ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ – ΕΡΓΟ – ΙΣΧΥΣ

1. Πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο κυλάνε, χωρίς να ολισθαίνουν με την ίδια ταχύτητα ένας λεπτός δακτύλιος και ένας δίσκος της ίδιας μάζας και της ίδιας ακτίνας. Αν η κινητική ενέργεια του δακτυλίου είναι $K_1 = 20\,j$, να βρείτε την κινητική ενέργεια του δίσκου. Δίνεται για το δίσκο $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[9.20/207,,,15\,j]$

2. Ομογενής και συμπαγής δίσκος μάζας $m = 4\,kgr$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει Πάνω σε οριζόντια επιφάνεια με ταχύτητα μέτρου $u = 5\frac{m}{\sec}$. Να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια. Δίνεται $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[9.21/207,,,75\,j]$

3. Ένας δισκοβόλος πετάει έναν δίσκο ακτίνας $R = 10\sqrt{2}\,cm$. Στον αέρα ο δίσκος περιστρέφεται και σε κάποια χρονική στιγμή έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 100\frac{rad}{\sec}$. Αν την ίδια στιγμή η κινητική ενέργεια του δίσκου λόγω στροφικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης, να βρείτε την ταχύτητα της μεταφορικής κίνησης του δίσκου εκείνη τη στιγμή. Δίνεται $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[\;10]$

4. Αυτοκίνητο του οποίου ο κάθε τροχός έχει μάζα $m = 8\,kg$ και ακτίνα $R = 0{,}25\,m$, κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $u_0 = 72\,km/h$. Κάποια στιγμή το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιβράδυνση και ακινητοποιείται, αφού διανύσει διάστημα $x_{ολ} = 80\,m$. Στη διάρκεια της επιβραδυνομενης κίνησης οι τροχοί του αυτοκίνητου κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Η ροπή αδράνειας κάθε τροχού είναι $I = 0{,}75\,kgm^2$. Να υπολογίσετε:

α.Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας κάθε τροχού του αυτοκινήτου

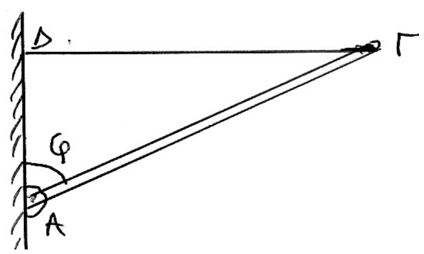
β. Τη συνολική γωνία που διαγράφει κάθε τροχός κατά τη διάρκεια της επιβραδυνομενης κίνησης του αυτοκινήτου.

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμης κάθε τροχού του αυτοκινήτου, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

δ. Το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε τροχό, κατά τη διάρκεια της επιβραδυνομενης κίνησης του αυτοκινήτου.

$[d\omega/dt = 10\,rad/s^2,,,\theta = 320\,rad,,,dL/dt = 7{,}5\,kgm^2/s^2,,,\Sigma W = -4\cdot 10^3\,j]$

5. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος $\ell = 1{,}5\,m$ και μάζα $m = 2\,kg$ ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με τον τοίχο με οριζόντιο αβαρές νήμα ΓΔ. Η ράβδος σχηματίζει γωνία $\phi = 60^0$ με τον τοίχο.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το νήμα

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από την άρθρωση, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε:

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου, μόλις κοπεί το νήμα

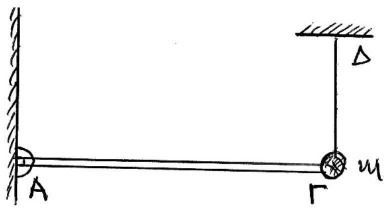
γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη στιγμή που διέρχεται από την οριζόντια θέση.

δ. Την κινητική της ενέργεια τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση

Δίνονται $I_{(A)}=\frac{1}{3}m\ell^2$, $g=10\,m/s^2$ και $\varepsilon\varphi 60=\sqrt{3}$.

