Λύσεις Μαθηματικών Κατευθυνσης

ΘΕΜΑ 1ο

Α4.ΛΣΣΣΛ

ΘΕΜΑ 2ο

Β1.



Άρα z=1+i και z=1-i οι ρίζες της εξίσωσης

Β2.

Β3. 

Άρα ο Γ.Τ. των εικόνων των μιγαδικών αριθμών u είναι κύκλος με κέντρο Κ(0,3) και ακτίνα ρ=5

**Θέμα 3ο**

Γ1.



 για κάθε  .άρα η f κοίλη.

Γ2.



( )

Γ3.

* 

( ).άρα η ευθεία y=0(χ΄χ) είναι οριζόντια

ασύμπτωτη της Ch στο

*  και 

Γ4.

* 
* Για κάθε  η Φ είναι συνεχής και  (



Άρα το ζητούμενο εμβαδόν είναι : 

Θέμα 4ο

Δ1.

*  .Άρα η f είναι συνεχής στο 0
*  για  και η f συνεχής στο 0 .Άρα η  στο R

(Θεωρώ 

 .Άρα η  στο  και στο

Επομένως παρουσιάζει ελάχιστο στο x=0 και 

Δ2.α)Θεωρώ  .H F είναι παραγωγίσιμη με  για κάθε 

(σύνολο τιμών  )

 αφού η f κυρτή άρα η 

ή (Αν  τότε άτοπο αφού  άρα ………..)

β) Έστω t0 η χρονική στιγμή κατά την οποία ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του

Ισχύει :σημείου Μ είναι διπλάσιος το ρυθμού μεταβολής της τεταγμένης.



Άρα το ζητούμενο σημείο είναι το (0,1)

Δ3.. Θεωρώ  .

Θ.Bolzano 1 ρίζα στο (1,2) μοναδική αφού  ,για κάθε x>0.

(ή Rolle για την g στο [1,2])

Για κάθε  είναι  και για κάθε  είναι .



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 1 x1 2 +∞ | | | |
| ex-e | - | + | + | + |
| x-2 | - | - | - | + |
| β(x) | - | - | + | + |
| g΄(x) | - | + | - | + |
| g(x) |  |  |  |  |
| T.E. T.M. T.E. | | | | |

Άρα……….

ή άλλος τρόπος

Παρατηρούμε ότι   για κάθε   οπότε η g έχει ολικό (άρα και τοπικό) ελάχιστο στα σημεία  x1=1 και x2=1.  
  
Από το Θεώρημα Μέγιστης και Ελάχιστης τιμής για τη συνάρτηση g  στο [1,2]  υπάρχει   τέτοιο, ώστε να ισχύει   για κάθε   
Αν ήταν  τότε θα ήταν g(x)=0 για κάθε  πράγμα άτοπο. Άρα, είναι  οπότε η gπαρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x3.