

ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ –ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο: Σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις να βρείτε τη μια σωστή απάντηση:

1. Ιδανικό κύκλωμα L-C εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις με εξίσωση φορτίου πυκνωτή $q=10^{-5}\sin 2000\pi t$ (SI). Αρα :

- α) ο πυκνωτής είναι πλήρως εκφορτισμένος τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{ms}$.
- β) η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου μεγιστοποιείται μια φορά κάθε $0,25\text{ms}$.
- γ) ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή είναι μέγιστος (κατ' απόλυτη τιμή) τη χρονική στιγμή $t=0$.
- δ) αν ο πυκνωτής φορτίστηκε αρχικά από πηγή συνεχούς τάσης $V=10\text{V}$ τότε η χωρητικότητά του είναι $C=10^{-4}\text{F}$. (5 μονάδες)

2. Μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με εξίσωση πλάτους $A=A_0e^{-\lambda t}$. Αν τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ το σύστημα έχει χάσει το 75 % της αρχικής του ενέργειας ($t=0$) τότε τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$:

- α) το πλάτος της ταλάντωσης έχει γίνει ίσο με $A=A_0/16$.
- β) το σύστημα έχει χάσει το 93,75% της αρχικής του ενέργειας.
- γ) το σύστημα έχει υποδιπλάσια ενέργεια σε σχέση με την αντίστοιχη τη χρονική στιγμή t_1 .
- δ) ο ρυθμός ελάττωσης του πλάτους έχει αυξηθεί σε σχέση με τον αντίστοιχο τη χρονική στιγμή t_1 . (5 μονάδες)

3. Γραμμικό , εγκάρσιο, αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x. Αν δύο σημεία του άξονα απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=2\text{m}$ και αρχίζουν την ταλάντωσή τους με χρονική διαφορά $\Delta t=0,5\text{s}$, τότε:

- α) αν το μήκος κύματος είναι $\lambda=1\text{m}$ τότε η συχνότητά του είναι $f=4\text{Hz}$.
- β) η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $u=1\text{m/s}$.
- γ) αν η διαφορά φάσης των δύο σημείων την ίδια χρονική στιγμή είναι $\Delta\phi=\pi$ rad τότε το μήκος κύματος είναι $\lambda=2\text{m}$.
- δ) η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλάδων είναι ίση με 4m , αν στο παραπάνω χρονικό διάστημα Δt η πηγή εκτελεί δύο πλήρεις ταλαντώσεις. (5 μονάδες)

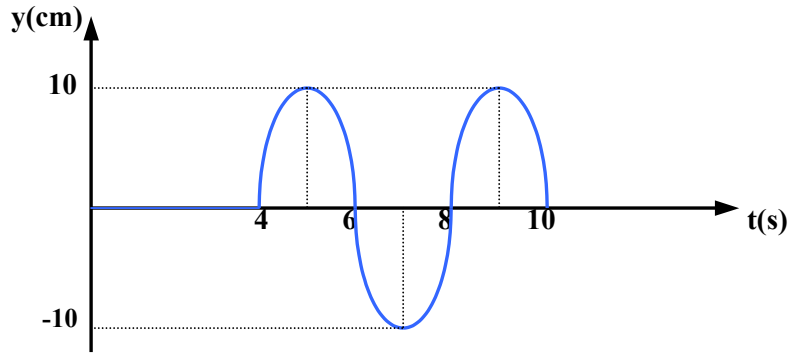
4. Σε μια χορδή μ' ένα άκρο ελεύθερο και ένα ακλόνητο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα από τη συμβολή δύο κυμάτων με ταχύτητα διάδοσης $u=1\text{m/s}$. Παρατηρούμε ότι κατά μήκος της χορδής τρία σημεία είναι συνεχώς ακίνητα ενώ όλα τα υπόλοιπα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας μια φορά κάθε $0,5\text{s}$. Συνεπώς:

- α) η απόσταση δύο διαδοχικών ακίνητων σημείων είναι $d=1\text{m}$.
- β) το μήκος της χορδής είναι $L=125\text{cm}$.
- γ) το ελεύθερο άκρο της χορδής παραμένει συνεχώς ακίνητο.
- δ) ένα από τα συνεχώς ακίνητα σημεία απέχει από το ελεύθερο άκρο της χορδής απόσταση $x=50\text{cm}$. (5 μονάδες)