$[T=10\sqrt{3}\,N\ ,,,\ \alpha=5\sqrt{3}\,rad/s^2\ ,,,\ dL/dt=15\,kgm^2/s^2\ ,,,\ K=22{,}5\ j]$

6. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος $L=1\mathrm{m}$ και μάζα $M=0{,}3\,kg$ ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άκρο Γ της ράβδου, στο οποίο είναι στερεωμένο σφαιρίδιο άγνωστης μάζας m , συνδέεται με κατακόρυφο αβαρές νήμα ΓΔ με ακλόνητο σημείο Δ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σφαιρίδιο από το νήμα είναι $T=2{,}5\,N$.



α. Να υπολογίσετε τη μάζα m του σφαιριδίου

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμης του συστήματος της ράβδου και του σφαιριδίου, ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου, μόλις κοπεί το νήμα.

δ. Το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου, τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη.

Δίνονται $I_{(A)}=\frac{1}{3}ML^2$ και $g=10\,m/s^2$

$[m=0{,}1\,kg\ ,,,\ F=1{,}5\,N\ ,,,\ dL/dt=2{,}5\,kgm^2/s^2\ ,,,\ u=5\mathrm{m}/s]$

7. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος $L=1{,}5\,m$ και μάζα $M=4\,kg$ ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με τη βοήθεια δυο κατακόρυφων νημάτων ΑΔ και ΓΖ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Α της ράβδου. Μόλις κοπεί το νήμα, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου

β. Το μέτρο της επιτάχυνσης του άκρου Α της ράβδου

γ. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το νήμα

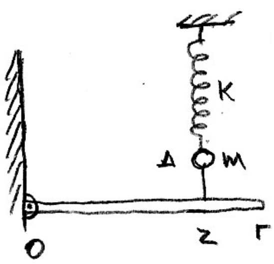
δ. Τη χρονική στιγμή που γίνεται κατακόρυφη, να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου.

Δίνονται $I_{(cm)}=\frac{1}{12}ML^2$ και $g=10\,m/s^2$. Να θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της περιστροφής της ράβδου το νήμα ΓΖ παραμένει κατακόρυφο.

$[a=10\,rad/s^2\ ,,,\ a=15\,m/s^2\ ,,,\ T=10\,N\ ,,,\ dK/dt=0]$

¿

8. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΟΓ μάζας $M=3\,kg$ και μήκους ℓ ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο Ο υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΖ συνδέει το σημείο Ζ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m , το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K=100\,N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση του σημείου Ζ από το σημείο Ο είναι $(OZ)=0{,}9\,m$. Όταν κόβουμε το νήμα ΔΖ, το



σφαιρίδιο εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T=\frac{\pi}{5}s$ και μέγιστη κινητική ενέργεια $K_{\max}=2\mathrm{j}$, ενώ η ράβδος περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. να υπολογίσετε:

α. Τη μάζα του σφαιριδίου

β. Το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΖ πριν το κόψουμε

γ. Το μήκος της ράβδου

δ. Το μέτρο της στροφορμης της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται για την ράβδο $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$ και $g=10\,m/s^2$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.

$[m=1\,kg\,,,,F=20\,N\,,,,\ell=1{,}2\,m,,,L=7{,}2\,kgm^2/s^2]$

9. Ένας δίσκος αρχίζει να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\vec{a}_{\gamma\omega\nu}$ και αποκτά γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega=40\,rad/\sec$ σε χρόνο $t=10\sec$. Να υπολογίσετε:

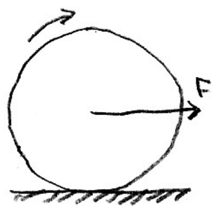
α. Το μέτρο της γωνιακή επιτάχυνσης

β. Το μέτρο της ροπής που επιταχύνει το δίσκο ως προς τον άξονα περιστροφής του

γ. Το έργο της ροπής που επιταχύνει το δίσκο στη διάρκεια του χρόνου $t=10\sec$. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του είναι $I_{cm}=0{,}16\,kgm^2$.

$[4,,,0{,}64\ Nm\ ,,,128\,\mathrm{j}$
¿

10. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας $M=10\,kg$ και ακτίνας $R=0{,}2\,m$ είναι αρχικά ακίνητη πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=28\,N$, η οποία ασκείται κατάλληλα στο κέντρο της, η σφαίρα αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας.

β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας κατά τη διάρκεια της κίνησης της

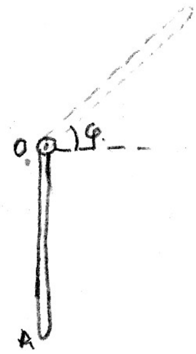
γ. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας, όταν έχει διαγράψει $N=\frac{40}{\pi}$ περιστροφές.

δ. Την κινητική ενέργεια της σφαίρας λόγω στροφικής κίνησης, τη στιγμή που η κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης είναι $K_{\mu\varepsilon\tau}=50\ j$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της $I_{cm}=\frac{2}{5}mR^2$.

$[a=2\mathrm{m}/s^2,,,dL/dt=1{,}6\,kgm^2/s^2,,,u=8\mathrm{m}/s,,,K=20\,j]$

11. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΟΑ μήκους $L=1{,}25\,m$ και μάζας $M=2\,kg$ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο Ο της ράβδου. Η ράβδος αρχικά είναι κατακόρυφη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνουμε στη ράβδο γωνιακή ταχύτητα ω_0, ώστε να αρχίσει να περιστρέφεται περί τον άξονα της. Όταν η ράβδος γίνεται οριζόντια, έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega=2\sqrt{3}\,rad/s$, και όταν ηρεμεί στιγμιαία, στην ανώτερη θέση της, σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω_0.

β. Να υπολογίσετε τη γωνία φ.

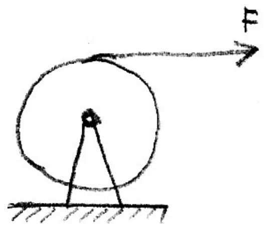
γ. Να προσδιορίσετε το είδος της στροφικής κίνησης της ράβδου όταν κινείται από την αρχική κατακόρυφη θέση της μέχρι την οριζόντια θέση της.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου, τη στιγμή που γίνεται οριζόντια.

Δίνεται $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$ και $g=10\,m/s^2$.

$[\omega_0=6\,rad/s,,,\varphi=30^0,,,dK/dt=-25\sqrt{3}\,j/s]$.

12. Ομογενής κύλινδρος, μάζας $m=10\,kgr$ και ακτίνας $R=0{,}4\,m$, είναι ελεύθερος να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με τον γεωμετρικό του άξονα. γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου ασκούμε οριζόντια δύναμη.



α. Αν η δύναμη έχει σταθερό μέτρο $F=10\,N$, να υπολογίσετε:

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου

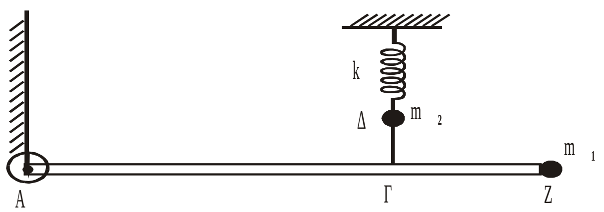
γ. Το μέτρο της στροφορμης του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell=1\text{m}$

Αν το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $F=10-2\text{t}\,(S.I.)$, να υπολογίσετε

δ. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμης του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{sec}$.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

13. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος $L=4\text{m}$, μάζα $M=3\,kg$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m_1=0{,}6\,kg$ και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας $m_2=1\,kg$ το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με $2{,}8\,m$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογίσετε:

Α.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

Α.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α.

