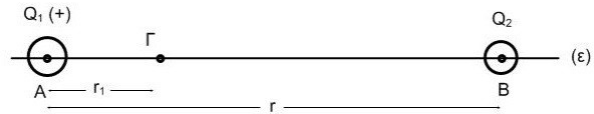


ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δύο πολύ μικρά ηλεκτρικά φορτισμένα σφαιρίδια, με ηλεκτρικά φορτία $Q_1 = +2 \mu\text{C}$ και Q_2 αντίστοιχα, είναι ακίνητα πάνω σε μονωτικό οριζόντιο δάπεδο, στα σημεία A και B όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Τα φορτισμένα σφαιρίδια απέχουν μεταξύ τους $r = 90 \text{ cm}$. Το δυναμικό του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο φορτία είναι μηδέν σε σημείο Γ, το οποίο βρίσκεται στο εσωτερικό του ευθυγράμμου τμήματος AB. Δίνεται η απόσταση $AG = r_1 = 30 \text{ cm}$. (Θεωρούμε τα ηλεκτρικά φορτισμένα σφαιρίδια σαν σημειακά).

Δ₁. Να προσδιορίσετε το ηλεκτρικό φορτίο Q_2 (τιμή και πρόσημο).

Δ₂. Να υπολογίσετε την ένταση E_Γ , του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Γ.

Στο σημείο Γ τοποθετούμε ένα σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $q = -2 \mu\text{C}$, ενώ τα Q_1, Q_2 διατηρούνται ακίνητα.

Δ₃. Να υπολογίσετε τη δύναμη το φορτίο από το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 .

Δ₄. Να βρείτε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου κατά την μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο Γ στο μέσο M του ευθύγραμμου τμήματος (AB).

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

Λύση

Δ₁. Το δυναμικό στο σημείο Γ είναι σύμφωνα με την εκφώνηση μηδέν:

$$V_\Gamma = 0 = V_{\Gamma A} + V_{\Gamma B} = 0 = [k_c \cdot Q_1 / r_1] + [k_c \cdot Q_2 / (r - r_1)] = 0 \Rightarrow [k_c \cdot Q_2 / (r - r_1)] = -[k_c \cdot Q_1 / r_1] \Rightarrow Q_2 = -Q_1 \cdot [(r - r_1) / r_1] \Rightarrow Q_2 = -2 \cdot 10^{-6} \cdot [(90 \cdot 10^{-2} - 30 \cdot 10^{-2}) / (30 \cdot 10^{-2})] \Rightarrow Q_2 = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

Δ₂. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Γ:

$$E_\Gamma = E_1 + E_2 \Rightarrow E_\Gamma = [k_c \cdot |Q_1| / r_1^2] + [k_c \cdot |Q_2| / (r - r_1)^2] \Rightarrow E_\Gamma = [9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} / (30 \cdot 10^{-2})^2] + [9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} / (90 \cdot 10^{-2} - 30 \cdot 10^{-2})^2] \Rightarrow E_\Gamma = 3 \cdot 10^7 \text{ N / C.}$$

Η διεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι η ευθεία που πάνω της βρίσκονται τα φορτία και η φορά της έντασης είναι προς τα δεξιά.

Δ₃. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο Γ ορίζεται:

$$E_\Gamma = F_c / |q| \Rightarrow F_c = |q| \cdot E_\Gamma \Rightarrow F_c = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7 \Rightarrow F_c = 60 \text{ N.}$$

Η διεύθυνση της δύναμης είναι η ευθεία που πάνω

της βρίσκονται τα φορτία και η φορά της δύναμης είναι αντίθετη από την φορά της έντασης στο Γ, γιατί το φορτίο q είναι αρνητικό.

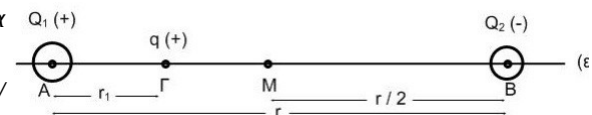
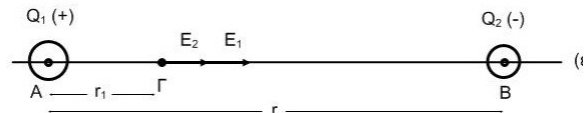
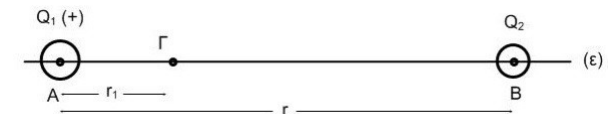
Δ₄. Το μέσο M του ευθύγραμμου τμήματος (AB), άρα

$(MA) = (MB)$. Το δυναμικό του μέσου M:

$$V_M = V_{M,A} + V_{M,B} \Rightarrow V_M = k_c \cdot Q_1 / (AM) + k_c \cdot Q_2 / (MB) \Rightarrow V_M = [k_c / (AM)] \cdot (Q_1 + Q_2) \Rightarrow$$

$$V_M = [9 \cdot 10^9 / (45 \cdot 10^{-2})] \cdot [(2 \cdot 10^{-6}) + (-4 \cdot 10^{-6})] \Rightarrow V_M = (1/5) \cdot 10^{11} \cdot (-2 \cdot 10^{-6}) \Rightarrow V_M = 4 \cdot 10^4 \text{ Volt.}$$

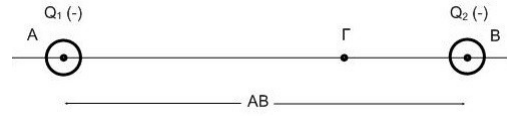
Το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου κατά την μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο Γ στο μέσο M του ευθύγραμμου τμήματος (AB):



$$W_{q, \Gamma \rightarrow M} = q \cdot (V_{\Gamma} - V_M) \Rightarrow W_{q, \Gamma \rightarrow M} = (-2 \cdot 10^{-6}) \cdot (0 - 4 \cdot 10^4) \Rightarrow W_{q, \Gamma \rightarrow M} = +8 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δύο ακίνητα σημειακά φορτία $Q_1 = -12 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ και $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ βρίσκονται στα σημεία A και B ενός ευθυγράμμου τμήματος AB με μήκος $AB = 4 \text{ m}$. Μεταξύ των φορτίων παρεμβάλλεται αέρας.



Δ₁. Να βρείτε το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται μεταξύ των φορτίων Q_1 και Q_2 .

Δ₂. Να υπολογίσετε τη τιμή του δυναμικού του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Γ του ευθύγραμμου τμήματος AB αν $(A\Gamma) = 3 \cdot (B\Gamma)$.

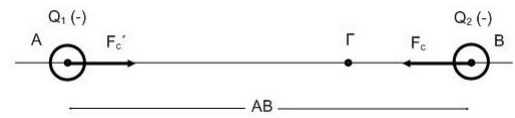
Δ₃. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου των δύο φορτίων στο σημείο Γ.

Δ₄. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του πεδίου για την μεταφορά ενός δοκιμαστικού φορτίου $q = 2 \mu\text{C}$ από το σημείο Γ στο άπειρο.

Δίνεται η τιμή της ηλεκτρικής σταθεράς $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

Λύση

Δ₁. Το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται μεταξύ των φορτίων Q_1 και Q_2 : $F_c = k_c \cdot |Q_1 \cdot Q_2| / (AB)^2 \Rightarrow F_c = 9 \cdot 10^9 \cdot |(-12 \cdot 10^{-6}) \cdot (-4 \cdot 10^{-6})| / 4^2 \Rightarrow F_c = 27 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Το ζητούμενο μέτρο, τιμή και μονάδα μέτρησης, άρα δεν χρειάζεται ο προσδιορισμό της διεύθυνσης (της ευθείας του σχήματος) και της φοράς (που φαίνεται στο σχήμα).



Δ₂. $Ισχύει(AB) = (A\Gamma) + (B\Gamma) \Rightarrow (AB) = (A\Gamma) + [(A\Gamma) / 3] \Rightarrow (AB) = 4 \cdot (A\Gamma) / 3 \Rightarrow (A\Gamma) = 3 \cdot (AB) / 4 \Rightarrow (A\Gamma) = 3 \cdot 4 / 4 \Rightarrow (A\Gamma) = 3 \text{ m}$. Άρα $(B\Gamma) = 1 \text{ m}$. Το δυναμικό στο σημείο Γ: $V_{\Gamma} = V_{\Gamma,A} + V_{\Gamma,B} \Rightarrow V_{\Gamma} = k_c \cdot Q_1 / (A\Gamma) + k_c \cdot Q_2 / (B\Gamma) \Rightarrow V_{\Gamma} = k_c \cdot [Q_1 / (A\Gamma) + Q_2 / (B\Gamma)] \Rightarrow$



$V_{\Gamma} = 9 \cdot 10^9 \cdot \{ [(-12 \cdot 10^{-6}) / 3] + [(-4 \cdot 10^{-6}) / 1] \} \Rightarrow V_{\Gamma} = -72 \cdot 10^3 \text{ Volt}$. Το δυναμικό, ένα μονόμετρο μέγεθος.

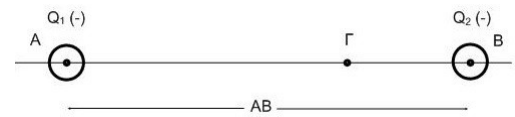
Δ₃. Η ένταση του πεδίου των δύο φορτίων στο σημείο Γ:

$$E_{\Gamma} = E_2 - E_1 \Rightarrow E_{\Gamma} = [k_c \cdot |Q_2| / (B\Gamma)^2] - [k_c \cdot |Q_1| / (A\Gamma)^2] \Rightarrow E_{\Gamma} = [9 \cdot 10^9 \cdot | -4 \cdot 10^{-6} | / 1^2 - [9 \cdot 10^9 \cdot | -12 \cdot 10^{-6} | / 3^2] \Rightarrow E_{\Gamma} =$$



$24 \cdot 10^3 \text{ N / C}$. Το μέτρο της έντασης στο σημείο Γ, η διεύθυνση της έντασης είναι η ευθεία του σχήματος και η φορά της έντασης E_{Γ} είναι ίδια με την φορά της E_2 , δηλαδή προς τα δεξιά.

Δ₄. Η διαφορά δυναμικού από το σημείο Γ στο άπειρο: $V_{\Gamma\infty} = W_{F_c, \Gamma \rightarrow \infty} / q \Rightarrow$ Το έργο της δύναμης του πεδίου για την μεταφορά ενός δοκιμαστικού φορτίου q από το σημείο Γ στο άπειρο:

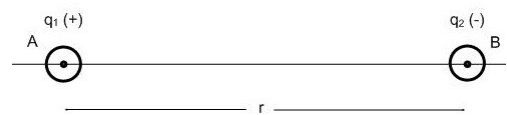


$$W_{F_c, \Gamma \rightarrow \infty} = q \cdot V_{\Gamma\infty} \Rightarrow W_{F_c, \Gamma \rightarrow \infty} = q \cdot (V_{\Gamma} - V_{\infty}) \Rightarrow W_{F_c, \Gamma \rightarrow \infty} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-72 \cdot 10^3 - 0) \Rightarrow W_{F_c, \Gamma \rightarrow \infty} = -144 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

Το έργο της δύναμης Coulomb είναι αρνητικό, κάτι που σημαίνει ότι πρέπει ένας εξωτερικός παράγοντας να δώσει το ποσό του έργου που υπολογίσαμε για μεταφερθεί το δοκιμαστικό φορτίο από το σημείο Γ έως το άπειρο.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δύο ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία $q_1 = 20 \mu\text{C}$ και $q_2 = -80 \mu\text{C}$ βρίσκονται στις θέσεις A και B αντίστοιχα. Τα φορτία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r . Το σύστημα των δύο φορτίων εξαιτίας της μεταξύ τους ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης, έχει δυναμική ενέργεια -24 J .



Δ₁. Να υπολογίσετε την απόσταση r .

Δ_2 . Να υπολογίσετε το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο φορτία, στο μέσον M του τμήματος AB.

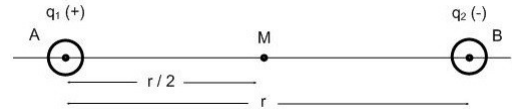
Δ_3 . Σε περιοχή που υπάρχει το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από τα φορτία q_1 και q_2 , να υπολογίσετε τις θέσεις δύο σημείων K και Λ, πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο φορτία, στις οποίες το δυναμικό είναι μηδέν.

Σε μία από αυτές τις δύο θέσεις (στο σημείο K ή Λ) που βρίσκεται πιο μακριά από το q_1 τοποθετούμε αρνητικό δοκιμαστικό φορτίο q.

Δ_4 . Να αιτιολογήσετε αν το φορτίο q θα παραμείνει ακίνητο ή αν θα κινηθεί και προς ποια κατεύθυνση.

Λύση

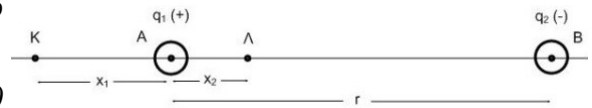
Δ_1 . Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων q_1 και q_2 : $U = k_c \cdot (q_1 \cdot q_2) / r \Rightarrow r = k_c \cdot (q_1 \cdot q_2) / U \Rightarrow r = 9 \cdot 10^9 \cdot [20 \cdot 10^{-6} \cdot (-80 \cdot 10^{-6})] / (-24) \Rightarrow r = 6 \cdot 10^{-1} \text{ m}$.