5. Στερεό σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση γύρω από έναν άξονα με γωνιακή ταχύτητα $\omega=2\text{r/s}$. Τότε:

- α) κανένα υλικό σημείο του σώματος δεν έχει κεντρομόλο επιτάχυνση.
- β) σε χρόνο $t=2\text{s}$ το σώμα εκτελεί μια πλήρη περιστροφή.
- γ) το σώμα δεν έχει γωνιακή επιτάχυνση.
- δ) όλα τα σημεία του σώματος διαγράφουν στον ίδιο χρόνο τόξα ίσου μήκους. (5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο: Α. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η απομάκρυνση y σε συνάρτηση με το χρόνο t , για ένα σημείο Σ που βρίσκεται πάνω σε μια ελαστική χορδή, κατά μήκος της οποίας διαδίδεται γραμμικό, αρμονικό κύμα κατά τη θετική φορά διάδοσης:



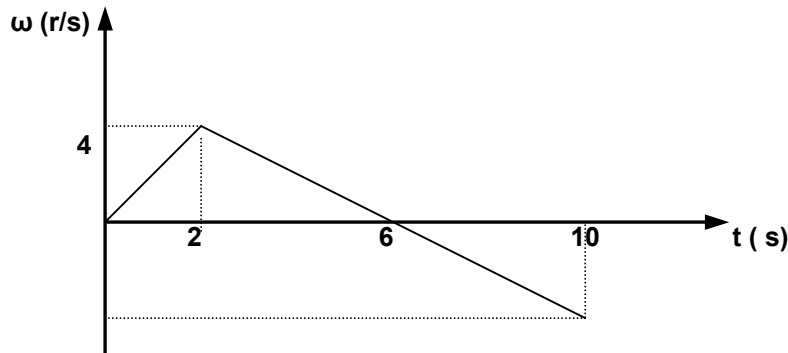
Αν τη στιγμή $t=0$ το κύμα "βρίσκεται" στη θέση $x=0$ του άξονα, να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λανθασμένη δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας:

α) Το σημείο Σ έχει σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή διαφορά φάσης $\Delta\phi=2\pi$ rad με την αρχή του άξονα ($x=0$). (5 μονάδες)

β) Στο χρονικό διάστημα από $t_1=2s$ μέχρι $t_2=4s$ το κύμα διανύει απόσταση ίση με μισό μήκος κύματος. (4 μονάδες)

γ) Αν το υλικό σημείο έχει μάζα $m=1g$ τότε τη χρονική στιγμή $t=5s$ αυτό έχει δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ίση με $12,5\mu J$ (δίνεται: $\pi^2=10$). (6 μονάδες)

Β. Ομογενής ράβδος στρέφεται γύρω από άξονα κάθετο σ' αυτήν, διερχόμενο από το ένα άκρο της. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μεταβάλλεται χρονικά όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Να δείξετε ότι: ι) Τη χρονική στιγμή $t=10s$ η ράβδος έχει στροφορμή αντίθετη αυτής που είχε τη στιγμή $t_1=2s$. (4 μονάδες)

ii) Στο χρονικό διάστημα από $t=2s$ μέχρι $t=6s$ η ράβδος εκτελεί διπλάσιο αριθμό περιστροφών απ' αυτόν που εκτελεί στο διάστημα από $t=0s$ μέχρι $t=2s$. (6 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο: Υλικό σημείο μάζας $m=200g$ εκτελεί περιοδική, ευθύγραμμη κίνηση σε άξονα x' Όχ η οποία περιγράφεται από την εξίσωση $x=0,1\eta\mu 10\pi t + 0,1\sigma\upsilon\nu 10\pi t$ (SI) όπου x η απομάκρυνση του υλικού σημείου από τη θέση $x=0$ (αρχή του άξονα).

Α. ι) Να αποδείξετε ότι το υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση της οποίας να βρείτε το πλάτος, τη συχνότητα και την αρχική φάση. (8 μονάδες)

ii) Να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση $x=f(t)$. (6 μονάδες)

Β. Εστω ότι το παραπάνω υλικό σημείο εκτελεί την α.α.τ του ερωτήματος Αι).