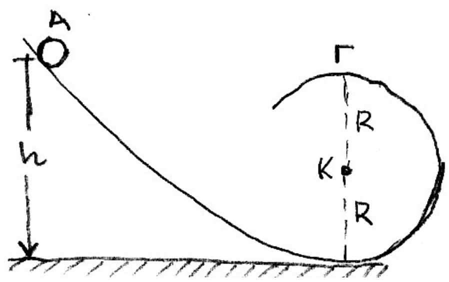
Να υπολογίσετε:

Β.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

Β.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: $g=10\,m/s^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$, $\pi=3{,}14$.

14. Μια μικρή σφαίρα μάζας m και ακτίνας r αφήνεται από το σημείο Α, πάνω σε κεκλιμένο καμπύλο οδηγό, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στη βάση του οδηγού η σφαίρα συναντά κατακόρυφη κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας $R=0{,}2\,m$. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης της η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση. Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας, όταν διέρχεται από σημείο του κεκλιμένου οδηγού με γωνία κλίσης φ.

β. το μέτρο της ελάχιστης τιμής της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας στο ανώτερο σημείο Γ της κυλινδρικής επιφάνειας, ώστε η σφαίρα να κάνει ανακύκλωση

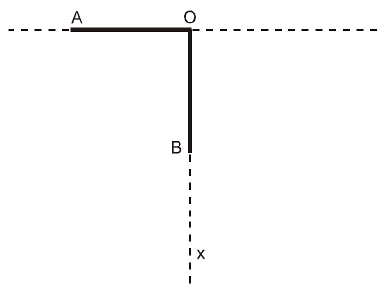
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμης της σφαίρας, όταν βρίσκεται στο σημείο Γ

δ. το μικρότερο ύψος h από το οποίο πρέπει να αφεθεί η σφαίρα, ώστε να κάνει ανακύκλωση.

Δίνεται: ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I=\frac{2}{5}mr^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$ και ότι $\eta\mu\varphi=0{,}56$. Η ακτίνα r της σφαίρας είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ακτίνα R του οδηγού.

$$(a_{cm}=4\mathrm{m}/s^2,,, u_{\Gamma\min}=\sqrt{2}\,m/s,,, \frac{dL}{dt}=0,,, h=0{,}54\,m)$$

15. Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ΟΑ και ΟΒ, που έχουν μάζα $M=4\,kg$ και μήκος $L=1{,}5\,m$ η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους Ο, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο ΑΟΒ, που διέρχεται από την κορυφή Ο της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος ΟΑ είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.



Α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

Β. Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο Ο, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης.

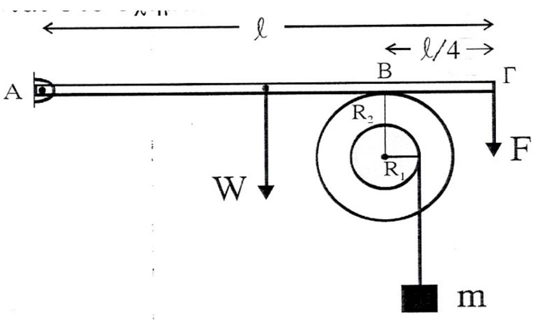
Γ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Ox, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

Δίνονται: $g=10\,m/s^2$, $ημ\,45=συν\,45=\frac{\sqrt{2}}{2}=0{,}7$.

16. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα $M=3\,kg$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου $9\mathrm{N}$, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1=0{,}1\,m$ και $R_2=0{,}2\,m$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$.

Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0{,}09\,kgm^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας $m=1\,kg$.

α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0{,}5\,m$. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0{,}5\,m$.

Δίνεται $g=10\,m/s^2$

17. Ομογενής ράβδος ΚΛ, μήκους $\ell=1\mathrm{m}$ και μάζας $M=3\,kg$, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Κ. Στο άλλο άκρο Λ της ράβδου βρίσκεται στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m=1\,kg$. Αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε :

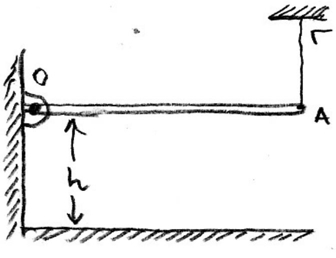
α. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου ως προς τον άξονα περιστροφής.

β. τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφη .

Δίνονται : η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$.

[2,,,5]

18. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΟΑ με μήκος $\ell=2\mathrm{m}$ και μάζα $m=6\,kg$ ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Ο της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με κατακόρυφο αβαρές νήμα ΑΓ σε ακλόνητο σημείο Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος βρίσκεται σε ύψος $h=1{,}2\,m$ πάνω από το οριζόντιο δάπεδο.



α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Α και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από την άρθρωση, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε:

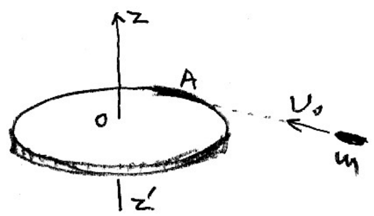
β. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της ράβδου, μόλις κοπεί το νήμα.

γ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου, τη στιγμή που το άκρο της Α φτάνει στο δάπεδο.

δ. Το ρυθμό παραγωγής έργου από το βάρος της ράβδου, τη στιγμή που το άκρο της Α φτάνει στο δάπεδο. Δίνονται $I_{(o)}=\frac{1}{3}m\ell^2$ και $g=10\,m/s^2$

$$92[\,T=30\,N\ ,,,\ F=30\,N\ ,,,\ a=7{,}5\,m/s^2\ ,,,\ \omega=3\,rad/s\ ,,,\ dW/dt=144\ j/s\,]$$

19. Οριζόντιο ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας $M=3{,}6\,kg$ και ακτίνας $R=0{,}2\,m$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Αρχικά ο δίσκος είναι ακίνητος. Βλήμα αμελητέων διαστάσεων μάζας $m=0{,}2\,kg$, κινείται οριζόντια και ενσωματώνεται ακαριαία σε ένα σημείο A της περιφέρειας του δίσκου. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος αμέσως μετά την κρούση είναι $\omega_0=20\,rad/s$. Να υπολογίσετε:



α. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος δίσκος – βλήμα

β. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{u}$ του βλήματος.

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο δίσκο οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου $F=8\mathrm{N}$ που εφάπτεται στην περιφέρεια του σε τυχαίο σημείο αυτής. Η δύναμη ασκείται για ορισμένο χρονικό διάστημα Δt , στο τέλος του οποίου το σύστημα ακινητοποιείται. Να υπολογίσετε:

γ. Το χρονικό διάστημα Δt

δ. Το ρυθμό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος τη χρονική στιγμή $t=0{,}5\,s$.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα τον περιστροφής του είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

$$(\ 400\,N\ ,,,30^0\ ,,,2\mathrm{m})\,dm$$

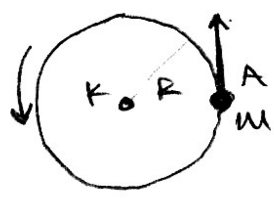
20. Η εξέδρα μιας παιδικής χαράς είναι κυκλική ακτίνας $R=1\mathrm{m}$ και μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια, χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο της Κ. Η ροπή αδράνειας της εξέδρας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I=60\,kgm^2$. Ένα παιδί μάζας $m=40\,kg$, που τη θεωρούμε σημειακή, τρέχει γύρω από την ακίνητη εξέδρα με ταχύτητα μέτρου $u=5\mathrm{m}/s$ και ξαφνικά πηδάει πάνω της σε σημείο της περιφέρειας της. Να βρείτε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της εξέδρας

