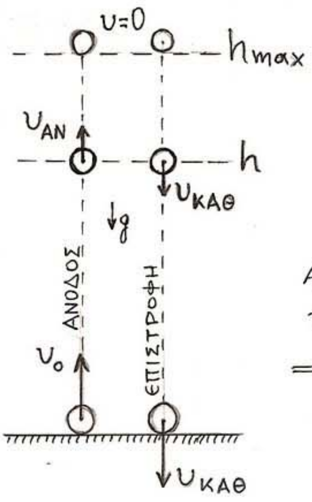
ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΤΙΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ



1) ΜΕΓΙΣΤΟ ΥΨΟΣ h_{max}

Σε κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $υ_o$ να βρεθεί το h_{max} στο οποίο θα φτάσει το σώμα.

$$E_{ΜΗΧ(ΚΑΤΩ)} = E_{ΜΗΧ(ΠΑΝΩ)} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}υ_o^2 = \cancel{m}g h_{max} \Rightarrow \boxed{h_{max} = \frac{υ_o^2}{2g}} \quad [3]$$

2) ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΘΟΔΟΥ $υ_{ΚΑΘ}$

Αν ακολουθήσει ελεύθερη πτώση από ύψος h_{max}, με ποιά ταχύτητα καθόδου $υ_{ΚΑΘ}$ φτάνει κάτω; $E_{ΜΗΧ(ΠΑΝΩ)} = E_{ΜΗΧ(ΚΑΤΩ)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cancel{m}g h_{max} = \frac{1}{2}\cancel{m}υ_{ΚΑΘ}^2 \Rightarrow υ_{ΚΑΘ}^2 = 2g h_{max} \Rightarrow υ_{ΚΑΘ}^2 \overset{[3]}{=} \cancel{2g}\frac{υ_o^2}{\cancel{2g}} \Rightarrow \boxed{υ_{ΚΑΘ} = υ_o}$$

3) ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΣΕ ΙΣΟΥΨΗ ΣΗΜΕΙΑ

Στο ίδιο σχήμα το σώμα πέρασε από ύψος h ανεβαίνοντας με ταχύτητα $υ_{AN}$ και μετά κατεβαίνοντας με ταχύτητα $υ_{ΚΑΘ}$.

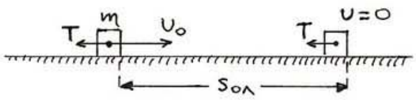
Θα αποδείξουμε ότι ισχύει $υ_{AN} = υ_{ΚΑΘ}$: Επειδή το βάρος είναι διατηρητική δύναμη, ισχύει η ΑΔΜΕ:

$$E_{\substack{ΜΗΧ\\ΑΝΟΔΟΥ}} = E_{\substack{ΜΗΧ\\ΚΑΘΟΔΟΥ}} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ_{AN}^2 + \cancel{mgh} = \frac{1}{2}mυ_{ΚΑΘ}^2 + \cancel{mgh} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}m}υ_{AN}^2 = \cancel{\frac{1}{2}m}υ_{ΚΑΘ}^2 \Rightarrow \boxed{υ_{AN} = υ_{ΚΑΘ}}$$

ΟΛΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ $s_{ολ}$ ΣΤΗΝ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ (ΣΤΑΜΑΤΗΜΑ)

(βλ. παράδειγμα 1, σελ. 139 βιβλίου) ΘΜΚΕ: $K_{τελ} - K_{ΑΡΧ} = W_T \Rightarrow$

$$0 - \frac{1}{2}mυ_o^2 = -T\cdot s_{ολ} \Rightarrow$$

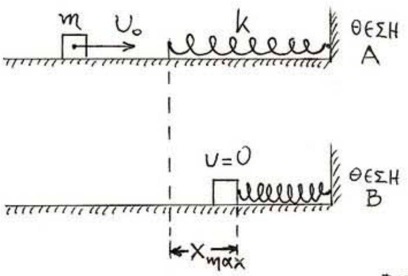


$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow \frac{1}{2}mυ_o^2 = T\cdot s_{ολ} \\ \text{Όμως } T = μ\cdot N = μ\cdot B = μ\cdot m\cdot g\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}υ_o^2 = μ\cancel{m}g s_{ολ} \Rightarrow \boxed{s_{ολ} = \frac{υ_o^2}{2μg}}$$

Άλλος τρόπος: η αρχική κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}mυ_o^2$ "χάνεται" τελικά και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια Q λόγω τριβής T, επομένως το έργο της τριβής $|W_T|$ εκφράζει (και ισούται με) αυτήν τη μετατροπή ενέργειας:

$K = Q$ ή $K = |W_T|$ ή $\frac{1}{2}mυ_o^2 = T\cdot x \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}υ_o^2 = \cancel{m}\cdot α\cdot s_{ολ} \Rightarrow s_{ολ} = υ_o^2/2α$ ...

ΜΕΓΙΣΤΗ ΣΥΣΠΕΙΡΩΣΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ



Το σώμα μάζας m χτυπά στο ελατήριο (που έχει σταθερά k) με ταχύτητα $υ_o$. Κατά πόσο x_{max} θα συσπειρωθεί το ελατήριο όταν γίνει $υ=0$;

1ος τρόπος με Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα, θέσεις Α, Β:

$$\cancelto{0}{K_{τελ}} - K_{ΑΡΧ} = W_{F_{ΕΛΑΤ}} \Rightarrow \cancel{-}\frac{1}{2}mυ_o^2 = \cancel{-}\frac{1}{2}kx_{max}^2 \Rightarrow x_{max} = υ_o\sqrt{\frac{m}{k}}$$

2ος τρόπος με ΑΔΜΕ για το σύστημα ελατήριο-σώμα, θέσεις Α, Β:

$$\cancelto{0}{U_{ΕΛΑΤ(Α)}} + K_{ΑΡΧ} = U_{ΕΛΑΤ(Β)} + \cancelto{0}{K_{τελ}} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}mυ_o^2 = \cancel{\frac{1}{2}}kx_{max}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{max}^2 = \frac{mυ_o^2}{k} \Rightarrow x_{max} = \sqrt{\frac{υ_o^2\cdot m}{k}} = υ_o\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΩΜΑΤΟΣ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2$

Έχει ένα σώμα όταν κινείται δηλ. όταν έχει ταχύτητα $\upsilon \neq 0$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ $U = B \cdot h = mgh$

Έχει ένα σώμα όταν βρίσκεται σε ύψος h από ορισμένο οριζόντιο επίπεδο (π.χ. από το έδαφος)

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ $E = K + U$

Είναι το άθροισμα κινητικής K και δυναμικής U ενέργειας ενός σώματος

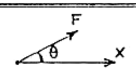
ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ

Ⓐ Τί εκφράζει και με τί ισοδυναμεί το έργο:

1) Ενέργεια που μεταφέρθηκε από το σώμα 1 = Έργο W δύναμης F = Ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα 2

2) Ενέργεια δυναμική που μετατράπηκε σε κινητική στο ίδιο σώμα = Έργο W δύναμης F = Ενέργεια κινητική που μετατράπηκε σε δυναμική στο ίδιο σώμα

Ⓑ Αν $F=$σταθ. και η κίνηση ευθύγραμμη:



$$\boxed{W_F = F \cdot x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}$$

Ειδικές περιπτώσεις:

1) Αν $\theta = 0°$ $\quad W = F \cdot x$ (επειδή συν $=1$)

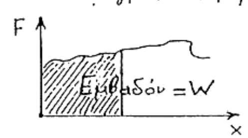
2) Αν $\theta = 180°$ $\quad W = -F \cdot x$ (επειδή συν$\theta = -1$)

3) Αν $\theta = 90°$ $\quad W = 0$ (επειδή συν$\theta = 0$)

Ⓒ Εύρεση έργου δύναμης από εμβαδόν:

Ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις, αλλά είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν η F δεν είναι σταθερή ή όταν η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη:

Έργο W = Εμβαδόν ανάμεσα στην "καμπύλη" της γραφικής παράστασης (F,x) και τον άξονα x



ΙΣΧΥΣ

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow[\text{και } \upsilon=\text{σταθ.}]{\text{όταν } W=F\cdot x} F \cdot \upsilon$$

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ κ' ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΘΕΩΡΗΜΑ (ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ) ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Είτε υπάρχουν απώλειες (π.χ. τριβές) είτε όχι

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F_{ολ}}$$

δηλ. $\boxed{K_{ΤΕΛ} - K_{ΑΡΧ} = W_1 + W_2 + \ldots\ldots}$

ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

είναι ίση με το έργο του βάρους

$$U_1 - U_2 = mgh_1 - mgh_2 = mgh = W_{B(1\to2)}$$

ή γενικά ίση με το έργο της δύναμης αλληλεπίδρασης

$$U_1 - U_2 = W_{F(1\to2)}$$

ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$\Delta U_{A\to\Gamma} = -W_{B(A\to\Gamma)}$$

ή γενικά $\Delta U_{A\to\Gamma} = -W_{F(A\to\Gamma)}$

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

όταν επιδρά μόνο το βάρος ή άλλες συντηρητικές (διατηρητικές) δυνάμεις

$$\left.\begin{array}{l}\text{από } \Delta K = W_{F(1\to2)} \\ \text{και } \Delta U = -W_{F(1\to2)}\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\Gamma - K_A + U_\Gamma - U_A = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\Gamma + U_\Gamma = K_A + U_A \Rightarrow$$

$\Rightarrow E_\Gamma = E_A$ δηλ. η μηχανική ενέργεια διατηρείται όταν οι δυνάμεις είναι συντηρητικές

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ (σελ. 230, 231)

$\boxed{E_{ΜΗΧ} = \frac{1}{2}mυ^2 + mgh}$ ή απλά $\boxed{E = K + U}$

ΑΔΜΕ (Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας) - σελ. 231, 232

Ισχύει όταν έχουμε μόνο διατηρητικές - συντηρητικές δυνάμεις δηλ. όταν δεν έχουμε απώλειες όπως π.χ. τριβές κ.λπ. (σελ. 234, 236)

