ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ
(ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΤΙΜΗ,ΠΡΑΞΕΙΣ,ΙΣΟΤΗΤΑ)

1. Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x)=x^3-2x, Q(x)=x^2-3x-1$. Να βρεθούν:
   $a) P(x)+Q(x)$
   $\beta) P(x)-Q(x)$
   $\gamma) P(x)\cdot Q(x)$

2. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in R$ για την οποία το πολυώνυμο: $P(x) = (\lambda+2)x^3-(\lambda^2+\lambda-2)x+\lambda^2-4$ να είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

3. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in R$ για την οποία το πολυώνυμο:
   $P(x)=(\lambda^2-4)x^3+(\lambda^2-8)x^2+(\lambda^2-5\lambda+6)x+\lambda^4-16$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

4. Αν $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma$ και $\alpha+\beta+\gamma \neq 0$, δείξτε ότι το πολυώνυμο
   $P(x)=(\alpha-\beta)x^2+(\beta-\gamma)x+\gamma-\alpha$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

5. Να δειχθεί ότι το πολυώνυμο $P(x)=(\kappa-2)x^2+(2\lambda+6)x+\kappa+\lambda-3$ είναι διάφορο του μηδενικού.

6. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(\alpha+2)x^2+(\lambda-3)x+2\alpha+\lambda+1999$.

   Να δείξετε ότι το $P(x)$ δεν μπορεί να είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

7. Να βρείτε το λ ,ώστε το πολυώνυμο $P(x)=(\lambda-3)x^3+(\lambda^2-9)x^2+(\lambda^2-5\lambda+6)x+\lambda$ να είναι σταθερό

8. Να βρεθεί για ποιες τιμές των κ, λ, μ είναι ίσα τα πολυώνυμα:
   $P(x)=\lambda x^2-(\lambda-\kappa)x+\mu-2\lambda$
   $Q(x)=(\mu-\lambda)x^2+4x+\kappa+\lambda$.

9. Να βρεθούν οι $\kappa, \lambda \in R$ για τους οποίους είναι ίσα τα πολυώνυμα
   $P(x)=(\lambda+1)x^5-(\kappa-3)x^3-5\lambda+15$ και $Q(x)=\kappa x^5-\lambda x^3+5\kappa$

10. Να βρεθούν οι $\kappa, \lambda \in R$ για τους οποίους είναι ίσα τα πολυώνυμα
    $P(x)=(\kappa-1)x^3-3x-\mu$ και $Q(x)=(\lambda-\mu)x+\mu-1$

11. Να προσδιοριστεί ο $\alpha \in R$ ώστε το πολυώνυμο $P(x)=9x^3-3x^2+8x+27$ να παίρνει τη μορφή $\alpha(x^3+x)-3x^2+(x-3)(x^2+3x+9)$.

12. Να βρεθεί πολυώνυμο Κ (x) τέτοιο ώστε το τετράγωνό του να ισούται με το:
    $P(x)=x^4+2x^3-3x^2-4x+4$.

13. Να δειχθεί ότι για κάθε $\kappa \in R$ το πολυώνυμο $P(x)=(\kappa-1)x^5+(3\kappa^2+2)x^3+\kappa x$
    δεν έχει ρίζα το $\frac{1}{2}$.

14. Αν το πολυώνυμο P (x) = x^2 + (α - 1) x + 2α έχει ρίζα το - 1 αποδείξτε ότι το ίδιο ισχύει και για το K (x) = x^3 + $4x^2$ + ($α^2$ – 1)x Το αντίστροφο ισχύει;

15. Να βρεθεί πολυώνυμο P (x) για το οποίο ισχύει: $(x^2+1)P(x)=3x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-3$.

16. Δίνεται το πολυώνυμο P (x) = x^2 + 2x + 5. Να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός α αν ισχύει: P (α - 1) = 13.

17. Αν η διαφορά δύο πολυωνύμων βαθμού ν είναι το μηδενικό πολυώνυμο δείξτε ότι τα πολυώνυμα αυτά είναι ίσα.

18. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=ax^3-x^2+\beta x+\delta \quad \kappa\alpha\iota$
$Q(x)=(2a-3)x^3+\beta^2x^2+(\beta+\gamma)x+\alpha+\beta+\gamma$ Να βρείτε τις τιμές των α ,β ,γ για τις οποίες το πολυώνυμο $f(x)=P(x)+Q(x)$ είναι :
α) βαθμού 3 β) βαθμού μικρότερου η ίσου του 2
γ) βαθμού 1 δ) το μηδενικό πολυώνυμο

19. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(\lambda^2-3\lambda+2)x^3+(\lambda^4-8\lambda)x^2+2(\lambda^2-\lambda+2)x+4$
Να βρείτε τον βαθμό του P(x) όταν το λ διατρέχει το R.

20. Να βρείτε για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in R$ το βαθμό του πολυωνύμου
$P(x)=(\lambda^3-\lambda)x^3-(\lambda^2+\lambda)x^2+\lambda+1$

21. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(\lambda^2-\lambda)x-\lambda^3+1$.Να βρείτε το λ ,ώστε το P(x) να είναι :
i.σταθερό πολυώνυμο ii.μηδενικό πολυώνυμο
iii.μηδενικού βαθμού

22. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=2x^3+\beta x^2+\alpha^2x+6$, $Q(x)=x^2+\alpha x+5$ και $f(x)=2x+l$.
Αν P(x)- f(x) = Q(x)f(x) να βρείτε τις τιμές των α και β.

23. Αν το πολυώνυμο $P(x)=x^4-\alpha x^3+\beta x^2+2x+3$ έχει ως ρίζες τους αριθμούς 1 και 2, να βρείτε τις τιμές των α και β

24. Να βρείτε τα α ,β ,ώστε για το πολυώνυμο $P(x)=27\alpha^2x^3-18\alpha x^2-3x+\beta-1$ να ισχύει P(0)=2 και να έχει ρίζα το $-\frac{1}{3}$

25. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=(\alpha+\beta)x^2+(\beta-2\gamma)x+4$, $Q(x)=3x^2-(\alpha+\gamma)x+2\alpha+\beta$.
Να βρείτε για ποιες τιμές των α, β, γ είναι ίσα τα πολυώνυμα.

26. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x(x^2-10)+2x^2+3$. Να προσδιοριστούν οι α ,β ∈R ώστε το πολυώνυμο P(x) παίρνει τη μορφή : $\alpha(x^3-2x)+\beta(x^2-2x)+(x-2)^2-(x^2-x+1)(x+1)$

27. Να βρείτε πολυώνυμο P(x) δευτέρου βαθμού αν ισχύουν: P(l-x)=P(x+l), P(0)=1 και P(1)= -3.

28. Να βρείτε πολυώνυμο P(x) δευτέρου βαθμού αν ισχύουν: $P(x)+2P(-x)=3(x^2+2)$

29. Να αποδειχθεί ότι για κάθε $\lambda \in R$ το πολυώνυμο $f(x)=(\lambda+2)x^4+(\lambda^2+1)x^3+2\lambda x^2-(\lambda-1)x+1999$ δεν μπορεί να έχει ως ρίζα τον αριθμό 1.

30. Έστω το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\alpha x+2$. Να βρείτε τον α ώστε το P(x) να παίρνει τη μορφή

$P(x) = (x-κ)^2(x-λ)$

31. Να βρείτε πολυώνυμο 3ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς 1, 2 και 3, αν είναι: $P(0)=-6$.

32. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3-x^2+x+4$. Να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός κ αν ισχύει $P(κ+1)=4$.