ι) Ποια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου μηδενίζεται για 2^η φορά μετά τη στιγμή $t=0$; (6 μονάδες)

ii) Ποια είναι η τιμή του λόγου της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης τη στιγμή $t_1=0,2s$; (5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο: Γραμμικό αρμονικό κύμα παράγεται στη θέση $x=0$ ενός άξονα x' Όχ από την αρμονική ταλάντωση ενός σημείου (πηγή του κύματος) με εξίσωση απομάκρυνσης $y=5\eta\mu(4\pi t + \pi/2)$ (cm). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται στον άξονα x' Όχ κατά τη θετική

φορά και παρατηρούμε ότι δύο σημεία του άξονα που εμφανίζουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi = \pi$ rad την ίδια χρονική στιγμή απέχουν απόσταση $d=2m$. Να βρεθούν:

α) Η εξίσωση του κύματος.

(9 μονάδες)

β) Η ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου στη θέση $x=4m$ κάποια στιγμή που η πηγή του κύματος διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με αρνητική κατεύθυνση κίνησης.

(8 μονάδες)

γ) Η γραφική παράσταση $\varphi=f(x)$ και το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

(8 μονάδες)

Λύσεις των θεμάτων

ΘΕΜΑ 1^ο: 1: α - 2: β - 3: α - 4: β - 5: γ

ΘΕΜΑ 2^ο: Α. α) Σωστή: Από το διάγραμμα φαίνεται ότι η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T=4s$ καθώς επίσης ότι το σημείο Σ αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t=4s$. Συνεπώς, σ' αυτό το χρονικό διάστημα η αρχή του άξονα ($x=0$) έχει εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση άρα έχει φάση $\varphi=2\pi$ ενώ το σημείο Σ έχει φάση $\varphi=0$ οπότε ανάμεσά τους υπάρχει διαφορά φάσης $\Delta\varphi=2\pi$ rad.

β) Σωστή: Αφού $T=4s$ είναι προφανές ότι σε $t=2s=T/2$ το κύμα διαδίδεται σε απόσταση ίση με μισό μήκος κύματος ($\lambda/2$).

γ) Σωστή: Από το διάγραμμα φαίνεται ότι τη στιγμή $t=5s$ το υλικό σημείο έχει απομάκρυνση $y=+A=0,1m$ άρα έχει δυναμική ενέργεια (μέγιστη) ίση με:

$$U = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m\frac{4\pi^2}{T^2}A^2 = \frac{2m\pi^2A^2}{T^2} = \frac{2 \cdot 10^{-3}kg \cdot 10 \cdot 10^{-2}m^2}{16s^2} = 12,5\mu J$$

Β. ι) Από τη στιγμή $t=2s$ μέχρι τη στιγμή $t=10s$ η "κλίση" της γραφικής παράστασης έχει σταθερή τιμή ίση με $d\omega/dt = -4(r/s)/4s = -1 r/s^2 = \alpha_{\gamma\omega\nu}$ οπότε τη στιγμή $t=10s$ η αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου είναι :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_{\tau\epsilon\lambda} - \omega_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\epsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} \Rightarrow -1r/s^2 = \frac{\omega_{\tau\epsilon\lambda} - 0}{10s - 6s} \Rightarrow \omega_{\tau\epsilon\lambda} = -4r/s$$

Αρα, η στροφορμή ($L=I\omega$) έχει αντίθετη φορά και ίσο μέτρο μ' αυτό της χρονικής στιγμής $t=4s$ οπότε τα διανύσματα είναι όντως αντίθετα.

ιι) Ως γνωστόν, το εμβαδόν σε μια γραφική παράσταση $\omega-t$ εκφράζει διαγραφόμενη γωνία. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, το εμβαδόν του τριγώνου από $t=0$ μέχρι $t=2s$ είναι ίσο με 8 ενώ το αντίστοιχο από $t=2$ μέχρι $t=6s$ είναι ίσο με 16, οπότε επειδή το πλήθος των περιστροφών είναι ανάλογο των διαγραφόμενων γωνιών ($N=\varphi/2\pi$) προφανώς στο δεύτερο χρονικό διάστημα εκτελέστηκαν διπλάσιες περιστροφές από το πρώτο.