από [σχέση 1]: $\Delta U = -W_B$
& [σχέση 2]: $\Delta K = W_B$

$\boxed{\Delta U + \Delta K = 0}$ $U_{ΤΕΛ} - U_{ΑΡΧ} + K_{ΤΕΛ} - K_{ΑΡΧ} = 0$

μετατρέπεται η μια στην άλλη

$\boxed{K_{ΑΡΧ} + U_{ΑΡΧ} = K_{ΤΕΛ} + U_{ΤΕΛ}}$ $\boxed{E_{ΑΡΧ} = E_{ΤΕΛ}}$

ΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ (σελ. 240, 241, 268, 270)

Όταν έχουμε απώλειες που οφείλονται σε τριβές ή σε άλλες μη διατηρητικές δυνάμεις, όπως συμβαίνει στην πλαστική κρούση, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ΘΜΚΕ ή την $ΑΔΕ_{ΟΛΙΚΗΣ}$:

ΘΜΚΕ: $\Delta K = W_{F_1} + W_{F_2} + \ldots + \underbrace{W_{ΤΡΙΒΗΣ}}_{\text{αρνητικό}} + \ldots$

$ΑΔΕ_{ΟΛ}$: $\boxed{K_{ΑΡΧ} + U_{ΑΡΧ} = K_{ΤΕΛ} + U_{ΤΕΛ} + Q}$

(Το **Q** είναι θετικό και παριστάνει τη **θερμική ενέργεια** που αναπτύσσεται λόγω τριβών κ.λπ. Συνήθως είναι $W_{ΤΡΙΒΗΣ} = -Q$)

ΙΣΧΥΣ (σελ. 237)

ΙΣΧΥΣ $\boxed{P = \frac{W}{t}}$ = Ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης έργου $\left(1\ Watt = \frac{1 Joule}{1 sec}\right)$

Δηλ. η ισχύς μετράει-εκφράζει πόσο γρήγορα παράγεται ή καταναλώνεται έργο και επομένως πόσο γρήγορα μεταφέρεται ενέργεια από ένα σώμα σε άλλο ή πόσο γρήγορα μετατρέπεται μια μορφή ενέργειας σε άλλη μορφή ενέργειας.

Ειδική σχέση για την ισχύ: $P = \frac{W}{t} \xrightarrow[F=σταθ]{όταν} P = \frac{F \cdot x}{t} \xrightarrow[υ=σταθ]{όταν} \boxed{P = F \cdot υ}$

ΑΠΟΔΟΣΗ (σελ. 274, 275)

$\boxed{\underset{(μηχανής)}{απόδοση} = \frac{\text{ενέργεια που μας προσφέρει (παράγει, αποδίδει)}}{\text{ενέργεια που χρησιμοποιεί (καταναλώνει, απορροφά)}} \cdot 100\%}$

$\overbrace{απόδοση < 100\%}^{πάντα}$

ή $\boxed{απόδοση = α \cdot 100\%}$ (το κλάσμα **α** λέγεται **συντελεστής απόδοσης** και είναι πάντα **α < 1**)

ΛΥΚΟΥΡΑΣ Φ.

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ Η ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΕΡΓΟΥ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Κινητική $K=\frac{1}{2}m\cdot \upsilon^2$
Δυναμική $U=B\cdot h=mgh$
Μηχανική $E=K+U$
Χημική, Θερμική,
Ηλεκτρική, κ.λπ.

ΣΩΜΑ περιέχει **ΕΝΕΡΓΕΙΑ**

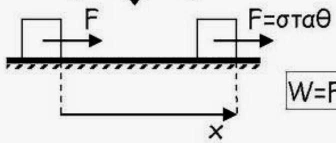
σελ. 243

ΔΥΝΑΜΗ κάνει **ΕΡΓΟ**

ασκείται από ένα σώμα σε άλλο

μόνο όταν <u>μετακινεί</u> το σημείο εφαρμογής της

σελ. 224



$\boxed{W=F\cdot x}$ (1 Joule = 1N•1m)

ΟΤΑΝ ΜΙΑ **ΔΥΝΑΜΗ** ΚΑΝΕΙ **ΕΡΓΟ**, ΤΟΤΕ **ΕΝΕΡΓΕΙΑ** <u>ΜΕΤΑΦΕΡΕΤΑΙ</u> Ή <u>ΜΕΤΑΤΡΕΠΕΤΑΙ</u>
ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ ΕΡΓΟ ΕΙΝΑΙ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ Ή ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (σελ. 221, 222)

ΣΩΜΑ 1

100 J

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΜΟΡΦΗΣ **ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**
ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΙΔΙΟ ΣΩΜΑ

150 J

150 J

= 100 J **ΕΡΓΟ** ΔΥΝΑΜΗΣ=
<u>ΜΕΤΑΦΟΡΑ</u> **ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ**
ΑΠΟ ΕΝΑ ΣΩΜΑ ΣΕ ΑΛΛΟ

ΣΩΜΑ 2

100 J

= 150 J **ΕΡΓΟ** ΔΥΝΑΜΗΣ=

Η ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΕΙΝΑΙ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ <u>ΛΟΓΩ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ</u> (σελ. 240, 241, 270, 271)

ΘΕΡΜΟ ΣΩΜΑ --- ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ---> ΨΥΧΡΟ ΣΩΜΑ

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑΣ
Θερμότητα $Q = m\,c\,\Delta\theta$ που μεταφέρεται και μεταβάλλει κατά $\Delta\theta$ τη θερμοκρασία ενός σώματος μάζας m και ειδικής θερμότητας c

ΛΥΚΟΥΡΑΣ Φ.