Δ_2 . Το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο φορτία στο μέσο M του τμήματος AB είναι:

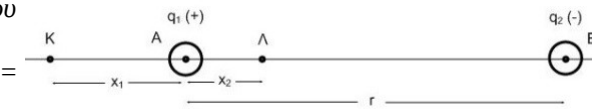
$$V_M = V_{M,A} + V_{M,B} \Rightarrow V_M = k_c \cdot q_1 / (r/2) + k_c \cdot q_2 / (r/2) \Rightarrow V_M = (2 \cdot k_c / r) \cdot (q_1 + q_2) \Rightarrow V_M = [2 \cdot 9 \cdot 10^9 / (6 \cdot 10^{-1})] \cdot (20 \cdot 10^{-6} - 80 \cdot 10^{-6}) \Rightarrow V_M = 18 \cdot 10^5 \text{ Volt}$$

Δ_3 . Το δυναμικό στο σημείο K (σημείο εκτός του ευθύγραμμου τμήματος AB) είναι μηδέν: $V_K = 0 \Rightarrow V_{K,A} + V_{K,B} = 0 \Rightarrow$



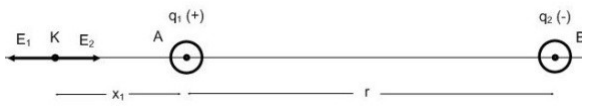
$$(k_c \cdot q_1 / x_1) + [k_c \cdot q_2 / (r + x_1)] = 0 \Rightarrow (9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-6} / x_1) + [9 \cdot 10^9 \cdot (-80 \cdot 10^{-6}) / (0,6 + x_1)] = 0 \Rightarrow 18 \cdot 10^4 / x_1 = 72 \cdot 10^4 / (0,6 + x_1) \Rightarrow (0,6 + x_1) / x_1 = 4 \Rightarrow 0,6 + x_1 = 4 \cdot x_1 \Rightarrow 3 \cdot x_1 = 0,6 \Rightarrow x_1 = 0,2 \text{ m}$$

Το δυναμικό στο σημείο Λ (σημείο εντός του ευθύγραμμου τμήματος AB) είναι μηδέν:



$$V_\Lambda = 0 \Rightarrow V_{\Lambda,A} + V_{\Lambda,B} = 0 \Rightarrow (k_c \cdot q_1 / x_2) + [k_c \cdot q_2 / (r - x_2)] = 0 \Rightarrow (9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-6} / x_2) + [9 \cdot 10^9 \cdot (-80 \cdot 10^{-6}) / (0,6 - x_2)] = 0 \Rightarrow 18 \cdot 10^4 / x_2 = 72 \cdot 10^4 / (0,6 - x_2) \Rightarrow (0,6 - x_2) / x_2 = 4 \Rightarrow 0,6 - x_2 = 4 \cdot x_2 \Rightarrow 5 \cdot x_2 = 0,6 \Rightarrow x_2 = 0,12 \text{ m}$$

Δ_4 . Το αρνητικό δοκιμαστικό φορτίο q τοποθετείται στο σημείο K, ισχύει $x_1 > x_2$ άρα το σημείο K είναι το ζητούμενο σημείο. Η ένταση στο σημείο K: $E_K = E_{K,A} + E_{K,B} \Rightarrow$

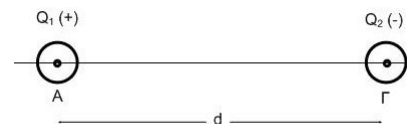


$$E_K = E_1 - E_2 \Rightarrow E_K = [(k_c \cdot |q_1|) / x_1^2] - [(k_c \cdot |q_2|) / (r + x_1)^2] \Rightarrow E_K = [(9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-6}) / (2 \cdot 10^{-1})^2] - [(9 \cdot 10^9 \cdot 80 \cdot 10^{-6}) / (6 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-1})^2] \Rightarrow E_K = 3,375 \cdot 10^6 \text{ N / C}$$

Η E_K έχει την φορά της E_1 (φορά προς τα αριστερά). Ορισμός της έντασης E_K : $E_K = F_c / q \Rightarrow F_c = q \cdot E_K$. Η δύναμη Coulomb F_c , θα έχει αντίθετη φορά (το φορτίο $q < 0$) από την φορά της έντασης E_K , φορά προς τα δεξιά. Το φορτίο q θα κινηθεί με την φορά της δύναμης F_c που το επιταχύνει, άρα το φορτίο q θα κινηθεί προς τα δεξιά.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Δύο σημειακά φορτία τα $Q_1 = +4 \mu\text{C}$ και $Q_2 = -16 \mu\text{C}$ βρίσκονται στις θέσεις A και Γ αντίστοιχα, όπου $AG = d = 10 \text{ cm}$.



Δ_1 . Να προσδιορίσετε την θέση του σημείου Δ, όπου η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 θα είναι μηδέν.

Δ_2 . Να προσδιορίσετε την θέση του σημείου Z που βρίσκεται ανάμεσα στα A και Γ, όπου το δυναμικό που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 του θα είναι μηδέν.

Τοποθετούμε το σημειακό φορτίο $q = +2 \mu\text{C}$ στο σημείο Z.

Δ_3 . Να υπολογίσετε την δύναμη Coulomb που ασκείται στο φορτίο q από τα φορτία Q_1 και Q_2 .

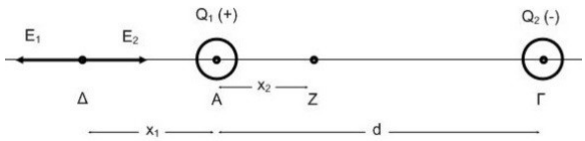
Το φορτίο q μεταφέρεται από το σημείο Z στο σημείο Δ.

Δ₄. Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται στο q κατά την μετάβαση του από το σημείο Z στο σημείο Δ.

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

Λύση

Δ₁. Τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ετερόσημα ($Q_1 \cdot Q_2 < 0$), άρα η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 θα είναι μηδέν εκτός του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ στο σημείο Δ και κοντά στο μικρότερο από τα φορτία Q_1 και



Q_2 (το φορτίο Q_1). Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Δ είναι μηδέν: $E_\Delta = 0 \Rightarrow E_1 - E_2 = 0 \Rightarrow k_c \cdot |Q_1| / x_1^2$

$$= k_c \cdot |Q_2| / (d + x_1)^2 \Rightarrow |Q_2| / |Q_1| = [(d + x_1) / x_1]^2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{[(16 \cdot 10^{-6}) / (4 \cdot 10^{-6})]} = [(d + x_1) / x_1] \Rightarrow [(d + x_1) / x_1] = \pm 2 \Rightarrow \text{Θεωρούμε δεκτή την θετική τιμή. } (d + x_1) = 2 \cdot x_1 \Rightarrow$$

$$x_1 = d = 10 \text{ cm.}$$

Δ₂.

Στο σημείο Z, το δυναμικό που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και

Q_2 θα είναι μηδέν: $V_Z = 0 \Rightarrow V_{Z,1} + V_{Z,2} = 0 \Rightarrow$

$$k_c \cdot Q_1 / x_2 = k_c \cdot Q_2 / (d - x_2) \Rightarrow -Q_2 / Q_1 = [(d - x_2) / x_2] \Rightarrow$$

$$-(-16 \cdot 10^{-6}) / (4 \cdot 10^{-6}) = [(d - x_2) / x_2] \Rightarrow 4 = [(d - x_2) / x_2] \Rightarrow$$

$$4 \cdot x_2 = (d - x_2) \Rightarrow x_2 = d / 5 \Rightarrow x_2 = (10 \cdot 10^{-2}) / 5 \Rightarrow x_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

Δ₃. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Z, υπολογίζεται:

$$E_Z = E_1' + E_2' \Rightarrow E_Z = [k_c \cdot |Q_1| / (x_2^2)] + [k_c \cdot |Q_2| / (d - x_2)^2] \Rightarrow$$

$$E_Z = [9 \cdot 10^9 \cdot (+4 \cdot 10^{-6}) / (2 \cdot 10^{-2})^2] + [9 \cdot 10^9 \cdot (-16 \cdot 10^{-6}) / (10 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 10^{-2})^2] \Rightarrow E_Z = 11,25 \cdot 10^7 \text{ N} / \text{C.}$$

Η διεύθυνση της έντασης είναι η ευθεία που

πάνω της βρίσκονται τα Α, Γ και η φορά της έντασης είναι προς τα δεξιά. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Z, ορίζεται: $E_Z = F_c / |q| \Rightarrow F_c = |q| \cdot E_Z \Rightarrow F_c = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 11,25 \cdot 10^7 \Rightarrow F_c = 225 \text{ N.}$

Αφού το $q > 0$ η φορά της έντασης και η φορά της δύναμης είναι ίδιες.

Δ₄. Στο σημείο Δ, το δυναμικό που δημιουργούν τα φορτία

Q_1 και Q_2 θα είναι: $V_\Delta = V_{\Delta,1} + V_{\Delta,2} \Rightarrow V_\Delta = k_c \cdot Q_1 / x_1 +$

$$k_c \cdot Q_2 / (d + x_1) \Rightarrow V_\Delta = [9 \cdot 10^9 \cdot (+4 \cdot 10^{-6}) / (2 \cdot 10^{-2})] +$$

$$[9 \cdot 10^9 \cdot (-16 \cdot 10^{-6}) / (10 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-2})] \Rightarrow V_\Delta = 6 \cdot 10^5 \text{ Volt.}$$

Η διαφορά δυναμικού $V_{Z\Delta}$, ορίζεται: $V_{Z\Delta} = W_{F_c, Z \rightarrow \Delta} / q \Rightarrow W_{F_c, Z \rightarrow \Delta} = q \cdot (V_Z - V_\Delta) \Rightarrow W_{F_c, Z \rightarrow \Delta} = + 2 \cdot 10^{-6} \cdot (0 - 6 \cdot 10^5) \Rightarrow$

$$W_{F_c, Z \rightarrow \Delta} = -1,2 \text{ J.}$$

Το ζητούμενο έργο της ηλεκτρικής δύναμης που ασκείται στο q κατά την μετάβαση του από το σημείο Z στο σημείο Δ.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Στα σημεία Α και Β ενός ευθύγραμμου τμήματος που απέχουν απόσταση $r = 6 \text{ cm}$ τοποθετούμε δύο σημειακά ετερόσημα φορτία q_1 και $q_2 = 8 \mu\text{C}$

αντίστοιχα .

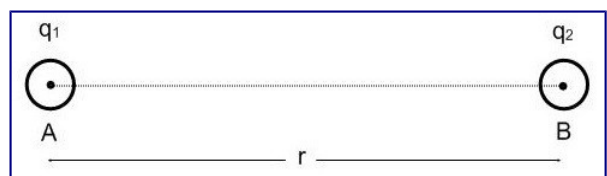
Τα δύο φορτία αλληλεπιδρούν με δύναμη Coulomb

μέτρου F . Αν αντικαταστήσουμε το φορτίο q_2 με

φορτίο $q_3 = q_1$ τα δύο φορτία αλληλεπιδρούν με δύναμη Coulomb μέτρου $F / 4$.

Δ₁. Να βρεθεί το είδος και η τιμή του φορτίου q_1 .

Δ₂. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης Coulomb μεταξύ των q_1 και q_2 .



Δ₃. Να βρεθούν τα σημεία Κ και Λ που βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και αριστερά του φορτίου q₁ στα οποία μηδενίζονται το δυναμικό και η ένταση αντίστοιχα, που οφείλονται στα φορτία q₁ και q₂.

Δ₄. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του πεδίου κατά την μεταφορά ηλεκτρικού φορτίου q = 1 μC από το σημείο Λ στο σημείο Κ.

Δίνεται k_c = 9·10⁹ N·m² / C².

Λύση

Δ₁.

Υπολογισμός του φορτίου q₁ το οποίο είναι αρνητικό.

Η δύναμη αλληλεπίδρασης έχει μέτρο :

$$F' = F = k_c \cdot |q_1| \cdot |q_2| / r^2 \dots (1)$$

Αν αντικαταστήσουμε το q₂ με το q₃ = q₁, η δύναμη

αλληλεπίδρασης έχει μέτρο : F₁ = k_c · |q₁| · |q₃| / r² ⇒

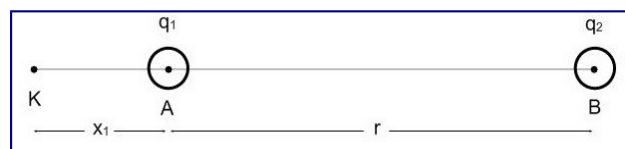
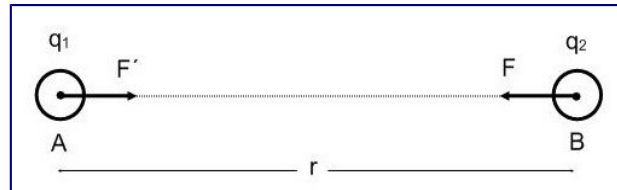
$$\text{ισχύει } F_1 = F / 4, F / 4 = k_c \cdot |q_1| \cdot |q_1| / r^2 \Rightarrow F = 4 \cdot k_c \cdot |q_1| \cdot |q_1| / r^2 \Rightarrow k_c \cdot |q_1| \cdot |q_2| / r^2 = 4 \cdot k_c \cdot |q_1|^2 / r^2 \Rightarrow |q_1| = |q_2| / 4 \Rightarrow |q_1| = -2 \mu\text{C}.$$

Δ₂.

Η δύναμη Coulomb έχει μέτρο : F = k_c · |q₁| · |q₂| / r² ⇒ F = 9·10⁹ · 2·10⁻⁶ · 8·10⁻⁶ / (6·10⁻²)² ⇒ F = 40 N.

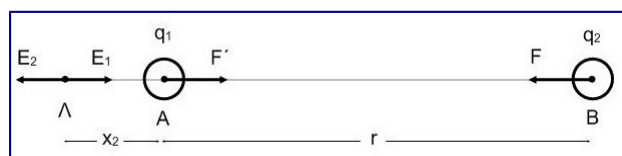
Δ₃.

Προσδιορισμός της θέσης του σημείου Κ που βρίσκεται αριστερά του q₁ και πάνω στην ευθεία που ορίζει το ΑΒ ευθύγραμμο τμήμα στο οποίο το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου εξαιτίας των q₁ και q₂ είναι μηδέν.



$$\text{Έστω } V_K = 0 \text{ με } AK = x_1. V_K = 0 \Rightarrow V_{K,1} + V_{K,2} = 0 \Rightarrow k_c \cdot q_1 / x_1 + k_c \cdot q_2 / (r + x_1) = 0 \Rightarrow -k_c \cdot 2 \cdot 10^{-6} / x_1 + k_c \cdot 8 \cdot 10^{-6} / (r + x_1) = 0 \Rightarrow k_c \cdot 2 \cdot 10^{-6} / x_1 = k_c \cdot 8 \cdot 10^{-6} / (r + x_1) \Rightarrow 2 / x_1 = 8 / (r + x_1) \Rightarrow r + x_1 = 4 \cdot x_1 \Rightarrow 3 \cdot x_1 = r \Rightarrow x_1 = r / 3 = 6 \cdot 10^{-2} / 3 \Rightarrow x_1 = 2 \cdot 10^{-2} = x_1 = 2 \text{ cm}.$$

Προσδιορισμός της θέσης του σημείου Λ που βρίσκεται αριστερά του q₁ και πάνω στην ευθεία που ορίζει το ΑΒ ευθύγραμμο τμήμα στο οποίο μηδενίζεται η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται στα q₁ και q₂.

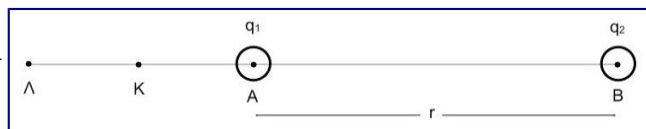


Στο σημείο Λ όπου ΑΛ = x₂ οι εντάσεις E₁ και E₂ είναι αντίθετες (έχουν ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά).

Για τα μέτρα των εντάσεων έχουμε : E₁ = E₂ ⇒ k_c · |q₁| / x₂² = k_c · |q₂| / (r + x₂)² ⇒ 2·10⁻⁶ / x₂² = 8·10⁻⁶ / (r + x₂)² ⇒ (r + x₂)² / x₂² = 4 ⇒ (r + x₂) / x₂ = ± 2, άρα (r + x₂) / x₂ = 2 ⇒ r + x₂ = 2·x₂ ⇒ x₂ = r = 6 cm, δεκτή και (r + x₂) / x₂ = -2 ⇒ r + x₂ = -2·x₂ ⇒ -3·x₂ = r ⇒ x₂ = -r / 3 ⇒ x₂ = -2 cm, σημείο ανάμεσα στα Α και Β που απορρίπτεται γιατί στο σημείο αυτό η ένταση δεν μπορεί να μηδενιστεί (τα διανύσματα απλά έχουν το ίδιο μέτρο, αλλά έχουν και ίδια φορά, η συνισταμένη τους δεν είναι μηδέν).

Δ₄.

Το έργο της δύναμης Coulomb για το φορτίο q από το Λ στο Κ : W_{Fc, Λ → Κ} = q · V_{ΛΚ} ⇒ W_{Fc, Λ → Κ} = q · (V_Λ - V_Κ), το V_Κ = 0.



Υπολογίζουμε το δυναμικό στο σημείο Λ. V_Λ = V_{Λ,1} +

$$V_{\Lambda,2} \Rightarrow V_{\Lambda} = k_c \cdot q_1 / x_2 + k_c \cdot q_2 / (r + x_2) \Rightarrow V_{\Lambda} = 9 \cdot 10^9 \cdot (-2) \cdot 10^{-6} / (6 \cdot 10^{-2}) + 9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6} / (12 \cdot 10^{-2}) \Rightarrow V_{\Lambda} = -3 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^5 \Rightarrow V_{\Lambda} = 3 \cdot 10^5 \text{ Volt}.$$

Επομένως : W_{Fc, Λ → Κ} = q · V_Λ ⇒ W_{Fc, Λ → Κ} = 10⁻⁶ · 3 · 10⁵ ⇒ W_{Fc, Λ → Κ} = 3 · 10⁻¹ ⇒ W_{Fc, Λ → Κ} = 0,3 joule.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Σε ένα σημείο A, που απέχει απόσταση r από ακίνητο θετικό σημειακό φορτίο Q, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q έχει τιμή $E_A = 36 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.