33. Να βρείτε πολυώνυμα P(x) και Q(x) πρώτου βαθμού για τα οποία ισχύει:
$(x-l)^2P(x)+(x^2-x+l)\,Q(x)=l$.

34. Αν το πολυώνυμο P(x) έχει ως ρίζα τον αριθμό 2, να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο
$Q(x)=P(3x-l)$ έχει ως ρίζα τον αριθμό 1.

35. Να βρείτε πολυώνυμο P(x) ,το οποίο να είναι 3^{ου} βαθμού ,η πολυωνυμική συνάρτηση P(x) να είναι περιττή και να ισχύουν : $P(-1)=\frac{1}{2}$ και $P(2)=5$.

36. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, $γ \in R$ για τους οποίους το πολυώνυμο $(α+β)x^3-(2α-β+γ)x^2+3γx+α$ παίρνει τη μορφή $(α+2β-3γ)x^2+6x-β$

37. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς λ, μ για τους οποίους το πολυώνυμο $P(x)=x^3+λx^2+μx+4$ έχει ρίζα τον αριθμό 2 και ισχύει $P(1)=8$

38. Δίνοντας το πολυώνυμο $P(x)=4x^2-α$ και $Q(x)=x^2+αx+β$ να προσδιορίσετε τους α, β όταν ο αριθμός 1 είναι κοινή τους ρίζα.

ΔΙΑΙΡΕΣΗ

39. Να γίνουν οι διαιρέσεις:
   α) $(2x^5 - x^3 + 2x^2 - 9) : (x^2 - 1)$
   β) $(x^4 - 7x^3 + 2x - 15) : (x^3 + 5)$
   γ) $(3x^3 - 4αx + α^2) : (x - 2α)$
   δ) $[7x^3 - (9α + 7α^2)x + 9α^2] : (x - α)$

40. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:
   α) $(6x^3-19x^2+20x-10):(3x^2-5x+6)$
   β) $(x^3+1):(x+1)$
   γ) $(3x^2-6x^3-3x+2x^4+1):(1+x^2-3x)$
   δ) $(x^3+x^2-x+3):(x^2-2x)$

41. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:
   α) $(x^2-x^3-x+2x^4+1):(3+x^2-x)$
   β) $(x^3-x^5):(x^2-x^4)$

42. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να βρείτε τα πηλίκα και τα υπόλοιπα των διαιρέσεων:

α)(x^3-2x^2+5x-6): (x-2)

β) $(2x^5 - x^4 + 6x^2 + 3) : (x + 1)$

γ) $[6x^3 - (2α + 6α^2)x + 3α^2] : (x - α)$, α ϵ R

δ) $(x^6 – 4x^5 + x^2 - 2) : (2x - 1)$

ε) $(x^5 – 2x^3 + λx^2 - 2) : (λx + 1)$, λ ϵ R*

43. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο των παρακάτω διαιρέσεων:
α) $(5x^3-7x^2+8x+1):(x-3)$ β) $(x^4-x^3+x-9):(x-5)$
γ) $(x^5+2x^4-x+1):(x+3)$ δ) $(x^3-x+5):(x+6)$
ε) $(5x^3+8x^2+6x-1):(5x-2)$ στ) $(4x^4-6x^2+14):(4x-3)$

44. Αν $f(x)=3x^5-x^4+x-2$ να βρείτε με το σχήμα Horner το f(-2)

45. Αν $f(x)=-x^3+3x^2+5x-6$ να βρείτε με το σχήμα Horner το $f\left(\frac{1}{3}\right), f\left(-\frac{1}{3}\right)$

46. Να εξετάσετε με το σχήμα Horner αν τα πολυώνυμα x+1, x-3 είναι παράγοντες του $f(x)=2x^3-11x^2+12x+9$

47. Να εξετάσετε με το σχήμα Horner αν τα πολυώνυμα x+1, x-3 είναι παράγοντες του $f(x)=2x^3-11x^2+12x+9$

48. Να βρείτε το πολυώνυμο f (x) το οποίο όταν διαιρεθεί με το $x^2 + 1$, δίνει πηλίκο 3x - 1 και υπόλοιπο 2x + 5.

49. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ ώστε αν το πολυώνυμο P (x) $=x^4 + 1$ διαιρεθεί με το πολυώνυμο $x^2 + κx + λ$ να αφήνει υπόλοιπο 0.

50. Αν το πολυώνυμο f (x) = $x^3 + αx^2 + βx + 4$ διαιρείται ακριβώς με το x - 2 και εάν επιπλέον f (1) = 8, να προσδιοριστούν τα α, β.

51. Δίνεται το πολυώνυμο P (x) = $2x^3 + αx^2 – 13x + β$. Αν το P (x) διαιρείται με το x^2 -x - 6, να προσδιορίσετε τα α, β $\in$ R.

52. Δίνεται το πολυώνυμο P (x) = $x^3 + αx^2 +βx-6$ με α ,β $\in$R.
α) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του P(x) με το x+2.
β) Αν το πηλίκο της παραπάνω διαίρεσης είναι το : $π(x)=x^2-3x+4$ να βρείτε τους αριθμούς α και β ,καθώς και το υπόλοιπο της παραπάνω διαίρεσης
γ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε ,να γράψετε την ταυτότητα διαίρεσης P(x): (x+1)

53. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=2x^3+3x^2+3x-6$ και
$Q(x)=x^4+αx^3+3x^2+(2α+5)x+β$

α) Να κάνετε τις διαιρέσεις $P(x):(x^2+1)$ και $Q(x):(x^2+1)$ και να γράψετε τις αντίστοιχες ταυτότητες

β) Αν οι παρακάτω διαιρέσεις έχουν το ίδιο υπόλοιπο ,να βρείτε τα α ,β ∈R

γ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε ,να κάνετε τη διαίρεση $Q(x):(x+1)$

54. Δίνεται πολυώνυμο P(x) ,για το οποίο ισχύει :P(1)=3 και P(-3)=11.Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x)με το (x-1)(x+3)

55. Δίνεται πολυώνυμο P(x) με σταθερό όρο -1 και το άθροισμα των συντελεστών του είναι ίσο με 2.Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2-x)$

56. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(x+4)^{99}+\lambda x+6$ για το οποίο ισχύει P(-4)=14.Να βρείτε :
    α) Τον αριθμό λ ∈R
    β) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x+3)(x+5)

57. Δίνεται πολυώνυμο P(x) για το οποίο ισχύει P(2)=1 και P(3)=4.Να βρείτε το το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου : $Q(x)=P(5-x)+P(x)$ με το (x-2)(x-3)

58. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(x-2)^{2011}+\alpha x+\beta$,με α ,β ∈R.
    Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-1)(x-2) είναι υ(x)=4x-7,να βρείτε τους αριθμούς α και β.

59. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda^2x^2 + 2(\lambda^2 - 3\lambda + 1)x - 3(4\lambda + 1)$. Δείξτε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης P (x) : (x + 2) είναι ανεξάρτητο του λ.

60. Να εξηγήσετε γιατί τα παρακάτω πολυώνυμα δεν έχουν παράγοντα της μορφής x-ρ:
    α) $P(x)=2x^6+5x^4+3x^2+1$
    β) $Q(x)=-3x^8-5x^2-7$

61. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\alpha x^2+(2\alpha-1)x-2\alpha$.Να βρείτε για ποια τιμή του λ ∈R ,το x+1 είναι διαιρέτης του P(x).

62. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4+\alpha x^2+(1-\alpha)x-2$.Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+2 είναι -6 ,να βρείτε την τιμή του α ∈R .

63. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\lambda x^2-2\lambda x+\lambda^2-17$.Να βρείτε για ποια τιμή του α ∈R ,το x-2 είναι παράγοντας του P(x).

64. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^2+\alpha x-2\alpha-4$.Να βρείτε για ποιές τιμές του α ∈R έχει παράγοντα το x - α.

65. Το πολυώνυμο $P(x)=(x-2)^{2010}+x^2-2x+\lambda$ έχει παράγοντα το x – 3.Να βρείτε :
    α) τον αριθμό λ ∈R
    β) το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x - 1.

66. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^4 + \alpha x^3 + \beta x + 2\alpha$. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-2 είναι 12, ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1 είναι -6.

67. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - \alpha + 1$. Το P(x) έχει παράγοντα το x-3, ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1 είναι -28. Να βρείτε τις τιμές των α, β $\in R$

68. Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 2\beta - 4$ έχει παράγοντες το x+1 και το x-3.
   α) Να βρείτε τις τιμές των α, β $\in R$
   β) Να παραγοντοποιήσετε το P(x)

69. Να αποδείξετε ότι αν το πολυώνυμο P (x) έχει παράγοντα το x - 5, τότε το πολυώνυμο P (2x - 3) έχει παράγοντα το x - 4.

70. Να προσδιοριστούν οι πραγματικοί αριθμοί κ, λ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \kappa x^2 + (\lambda - 1)x + 5$ να έχει για παράγοντα το (x - 1) (x + 2).

71. Να προσδιοριστούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - (3 + \alpha)x + \beta + 10$ να έχει για παράγοντα το $(x - 2)^2$.

72. Το πολυώνυμο P (x) διαιρούμενο με x - 2 αφήνει υπόλοιπο 10 και διαιρούμενο με x + 3 αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του P (x) με το (x - 2) (x + 3).

73. Το πολυώνυμο P (x) διαιρούμενο με x + 2 αφήνει υπόλοιπο 3 και διαιρούμενο με $x^2 - 4x + 3$ αφήνει υπόλοιπο 2x + 7. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης:
$P(x) : (x + 2)(x^2 - 4x + 3)$.

74. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) δια του $x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2$ είναι $2x^3 - 5x^2 + 7x - 3$. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης P(x):(x-2)

75. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) δια του $x^4 - 2x^3 - 3x + 6$ είναι $x^3 + x^2 - 2x + 5$. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης P(x):(x-2)

76. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x):(x-3) είναι 1 και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) διά του x+1 είναι -3 να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης P(x):(x-3)(x+1)

77. Να αποδείξετε ότι το :
   α) Το 2x-3 είναι παράγοντας του $P(x) = 2x^3 + x^2 - 12x + 9$
   β) Το 2x+1 είναι παράγοντας του $P(x) = (2x + 3)^{10} + (8x)^5 + 2x^2 - 5x - 3$

78. Το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + 8x + \alpha + 2$ έχει παράγοντα το 2x-1. Να βρείτε :
   α) Την τιμή του α $\in R$
   β) το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το 2x+3

79. Το πολυώνυμο $P(x)=6x^3-7x^2+\alpha x+\beta$ έχει παράγοντα το 3x-2,ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x): (2x-1) είναι 3
α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β $\in R$
β) Να εξετάσετε αν το 2x+3 είναι παράγοντας του P(x).

80. Το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+12x^2-x+\beta$ έχει παράγοντα το $4x^2$-1.Να βρείτε :
α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β $\in R$
β) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το 2x+3 .

81. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3-5x^2-x+9$
Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις και να γράψετε τις ταυτότητες τους.
α)P(x):(2x+1)
β) P(x):(2x-3)

82. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta$,με $\alpha\cdot\gamma\neq 0$ το οποίο έχει παράγοντα το αx+β. Να αποδείξετε ότι το P(x) έχει παράγοντα και το γx+δ

83. Αν το πολυώνυμο P (x) = $\alpha x^{\nu+1}+\beta x^{\nu}+1$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$ αποδείξτε ότι το πολυώνυμο Q (x) = $(\nu+1)\alpha x^{\nu}+\nu\beta x^{\nu-1}$ έχει παράγοντα το x-1.

84. Αν το πολυώνυμο P (x) = $(\nu+1)x^{\nu}-\nu x^{\nu+1}+\alpha$ διαιρείται με το x - 1, τότε αποδείξτε ότι διαιρείται και με το $(x-1)^2$.

85. Αν x, y θετικοί , ν φυσικός και $A=x^{2\nu+5}-y^{2\nu+5}$ δείξε ότι το x-y είναι παράγοντας της A.
86. Δείξε ότι το 1991 διαιρεί το $1992^{\nu}-1$

87. Δείξε ότι το $\left(15^{2\nu+1}+1\right)$ διαιρείται δια 16.

88. Αν το P(x) έχει παράγοντα το x-7 δείξε ότι το P(4x+3) έχει παράγοντα το x-1.

89. Αν το x-13 διαιρεί το f(x) τότε δείξε ότι το x+2 διαιρεί το f(3-5x)

90. Δείξε ότι το x^2-3x+2 διαιρεί το $(x-2)^{2\nu}+(x-1)^{\nu}-1$

91. Δείξε ότι $x^{\nu}-6$ διαιρεί το $x^{2\nu}-8x^{\nu}+12$

92. Αν τα πολυώνυμα x-2,x-1διαιρούν ακριβώς το πολυώνυμο P(x) και δίνουν πηλίκα $\pi_1(x)$, $\pi_2(x)$ αντίστοιχα να δείξετε ότι $\pi_1(1)=\pi_2(1)$

93. Αν το f(x) διαιρεί τα $P_1(x), P_2(x)$ δείξε ότι το f(x) διαιρεί το $P_1(x)+P_2(x)$ και το $P_1(x)-P_2(x)$

94. Αν $\upsilon_1(x)$ είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης $f_1(x):\delta(x)$ και $\upsilon_2(x)$ είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης $f_2(x):\delta(x)$ δείξε την ισοδυναμία:
το δ(x) διαιρεί το $f_1(x)-f_2(x) \Leftrightarrow \upsilon_1(x)-\upsilon_2(x)=0$

95. Δίνονται τα πολυώνυμα : $P(x)=x^3+\lambda x^3+(1-2\lambda)x+4$ και
$Q(x)=(\lambda-1)x^3-x^2+(2\lambda+1)x-5$.Τα πολυώνυμα P(x) και Q(x),όταν διαιρεθούν με το x-1,αφήνουν το ίδιο υπόλοιπο.
α) Να βρείτε τον αριθμό $\lambda\in R$
β) Αν R(x)=Q(x)-P(x),τότε:
i) Να αποδείξετε ότι το x-1 είναι διαιρέτης του R(x)
ii) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του R(x) με το $(x-1)^2$.

96. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4+\alpha x^3+\beta x^2-12x+\gamma$ το οποίο έχει παράγοντα το x-1,διαιρούμενο με x δίνει υπόλοιπο 9 και διαιρούμενο με x+1 δίνει υπόλοιπο 16.
α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β ,γ $\in R$
β) Να αποδείξετε ότι το P(x) είναι τετράγωνο ενός άλλου πολυωνύμου Q(x),το οποίο και να βρείτε

97. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=x^9+x-1$ και $Q(x)=P(P(x))-P(x)+3$.
Να βρείτε :
α) τον σταθερό όρο του Q(x)
β) το άθροισμα των συντελεστών του Q(x)
γ) το υπόλοιπο της διαίρεσης του Q(x) με το x^2-x

98. Τα πολυώνυμα x-2 και x-5 είναι διαιρέτες του πολυωνύμου P(x).Δίνεται επίσης το πολυώνυμο : $Q(x)=P(x+3)+x^2+2x+6$.
Να βρείτε τα υπόλοιπα των διαιρέσεων ;
α) $Q(x):(x+1)$ και $Q(x):(x-2)$
β) $Q(x):(x^2-x-2)$

99. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4+\alpha x^3+\beta x^2+\alpha x-5\alpha+1$ το οποίο όταν διαιρεθεί με το x^2-4 δίνει υπόλοιπο υ(x)=10x+3.
α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β $\in R$
β) Να βρείτε το κ ,$\lambda\in R$,ώστε το πολυώνυμο $Q(x)=P(x)+\kappa x+\lambda$ να έχει παράγοντα το x^2+2x-3

100. Δίνεται το πολυώνυμο
$P(x)=x^4+(\sigma\upsilon\nu 2\alpha-1)x^3+(\eta\mu\alpha-\sigma\upsilon\nu 2\alpha)x^2-(\eta\mu\alpha+2)x+2$
α) Να αποδείξετε ότι το x-1 είναι παράγοντας του P(x)
β) Να βρείτε για ποιες τιμές του α ,το P(x) έχει παράγοντα το $(x-1)^2$

101. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\eta\mu\theta\cdot x^2+\sigma\upsilon\nu 2\theta\cdot x+\alpha$
Το P(x) διαιρούμενο με x δίνει υπόλοιπο -2
α) Να βρείτε την τιμή του α $\in R$
β) Αν επιπλέον το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1είναι -3,να

βρείτε τις τιμές του θ.

102.Δίνεται πολυώνυμο P(x) με P(0)=1.Επίσης το P(x) διαιρούμενο με x-α δίνει πηλίκο x^2+4x+3 και διαιρούμενο με x-β δίνει πηλίκο $x^2+5x+10$

α) Να βρείτε το πολυώνυμο P(x)

β) Να βρείτε τα κ ,λ $\in$R ώστε το πολυώνυμο $Q(x)=P(x)+\kappa x+\lambda$ να έχει παράγοντα το $(x-1)^2$

103.Το πολυώνυμο διαιρούμενο με x-α δίνει υπόλοιπο β, διαιρούμενο με x-β δίνει υπόλοιπο γ και διαιρούμενο με x-γ δίνει υπόλοιπο α ,όπου α , β ,γ $\in$R διαφορετικοί ανά δύο

α) Αν π(x) είναι το πηλίκο της διαίρεσης P(x) με το x-γ ,να αποδείξετε ότι :

$$\pi(\alpha)\cdot\pi(\beta)=\frac{\alpha-\beta}{\beta-\gamma}$$

B) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x)=P(P(P(x)))-x$ έχει παράγοντα το (x-α)(x-β)

104.α) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-α)(x-β) ,με α ≠ β, είναι ίσο με: $\upsilon(x)=\frac{P(\alpha)-P(\beta)}{\alpha-\beta}x+\frac{\alpha P(\beta)-\beta P(\alpha)}{\alpha-\beta}$

β) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^{100}-2x^{99}+\kappa x+\lambda$

i)Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-2)(x+1)

ii)Να βρείτε τα κ ,λ $\in$R ώστε το (x-2)(x+1) να είναι παράγοντας του P(x).

ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

105.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3+3x^2-10x=0$ β) $x^5=9x^3$

γ) $x^4+8x=0$ δ) $x^3+2x^2-x-2=0$

δ) $x^2(x-2)=9(x-2)$ ε) $(x-1)^3-3(x^2-1)+2(x-1)=0$

106.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^5-32=0$ β) $(2x-1)^4-81=0$

γ) $(x+2)^7+1=0$ δ) $-x^6-128=0$

107.Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $\frac{x}{x-1}+\frac{x+2}{x+1}=\frac{3}{x^2-1}$ ii)) $\frac{x^2}{x+1}-\frac{4}{x-1}=\frac{2}{x^2-1}$

108.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x^6+7x^3-8=0$ β) $(2x-5)^4-10(2x-5)^2+9=0$

γ) $(x+4)^6+16(x+4)^3+64=0$ δ) $(x^2-5)^2-3(x^2-5)=4$

109.Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω εξισώσεις δεν έχουν ακέραιες ρίζες:

α) $x^3-5x^2+x-2=0$ β) $x^4-3x^2+7x+1=0$

110.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α)x^3-8x+7=0 β)x^4-5x^3+6x^2+x-2=0

γ)(x^3-2x)x+x+2=0 δ)(x- 1)(x^4+4)-3 (x+4)=0

ε)x^4-2x^3-7x^2+8x+12=0

111.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x^4-5x^3+5x-1=0$ β) $3x^3+10x^2+2x-3=0$

γ) $x^3-x^2-10x-8=0$ δ) $6x^5-19x^4+13x^2-19x+6=0$

ε) $3x^3-13x^2+13x-3=0$ στ) $x^3+3x^2-6x-8=0$

ζ) $x^3+5x^2-10x+28=0$ η) $x^4-6x^2=4x^2-9$

θ) $3x^3-8x^2-16x+16=0$ ι) $x^4-5x^3+8x^2-7x+3=0$

112.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $2x^3-x^2-7x+6=0$ β) $3x^3-5x^2-11x-3=0$

γ) $x^3-3x^2-10x+24=0$ δ) $2x^3+9x^2+7x-6=0$

113.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x^4+2x^3-7x^2-8x+12=0$ β) $x^4-3x^3-6x^2+6x+8=0$

γ) $x^4-8x^2-4x+3=0$ δ) $x^4+4x^3-23x^2+18=0$

114.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $3x(x-1)^2=x+5-(x-3)^2$

β) $(x-1)^3-15x=3-3(x-2)(x+2)$

γ) $(x-4)(x+4)-x(x+1)^2=x(1-x)-(x^2-2)^2$

δ) $31-x(x-1)^3=7x-3(x-3)(x+3)$

115.Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων με τον άξονα χ΄χ:

α) $f(x)=3x^3+8x^2-15x+4$ β) $f(x)=x^4+3x^3-x^2-9x-6$

116.Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων f και g

α) $f(x)=x^4+2x^3-5x^2+7x$ και $g(x)=2x^3+x^2+6$

β) $f(x)=x^4-2x^2+7$ και $g(x)=x^3+5x^2-5x-3$

117.Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^4-15x^2+10x+24}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της f

118.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{1}{2}x^3+\frac{17}{6}x^2+3x-\frac{4}{3}=0$ β) $\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{12}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}=0$

γ) $x^4-\frac{7}{6}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

δ) $\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{8}x^2+2x-\frac{3}{2}=0$

119.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^5+3x^4+6x^3+12x^2+8x=0$ β) $2x^5-5x^4-4x^3+15x^2-6x=0$

120.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^6-6x^4+11x^2-6=0$ β) $x^9-5x^6-22x^3-16=0$

γ) $x^6-13x^2+12=0$ δ) $x^6-6x^4+32=0$

121.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x^2+1)^3-8(x^2+1)^2+17(x^2+1)-10=0$

β) $(x^2-2)^3+3(x^2-2)^3-11=0$

γ) $(x^2-x+2)^2-10(x^2-x-1)-9=0$

δ) $(x^2+x-5)^3-5(x^2+x-4)^2-7(x^2+x-3)+40=0$

122.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)$x^6-9x^3+8=0$ β)$(x^2+3x-2)^6-9(x^2+3x-2)^3+8=0$

γ)$(x+2)^8-3(x+2)^4-4=0$ δ) $(x^3-11x+12)^4-3(x^3-11x+12)^2-4=0$

ε) $(\frac{x-1}{x})^2-5(\frac{x-1}{x})+6=0$

123.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$ β) $12x^4+8x^3-39x^2-8x+12=0$

124.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=24$ β) $(x-1)(x-3)(x+4)(x+5)=60$

125.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $(x+1)^6-7(x+1)^3-8=0$ β) $x^2(x+1)^2-8(x^2+x)+12=0$

γ) $(x^2-x+2)^2-10(x^2-x-5)-49=0$ δ) $3x^3+13x^2+10x+2=0$

126.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $(2x+1)^6+7(2x+1)^3=8$ β) $6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)-38=0$

γ) $2\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-15\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+6\left(x+\frac{1}{x}\right)+7=0$

127.Αν κ ακέραιος αριθμός να δείξετε ότι η εξίσωση: $5x^{2\nu}+9\kappa\chi-1=0$

δεν έχει ακέραιες ρίζες.

128.Αν κ, λ ακέραιοι αριθμοί να δείξετε ότι η εξίσωση: $8\lambda x^{2\nu} - 2(k-1)x + 1 = 0$ δεν έχει ακέραια λύση.

129.Δίνεται η εξίσωση $x^5 - \alpha x^3 + \beta x^2 + x - 1 = 0$. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε η εξίσωση να έχει το ανώτερο δυνατό πλήθος ακέραιων ριζών.

130.Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x) = (x+1)^{2010} - 2(x-1)^{2009} - (2x)^{2010} + x^2 - x - 2$
α) Να βρείτε τον σταθερό όρο του P(x)
β) Να βρείτε τις ακέραιες ρίζες του P(x)

131.Το πολυώνυμο : $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + (3\alpha - 1)x - 8\alpha$ έχει παράγοντα το x-2.
α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in R$
β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

132.Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 + \alpha x - \alpha + 1$.Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1 είναι -12.
α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in R$
β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

133.Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^2 + \beta x + \alpha$ έχει παράγοντα το x+2.Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-1 είναι -18.
α)Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in R$
β)Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

134.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 22x + 6\alpha$,το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 + 2x - 3$.
α) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in R$
β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

135.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 4x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 6$,το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 + 2x + 1$.
α) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in R$
β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

136.Το πολυώνυμο : $P(x) = 8x^6 - 30x^4 + \alpha x^2 + \alpha - 1$ έχει παράγοντα το $x + \sqrt{2}$.
α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in R$
β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

137.Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 11x - 2\alpha$ διέρχεται από το σημείο M(-1,6).
α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in R$
β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα χ΄χ

138.Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3x^3 + \alpha x^2 - 5x - \alpha - 2$ τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο με τεταγμένη 6.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in R$

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα χ΄χ

139.Δίνεται η εξίσωση $x^3 + \alpha x^2 + (2\alpha + 3)x - 3 = 0$,με $\alpha \in Z$

α) Να βρείτε για ποια τιμή του $\alpha \in Z$ η παραπάνω εξίσωση έχει ακέραια ρίζα

β) Για τη μικρότερη τιμή του α που βρήκατε στο ερώτημα (α) ,να λύσετε την παραπάνω εξίσωση

140.Το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 5\alpha x - 3$,με α ,$\beta \in Z$ έχει δύο ακέραιες και αρνητικές ρίζες.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,$\beta \in Z$

β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

141.Το πολυώνυμο $P(x) = 6x^4 - x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 1$,με α ,$\beta \in Z$ έχει δύο ακέραιες ρίζες.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,$\beta \in Z$

β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

142.Το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + 4$,με α ,β ,$\gamma \in Z$ και $\alpha \neq 0$ έχει δύο ακέραιες και περιττές ρίζες.

α) Να βρείτε την τιμή του β και να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και γ είναι αντίθετοι

β) Να εκφράσετε την τρίτη ρίζα του P(x) σαν συνάρτηση του α

143.Το πολυώνυμο : $P(x) = x^4 - \alpha x^3 - 9x^2 + 9\alpha x + \beta$ έχει παράγοντα το $x - 3$.

α) Να αποδείξετε ότι β=0

β) Αν το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης P(x)=0 είναι 2,να βρείτε το α.

144.Δίνεται η εξίσωση $x^5 + x^4 + \kappa x + \lambda = 0$. Να προσδιοριστούν οι κ, λ ώστε το πολυώνυμο να έχει ρίζα το - 1 με πολλαπλότητα 2 (διπλή ρίζα). Μετά να βρεθούν και οι άλλες ρίζες της εξίσωσης.

145.Αν το $(x-p)^2$ διαιρεί το $P(x)=x^3+\alpha x+\beta$ τότε δείξε ότι $\left(\frac{\alpha}{3}\right)^3 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 = 0$

146.Αν το $(x-p)^2$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)=x^3+\alpha x^2+\beta x+\gamma$ δείξε ότι ο p είναι ρίζα της εξίσωσης $\alpha x^2+2\beta x+3\gamma=0$

147.Αν το $(x-p)^2$ διαιρεί το $f(x)=x^3-2\alpha x+2\beta \Leftrightarrow \alpha^3 = \beta^2$

148.Δείξτε ότι το $x^2 - x - 2$ είναι παράγοντας του $P(x)= 2x^4 - 7x^3 - 2x^2 + 13x + 6$ και στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση P(x)=0.

149.Να βρεθούν τα α, β ώστε το $P(x)= 2x^3 - 9x^2 + (\alpha + \beta)x + 3\beta$ να έχει παράγοντες τους x-2 και x-3.

150.Να βρεθεί ο α ώστε το πολυώνυμο $P(x)= x^3 + (2\alpha - 1)x^2 - 5x + \alpha^2 - 3$ διαιρούμενο με x+1 να δίνει υπόλοιπο 15 και κατόπιν να λυθεί η εξίσωση P(x)=15.

151. Να βρεθούν τα α, β ώστε το $P(x) = x^4 + (\alpha - \beta)x^3 + 2\alpha x^2 - 5x + 4$ να διαιρείται με τη μεγαλύτερη δυνατή δύναμη του x-1 και κατόπιν να λυθεί η εξίσωση P(x)=0.

152. Αν το $P_1(x) = \alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \varepsilon$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$ δείξτε ότι το $P_2(x) = 4\alpha x^3 + 3\beta x^2 + 2\gamma x + \delta$ έχει παράγοντα το x-1.

153. Δείξτε ότι το πολυώνυμο $P(x) = (1-x)^{2\nu} - x^{2\nu} + 2x - 1, \nu \in N^*$ έχει παράγοντες όλους τους παράγοντες του $2x^3 - 3x^2 + x$

154. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-2)(x-3) αν είναι γνωστό ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-2 είναι 10 και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-3 είναι ίσο με το 15.

155. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 - 8x - \beta$. Να βρείτε τα $\alpha,\beta \in R$ να διαιρείται με το (x+3)(x-2).

156. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^{\nu+1} - \alpha x + \beta$ να διαιρείται δια του $(x-1)^2$

157. Για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in R$ το $P(x) = x^4 + 4\alpha x^3 - 2x^2 + 3\beta x + 2$ έχει παράγοντες τους x-1, x+2. Για τις τιμές αυτές να λυθεί η εξίσωση P(x)=0

ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

158. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $2x^3 - x^2 - 7x + 6 > 0$ β) $x^3 + 2x^2 - 11x - 11 < 0$

γ) $3x^3 + 5x^2 - 26x + 8 \geq 0$ δ) $x^3 + 3x + 4 \leq 0$

159. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \leq 0$ β) $x^3 - 3x^2 + 4 > 0$

γ) $-4x^3 - 4x^2 + 7x - 2 \geq 0$ δ) $2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 < 0$

160. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$ β) $x^3 + 3x \geq 5x^2 - 9$

γ) $3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 \leq 0$ δ) $x^4 - 3x^3 + 6x \leq 4$

ε) $x^4(3x-4) \geq 10x^2(2x-1) + 6 - 17x$

161. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 \geq 0$ β) $x^4 + 5x - 6 \geq 0$

γ) $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6 \leq 0$ δ) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12 \leq 0$

162.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $x^4-2x^3+3x^2-4x+2>0$ β) $x^4-7x^3+16x^2-15x+9\geq 0$

γ) $x^4-6x^3+13x^2-12x+4\leq 0$ δ) $x^4-5x^3+10x^2-12x+8<0$

163.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $x^3-2x^2-5x-6<0$ β) $x^3-3x^2-4x+12\leq 0$

γ) $x^4-5x^2+4<0$ δ) $2x^3-3x^2-3x+2\geq 0$

ε) $3x^4-4x^3+1\geq 0$ στ) $2x^3-11x^2+12x+9>0$

ζ) $x^4+2x^3+2x^2+10x-15\geq 0$

164.Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4-7x^3+17x^2-17x+6$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα χ΄χ

165.Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=-x^4+x^3-x^2+3x+6$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα χ΄χ

166.Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^3+7x^2+x-10$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα χ΄χ

167.Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4+3x^3-3x^2-11x-6$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα χ΄χ

168.Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^3+7x^2+x-10$ βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=3x^2+4x-5$

169.Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4-3x^2+3x-5$ δεν βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=x^5-3x^4+2x^3+x^2-5$

170.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $4x^6-x^4-30x^2+27=0$ β) $4x^6-13x^4+11x^2-2<0$

171.Το πολυώνυμο : $P(x)=3x^3+\alpha x^2-2x+\alpha+15$ έχει παράγοντα το x-2.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)\leq 0$

172.Το πολυώνυμο $P(x)=3x^3+\alpha x^2-13x+\beta$ έχει παράγοντα το x+1.Το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-2 είναι -24.

α) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha,\beta\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση P(x)<0

173.Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=3x^3+\alpha x^2-(\beta+4)x-17$ και

$Q(x)=x^3+(\alpha-1)x^2+\beta x-2$.Το P(x) διαιρούμενο με x-2 αφήνει υπόλοιπο -29,ενώ το Q(x) έχει παράγοντα το x-1.

α) Να βρείτε τις τιμές των $\alpha,\beta\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)\geq Q(x)$

174.Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^3+\alpha x^2-17x+4\alpha$ διέρχεται από το σημείο Μ(3,-36) .

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$

β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται :

i) πάνω από τον άξονα χ΄χ

ii) κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=x^3-7x-36$

175. Το πολυώνυμο $P(x)=4x^6+\alpha x^4-10x^2+\alpha-12$ έχει παράγοντα το x-1.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)<0$

176.Το πολυώνυμο $P(x)=4x^5-4x^4-7x^3+2x^2+\alpha x+\beta$ έχει παράγοντα το x^2-1.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,$\beta\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)\geq 0$

177.Το πολυώνυμο $P(x)=2x^3-5x^2-2x+\alpha$ διαιρούμενο με 2x-1 αφήνει υπόλοιπο 5.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$

β) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του P(x) με το 2x-1

γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)\geq 50$

178.Το πολυώνυμο $P(x)=3x^3-5x^2-11x+\alpha$ έχει παράγοντα το 3x+1.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)\geq 3x+1$

179.Το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\alpha x^2-13x-5\alpha$ έχει παράγοντα το x-1.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha\in R$

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)>0$

γ) Να βρείτε το πρόσημο του γινομένου $A=P(-99)\cdot P(-\sqrt{3})\cdot P(\sqrt{2})\cdot P(\sqrt{7})\cdot P(2009)$

<u>ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ</u>

180.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2-\dfrac{2x}{x-1}=x$ β) $2x^2-\dfrac{14(x-1)}{x}=\dfrac{2}{x}-3(x-1)$

γ) $3x+2-\dfrac{x(3x^2-8)}{x-2}=2x+\dfrac{4}{x+2}$ δ) $x^2+4-\dfrac{7x+10}{x+2}=2x+\dfrac{4}{x+2}$

181.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x-\dfrac{3(x+2)}{x}=\dfrac{4}{x^2-2x}-\dfrac{2}{x-2}$ β) $\dfrac{14}{x^2-1}-\dfrac{7}{x-1}=4-\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$

γ) $\dfrac{3x^2}{x-2}-\dfrac{9x}{x^2-4}-\dfrac{10x^2+20}{x^3-4x}=4+\dfrac{10}{x^2+2x}$ δ) $x^2+4-\dfrac{7x+10}{x+2}=2x+\dfrac{4}{x+2}$

182.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x+\frac{3}{x-2}=1-\frac{4-5x}{x^2-2x}$ β) $\frac{2x^2}{x^2-1}=\frac{1}{x-1}-\frac{x^2+x+1}{x+1}$

γ) $\frac{x^2-3x+2}{x}-\frac{1-3x^2}{x-1}=\frac{2}{x^2-x}$ δ) $(x+1)^2+\frac{3(x+1)^2}{x}=\frac{x+2}{x}-\frac{x^2+2x-1}{x(x+1)}$

183.Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x-\frac{x+8}{x-1}\geq 0$ β) $x^2+x+3+\frac{5(x^2+1)}{x-3}\leq 0$

γ) $\frac{x^3+3x-6}{x-4}+2x>0$ δ) $x^2\geq x-\frac{2(x^2-x-1)}{x-3}$

184.Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x-\frac{x+8}{x-1}\geq 0$ β) $x^2+x+3+\frac{5(x^2+1)}{x-3}\leq 0$

γ) $\frac{x^3+3x-6}{x-4}+2x>0$ δ) $x^2\geq x-\frac{2(x^2-x-1)}{x-3}$

185.Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $\frac{x^2}{x+2}>\frac{4(x-2)}{x}-\frac{x-10}{x^2+2x}$ β) $\frac{x^3+6x-5}{x^2-9}+\frac{3x}{x+3}+\frac{5}{x-3}+2\geq 0$

γ) $\frac{2x^2}{x+2}\leq\frac{3x}{x-1}-\frac{2x+3}{x^2+x-2}$ δ) $x^2\geq x-\frac{2(x^2-x-1)}{x-3}$

186.Να λύσετε τις ανισώσεις:

$i)\ \frac{x^3+2x-4}{x-2}<1$ $ii)\ \frac{x^2}{x+1}-\frac{4}{x-1}\leq\frac{2}{x^2-1}$

187.Να λυθεί η ανίσωση: $x^2+\frac{3x^2}{x-1}>\frac{x+1}{x-1}+\frac{3-x^2}{x^2-1}$

188.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x-5\sqrt{x}+4=0$ β) $x-2\sqrt{x}-3=0$

γ) $x+6\sqrt{x}+8=0$ δ) $x-10\sqrt{x}+25=0$

ε) $\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x}-8=0$ στ) $\sqrt[3]{x}-3\sqrt[6]{x}+2=0$

189. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2-3\sqrt[3]{x}-4=0$ β) $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2-4\sqrt[3]{x}+3=0$

γ) $\sqrt[5]{(x-1)^2}-3\sqrt[5]{x-1}+2=0$ δ) $\sqrt[3]{x^2-4x+4}-2\sqrt[3]{x-2}-3=0$

190.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\left(\frac{x^2}{x-2}\right)^2-7\cdot\frac{x^2}{x-2}-8=0$ β) $\left(\frac{x}{x+3}\right)^3-7\cdot\left(\frac{x}{x+3}\right)^2+\frac{14x}{x+3}-8=0$

γ) $2\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^3-\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2-22\frac{x-1}{x+2}-24=0$ δ) $\left(\frac{x-1}{x}\right)^4-5\cdot\left(\frac{x-1}{x}\right)^2+4=0$

191.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x^2-23x+18\sqrt{x}+40=0$ β) $x-33\sqrt{x}+28\sqrt[4]{x}+60=0$

192.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\sqrt{x^2+x+9}-\sqrt{x^2+x+1}=2$ β) $\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{2x^2+4x+3}=\sqrt{6x^2+12x+7}$

γ) $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}+\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ δ) $\sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}+\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}=\frac{5}{2}$

193.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $2ημ^3x-5ημ^2x-4ημx+3=0$ β) $2συν^4x-3συν^3x-4συν^2x+3συνx+2=0$

194.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $2ημ^3x-5συν^2x+ημx-3=0$ β) $4συν^4x+4συν^3x+11ημ^2x-3συνx-5=0$

195.Να λύσετε τις εξισώσεις :

$\alpha)(2\eta\mu x-1)^4+6(2\eta\mu x-1)^2-7=0$

$\beta)2\eta\mu^3x+5\eta\mu^2x+5\eta\mu x+2=0$

$\gamma)2\sigma\upsilon\nu^4x-5\sigma\upsilon\nu^3x+5\sigma\upsilon\nu x-2=0$

ΑΡΡΗΤΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

196.Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\sqrt{x-3}=2$ β) $\sqrt[3]{2x-1}-3=0$

β) $\sqrt{x^2+4x-5}=4$ δ) $\sqrt{25-x^2}-3=0$

197.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{3x+18}=x$ β) $\sqrt{20-18x}-x=0$

γ) $\sqrt{x+3}=x-3$ δ) $\sqrt{x+20}=2-x$

ε) $\sqrt{2x+13}=x+7$ ζ) $\sqrt{6x+1}=1-x$

198.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x-\sqrt{14-2x}=3$ β) $2+\sqrt{12-2x}=x$

γ) $x-\sqrt{2x+5}=5$ δ) $x-1-\sqrt{x+11}=0$

ε) $\sqrt{3x}-x+6=0$ ζ) $x+\sqrt{26-11x}-4=0$

199.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{x+8}-\sqrt{x-4}=2$ β) $\sqrt{x-5}-3=\sqrt{x-8}$

γ) $\sqrt{2x+12}-\sqrt{3-x}=3$ δ) $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x-2}=1$

ε) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=2$ στ) $\sqrt{x+7}+\sqrt{6-x}=5$

200.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{9-x^2}-\sqrt{x-5}=2$ β) $\sqrt{4-x^2}+\sqrt{3x-6}=8-4x$
γ) $\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x-1}=x$ δ) $\sqrt[3]{x^2-4}+\sqrt[3]{4-x^2}=x+2$

201.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\sqrt{x^3+5x^2-17x-21}=\sqrt{3-x}$ β) $\sqrt{x^4-3x^3+x^2+3x-2}=2(x-1)$

202.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\sqrt{1+4\sqrt{x}}=1+\sqrt{x}$ β) $\sqrt{12-\sqrt{x}}=6-\sqrt{x}$
γ) $\sqrt{\sqrt{x}-1}=3-\sqrt{x}$ δ) $\sqrt{5-\sqrt{x-2}}=3-\sqrt{x-2}$

203.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $x+\sqrt{x+2}=0$ β) $\sqrt{2x-1}=\sqrt{x^2-4}$
γ) $\sqrt{x+7}-\sqrt{x+2}=1$ δ) $\sqrt{5x-1}-\sqrt{8-2x}=\sqrt{x+1}$

204.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\sqrt{2+\sqrt{x-3}}=\sqrt{11-x}$ β) $\sqrt{x+\sqrt{1-x}}-\sqrt{x}=1$
γ) $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}=\sqrt{8}$ δ) $\sqrt{x}-1=\sqrt{x-1-\sqrt{x+7}}$

205.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\sqrt{x-1}=\sqrt[3]{3-x}$ β) $x+\sqrt[3]{x+1}-1=0$

206.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}=\sqrt{4x-1}$ β) $\sqrt{x+1}=\sqrt{x+6}-\sqrt{x-2}$

207.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\dfrac{x}{1+\sqrt{x+1}}+\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{2}=4$ β) $2-\sqrt{x-2}=\dfrac{\sqrt{x+6}}{2+\sqrt{x-2}}$

208.Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\sqrt{x-3}=\lambda$ β) $\sqrt{x^2+3}=x+\lambda$
γ) $\sqrt{x^2+4}=x-\lambda$ δ) $\sqrt{4-x^2}=\lambda$
ε) $\sqrt{x+1}=\lambda-x$

209.Να λύσετε τις εξισώσεις :

$i) x+\sqrt{5x+10}=8 \qquad ii) \sqrt{x}-2=\sqrt{x+1}$

$iii) \sqrt{x-8}=2+x \qquad iv) \sqrt{x}+\sqrt{x+32}=16$

$v) \sqrt{2+\sqrt{x-5}}=\sqrt{13-x} \qquad vi) \sqrt{x-1}-1=\dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

$vii) \dfrac{4-\sqrt{x}}{2}=\dfrac{\sqrt{4x+20}}{4+\sqrt{x}} \qquad viii) \sqrt{2-x}+\dfrac{4}{3+\sqrt{2-x}}=2$

$ix) \sqrt{-x-1}-1=\dfrac{1}{\sqrt{x^3-x}} \qquad x) \sqrt{2x^2-7x+4}=\sqrt{x^2+3x-5}$

210.Να λυθεί η εξίσωση $x+\sqrt{x^2-x+\lambda^2+1}=\lambda$.

211.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{3x}-\sqrt{x+1}=1$

β) $\sqrt{8-7y}-\sqrt{-y}=\sqrt{4-3y}$

γ) $x^2-6x-2-\sqrt{x^2-6x+2}=1$

ΑΡΡΗΤΕΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

212.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{x^2+1}\geq 0$ β) $\sqrt{x-5}\geq 0$ γ) $\sqrt{3x-5}<0$

ε) $\sqrt{x^2+4}<-3$ στ) $\sqrt{x^2-9}\geq -2$ ζ) $\sqrt{4-x^2}>0$

η) $\sqrt{x^2-2x+1}>0$

213.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{2x-1}<\sqrt{9-3x}$ β) $\sqrt{1-x}\geq\sqrt{x+3}$

γ) $\sqrt{x-6}-\sqrt{2-x}<0$ δ) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+3}\leq 0$

214.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{x-3}\geq x-5$ β) $\sqrt{x+4}\leq x+7$

γ) $\sqrt{x+2}-x>0$ δ) $x-2-\sqrt{x}>0$

215.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{7-x}>x-1$ β) $\sqrt{x-4}>2-x$

γ) $\sqrt{x-6}\leq 3-x$ δ) $2\sqrt{x-2}<x-1$

216.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{x^2-3x}\geq x-3$ β) $\sqrt{x^2+3x-10}\leq x+5$

γ) $\sqrt{2-x-x^2}>x-3$ δ) $\sqrt{-x^2+9x-8}<x^2-8x$

217.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{2-x}\geq\sqrt{x+4}$ β) $\sqrt{3x-1}\leq\sqrt{x-5}$

