

ΘΕΜΑ Α.

Στις ημιτελείς προτάσεις 1 - 4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

1. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1 = A_1 \eta \mu \omega t$ και $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi)$. Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση. Το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα

α. ισούται με $A_1 + A_2$.

β. μεταβάλλεται με το χρόνο και παίρνει τιμές από μηδέν μέχρι $A_1 + A_2$.

γ. εξαρτάται από την τιμή της γωνίας φ .

δ. ισούται με $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

(Μονάδες 5)

2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T και τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση. Μετά από χρόνο $t_1 = \frac{6T}{4}$, το σώμα

α. περνά από τη θέση ισορροπίας του για δεύτερη φορά.

β. έχει αρνητική επιτάχυνση.

γ. έχει μέγιστη κινητική ενέργεια.

δ. έχει μέγιστη ταχύτητα για τρίτη φορά.

(Μονάδες 5)

3. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται ένα κύκλωμα LC είναι T . Τη στιγμή μηδέν ο οπλισμός Α του πυκνωτή έχει μέγιστο θετικό φορτίο. Η τάση στον πυκνωτή θα γίνει για πρώτη φορά μηδέν μετά από χρόνο

α. $T/4$.

β. $T/2$.

γ. $3T/4$.

δ. T .

(Μονάδες 5)

4. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής $F' = -bv$. Η ενέργεια της ταλάντωσης

α. παραμένει σταθερή.

β. μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

γ. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

δ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.

(Μονάδες 5)

Στην παρακάτω ερώτηση 5 να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό για τη σωστή πρόταση και τη λέξη Λάθος για τη λανθασμένη.

5. α. Αν διπλασιαστεί η σταθερά αυτεπαγωγής του πηνίου σε ένα κύκλωμα LC, τότε υποδιπλασιάζεται η χωρητικότητα του πυκνωτή C.

β. Σε μια εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση συστήματος ελατήριο-μάζα με μηχανικό διεγέρτη, αλλαγή της συχνότητας του διεγέρτη επιφέρει αλλαγή στο πλάτος της ταλάντωσης.

γ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι $U_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$

δ. Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννύμενων ταλαντώσεων.

ε. Όταν η κίνηση ενός σώματος παρουσιάζει διακροτήματα, το πλάτος της κίνησής του μεταβάλλεται.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β.

1. Ένα σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1 , μικρότερης από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος. Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 , πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη

α. να αυξηθεί και να πλησιάσει την τιμή f_0 .

β. να μειωθεί.

γ. να αυξηθεί και να ξεπεράσει κατά πολύ την τιμή f_0 .

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

2. Ένα σώμα εκτελεί δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας, γύρω από το ίδιο σημείο. Όταν το σώμα εκτελεί μόνο την πρώτη ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_1 = 2 \text{ J}$. Όταν το σώμα εκτελεί μόνο τη δεύτερη ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_2 = 8 \text{ J}$. Όταν το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τις δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = 14 \text{ J}$. Η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι ίση με

α. 30^0

β. 45^0

γ. 60^0

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

3. Το πλάτος A μιας φθίνουσας ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο t σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος και Λ μια θετική σταθερά. Ο απαιτούμενος χρόνος μέχρι το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει $\frac{A_0}{2}$ είναι

α. $\frac{\ln 2}{2\Lambda}$

β. $\frac{\ln 2}{\Lambda}$

γ. $\frac{2\ln 2}{\Lambda}$

(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ.

Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$ έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε μια οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ που ισορροπεί. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω κατά $d = 0,2 \text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά να βρείτε:

α. την αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης.

(Μονάδες 6)

β. τη μέγιστη ταχύτητα $v_{\max}$ του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

(Μονάδες 6)

γ. την κινητική ενέργεια K του σώματος τις χρονικές στιγμές που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U = 1 \text{ J}$.

(Μονάδες 6)

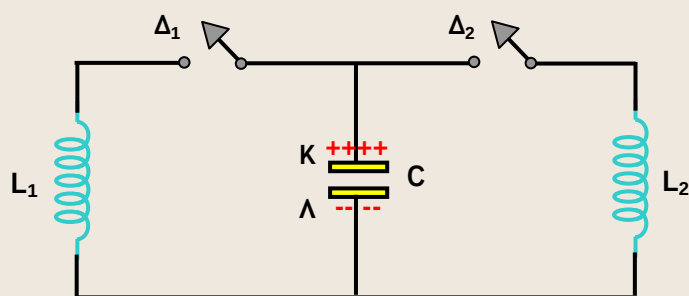
δ. το μέτρο της μέγιστης δύναμης $F_{ελ,max}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

(Μονάδες 7)

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ Δ.

Στο ιδανικό κύκλωμα του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες Δ_1 και Δ_2 , ανοικτούς. Ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 20 \mu\text{F}$ έχει φορτιστεί με φορτίο Q , με πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο διακόπτης Δ_1 κλείνει οπότε στο κύκλωμα L_1C έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής L_1 του πηνίου του κυκλώματος L_1C είναι $L_1 = 2 \text{ mH}$. Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C είναι $I_1 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ A}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = T_1$, όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C , ο διακόπτης Δ_1 ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο Δ_2 , οπότε στο κύκλωμα L_2C έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T_2 = 2T_1$.



Να βρείτε:

α. την περίοδο T_1 της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C .

(Μονάδες 6)

β. το μέγιστο φορτίο Q_1 που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C .

(Μονάδες 6)

γ. το συντελεστή αυτεπαγωγής L_2 του πηνίου του κυκλώματος L_2C

(Μονάδες 6)

δ. Να βρείτε τη χρονική εξίσωση του φορτίου q του οπλισμού K του πυκνωτή και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση από $t_0 = 0$ μέχρι $t_2 = 3T_1$.

(Μονάδες 7)

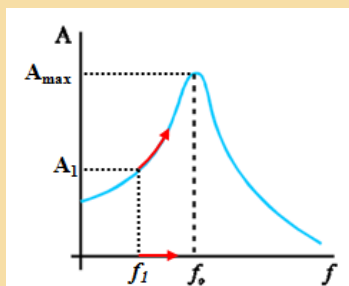
ΘΕΜΑ Α.

1. γ
2. β
3. α
4. γ
5. α-Λ, β-Σ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Σ

ΘΕΜΑ Β.

1. Η σωστή απάντηση είναι το α.

Στο σχήμα φαίνεται η εξάρτηση του πλάτους μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης από τη συχνότητα του διεγέρτη:



Η συχνότητα f_0 αντιστοιχεί στη συχνότητα συντονισμού, δηλαδή, στη συχνότητα στην οποία μεγιστοποιείται το πλάτος ταλάντωσης. Όπως φαίνεται, επειδή $f_1 < f_0$, για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 , πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη να αυξηθεί και να πλησιάσει την τιμή f_0 , δηλαδή, το σύστημα να πλησιάσει το συντονισμό. (βλ. σελ. 22 του Σχολικού Βιβλίου)

2. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Η σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση, είναι απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi}$, όπου A_1 , A_2 είναι τα πλάτη των αρμονικών ταλαντώσεων και φ είναι η διαφορά φάσης τους. Έχουμε:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi} \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 + \frac{1}{2}D \cdot 2A_1A_2\cos\varphi \Rightarrow E = E_1 + E_2 + DA_1A_2\cos\varphi \quad (1)$$

$$E_1 = \frac{1}{2} D A_1^2 \Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{2E_1}{D}} \quad (2)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} D A_2^2 \Rightarrow A_2 = \sqrt{\frac{2E_2}{D}} \quad (3)$$

Θέτοντας τις (2) και (3) στην (1), έχουμε:

$$E = E_1 + E_2 + D \sqrt{\frac{2E_1}{D}} \sqrt{\frac{2E_2}{D}} \cos \varphi \Rightarrow E = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos \varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{E - E_1 - E_2}{2\sqrt{E_1 E_2}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

(βλ. σελ. 26 του Σχολικού Βιβλίου)

3. Η σωστή απάντηση είναι το β.

Θέτουμε $A = \frac{A_0}{2}$ στη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$:

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \Rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\Lambda t} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\Lambda t} \Rightarrow \ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\Lambda t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\ln 2 = -\Lambda t \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{\Lambda}$$

(βλ. σελ. 19 του Σχολικού Βιβλίου)

ΘΕΜΑ Γ.

Απαντήσεις:

α. $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$

β. $v_{\max} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

γ. $K = 3 \text{ J}$

δ. $F_{\varepsilon\lambda, \max} = 60 \text{ N}$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

(βλ. σελ. 10-13 του Σχολικού Βιβλίου)

α. Επειδή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε εκτρέψει το σώμα από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο, θα ξεκινήσει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση από ακραία θέση με $A = d = 0,2 \text{ m}$. Επειδή έχουμε θέσει θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, η ταλάντωση θα ξεκινήσει από την αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης. Για την εύρεση της αρχικής φάσης της ταλάντωσης θέτουμε $t = 0$ και $x = -A$ στην εξίσωση της ταλάντωσης:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow -A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

β. Θέτουμε $D = k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ και βρίσκουμε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow 200 = 2\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Από τη σχέση $v_{\max} = \omega A$ υπολογίζουμε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος κατά τη διάρκεια ταλάντωσης:

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow v_{\max} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ. Θέτουμε $D = k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ και υπολογίζουμε την ενέργεια της ταλάντωσης:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E = 4 \text{ J}$$

Επειδή $E = K + U$ έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow 4 = K + 1 \Rightarrow K = 3 \text{ J}$$

δ. Το ελατήριο ασκεί στο σώμα μέγιστη δύναμη $F_{\varepsilon\lambda, \max}$, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, στη θέση που έχει μεγιστοποιηθεί η απόσταση $L_{\max}$ από το φυσικό μήκος του. Αυτή η θέση είναι η κατώτερη θέση της ταλάντωσης (θετική ακραία θέση, ΑΘ(+), όπως φαίνεται στο σχήμα.

Από το σχήμα φαίνεται ότι η απόσταση $L_{\max}$ ισούται με $d + A$, όπου d είναι η απόσταση μεταξύ της θέσης φυσικού μήκους (ΘΦΜ) και της θέσης ισορροπίας (ΘΙ).

Βρίσκουμε την απόσταση d από τη συνθήκη ισορροπίας:

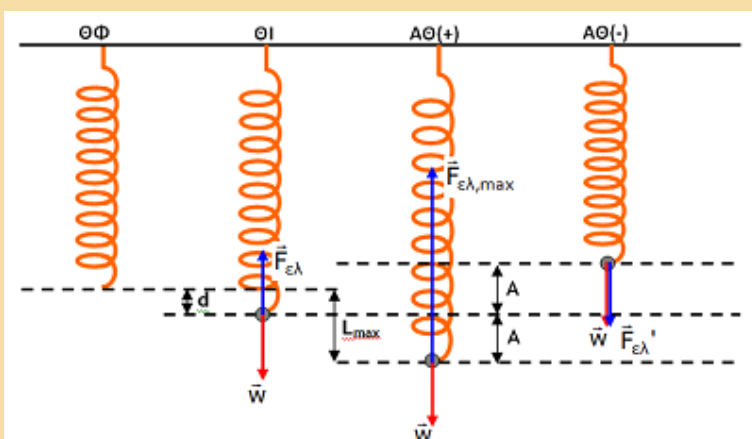
$$\text{στη } \Theta\text{I: } \Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w \Rightarrow kd = mg \Rightarrow d = \frac{mg}{k} \Rightarrow d = 0,1 \text{ m}$$

Υπολογίζουμε την απόσταση $L_{\max}$:

$$L_{\max} = d + A \Rightarrow L_{\max} = 0,3 \text{ m}$$

Από το Νόμο Hooke έχουμε:

$$F_{\varepsilon\lambda} = kL \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda, \max} = kL_{\max} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda, \max} = 60 \text{ N}$$



ΘΕΜΑ Δ.

Απαντήσεις:

α. $T_1 = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$

β. $Q_1 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

γ. $L_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

(βλ. σελ. 14-16 του Σχολικού Βιβλίου)

α. Από τον τύπο $T_1 = 2\pi\sqrt{LC}$ με αντικατάσταση έχουμε:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C} \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow T_1 = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

β. Από τον τύπο $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ έχουμε:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \Rightarrow \omega_1 = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση $I_1 = \omega_1 Q_1$ έχουμε:

$$I_1 = \omega_1 Q_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{I_1}{\omega_1} \Rightarrow Q_1 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

γ. Επειδή $T_2 = 2T_1$, έχουμε:

$$T_2 = 2T_1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{L_2C} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{L_1C} \Rightarrow L_2 = 4 \cdot L_1 \Rightarrow L_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

δ. Από $t_0 = 0$ μέχρι $t_1 = T_1$ το φορτίο του οπλισμού (Κ) του πυκνωτή μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$q = Q_1 \sin \omega_1 t \Rightarrow q = 4 \cdot 10^{-6} \sin 5 \cdot 10^3 t \text{ (SI)}, 0 \leq t < T_1$$

Σύμφωνα με αυτή, στο χρονικό διάστημα $0 \leq t < T_1$, το κύκλωμα L_1C έχει εκτελέσει μια πλήρη ηλεκτρική ταλάντωση.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = T_1$, ο διακόπτης Δ_1 ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο Δ_2 , οπότε το κύκλωμα L_2C ξεκινά αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με τον οπλισμό Κ να έχει φορτίο $q = Q_1$, διότι το κύκλωμα έχει επιστρέψει στην αρχική κατάσταση.

Από $t_1 = T_1$ μέχρι $t_2 = 3T_1$ το φορτίο του οπλισμού (Κ) του πυκνωτή μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$q = Q_1 \sin \omega_2 (t - T_1) \Rightarrow q = 4 \cdot 10^{-6} \sin (2,5 \cdot 10^3 t - \pi) \text{ (SI)}, T_1 \leq t < 3T_1$$

Σύμφωνα με αυτή, στο χρονικό διάστημα $T_1 \leq t < 3T_1$, επειδή $T_2 = 2T_1$, το κύκλωμα L_2C έχει εκτελέσει μια πλήρη ηλεκτρική ταλάντωση.

Η γραφική παράσταση του φορτίου q του οπλισμού Κ του πυκνωτή σε σχέση με το χρόνο, από $t_0 = 0$ μέχρι $t_2 = 3T_1$, είναι η εξής:

