

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

5^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις 1 - 4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

A1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής $F = -bv$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και v η ταχύτητα ταλάντωσης.

- α) Η συχνότητα ταλάντωσης μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.
- β) Η περίοδος ταλάντωσης μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.
- γ) Η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.
- δ) Το πλάτος ταλάντωσης παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.

(Μονάδες 5)

A2. Μία προϋπόθεση ώστε να συμβεί ολική ανάκλαση σε μια μονοχρωματική δέσμη φωτός, η οποία προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφορετικών διαφανών μέσων είναι

- α) η κρίσιμη γωνία να είναι μικρότερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
- β) οι δείκτες διάθλασης των δύο μέσων να είναι ίσοι.
- γ) το φως να μεταβαίνει από οπτικώς αραιότερο σε οπτικώς πυκνότερο μέσο.
- δ) η γωνία πρόσπτωσης να είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία.

(Μονάδες 5)

A3. Διακρότημα δημιουργείται μετά από τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με

- α) διαφορετικά πλάτη και ίδια συχνότητα.
- β) διαφορετικά πλάτη και διαφορετική συχνότητα.
- γ) το ίδιο πλάτος και ίδιες συχνότητες.
- δ) το ίδιο πλάτος και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.

(Μονάδες 5)

A4. Η υπεριώδης ακτινοβολία έχει μήκος κύματος στο κενό μεγαλύτερο από αυτό

- α) των ακτίνων γ.
- β) της υπέρυθρης ακτινοβολίας.
- γ) του ορατού φωτός.
- δ) των μικροκυμάτων.

(Μονάδες 5)

Στην παρακάτω ερώτηση 5 να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.

A5.

- α) Η συχνότητα ταλάντωσης ενός ιδανικού κυκλώματος LC, εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.
- β) Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η μέγιστη δυναμική ενέργεια είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη κινητική ενέργεια.
- γ) Το μήκος κύματος μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας αυξάνεται όταν, διέρχεται από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο μέσο.
- δ) Όταν μια ηχητική πηγή πλησιάζει ακίνητο παρατηρητή, τότε η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.
- ε) Σε κάθε κρούση διατηρείται η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

B1. Κατά μήκος μιας χορδής μήκους L , που η μια της άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη, έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Στο ελεύθερο άκρο της σχηματίζεται κοιλία. Το μήκος της χορδής μπορεί να είναι

α) $L = \frac{\kappa\lambda}{2}$.

β) $L = \frac{\kappa\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$.

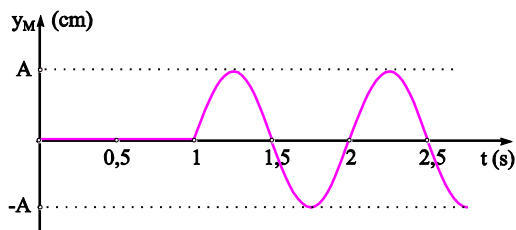
γ) $L = \kappa\lambda$.

(Μονάδες 2)

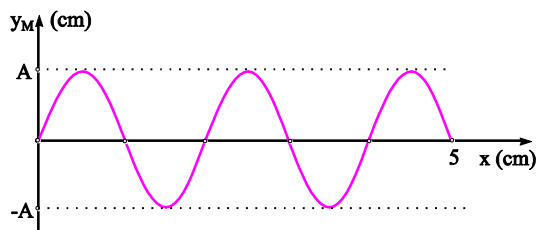
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

B2. Το σχήμα 1 παριστάνει την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο ενός δεδομένου σημείου Α του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, ενώ το σχήμα 2 παριστάνει στιγμιότυπο του ίδιου εγκάρσιου αρμονικού κύματος μια δεδομένη χρονική στιγμή t .



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Από τη μελέτη των δύο σχημάτων προκύπτει ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

α) $0,1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

β) $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

γ) $2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

B3. Ένα σώμα με μάζα m_1 κινούμενο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα $u_1' = -\frac{1}{2}u_1$ και το σώμα μάζας m_2 με ταχύτητα $u_2' = \frac{1}{4}u_1$. Η σύγκρουση των

σωμάτων είναι

α) ανελαστική.