γ) $\sqrt{x+3}>x+2$ δ) $\sqrt{x^2-1}<x+3$

218.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{x+5}-\sqrt{x+2}\geq 1$ β) $\sqrt{4-\sqrt{5-x}}-\sqrt{3-x}>0$

219.Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\sqrt{x-2}+2<3\sqrt[4]{x-2}$ β) $\sqrt{3x^2-x+5}-\sqrt{3x^2-x}\geq 1$

220.Να λύσετε τις ανισώσεις :

$i)\sqrt{3x+7}<\sqrt{x+3}$

$ii)x-1\geq\sqrt{x+5}$

$iii)\sqrt{x^2+x+3}\geq x+\frac{1}{2}$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

221.Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $50x^3-51x^2+51x-50=0$

β) $6x^4+35x^3+62x^2+35x+6=0$

222.Να λύσετε τις εξισώσεις :

$i)x^4-4x^3+6x^2-4x+1=0$ $ii)6x^4+25x^3+12x^2-25x+6=0$

223. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^3-3x^2-3x+1=0$

β) $6x^3-19x^2+19x-6=0$

γ) $x^3-2x^2+2x-1=0$

224. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $x^4-4x^3+5x^2-4x+1=0$

β) $x^4-9x^3-26x^2-9x+4=0$

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

225.Το πολυώνυμο $Q(x)=\alpha x^3+(\alpha+\beta)x^2-2(\beta+\gamma)x+4\gamma-3\delta$ είναι ίσο με το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)=x^4-2x^2+3x-2$ με x+2 .Να βρείτε τις τιμές των α,β,γ,δ $\in$R.

226.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=ax^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$,όπου α,β πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1 είναι ίσο με 2 ,τότε να δείξετε ότι α=2 και β=4

β) Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος α) να λύσετε την εξίσωση P(x)=0.

227.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\kappa x^3-(\kappa+\lambda)x^2+\lambda x+1$.

α. Αν $P(-\frac{1}{2})=7$ *και* $P(-1)=23$,να αποδείξετε ότι κ = -6 και λ=-5

β. Να γίνει διαίρεση του P(x) για κ= -6 και λ=-5 ,με το πολυώνυμο 2x+1 και να γραφεί το P(x) με την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης

γ. Να λυθεί η ανίσωση P(x) > 7 για κ= -6 και λ=-5

228.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4-8x^3+(5\alpha-1)x^2+8x-3\alpha-6$,όπου α$\in$R.

α) Να κάνετε τη διαίρεση του P(x) δια του x^2-1 και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα

β) Να βρείτε την τιμή του α ,ώστε η διαίρεση να είναι τέλεια

γ) Για α=3 ,να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης P(x)=0 καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης P(x) είναι κάτω από τον χ΄χ

229.Έστω πολυώνυμο 3ου βαθμού το οποίο διαιρείται με το πολυώνυμο x^2+1 ,έχει ρίζα το 0 και το άθροισμα των συντελεστών του είναι ίσο με 2.

α) Να αποδείξετε ότι $P(x)=x^3+x$

β) Να λύσετε την ανίσωση $\left(P(x)-2\right)^3+\left(P(x)-2\right)^2+P(x)>2$

230.Δίνονται τα πολυώνυμα P(x) και Q(x) με $Q(x)=2x^3+13x^2+\alpha x-\alpha-1$.Το P(x) διαιρούμενο με x^2-4x+3 αφήνει υπόλοιπο 3x-5 ,ενώ το Q(x) έχει παράγοντα το $x-P(1)+P(3)$.

α) Να βρείτε την τιμή του α$\in$R

β) Να λύσετε την εξίσωση Q(x)=0

231.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4-2x^3+x^2+\alpha x+\beta$ Η διαίρεση του P(x) με το x^2+2 αφήνει υπόλοιπο 3x-2.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β$\in$R

β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=3x-2

232.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^9+\beta x^7+\gamma x-2010$ όπου α,β,γ≠0 πραγματικοί αριθμοί.

α) Να εξετάσετε αν το P(x) μπορεί να έχει παράγοντα το x^2-1

β) Να βρείτε τον βαθμό του πολυωνύμου $Q(x)=P(x)+P(-x)$

γ) Αν ισχύει P(2009)=-20 ,να βρείτε την τιμή P(-2009)

233.Το πολυώνυμο $P(x)=x^4+\alpha x+\beta$ διαιρούμενο με x^2+x-2 δίνει υπόλοιπο 11x-6

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β$\in$R

β) Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x)=P(x)+(2x-4)^2$ είναι τέλειο τετράγωνο ενός άλλου πολυωνύμου

γ) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

234.Δίνεται πολυώνυμο P(x) για το οποίο ισχύει $P(x)-P(x-1)=6x^2-8x+16$.
Το υπόλοιπο της διαίρεση του P(x) με το x+1 είναι 10

α) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x^2+3x+2

β) Αν το πηλίκο της παραπάνω διαίρεσης είναι 2x-9 ,τότε να λύσετε την ανίσωση $P(x)\geq 30x+40$.

235. Καθένα από τα πολυώνυμα $P(x)=x^3+\alpha x^2-5x+\beta$ και $Q(x)=x^3-\beta x^2+(1-5\alpha)x-6$ έχει παράγοντα το x-1.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β∈R

β) Να λύσετε την εξίσωση $\dfrac{2x+1}{P(x)}+\dfrac{x}{Q(x)}=\dfrac{3x+2}{x^2-4}$

236.Το πολυώνυμο $P(x)=x^5-5x^4+\alpha x^3-6x^2+(\alpha-1)x-1$ έχει παράγοντα το x-1.

α) Να βρείτε την τιμή του α∈R

β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

237.Το πολυώνυμο $P(x)=8x^4+12x^3-2x^2+\alpha x+\beta$ έχει παράγοντα το $4x^2-3$.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β∈R

β) Να λύσετε την ανίσωση P(x) ≤0

γ) Να λύσετε την εξίσωση $8\sigma\upsilon\nu^4x+6\sigma\upsilon\nu x\cdot(2\sigma\upsilon\nu^2x-1)=3\sigma\upsilon\nu x-2\eta\mu^2x+5$

238.Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3-6x+6$.

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β∈R για τις οποίες το P(x) παίρνει τη μορφή $P(x)=\beta(x-\alpha)^3-\alpha(x-\beta)^3$

β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

239.Τα πολυώνυμα $P(x)=(x-2)^{2009}+x+5$ και $Q(x)=-2x^3+19x^2+\alpha x+\beta$,όταν διαιρεθούν με το x^2-4x+3 δίνουν το ίδιο υπόλοιπο

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β∈R

β) Να λύσετε την ανίσωση Q(x) ≥0

240.Το πολυώνυμο $P(x)=\alpha(x^2-x+1)^3-27(x-1)^2x^2$ έχει σταθερό όρο 4

α) Να βρείτε την τιμή του α∈R

β) Να λύσετε την εξίσωση P(x)=0

241.Το πολυώνυμο $P(x)=16x^4-32x^3+\alpha x^2+\beta x+\gamma$ είναι ίσο με το τετράγωνο του $4x^2+\delta x-3$

α) Να βρείτε τις τιμές των α ,β , γ ,δ∈R

β) Να λύσετε την εξίσωση $2\sigma\upsilon\nu^4x-4\sigma\upsilon\nu^3x+\eta\mu^2x+3\sigma\upsilon\nu x=-\dfrac{1}{8}$