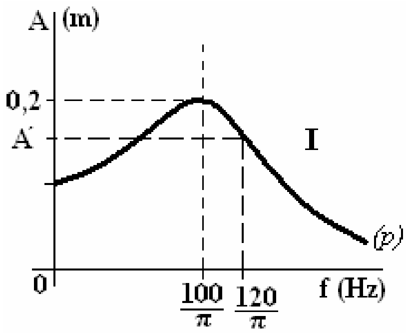
$$f_0 = \frac{100}{\pi}\ \text{Hz},$$

πράγμα που σημαίνει ότι η συχνότητα περιστροφής του τροχού T_2 συμπίπτει με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή και άρα το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Έτσι, το πλάτος της ταλάντωσής του είναι το μέγιστο δυνατό για τη συγκεκριμένη πίεση του αέρα στο δοχείο και από το διάγραμμα I προκύπτει ότι

$$A = A_{\max} = 0{,}2\ \text{m}.$$

β. Αφού η πίεση του αέρα στο εσωτερικό του δοχείου αυξάνεται, η σταθερά απόσβεσης b της εξαναγκασμένης ταλάντωσης αυξάνεται επίσης, οπότε το πλάτος της μειώνεται και άρα, το διάγραμμα που παριστάνει καλύτερα τη μεταβολή του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του σφαιριδίου υπό πίεση p' είναι το III.

γ. Από τη θεωρία, γνωρίζουμε ότι το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή b της σταθεράς απόσβεσης, εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη. Αφού, λοιπόν, η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο παραμένει σταθερή και η συχνότητα περιστροφής του τροχού T_2 αυξάνεται $\left(f' > f\right)$, από το δοθέν διάγραμμα I προκύπτει ότι το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του σφαιριδίου θα ελαττωθεί, δηλαδή, θα γίνει $A' < 0{,}2\ \text{m}$.



Β.

α. Επειδή τα άκρα της χορδής είναι δεσμοί και δημιουργούνται 10 δεσμοί, θα έχουμε 9 ατράκτους. Άρα, $1 = 9\dfrac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = \dfrac{2\text{l}}{9} \Rightarrow \lambda_1 = \dfrac{2 \cdot 1{,}5}{9} \Rightarrow \lambda_1 = \dfrac{1}{3}\ \text{m}$. Από τη θεμελιώδη κυματική εξίσωση, $\upsilon = \lambda_1 f_1 \Rightarrow f_1 = \dfrac{\upsilon}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \dfrac{300}{\frac{1}{3}} \Rightarrow f_1 = 900\ \text{Hz}$.

β. Πάλι από τη θεμελιώδη κυματική εξίσωση, $\lambda_2 = \dfrac{\upsilon}{f_2} \Rightarrow \lambda_2 = \dfrac{300}{1000} \Rightarrow \lambda_2 = 0{,}3\ \text{m}$.

Οπότε, το πλήθος των ατράκτων θα είναι:

$1 = k\dfrac{\lambda_2}{2} \Rightarrow k = \dfrac{2\text{l}}{\lambda_2} \Rightarrow k = \dfrac{2 \cdot 1{,}5}{0{,}3} \Rightarrow k = 10$, άρα πάνω στη χορδή δημιουργούνται 11 δεσμοί.

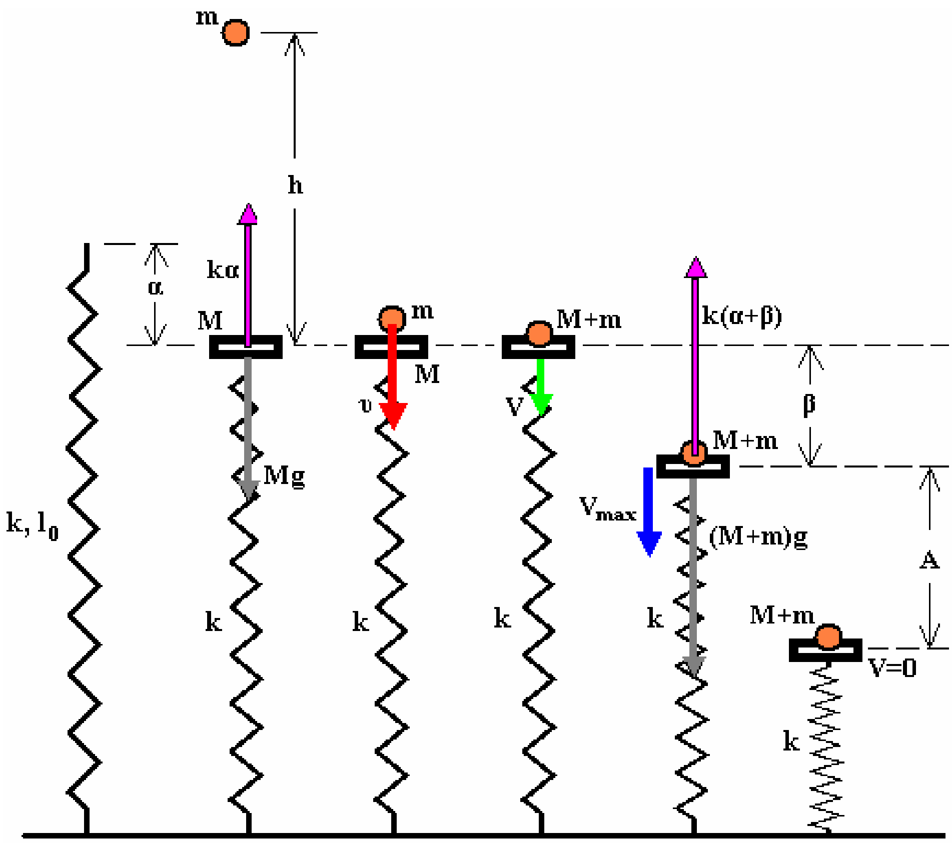
Γ. Τα εκπεμπόμενα ηχητικά κύματα έχουν μήκος κύματος

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{340}{850} \Rightarrow \lambda = 0{,}4 \text{ m}.$$

Αφού, όταν ο δέκτης βρίσκεται στο σημείο P, για πρώτη φορά δεν λαμβάνει καθόλου σήμα, άρα το σημείο P βρίσκεται πάνω στην **πρώτη υπερβολή απόσβεσης**, αμέσως μετά την μεσοκάθετη (ο πρώτος γεωμετρικός τόπος ενισχυτικής συμβολής), οπότε ισχύει η συνθήκη απόσβεσης $r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$, για $N = 0$:

$$\Pi_1\mathrm{P} - \Pi_2\mathrm{P} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 12{,}2 - \Pi_2\mathrm{P} = \frac{0{,}4}{2} \Rightarrow \Pi_2\mathrm{P} = 12{,}2 - 0{,}2 \Rightarrow \Pi_2\mathrm{P} = 12 \text{ m}.$$

ΘΕΜΑ 3$^{\text{Ο}}$



α. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) για την ελεύθερη πτώση του σφαιριδίου:

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon^2 = \cancel{m}gh \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2gh} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}8} \Rightarrow \upsilon = 4 \text{ m/s}$$

Οπότε, από την Αρχή Διατήρησης Ορμής (Α.Δ.Ο.) για την πλαστική κρούση, παίρνουμε:

$$m\upsilon = (m+M)\mathrm{V} \Rightarrow \mathrm{V} = \frac{m\upsilon}{m+M} \Rightarrow \mathrm{V} = \frac{0{,}5 \cdot 4}{0{,}5 + 1{,}5} \Rightarrow \mathrm{V} = 1 \text{ m/s}$$

β. Αρχική ισορροπία του σώματος μάζας M :

$$Mg = k\alpha \quad (1)$$

Στην Θέση Ισορροπίας Ταλάντωσης (Θ.Ι.Τ.) του συσσωματώματος:

$$\sum F = 0 \Rightarrow (M+m)g = k(\alpha+\beta) \overset{(1)}{\Rightarrow} \cancel{Mg} + mg = \cancel{k\alpha} + k\beta \Rightarrow$$

$$\beta = \frac{mg}{k} \Rightarrow \beta = \frac{0,5\cdot 10}{100} \Rightarrow \beta = 0,05 \text{ m}$$

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας Ταλάντωσης (Α.Δ.Μ.Ε.Τ.) για το συσσωμάτωμα, από τη θέση που έχει αμέσως μετά την κρούση, μέχρι την κατώτερη ακραία θέση, όπου $\mathrm{V} = 0$:

$$U_{max} = K + U \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}kA^2 = \cancel{\frac{1}{2}}(M+m)\mathrm{V}^2 + \cancel{\frac{1}{2}}k\beta^2 \Rightarrow 100A^2 = 2\cdot 1^2 + 100\cdot 0,05^2 \Rightarrow$$

$$100A^2 = 2 + 0,25 \Rightarrow 100A^2 = 2,25 \Rightarrow A^2 = \frac{2,25}{100} \Rightarrow A = \frac{1,5}{10} \Rightarrow$$

$$A = 0,15 \text{ m}.$$

γ. Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης του συσσωματώματος δίνεται από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{0,5+1,5}} \Rightarrow \omega = \sqrt{50} \Rightarrow \omega = 5\sqrt{2} \text{ rad/s}.$$

Εφόσον, για $t_0 = 0$ το συσσωμάτωμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά την αρνητική φορά, άρα, η ταλάντωσή του έχει αρχική φάση $\phi = \pi$. Οπότε, η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του γράφεται:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi) \Rightarrow x = 0,15\eta\mu\left(5\sqrt{2}t + \pi\right) \text{ (S.I.)}$$

ΘΕΜΑ 4$^{\text{Ο}}$

α. Για την ταλάντωση του σώματος, είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \text{ s},$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow f = \frac{2}{\pi} \text{ Hz},$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\cancel{\pi}\frac{2}{\cancel{\pi}} \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}.$$

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε.Τ. για την ταλάντωση του σώματος, μεταξύ της θέσης $y = +\frac{A}{2}$ και της θέσης πλάτους, παίρνουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 + K \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\frac{A^2}{4} + K \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k\left(A^2-\frac{A^2}{4}\right)=K\Rightarrow\frac{1}{2}k\frac{3A^2}{4}=K\Rightarrow\frac{3\cdot16A^2}{8}=0,24\Rightarrow$$

$$A^2=\frac{0,24}{3\cdot2}\Rightarrow A^2=\frac{0,24}{6}\Rightarrow A^2=0,04\Rightarrow A=0,2\text{ m}.$$

Αφού για $t_0=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά, άρα η αρχική φάση της ταλάντωσής του είναι $\phi=0$, οπότε:

$$y=A\eta\mu\left(\omega t+\phi\right)\Rightarrow y=0,2\eta\mu4t\ \left(\text{S.I.}\right)$$

και

$$\text{v}=\omega A\sigma\upsilon\nu\left(\omega t+\phi\right)\Rightarrow\text{v}=0,8\sigma\upsilon\nu4t\ \left(\text{S.I.}\right)$$

β. Το τρέχον κύμα διαδίδεται στο γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο με μήκος κύματος

$$\upsilon=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{\upsilon}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{\frac{20}{\cancel{\pi}}}{\frac{2}{\cancel{\pi}}}\Rightarrow\lambda=10\text{ m},$$

οπότε, η εξίσωση του τρέχοντος κύματος είναι:

$$y=A\eta\mu2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\Rightarrow y=0,2\eta\mu2\pi\left(\frac{t}{\frac{\pi}{2}}-\frac{x}{10}\right)\Rightarrow$$

$$y=0,2\eta\mu2\pi\left(\frac{2t}{\pi}-0,1x\right)\ \left(\text{S.I.}\right)$$

γ. Από το σχήμα που δόθηκε, προκύπτει ότι:

$$x_1=\frac{\lambda}{2}+2\lambda\Rightarrow x_1=\frac{5\lambda}{2}\Rightarrow x_1=\frac{5\cdot10}{2}\Rightarrow x_1=25\text{ m}$$

και, αντίστοιχα,

$$t_1=\frac{5T}{2}\Rightarrow t_1=\frac{5\frac{\pi}{2}}{2}\Rightarrow t_1=\frac{5\pi}{4}\text{ s},$$

ή, εναλλακτικά,

$$t_1=\frac{x_1}{\upsilon}\Rightarrow t_1=\frac{25}{\frac{20}{\pi}}\Rightarrow t_1=\frac{5\pi}{4}\text{ s}.$$

δ. Αντικαθιστώντας $t_2=3\pi\text{ s}$ και $x_1=25\text{ m}$ στην εξίσωση του τρέχοντος κύματος, μας δίνει:

$$y_\Lambda=0,2\eta\mu2\pi\left(\frac{2\cdot3\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}-0,1\cdot25\right)\Rightarrow y_\Lambda=0,2\eta\mu2\pi\left(6-2,5\right)\Rightarrow$$

$$y_\Lambda=0,2\eta\mu\left(12\pi-5\pi\right)\Rightarrow y_\Lambda=0,2\eta\mu7\pi\Rightarrow y_\Lambda=0,2\eta\mu\left(3\cdot2\pi+\pi\right)\Rightarrow$$

$$y_\Lambda=0,2\eta\mu\pi\Rightarrow y_\Lambda=0,2\cdot0\Rightarrow y_\Lambda=0.$$

ε. Η εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο για το σημείο Λ, προκύπτει αν στην εξίσωση του τρέχοντος κύματος αντικαταστήσουμε όπου $x = x_1 = 25\ \mathrm{m}$, δηλαδή,

$$y_\Lambda = 0,2\eta\mu 2\pi\left(\frac{2t}{\pi} - 0,1\cdot 25\right) \Rightarrow y_\Lambda = 0,2\eta\mu(4t - 5\pi)\ \ (\mathrm{S.I.}),$$

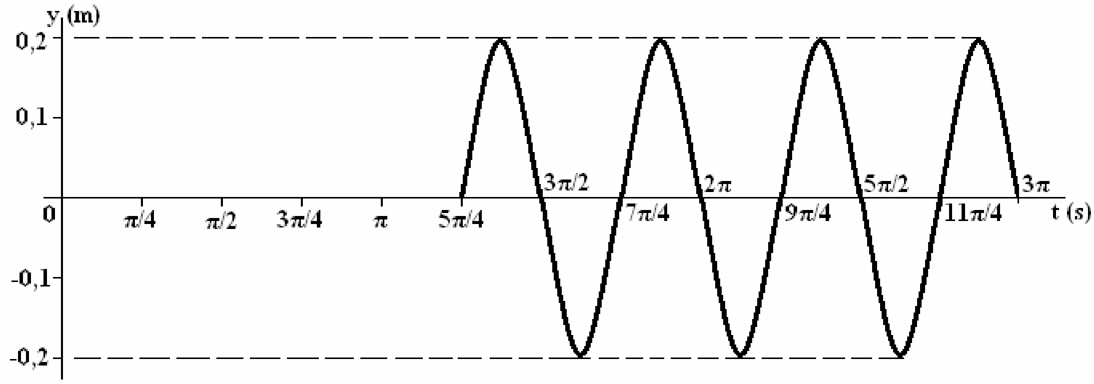
οπότε, η εξίσωση της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου Λ με το χρόνο, θα είναι η

$$\mathrm{v}_\Lambda = \omega\cdot 0,2\sigma\upsilon\nu(4t - 5\pi) \Rightarrow \mathrm{v}_\Lambda = 4\cdot 0,2\sigma\upsilon\nu(4t - 5\pi) \Rightarrow$$
$$\mathrm{v}_\Lambda = 0,8\sigma\upsilon\nu(4t - 5\pi)\ \ (\mathrm{S.I.})$$

ενώ της επιτάχυνσης της ταλάντωσης του, θα είναι η

$$a_\Lambda = -\omega^2\cdot 0,2\eta\mu(4t - 5\pi) \Rightarrow a_\Lambda = -16\cdot 0,2\eta\mu(4t - 5\pi) \Rightarrow$$
$$a_\Lambda = -3,2\eta\mu(4t - 5\pi)\ \ (\mathrm{S.I.}).$$

στ. Αντικαθιστώντας τιμές για τον χρόνο στην εξίσωση $y_\Lambda = 0,2\eta\mu(4t - 5\pi)$, με $t \in [0,\ 3\pi]\ \mathrm{s}$, προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα $y_\Lambda - t$:



Θα πρέπει να σημειωθεί, ότι για την κατασκευή του διαγράμματος αυτού έχουμε τον περιορισμό: η φάση της συνάρτησης $y_\Lambda = f(t)$ πρέπει να είναι μη αρνητική, δηλαδή, πρέπει να ισχύει: $4t - 5\pi \geq 0 \Rightarrow 4t \geq 5\pi \Rightarrow t \geq \dfrac{5\pi}{4}\ \mathrm{s}$.

ζ. Αυξάνοντας κατά 44% την μηχανική ενέργεια ταλάντωσης της πηγής:

i) Η συχνότητα f παραμένει αμετάβλητη.

ii) Η ταχύτητα υ του κύματος παραμένει αμετάβλητη.

iii) Το μήκος κύματος λ του τρέχοντος κύματος παραμένει αμετάβλητο.

iv) Το πλάτος A του κύματος μεταβάλλεται κατά

$$\Delta E = 44\%E \Rightarrow E' - E = 0,44E \Rightarrow E' = 1,44E \Rightarrow$$
$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{k}A'^2 = 1,44\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{k}A^2 \Rightarrow A'^2 = 1,44A^2 \Rightarrow A' = 1,2A \Rightarrow$$
$$A' = A + 0,2A \Rightarrow A' - A = 0,2A \Rightarrow \Delta A = 0,2A\cdot 100\% \Rightarrow \Delta A = 20\%A.$$

Εφόσον η ακτίνα διαθλάται κατά την έξοδό της από το δεύτερο οπτικό μέσο στο πρώτο, αλλά υφίσταται ολική εσωτερική ανάκλαση κατά την μετάβασή της από το δεύτερο οπτικό μέσο στο τρίτο, θα ισχύει ότι $n_3 < n_1 < n_2$, οπότε, σωστή είναι η απάντηση **δ**.