β) ελαστική.

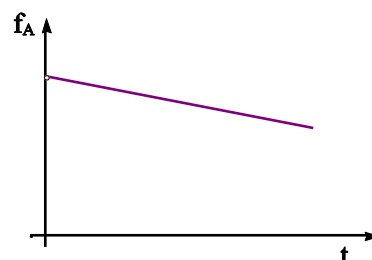
(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

B4. Ακίνητη ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο που έχει συχνότητα f_s . Ένας κινούμενος παρατηρητής A αντιλαμβάνεται ότι ο ήχος αυτός έχει συχνότητα f_A που μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Άρα ο παρατηρητής

α) απομακρύνεται από την πηγή επιταχυνόμενος με σταθερή επιτάχυνση.



- β) απομακρύνεται από την πηγή με σταθερή ταχύτητα.
 γ) πλησιάζει την πηγή επιταχυνόμενος με σταθερή επιτάχυνση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Γ

Ένα σώμα με μάζα $m = 0,1\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν $d = 40\text{cm}$. Το χρονικό διάστημα μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1\pi\text{ s}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_1 = 0,1\sqrt{2}\text{m}$ και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

- α) Να βρείτε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

(Μονάδες 6)

- β) Πόση ενέργεια E προσφέραμε αρχικά στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση;

(Μονάδες 6)

- γ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή, που η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο $v_2 = \sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(Μονάδες 6)

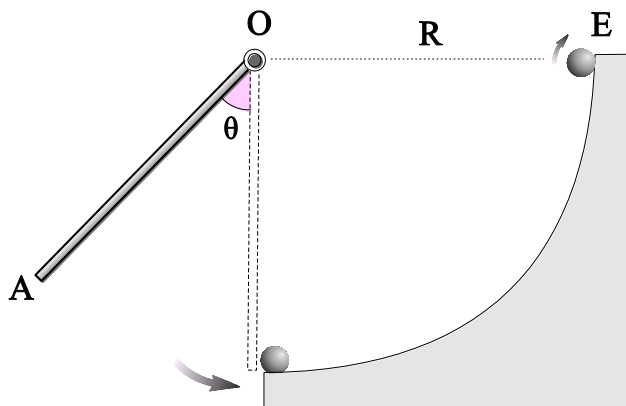
- δ) Να γράψετε τη συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η απομάκρυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

(Μονάδες 7)

$$\text{Δίνεται } \eta\mu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Μια κατακόρυφη ράβδος, ΟΑ, μάζας $M=3\text{kg}$, μήκους $L=1\text{m}$ μπορεί να στρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο. Η ράβδος εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας της κατά γωνία θ και αφήνεται ελεύθερη. Τη στιγμή που περνάει από την κατακόρυφη θέση, το άκρο της Α συγκρούεται με ακίνητη μικρή σφαίρα ακτίνας $r=0,02\text{m}$ και μάζας $m=0,25\text{kg}$ που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R=L=1\text{m}$, του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το σημείο Ο. Η ράβδος ελάχιστα πριν τη σύγκρουσή της έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega_1=4\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ και αμέσως μετά την κρούση συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση με γωνιακή ταχύτητα $\omega_2=2,5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.



Η σφαίρα ανέρχεται στο τεταρτοκύκλιο στην αρχή ολισθαίνοντας και μετά κυλιόμενη. Τελικά εγκαταλείπει το ανώτερο άκρο του τεταρτοκυκλίου με γωνιακή ταχύτητα $\omega_3=50\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Να βρεθούν:

- το συνημίτονο της γωνίας θ από την οποία ελευθερώθηκε η ράβδος.
(Μονάδες 6)
- το μέτρο της ταχύτητα u_2 της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
(Μονάδες 6)
- η θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κίνηση της σφαίρας στο τεταρτοκύκλιο.
(Μονάδες 6)
- Το μέγιστο ύψος h_{max} , πάνω από την κορυφή του τεταρτοκυκλίου, στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα.
(Μονάδες 7)