ΘΕΜΑ 3^ο:

Α.ι) Η εξίσωση της κίνησης γράφεται ισοδύναμα:

$$x = 0,1\mu 10\pi t + 0,1\sigma\upsilon\nu 10\pi t = 0,1\mu 10\pi t + 0,1\mu \left(10\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{x_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{x_2}$

Προφανώς, η εξίσωση της κίνησης περιγράφει το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με εξισώσεις $x_1=0,1\mu 10\pi t$ και $x_2=0,1\mu(10\pi t+\pi/2)$ (SI) άρα έχουμε $A_1=A_2=0,1m$ και $\varphi=\pi/2$ οπότε η συνισταμένη κίνηση θα είναι ομοίως απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x=A\eta\mu(\omega t+\theta)$ όπου

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \xrightarrow{A_1=A_2} A = \sqrt{2A_1^2} = A_1\sqrt{2} = 0,1\sqrt{2}m \quad \text{και}$$

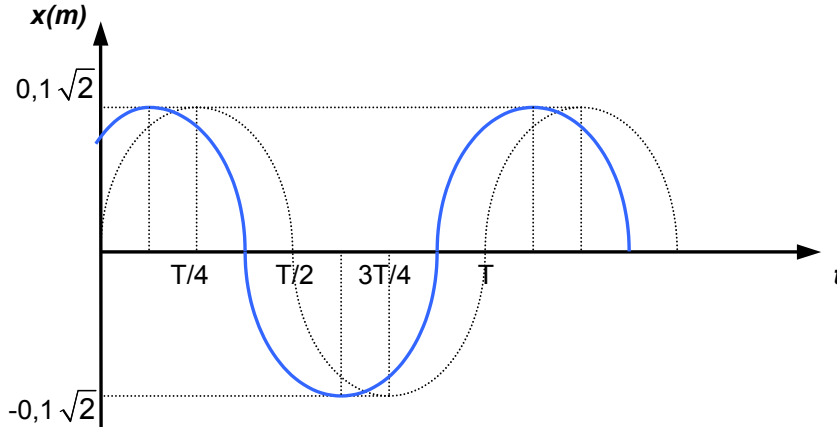
$$\epsilon\phi\theta = \frac{A_2}{A_1} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

Τελικά:

$$x = 0,1\sqrt{2}\eta\mu \left(10\pi t + \frac{\pi}{4} \right) (SI)$$

Αρα, η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος $A = 0,1\sqrt{2}\text{m}$ συχνότητα $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5\text{Hz}$ και αρχική φάση $\phi_0 = \pi/4$.

ii) Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η παρακάτω:



Η παραπάνω γραφική παράσταση προκύπτει από τη μετατόπιση της καμπύλης κατά $T/8$ προς τ'αριστερά (διαφορά φάσης $\pi/4$ αντιστοιχεί σε χρονική διαφορά $T/8$).

B.i) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι η συνισταμένη δύναμη (Γενικευμένη μορφή του Β Νόμου Νεύτωνα) δηλαδή $\frac{dp}{dt} = \sum F = -Dx$. Αρα, ο ρυθμός αυτός θα μηδενιστεί όταν $x=0$ οπότε έχουμε:

$$x = 0,1\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4}) \xrightarrow{x=0} 0 = \eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4}) = \eta\mu 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 10\pi t + \frac{\pi}{4} = 2k\pi \Rightarrow t = \frac{2k - 1/4}{10} \quad (\alpha) \\ 10\pi t + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi \Rightarrow t = \frac{2k + 1 - 1/4}{10} = \frac{2k + 3/4}{10} \quad (\beta) \end{cases}$$

Θέτουμε στις λύσεις (α) και (β) διαδοχικές τιμές για το k :

$$(\alpha) \rightarrow \begin{cases} k = 0 : t = -1/40\text{s} \text{ (απορρ.)} \\ k = 1 : t = 0,175\text{s} \\ k = 2 : t = 0,375\text{s} \end{cases}$$

$$(\beta) \rightarrow \begin{cases} k = 0 : t = 0,075\text{s} \\ k = 1 : t = 0,275\text{s} \end{cases}$$

Θέτοντας τις παραπάνω λύσεις στη χρονική διαδοχική σειρά τους έχουμε ότι για 2^η φορά το x μηδενίζεται τη χρονική στιγμή $t=0,175\text{s}$.