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

ΑΠΟ ΑΠΟΣΤΑΣΗ

βάρος
ηλεκτρικές
μαγνητικές

ΑΠΟ ΕΠΑΦΗ

κάθετη αντίδραση ή δύναμη στήριξης, τριβή, τάση νήματος, άνωση, δύναμη ελατηρίου, αντίσταση αέρα, μυϊκή δύναμη ανθρώπου

ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

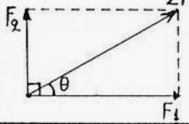
α) όταν $\phi=0°$: $\Sigma F = F_1 + F_2$

β) όταν $\phi=180°$: $\Sigma F = F_1 - F_2$ (επειδή $F_1 > F_2$)

γ) όταν ϕ = τυχαία

ΣF είναι η διαγώνιος του παραλληλογράμμου ($\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\,\text{συν}\phi}$)

δ) όταν $\phi = 90°$

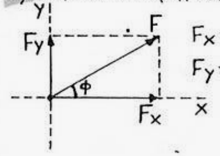


$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

$\text{εφ}\theta = \dfrac{F_2}{F_1}$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

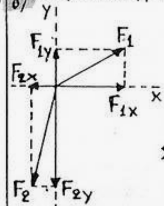
ε) Ανάλυση δύναμης σε 2 συνιστώσες



$F_x = F\cdot\text{συν}\phi$

$F_y = F\cdot\text{ημ}\phi$

ζ) Ανάλυση πολλών δυνάμεων σε δύο άξονες



$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x}$

$\Sigma F_y = F_{2y} - F_{1y}$

και στη συνέχεια σύνθεση όπως στο (δ)

$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$

$\text{εφ}\phi = \Sigma F_y / \Sigma F_x$

1) Σχέση βάρους-μάζας: $B = m\cdot g$

2) Κεντρομόλος δύναμη: $F_K = m\cdot\dfrac{\upsilon^2}{R}$

ΝΟΜΟΙ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

3) Νόμος Hooke (δύναμη ελατηρίου): $F = k\cdot x$

4) Νόμος τριβής ολίσθησης: $T = \mu\cdot N$

5) Νόμος παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα: $F = G\cdot\dfrac{m_1\cdot m_2}{R^2}$

ΝΟΜΟΙ ΚΙΝΗΣΗΣ ΝΕΥΤΩΝΑ

συνδέουν τις δυνάμεις με τις κινήσεις

1ος Ν. NEWTON (της αδράνειας)

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow$ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ: υ = σταθ. ή $\upsilon = 0$ (ηρεμία)

$\Sigma F_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$

3ος Ν. NEWTON (δράσης-αντίδρασης)

$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

2ος Ν. NEWTON — ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ Ν. ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$

$\Sigma F_x = m\cdot a_x$

$\Sigma F_y = m\cdot a_y$ (=0 συνήθως)

$\Sigma F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$

ΟΡΜΗ

$p = m\cdot\upsilon$

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΟΡΜΗΣ

$\vec{P}_{ολ(τελ)} = \vec{P}_{ολ(αρχ)}$

ΚΙΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΣΗ x είναι η συντεταγμένη

ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ $\Delta x = x_2 - x_1$ είναι η μεταβολή της θέσης

ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

$\upsilon = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ ή $\dfrac{x - x_0}{t - t_0}$

για $x_0 = 0$ και $t_0 = 0$ γίνεται $\upsilon = \dfrac{x}{t}$

όταν υ = σταθ.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ

$x = \upsilon\cdot t$

ή $\Delta x = \upsilon\cdot\Delta t$

ΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ

$a = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1}$ ή $\dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t - t_0}$

για $\upsilon_0 = 0$ και $t_0 = 0$ γίνεται $a = \dfrac{\upsilon}{t}$

όταν a = σταθ.

όταν $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$

ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ

$\upsilon = \upsilon_0 + a t$

$x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\upsilon_0 = 0$ →

ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΧΩΡΙΣ υ_0

$\upsilon = a\cdot t$

$x = \frac{1}{2} a t^2$

$a = g$ →

ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ

$\upsilon = g\cdot t$

$S = \frac{1}{2} g t^2$

όταν $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$

ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ

$\upsilon = \upsilon_0 - a t$

$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2} a t^2$

όταν σταματήσει $\upsilon = 0$

ΣΤΑΜΑΤΗΜΑ

$t_{ολ} = \dfrac{\upsilon_0}{a}$

$S_{ολ} = \dfrac{\upsilon_0^2}{2a}$

όταν $a \perp \upsilon$

ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

$f = \dfrac{1}{T}$

γραμμική ταχύτητα $\upsilon = \dfrac{s}{t} = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$

γωνιακή ταχύτητα $\omega = \dfrac{\theta}{t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$\upsilon = \omega\cdot R$

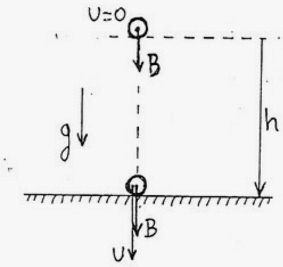
κεντρομόλος επιτάχυνση $a_K = \dfrac{\upsilon^2}{R}$