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{\text{cm}}=\frac{ML^2}{12}$, η ροπή αδράνειας της σφαίρας

ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{\text{cm}} = \frac{2mr^2}{5}$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Επίσης η ακτίνα της σφαίρας r να θεωρηθεί αμελητέα σε σχέση με την ακτίνα R του τεταρτοκυκλίου.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

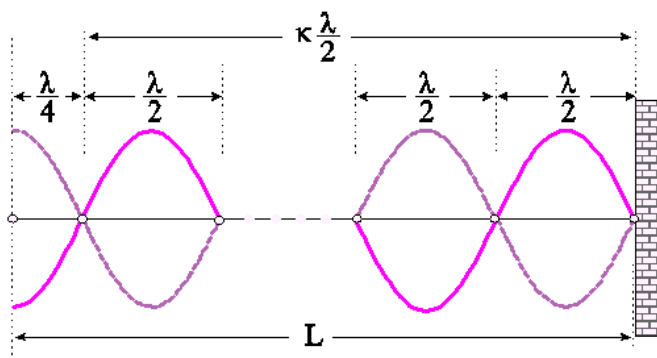
5^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣΘΕΜΑ Α

- A1. γ.
 A2. α.
 A3. δ.
 A4. α.
 A5. α-Σ, β-Λ, γ-Λ, δ-Σ, ε-Σ.

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η β.

Γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών σε ένα στάσιμο είναι $\frac{\lambda}{2}$. Επίσης γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της πλησιέστερης κοιλίας είναι $\frac{\lambda}{4}$. Σύμφωνα με την εκφώνηση στο ένα άκρο της χορδής υπάρχει δεσμός και στο άλλο κοιλία. Άρα το συνολικό μήκος L της χορδής θα είναι ίσο με $L = \kappa \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$, όπου κ ένας ακέραιος θετικός αριθμός. Άρα, η σωστή απάντηση είναι η β.



B2. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Από το σχήμα απομάκρυνσης - χρόνου ($y = f(t)$), προκύπτει $T = 1\text{s}$.

Από το σχήμα απομάκρυνσης - θέσης ($y = f(x)$), προκύπτει $2,5\lambda = 5\text{cm} \Rightarrow \lambda = 2\text{cm}$.

Με εφαρμογή της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής προκύπτει, $v = \frac{\lambda}{T} = 2 \text{ cm/s}$.

Άρα, η σωστή απάντηση είναι η γ.

B3. Σωστή απάντηση είναι η α.

Σε μια ελαστική κρούση διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων, ενώ σε μια ανελαστική δεν διατηρείται. Θα υπολογίσουμε την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση και θα την συγκρίνουμε με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος.

$$K_{\text{ολ(τελ)}} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2, \quad K_{\text{ολ(αρχ)}} = K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

Για να συγκρίνουμε πρέπει να υπολογίσουμε τις σχέσεις μεταξύ των μαζών. Σε όλες τις κρούσεις ισχύει η διατήρηση της ορμής.

$$\vec{p}_{\text{ολ(αρχ)}} = \vec{p}_{\text{ολ(τελ)}} \quad \text{ή} \quad \vec{p}_1(\text{αρχ}) = \vec{p}_1(\text{τελ}) + \vec{p}_2(\text{τελ})$$

Επειδή η κρούση είναι κεντρική, η διανυσματική σχέση μετατρέπεται σε αλγεβρική. Έτσι παίρνουμε:

$$p_1(\text{αρχ}) = p_1(\text{τελ}) + p_2(\text{τελ}) \Rightarrow m_1 v_1 = m_1 \left(-\frac{1}{2}\right) v_1 + m_2 \left(\frac{1}{4}\right) v_1 \Rightarrow$$

$$4m_1 v_1 + 2m_1 v_1 = m_2 v_1 \Rightarrow m_2 = 6m_1$$

Με αντικατάσταση στη σχέση της $K_{\text{ολ(τελ)}}$ παίρνουμε:

$$K_{\text{ολ(τελ)}} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m_1 \left(-\frac{1}{2} v_1\right)^2 + \frac{1}{2} 6m_1 \left(\frac{1}{4} v_1\right)^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{ολ(τελ)}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \left(\frac{4}{16} + \frac{6}{16}\right) \Rightarrow K_{\text{ολ(τελ)}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \cdot \frac{10}{16}$$

Παρατηρούμε ότι $K_{\text{ολ(τελ)}} = \frac{10}{16} K_{\text{ολ(αρχ)}}$, δηλαδή $K_{\text{ολ(τελ)}} < K_{\text{ολ(αρχ)}}$. Άρα η κρούση είναι ανελαστική. Άρα, η σωστή απάντηση είναι η α.