$$\text{ii) } \frac{K}{U} = \frac{E\sigma\eta\mu^2(\omega t + \phi_0)}{E\eta\mu^2(\omega t + \phi_0)} = \sigma\phi^2(\omega t + \phi_0) = \sigma\phi^2(10\pi t + \pi/4) \xrightarrow{t=0,2\text{s}}$$

$$\frac{K}{U} = \sigma\phi^2(2\pi + \pi/4) = \sigma\phi^2 \frac{\pi}{4} = 1$$

ΘΕΜΑ 4^ο:

α) Η ζητούμενη εξίσωση του κύματος θα έχει τη μορφή $y = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi_0\right]$ (1)

Η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο σημείων είναι:

$$\Delta\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2| = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \varphi_0 - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) - \varphi_0 \right] \Rightarrow$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |x_2 - x_1| \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi d}{\Delta\varphi} = \frac{2\pi \cdot 2m}{\pi} = 4m \quad (2)$$

Από την εξίσωση της ταλάντωσης της πηγής είναι επίσης προφανές ότι $A=5\text{cm}$ (3) και $\omega=4\pi \text{ r/s}$ άρα $T=2\pi/\omega=0,5\text{s}$ (4) καθώς επίσης και ότι $\varphi_0=\pi/2$ (5) οπότε τελικά:

$$(1) \xrightarrow{(2)(3)} y = 5\eta\mu \left[2\pi \left(\frac{t}{0,5} - \frac{x}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] = 5\eta\mu \left(4\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2} \right) \quad (y \text{ σε cm, } x \text{ σε m, } t \text{ σε s})$$

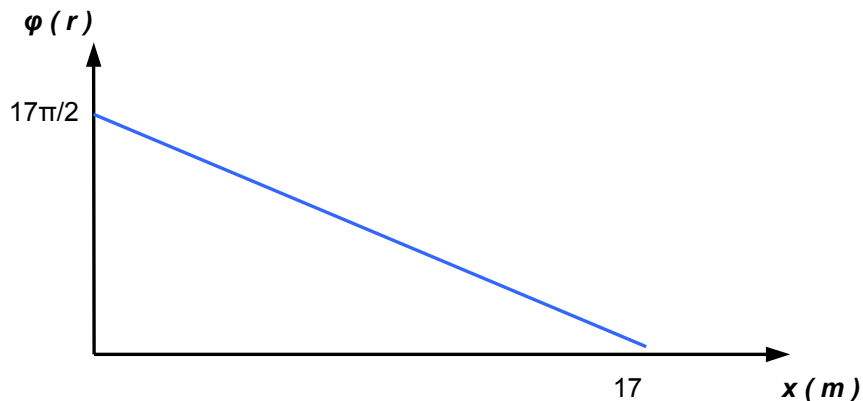
β) Η διαφορά φάσης μεταξύ της πηγής και του σημείου αυτού θα είναι - όπως δείξαμε και στο ερώτημα α) - ίση με $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{2\pi}{4m} 4m = 2\pi \text{ rad}$, συνεπώς η πηγή και το σημείο αυτό βρίσκονται σε συμφωνία φάσης ($\Delta\varphi=2\kappa\pi$) άρα και το σημείο αυτό θα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο κατά την αρνητική φορά οπότε η ζητούμενη ταχύτητά του θα είναι:

$$v = -v_{\max} = -\omega A = -4\pi \cdot 5 = -20\pi \text{ cm/s}$$

γ) Θέτουμε $t=t_1=2\text{s}$ στην εξίσωση της φάσης και έχουμε:

$$\varphi = 2\pi \left(4 - \frac{x}{4} \right) + \frac{\pi}{2} = 8\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}x = \frac{17\pi}{2} - \frac{\pi}{2}x$$

Η τελευταία σχέση είναι φθίνουσα γραμμική συνάρτηση ως προς x με σημεία τομής με τους άξονες τα $\varphi=17\pi/2$ (για $x=0$) και $x=17\text{m}$ (για $\varphi=0$) άρα η γραφική της παράσταση είναι η παρακάτω:



Για το σχεδιασμό του αντίστοιχου στιγμιότυπου παρατηρούμε ότι η μέγιστη απόσταση διάδοσης του κύματος τη στιγμή αυτή είναι $x_{\max}=17\text{m}$ και συγκρινόμενη με το μήκος κύματος $\lambda=4\text{m}$ είναι $x_{\max}=4,25\lambda=4\lambda + \lambda/4$. Λαμβάνοντας αυτά υπ' όψη, το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι το ακόλουθο:

