ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Έστω η συνάρτηση $F(x) = f(x) + g(x)$. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι $F'(x) = f'(x) + g'(x)$.

8 μονάδες

Β. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της και τι ονομάζεται παράγωγος της f στο x_o;

5 μονάδες

Γ. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνήσια φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

5 μονάδες

Δ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη,

α) Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α και $x_1 \in A$. Αν $f(x) \geq f(x_1)$, για κάθε x σε μια περιοχή του x_1, τότε το $f(x_1)$ είναι τοπικό μέγιστο της f.

β) Ισχύει $(\ln 2)' = \frac{1}{2}$

γ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f είναι ο παράγωγος αριθμός της f στο x_0.

δ) Οι αθροιστικές συχνότητες N_i, εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i.

ε) Έστω Χ μια μεταβλητή με τιμές $x_1, x_2, \ldots, x_\kappa$ που έχουν σχετικές συχνότητες $f_1, f_2, \ldots, f_K$ αντίστοιχα. Τότε ισχύει $f_1 + f_2 + \ldots + f_K = 100$.

στ) Ως ποσοτικές χαρακτηρίζονται οι μεταβλητές που οι τιμές τους δεν είναι αριθμοί.

ζ) Αν f και g δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης f(g(x)) ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x))\text{-}g'(x)$.

7 μονάδες

ΘΕΜΑ 2ο

Μία κούτα περιέχει βιβλία λογοτεχνικά ,επιστημονικής φαντασίας και αστυνομικά. τυχαία ένα βιβλίο. Η πιθανότητα να είναι λογοτεχνικό είναι $P(\Lambda)=\frac{1}{3}$, η πιθανότητα να είναι επιστημονικής φαντασίας είναι $P(E)= 2\lambda^2$ και η πιθανότητα να είναι αστυνομικό $P(A)= -2^{\alpha} - \frac{5}{6}$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν για το πλήθος $N(\Omega)$ των βιβλίων που υπάρχουν στο κουτί ισχύει $33<N(\Omega)<39$, τότε

Β1. Να δείξετε ότι $N(\Omega)=36$

Μονάδες 6

Β2. Να υπολογιστεί η τιμή του λ

Μονάδες 8

Β3. Να βρείτε πόσα λογοτεχνικά, πόσα επιστημονικής φαντασίας και πόσα αστυνομικά υπάρχουν στο κουτί.

Μονάδες 6

Β4. Να βρεθεί η πιθανότητα αν επιλέξουμε ένα βιβλίο ,το βιβλίο να είναι λογοτεχνικό ή επιστημονικής φαντασίας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Μία αυτοκινητοβιομηχανία παράγει 4 είδη αυτοκινήτων x_1,x_2,x_3,x_4 σε ποσοστά 10%,20%,30% και 40% αντίστοιχα με κόστος παραγωγής 5,4,3,2 χιλιάδες Ευρώ αντίστοιχα.

Α. α) Να βρείτε το μέσο κόστος παραγωγής των x_1,x_2,x_3,x_4

5 μονάδες

β) Να βρείτε τη διακύμανση S^2 του κόστους παραγωγής των x_1,x_2,x_3,x_4

4 μονάδες

γ) Να βρείτε το συντελεστή μεταβολής CV του κόστους παραγωγής των x_1,x_2,x_3,x_4

4 μονάδες

Β. Να βρείτε πόσο πρέπει να αυξηθεί το κόστος παραγωγής των x_1,x_2,x_3,x_4,ώστε το κόστος παραγωγής των x_1,x_2,x_3,x_4 να είναι ομοιογενές

4 μονάδες

Γ. Αν ελαττωθεί το κόστος παραγωγής κάθε είδους κατά 10% και στη συνέχεια γίνει αύξηση του κόστους παραγωγής κατά 0,3 χιλιάδες Ευρώ ανά μονάδα προϊόντος ,να βρείτε :

α) τη νέα μέση τιμή και τη νέα διακύμανση του κόστους παραγωγής των

4 μονάδες

β) το νέο συντελεστή μεταβολής του κόστους παραγωγής των x_1,x_2,x_3,x_4

4 μονάδες

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\neg^3x^2+\frac{2}{x}$, x∈ (0,1), όπου ν ακέραιος αριθμός με ν >1

Α. α. Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως αύξουσα και το διάστημα στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 8

β. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα ακρότατα και να δειχθεί ότι f(x) ≥ 3ν για κάθε x∈ (0,1)

Μονάδες 5

Β. Θεωρούμε τον δειγματικό χώρο Ω = {1, 2, ..., ν} με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και το ενδεχόμενό του, Α για το οποίο ισχύει

$$\neg^3\text{ο}^2(\wedge)+\frac{2}{p(A)}=3\neg \quad \text{και} \quad N(A)=\neg^2-6\neg-6$$

όπου Ρ(Α) είναι η πιθανότητα του Α και Ν(Α) το πλήθος των στοιχείων του Α

α. Να δείξετε ότι Ρ(Α) = $\frac{1}{7}$

Μονάδες 7

β. Αν επιπλέον Β είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου Ω με $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$, να υπολογιστεί η πιθανότητα του ενδεχομένου $A' \cup B$

Μονάδες 5