B4. Σωστή απάντηση είναι η α.

Επειδή η πηγή είναι ακίνητη, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα δίνεται

από τη σχέση $f_A = \frac{v_{\eta\chi} \pm v_A}{v_{\eta\chi}} f_s$.

Επειδή στο γράφημα η συχνότητα f_A ελαττώνεται σε σχέση με το χρόνο, καταλαβαίνουμε ότι ο παρατηρητής απομακρύνεται από την ακίνητη πηγή, οπότε η συχνότητα που

αντιλαμβάνεται θα δίνεται από τη σχέση $f_A = \frac{v_{\eta\chi} - v_A}{v_{\eta\chi}} f_s$.

Επειδή στο γράφημα η συχνότητα f_A ελαττώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο, καταλαβαίνουμε ότι στην τελευταία σχέση θα πρέπει ο αριθμητής $v_{ηλ} - v_A$ να μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο (αφού όλοι οι άλλοι παράγοντες είναι σταθεροί). Για να συμβεί αυτό, θα πρέπει ο όρος v_A να αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο, δηλαδή $v = a \cdot t$. Αυτό θα συμβεί αν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή με σταθερή επιτάχυνση. Άρα, η σωστή απάντηση είναι η α.

ΘΕΜΑ Γ

α) Γνωρίζουμε ότι η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $2A$, οπότε: $d = 2A = 0,4\text{m} \Rightarrow A = 0,2\text{m}$. Επίσης γνωρίζουμε ότι ο χρόνος μετάβασης από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\frac{T}{2}$. Άρα,

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 0,1\pi\text{ s} \Rightarrow T = 0,2\pi\text{ s}.$$

Η σχέση γωνιακής συχνότητας - περιόδου είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi\text{ s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

β) Η ενέργεια που προσφέρουμε για να θέσουμε ένα σύστημα σε ταλάντωση είναι ίση με την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}0,1\text{kg} \cdot (10\text{rad/s})^2 \cdot (0,2\text{m})^2 \Rightarrow E = 0,2\text{ J}.$$

γ) Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του σώματος θα προκύψει από τη Διατήρηση της Ενέργειας για την ταλάντωση:

$$K + U = E \Rightarrow U = E - K = E - \frac{1}{2}mv^2.$$

Αντικαθιστώντας στο S.I. έχουμε: $U_2 = 0,2\text{J} - \frac{1}{2}0,1 \cdot (\sqrt{3})^2\text{J} = 0,2\text{J} - 0,15\text{J} \Rightarrow U_2 = 0,05\text{ J}.$

δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η απομάκρυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο στη γενική της μορφή είναι $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Γνωρίζουμε ότι:

$$A = 0,2\text{m και } \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ άρα:}$$

$$x = 0,2 \cdot \eta\mu(10t + \varphi_0) \text{ (S.I.)} \quad (1)$$

Την αρχική φάση φ_0 θα τη βρούμε με αντικατάσταση στην (1):

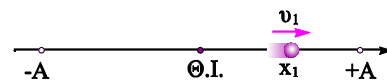
$$t_1 = 0 \text{ s}, \quad x_1 = 0,1\sqrt{2} \text{ m},$$

$$0,1\sqrt{2} = 0,2 \cdot \eta\mu \quad 10 \cdot 0 + \varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4} \\ \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad \text{και για } \kappa = 0, \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad ή } \varphi_0 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}.$$

$$\text{Η 1^η λύση δίνει } v_1 = v_{\max} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} > 0, \text{ ενώ η 2^η } v_1 = v_{\max} \sigma\upsilon\nu \frac{3\pi}{4} < 0.$$