Δ_1 . Να σχεδιάσετε τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου του φορτίου Q και να υπολογίσετε τη δύναμη που θα δεχτεί σημειακό φορτίο $q = 10^{-6} \text{ C}$, αν το τοποθετήσουμε στο σημείο A.

Δ_2 . Να υπολογίσετε τη τιμή του φορτίου Q το οποίο δημιουργεί το πεδίο, αν γνωρίζετε ότι το δυναμικό στο σημείο A είναι $V_A = 36 \cdot 10^4 \text{ V}$.

Δ_3 . Το φορτίο q μετακινείται από τη θέση A στη θέση B, η οποία απέχει κατά $r = 2 \cdot r$ από το Q. Να υπολογίσετε τη τιμή της δύναμης που δέχεται το q στη νέα θέση B από το ηλεκτρικό πεδίο.

Δ_4 . Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μεταφορά του q από το A στο B.

Δίνεται η τιμή της σταθεράς $k_c = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

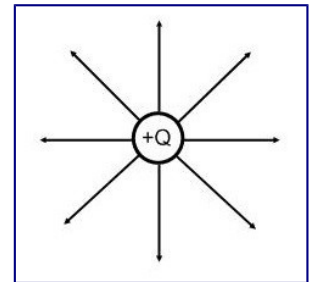
Λύση

Δ_1 .

Οι δυναμικές γραμμές έχουν την μορφή του σχήματος γιατί το Q είναι θετικό (αφού το δυναμικό είναι θετικό κάτι που όμως δίνεται στο επόμενο ερώτημα).

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο A, ορίζεται :

$$E_A = F_c / |q| \Rightarrow F_c = |q| \cdot E_A \Rightarrow F_c = 10^{-6} \cdot 36 \cdot 10^5 \Rightarrow F_c = 36 \cdot 10^{-1} \text{ N}.$$



Δ_2 .

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο A :

$$E_A = k_c \cdot |Q| / r_A^2.$$

Το δυναμικό στο σημείο A :

$$V_A = k_c \cdot Q / r_A.$$

Διαιρούμε τις παραπάνω σχέσεις κατά μέλη :

$$V_A / E_A = (k_c \cdot Q / r_A) / (k_c \cdot |Q| / r_A^2) \Rightarrow V_A / E_A = r_A \Rightarrow r_A = 36 \cdot 10^4 / (36 \cdot 10^5) \Rightarrow r_A = 10^{-1} \text{ m}.$$

$$\text{Άρα : } V_A = k_c \cdot Q / r_A \Rightarrow Q = V_A \cdot r_A / k_c \Rightarrow Q = 36 \cdot 10^4 \cdot 10^{-1} / (9 \cdot 10^9) \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$

Το φορτίο Q είναι θετικό, αφού το δυναμικό έχει θετική τιμή.

Δ_3 .

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στη νέα θέση B με $r_B = 2 \cdot r_A$ $E_B = k_c \cdot |Q| / r_B^2 \Rightarrow E_B = k_c \cdot |Q| / (2 \cdot r_A)^2$.

$$\text{Άρα το πηλίκο } E_B / E_A : E_B / E_A = [k_c \cdot |Q| / (2 \cdot r_A)^2] / [k_c \cdot |Q| / r_A^2] \Rightarrow E_B / E_A = 1 / 4 \Rightarrow E_B = E_A / 4 \Rightarrow E_B = 36 \cdot 10^5 / 4 \Rightarrow E_B = 9 \cdot 10^5 \text{ N/C}.$$

$$\text{Η δύναμη Coulomb σε σχέση με την ένταση : } E_B = F_c' / |q| \Rightarrow F_c' = |q| \cdot E_B \Rightarrow F_c' = 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^5 \Rightarrow F_c' = 9 \cdot 10^{-1} \text{ N}.$$

Δ_4 .

$$\text{Το δυναμικό στη θέση B : } V_B = k_c \cdot Q / r_B \Rightarrow V_B = k_c \cdot Q / (2 \cdot r_A) \Rightarrow V_B = \frac{1}{2} \cdot k_c \cdot Q / r_A \Rightarrow V_B = \frac{1}{2} \cdot V_A \Rightarrow V_B = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 10^4 \Rightarrow V_B = 18 \cdot 10^4 \text{ Volt}.$$

Το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μεταφορά του q από το A στο B :

$$W_{F_c, A \rightarrow B} = q \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow W_{F_c, A \rightarrow B} = 10^{-6} \cdot (36 \cdot 10^4 - 18 \cdot 10^4) \Rightarrow W_{F_c, A \rightarrow B} = 18 \cdot 10^{-2} \text{ J}.$$