Φ. ΛΥΚΟΥΡΑΣ

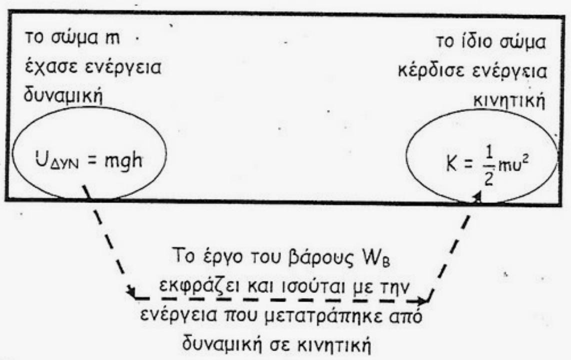
ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Έχει ένα σώμα όταν κινείται, δηλ. όταν έχει ταχύτητα $υ \neq 0$

π.χ. ελεύθερη πτώση (σελ. 224, 225)



$$W_B = B\cdot h = mgh = mg\cdot\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}m g^2 t^2 = \frac{1}{2}m(gt)^2 = \frac{1}{2}mυ^2 = K$$



Παρατήρηση 2α (σελ. 225)

Στο προηγούμενο παράδειγμα ισχύει: $K_{ΤΕΛ} - K_{ΑΡΧ} = W_B$ ή $\boxed{\Delta K = W_B}$ [σχέση 2]

αφού: $\frac{1}{2}mυ^2 - 0 = mgh$

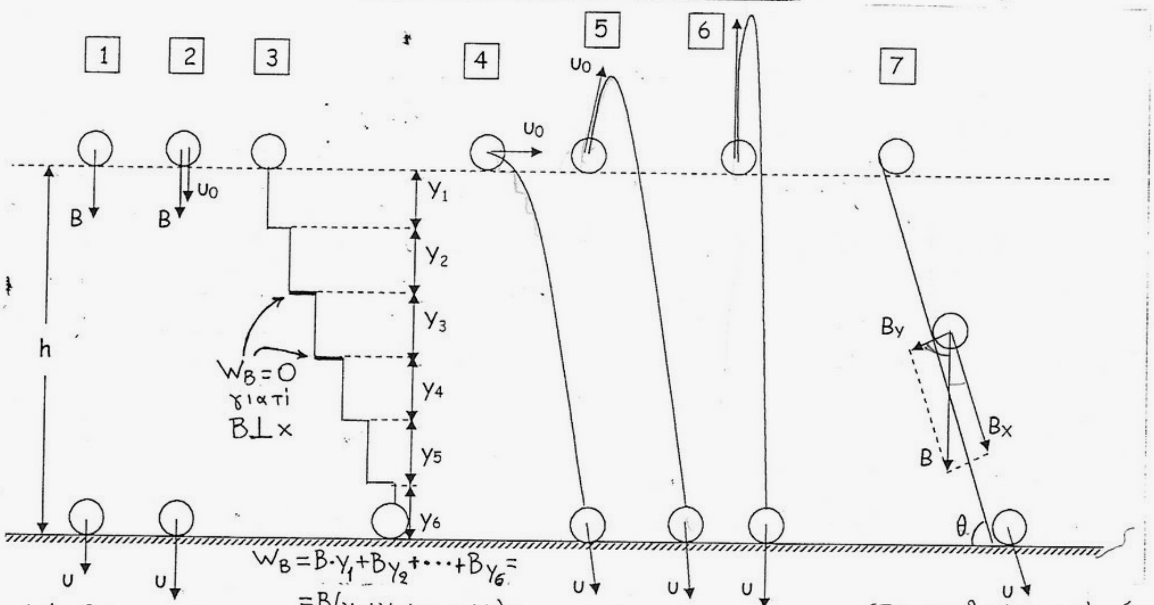
Γενικά ισχύει το **ΘΜΚΕ** (Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας) ή **ΘΕΕ** (Θεώρημα Έργου-Ενέργειας):

$$\Delta K = \Sigma W = W_{\Sigma F}$$

δηλ. $K_{ΤΕΛ} - K_{ΑΡΧ} = \underbrace{W_{F_1} + W_{F_2} + \cdots}_{\text{αλγεβρικό άθροισμα σημαίνει ότι πρέπει να βάλουμε τα σωστά πρόσημα}} = W_{\Sigma F}$

← πιο σπάνια χρησιμοποιούμε το έργο της συνισταμένης

ΕΡΓΟ ΒΑΡΟΥΣ [σελ. 224-229]



$W_B = B\cdot h = mgh$

$W_B = B\cdot y_1 + By_2 + \cdots + By_6 = B(y_1 + y_2 + \cdots + y_6) = B\cdot h = mgh$

$W_B = B\cdot h = m\cdot g\cdot h$

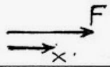
στο κεκλιμένο επίπεδο πάλι ισχύει $W_B = mgh$

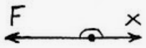
Συμπεράσματα για το έργο του βάρους (παρόμοια ισχύουν και για όλες τις διατηρητικές δυνάμεις)

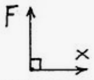
1) – σελ.234: Το έργο τους κατά μήκος κλειστής διαδρομής είναι μηδέν.

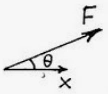
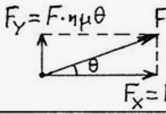
2) – σελ.236: Το έργο τους δεν εξαρτάται από την τροχιά αλλά μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος.

W(Work) ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ F

α) Όταν $F \uparrow\uparrow x$:  τότε $W_F = F\cdot x > 0$ (συν$0^\circ = 1$) π.χ. έργο βάρους στην κάθοδο [σελ. 222]

β) Όταν $F \uparrow\downarrow x$:  τότε $W_F = -F\cdot x < 0$ (συν$180^\circ = -1$) π.χ. έργο βάρους στην άνοδο, έργο τριβής [σελ. 222]

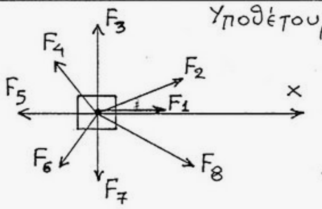
γ) Όταν $F \perp x$:  τότε $W_F = 0^*$ (συν$90^\circ = 0$) π.χ. βάρος σε οριζόντια μετακίνηση, κάθετη αντίδραση, κεντρομόλος [σελ.223]

δ) Όταν  τότε αναλύουμε: 

$F_y = F\cdot ημθ$, $F_x = F\cdot συνθ$

και $W_F = W_{F_x} + \cancel{W_{F_y}}^{\,0} = F_x\cdot x = F\cdot συνθ\cdot x = F\cdot x\cdot συνθ$

ε) Γενικά



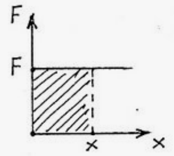
Υποθέτουμε ότι το σώμα κινείται προς την κατεύθυνση του $\vec{x}$.

1) για τις δυνάμεις F_1, F_2, F_8 ισχύει: $W_F > 0$ (παράγεται έργο) επειδή $θ < 90^\circ$ (οξεία) δηλ. η F βοηθάει την κίνηση του σώματος και έτσι μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα

2) για τις δυνάμεις F_4, F_5, F_6 ισχύει: $W_F < 0$ (καταναλώνεται έργο) επειδή $θ > 90^\circ$ (αμβλεία), δηλ. η F εμποδίζει* την κίνηση και από το σώμα χάνεται ενέργεια.

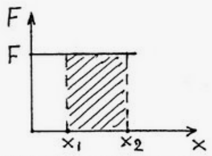
3) για τις δυνάμεις F_3 και F_7 ισχύει $W_F = 0$ επειδή $θ = 90^\circ$ δηλ. η δύναμη ούτε βοηθάει ούτε εμποδίζει, έτσι ούτε προσθέτει ούτε αφαιρεί ενέργεια από το σώμα.

στ) ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ ΑΠΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ F-x (πολύ χρήσιμος όταν $F \neq$ σταθ.) [σελ.223]

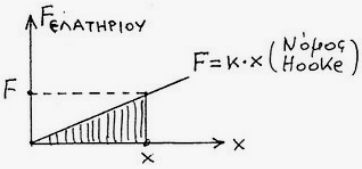


όταν F = σταθ.

ΑΠΟ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ : Εμβαδόν $= F\cdot x$
ΑΠΟ ΦΥΣΙΚΗ : Έργο $W = F\cdot x$
$\Rightarrow$ $\boxed{W = \text{Εμβαδόν}}$



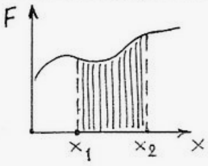
πάλι ισχύει $W = \text{Εμβαδόν} = F\cdot \Delta x = F(x_2 - x_1)$



πάλι ισχύει $W = \text{Εμβαδόν} = \frac{1}{2} F\cdot x \overset{\text{Νόμος Hooke}}{=} \frac{1}{2} k\cdot x\cdot x = \frac{1}{2} k x^2$.

Το έργο της δύναμης του ελατηρίου εκφράζει και ισούται με την ενέργεια που αποθηκεύεται στο ελατήριο και λέγεται δυναμική ενέργεια ελατηρίου $U_{ελ} = \frac{1}{2} k x^2$.

Γενικά για το ελατήριο ισχύει $W_{F_{ελ}} = U_{ελατ\ αρχική} - U_{ελατ\ τελική}$



πάλι ισχύει W = Εμβαδόν (το υπολογίζουμε με ολοκλήρωμα - Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ)

*Σημ. Το έργο είναι μηδέν και όταν $x = 0$ [σελ. 224], δηλ. $W = 0$, όταν δε γίνεται μετατόπιση.

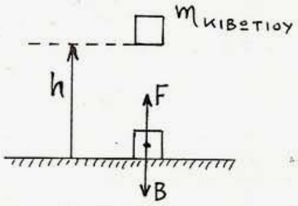
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ [σελ. 228]

Έχει ένα σώμα όταν του ασκείται δύναμη αλληλεπίδρασης δηλ. δύναμη βαρύτητας ή ηλεκτρική (Β' ΛΥΚΕΙΟΥ) ή ελατηρίου (βλ. προηγούμενη σελίδα)

π.χ. ανύψωση (με $υ$ = σταθ. και πολύ μικρή)

$υ$ = σταθ. $\Rightarrow \Sigma F = 0 \Rightarrow F = B$

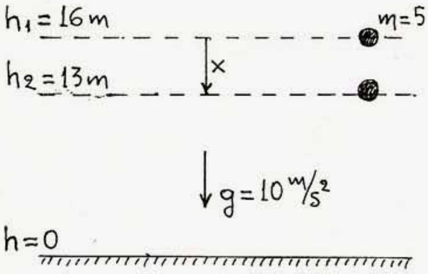
Έτσι $W_F = F \cdot h = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$



[σελ.227] άνθρωπος ή γερανός χάνει $E_{ΧΗΜΙΚΗ}$ (κάνει καύσεις) — Το έργο W_F εκφράζει και ισούται με την ενέργεια που μεταφέρθηκε → το κιβώτιο κερδίζει - αποθηκεύει - αποταμιεύει ενέργεια mgh που την ονομάζουμε δυναμική βαρυτική $U_{ΔΥΝ} = mgh$ → επειδή "οφείλεται" στη δύναμη του βάρους

Πιο συγκεκριμένα: το έργο της F, $W_F = mgh$, εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται από το γερανό στο σώμα ενώ το έργο του βάρους $W_B = -mgh$ εκφράζει τη μετατροπή αυτής της ενέργειας σε δυναμική.

π.χ. κάθοδος (ελεύθερη πτώση από ύψος h_1 σε ύψος h_2)



$U_1 = mgh_1 = 5 \cdot 10 \cdot 16 = 800\ J$

$U_2 = mgh_2 = 5 \cdot 10 \cdot 13 = 650\ J$

σελ. 29 βιβλίου: $\Delta U = U_{ΤΕΛ} - U_{ΑΡΧ} = U_2 - U_1 = 650 - 800$

$\Rightarrow \Delta U = -150\ J$, δηλ. η δυναμική ενέργ μειώθηκε κατά 150 J,

ενώ το έργο του βάρους $W_B = B \cdot x = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$

$= mgh_1 - mgh_2 = -\Delta U = +$

Το έργο του βάρους εκφράζει τη μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική (βλ. επόμενη σελίδα)

Παρατήρηση 1α (σελ. 229)

η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας: $\boxed{\Delta U = -W_B}$ [σχέση 1] ή $W_B = -\Delta U$

ενώ η διαφορά (σελ. 30) της δυν. ενέργειας: $U_{ΑΡΧ} - U_{ΤΕΛ} = W_B$ και γενικά $U_{ΑΡΧ} - U_{ΤΕΛ} = W_{F_{ΑΛΛΗΛΕΠΙ}}$

Παρατήρηση 1β (σελ. 228)

για τη δυναμική ενέργεια η σωστή έκφραση είναι U = "Δυναμική ενέργεια του συστήματ Γη-σώμα"

π.χ. 800 J έχει η Γη, 800 J έχει το σώμα και 800 J έχουν και τα δύο μαζί.

Παρατήρηση 1γ (σελ. 229)

Το επίπεδο αναφοράς ($h = 0$) το επιλέγει ο καθένας αυθαίρετα. Υπογραμμίστε τα σχετικά της σελ. 229.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΝΟΜΟΥΣ NEWTON (συνδυασμού δυνάμεων-κινήσεων)

[Α] ΣΧΕΔΙΑΖΟΥΜΕ ΔΥΝΑΜΕΙΣ (χωριστά σε κάθε σώμα)

- ΑΠΟ ΑΠΟΣΤΑΣΗ (Βάρος $B = m\cdot g$) (Ηλεκτρικές και Ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις δε συναντάμε στην Α΄ Λυκείου)
- T T $F_{ΕΛ}$ N ή F_K F_{ANT} F A
- ΑΠΟ ΕΠΑΦΗ (Τριβή, Τάση νήματος, Δύναμη ελατηρίου, Κάθετη δύναμη στήριξης ή κάθετη αντίδραση, Αντίσταση του αέρα, Μυϊκή δύναμη ανθρώπου, Άνωση κ.λπ.)

[Β] ΑΝΑΛΥΟΥΜΕ ΔΥΝΑΜΕΙΣ σε δύο κάθετους άξονες, ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης ή της πιθανής κίνησης και γράφουμε τους **τύπους της ανάλυσης**

π.χ. $B_X = B\cdot ημφ = m\cdot g\cdot ημφ$ και $B_Y = B\cdot συνφ = m\cdot g\cdot συνφ$ ή $F_X = F\cdot συνφ$ και $F_Y = F\cdot ημφ$ (ή αντίστροφα τα ημ και συν)

ΠΡΟΣΕΧΟΥΜΕ το σχήμα να είναι λογικό (π.χ. τα μήκη των διανυσμάτων να συμφωνούν με τα δεδομένα. Γι' αυτό ελέγχουμε, συγκρίνοντας δυνάμεις, να δούμε ποιά είναι μεγαλύτερη κ.λπ.)

[Γ] ΣΥΝΘΕΤΟΥΜΕ δηλ. ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΗ ΣΥΝΙΣΤΑΜΕΝΗ ΤΟΥ ΚΑΘΕ ΑΞΟΝΑ *(αν $υ=0$ ή $υ=σταθ$ δηλ. δεν έχει επιτάχυνση, $a=0$, τότε γράφουμε $ΣF=0$ από 1ο νόμο ενώ αν έχει επιτάχυνση ή επιβράδυνση $a\neq 0$, $ΣF\neq 0$, τότε γράφουμε $ΣF=m\cdot a$ από 2ο νόμο. Να μην ξεχνάμε ότι πάντα $ΣF\uparrow\uparrow a$. Όλα αυτά ισχύουν και για κάθε άξονα ξεχωριστά)*

ΑΞΟΝΑΣ Y:
- Από σχήμα: π.χ. $ΣF_Y = N - B$
- Από κίνηση (Newton): $ΣF_Y = 0$ ή $ΣF_Y = m\cdot a$ (συνήθως $ΣF_Y = 0$)
- $\Rightarrow$ π.χ. $N - B = 0$ **[Y]**

ΑΞΟΝΑΣ X:
- Από σχήμα: π.χ. $ΣF_X = F_1 - T$
- Από κίνηση (Newton): $ΣF_X = 0$ ή $ΣF_X = m\cdot a$
- $\Rightarrow$ π.χ. $F_1 - T = m\cdot a$ **[X]** ή $F_1 - T = 0$ **[X]***

Πάνω σε αυτές τις δύο **σχέσεις** [X] και [Y] **των αξόνων x και y** λύνεται συνήθως η άσκηση.
Πάνω σε αυτές αντικαθιστούμε τους τύπους από τα [Β] και [Δ] και μετά λύνουμε.
Συχνά χρειάζεται να λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων [X] και [Y].

[Δ] ΤΥΠΟΙ ΔΥΝΑΜΕΩΝ : (τους **ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΟΥΜΕ** στις σχέσεις [X] και [Y] των αξόνων x και y)

- νόμος τριβής: $\boxed{T = μ\cdot N}$
- βάρος: $\boxed{B = m\cdot g}$
- 3ος νόμος, δράσης-αντίδρασης: $\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}}$
- κεντρομόλος δύναμη: $\boxed{F_{ΚΕΝΤΡ} = m\cdot a_K = m\cdot \frac{υ^2}{R}}$
- νόμος παγκόσμιας έλξης: $\boxed{F = G\frac{m_1\cdot m_2}{R^2}}$

[Ε] ΤΥΠΟΙ **ΚΙΝΗΣΕΩΝ** (σχέσεις μεταξύ των x, t, υ, a). ΠΡΟΣΟΧΗ: η επιτάχυνση είναι ο συνδετικός κρίκος, το μόνο μέγεθος που υπάρχει και στους τύπους των κινήσεων αλλά και των δυνάμεων (στο 2ο νόμο)

1] Όταν $\boxed{ΣF = 0}$ τότε (1ος νόμος)
- αν είχε $υ = 0$: θα παραμένει ακίνητο ($υ = 0$)
- αν είχε $υ \neq 0$: θα κάνει ευθύγραμμη ομαλή $\boxed{x = υ\cdot t}$

2] Όταν $\boxed{ΣF = m\cdot a}$ (=σταθ≠0) τότε (2ος νόμος)
- αν $υ = 0$ θα κάνει ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς $υ_0$: $\boxed{υ = at}$ και $\boxed{x = \frac{1}{2}at^2}$ (αν ΣF=B θα κάνει ελεύθερη πτώση $\boxed{υ = gt}$ και $\boxed{s = \frac{1}{2}gt^2}$)
- αν $ΣF\uparrow\uparrow υ_0$ δηλ. $a\uparrow\uparrow υ_0$ θα κάνει ομαλά επιταχυνόμενη με $υ_0$: $\boxed{υ = υ_0 + at}$ και $\boxed{x = υ_0 t + \frac{1}{2}at^2}$
- αν $ΣF\uparrow\downarrow υ_0$ δηλ. $a\uparrow\downarrow υ_0$ θα κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη: $\boxed{υ = υ_0 - at}$ και $\boxed{x = υ_0 t - \frac{1}{2}at^2}$ (όταν σταματήσει: $\boxed{t_{ΟΛ} = \frac{υ_0}{a}}$ και $\boxed{s_{ΟΛ} = \frac{υ_0^2}{2a}}$)
- αν $ΣF\perp υ$ δηλ. $a\perp υ$ θα κάνει ομαλή κυκλική: $\boxed{υ = \frac{s}{t} = \frac{2πR}{T} = 2πRf}$ $\boxed{ω = \frac{θ}{t} = \frac{2π}{T} = 2πf}$ $\boxed{υ = ω\cdot R}$ $\boxed{f = 1/T}$ $\boxed{a_K = υ^2/R}$

ΣΗΜ. Η σειρά των ενεργειών Α, Β, Γ, Δ και Ε δεν είναι αυστηρή, π.χ. σε μερικές ασκήσεις ξεκινάμε από το [Ε] για να διαπιστώσουμε τι είδους κίνηση κάνει το σώμα και συνεχίζουμε με το [Α].
Επίσης μπορεί να χρειαστούμε την αρχή διατήρησης της ορμής $P_{ΑΡΧ} = P_{ΤΕΛ}$ ή και κάποιες ενεργειακές σχέσεις.

ΦΛ