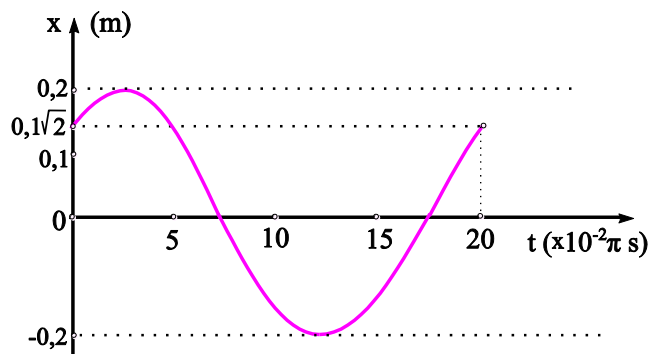
Επειδή το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται, το σώμα κινείται από τη θέση ισορροπίας προς την ακραία θετική απομάκρυνση, δηλαδή έχει ταχύτητα θετική. Έτσι δεχόμαστε την 1^η λύση,



$$\text{δηλαδή } \varphi_0 = \frac{\pi}{4}.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε: $x = 0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{4})$ S.I.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



ΘΕΜΑ Δ

α) Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για τη ράβδο μεταξύ των θέσεων Β και Γ.

$$E_{\text{ΜΗΧ}(B)} = E_{\text{ΜΗΧ}(Γ)} \Rightarrow Mg x = \frac{1}{2} I_0 \omega_1^2 \quad (1)$$

Από το σχήμα προκύπτει:

$$x = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \theta$$

Με εφαρμογή του θεωρήματος παραλλήλων αξόνων βρίσκουμε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της:

$$I_0 = I_{\text{cm}} + Md^2 = \frac{1}{12} ML^2 + M \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow I_0 = \frac{1}{3} ML^2 \Rightarrow$$

$$I_0 = \frac{1}{3} 3\text{kg} \cdot 1\text{m}^2 \Rightarrow I_0 = 1\text{kgm}^2$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$Mg \frac{L}{2} - Mg \frac{L}{2} \cos \theta = \frac{1}{2} \frac{1}{3} ML^2 \omega_1^2 \Rightarrow$$

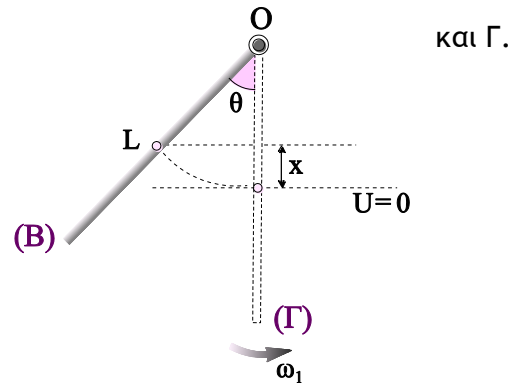
$$\cos \theta = 1 - \frac{L \omega_1^2}{3g} \Rightarrow \cos \theta = 1 - \frac{1\text{m} \cdot 4\text{rad/s}^2}{3 \cdot 10\text{m/s}^2} \Rightarrow \cos \theta = \frac{14}{30} \Rightarrow \cos \theta = \frac{7}{15}$$

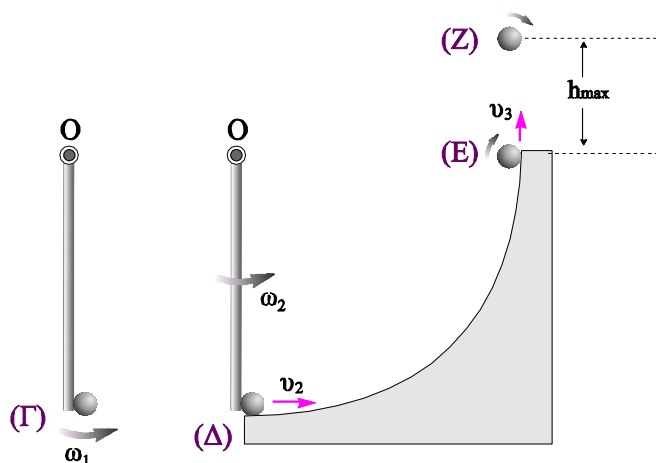
β) Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα ράβδος -σφαίρα (βάρη και δυνάμεις στήριξης) δεν προκαλούν ροπές ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου. Άρα η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή στη διάρκεια της κρούσης.

$$\vec{L}_{(\text{ολ})\text{πριν}} = \vec{L}_{(\text{ολ})\text{μετά}} \Rightarrow L_{(\text{ράβδ})\text{πριν}} + L_{\text{σφ}\text{πριν}} = L_{\text{ράβδ}\text{μετά}} + L_{(\text{σφ})\text{μετά}} \Rightarrow$$

$$I \omega_1 + 0 = I \omega_2 + m v_2 R \Rightarrow v_2 = \frac{I \omega_1 - \omega_2}{mR} \Rightarrow$$

$$v_2 = \frac{1\text{kgm}^2 \cdot 4\text{rad/s} - 2,5\text{rad/s}}{0,25\text{kg} \cdot 1\text{m}} \Rightarrow v_2 = 6\text{m/s}$$





γ) Κατά την κίνηση της σφαίρας στο τεταρτοκύκλιο η μείωση της κινητικής της ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια Q , σε αύξηση της δυναμικής της ενέργειας καθώς και σε εμφάνιση στροφικής κινητικής ενέργειας. Έτσι η διατήρηση της ενέργειας μεταξύ των θέσεων Δ και Ε γράφεται:

$$E_{\text{μηχ}(\Delta)} = Q + E_{\text{μηχ}(E)} \Rightarrow K_{\text{μεταφ}(\Delta)} = Q + K_{\text{μεταφ}(E)} + K_{\text{στροφ}(E)} + U_E \Rightarrow$$

$$Q = K_{\text{μεταφ}(\Delta)} - K_{\text{μεταφ}(E)} + K_{\text{στροφ}(E)} + U_E \Rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2} m v_2^2 - \left(\frac{1}{2} m v_3^2 + \frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega_3^2 + mgR \right) \quad 2$$

Επειδή η σφαίρα εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο κυλιόμενη, η ταχύτητα του κέντρου μάζας της v_3 και η γωνιακή της ταχύτητα ω_3 συνδέονται με τη σχέση:

$$v_3 = \omega_3 r = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,02 \text{m} \Rightarrow v_3 = 1 \text{m/s}$$

Η σχέση (2) δίνει:

$$Q = \frac{1}{2} m v_2^2 - \left(\frac{1}{2} m v_3^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m r^2 \omega_3^2 + mgR \right) \Rightarrow Q = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 - v_3^2 - \frac{2}{5} v_3^2 - 2gR \right) \Rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2} 0,25 \text{kg} \left((6 \text{m/s})^2 - (1 \text{m/s})^2 - \frac{2}{5} (1 \text{m/s})^2 - 2 \cdot 10 \text{m/s}^2 \cdot 1 \text{m} \right) \Rightarrow Q = 1,825 \text{J}$$

δ) Από τη στιγμή που η σφαίρα εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο η μόνη δύναμη που της ασκείται είναι το βάρος της, το οποίο δεν προκαλεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της. Άρα στη διάρκεια της κίνησης της παραμένουν σταθερά η γωνιακή ταχύτητα, η στροφορμή και η στροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας.

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα μεταξύ των θέσεων Ε και Ζ.

$$E_{\text{MHX}(E)} = E_{\text{MHX}(Z)} \Rightarrow K_{\text{μετ}(E)} + \mathcal{K}_{\text{στρο}(E)} = K_{\text{μετ}(Z)} + \mathcal{K}_{\text{στρο}(Z)} + mgh_{\text{max}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_3^2 = mgh_{\max} \Rightarrow h_{\max} = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{1\text{m/s}^2}{2 \cdot 10\text{m/s}^2} \Rightarrow h_{\max} = 0,05\text{m}$$