β. Τη σταθερή εξωτερική εφαπτομενικη δύναμη που πρέπει να ασκήσουμε στην εξέδρα, ώστε αυτή να σταματήσει να περιστρέφεται μετά από χρόνο $4\mathrm{s}$.

$$[\ 2,,,50]$$

21. Ο τροχός του σχήματος, μάζας $M=0{,}8\,kg$ και ακτίνας $R=0{,}25\,m$, στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Κ. Κολλάμε στην περιφέρεια του τροχού σημειακή μάζα $m=0{,}1\,kg$ και τον περιστρέφουμε με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1=8\,rad/s$. Όταν η μάζα βρεθεί στη θέση Α, αποσπάται από τον τροχό. Να βρείτε:



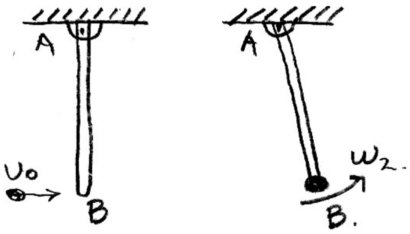
α. Το ύψος στο οποίο θα φτάσει η μάζα m

β. Την τελική ταχύτητα του τροχού.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού $I_{cm}= \frac{1}{2}MR^2$.

$[\ 0{,}2m ,, 10 rad/s]$

22. Η ομογενής ράβδος ΑΒ, μάζας $M=0{,}4\,kg$ και μήκους $\ell=1\text{m}$, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Βλήμα, σημειακής μάζας $m=0{,}2\,kgr$, κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_0=100\,m/\text{sec}$ και σφηνώνεται στο άκρο Β της ράβδου. Αν η διάρκεια κίνησης του βλήματος μέσα στη ράβδο είναι αμελητέα, να βρείτε



α. τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά το σφήνωμα του βλήματος σε αυτή.

β. το ποσοστό μείωσης της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος λόγω της πλαστικής κρούσης.

γ. την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε η σφαίρα ώστε η μέγιστη γωνία εκτροπής να είναι 60^0

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$.

$[\ 60\,rad/\text{sec}]$

23. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους $\ell=0{,}3m$ και μάζας $m=0{,}25\,kg$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι διαρκώς κάθετος σε αυτήν. Βάζουμε την ράβδο σε κατακόρυφη θέση, έτσι ώστε ο άξονας περιστροφής να βρίσκεται στο κάτω άκρο της, και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$ και $g=10\frac{m}{s^2}$. Να βρεθούν:

α. Η επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή που γίνεται οριζόντια

β. Το έργο που εκτελεί το βάρος της ράβδου από την αρχική κατακόρυφη θέση μέχρι τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται για πρώτη φορά οριζόντια

γ. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου, όταν για πρώτη φορά ξαναγίνεται κατακόρυφη, μετά την στιγμή που αφήνεται

δ. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου όταν, για πρώτη φορά, η ράβδος διέρχεται από την οριζόντια θέση

$(\ 50\frac{rad}{s^2}\ ,\quad 0{,}375\,j ,, 10\sqrt{2}\frac{rad}{s} ,, 1{,}5\frac{m}{s})$

24. Μια λεπτή και Ομογενής ράβδος μήκους $\ell=1\text{m}$ και μάζας $m=1{,}2\,kg$ στρέφεται ελεύθερα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1=26\frac{rad}{s}$ διαγράφοντας οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το μέσο της. Η ράβδος διαπερνά δυο σφαίρες, μάζας $m=0{,}5\,kg$ η κάθε μια. Οι θέσεις των σφαιρών είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα περιστροφής και απέχουν $0{,}5m$ από αυτόν. Μια διάταξη που δεν δημιουργεί εξωτερικές ροπές μεταφέρει ταυτόχρονα τις σφαίρες σε απόσταση $0{,}4m$ από τον άξονα περιστροφής. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$.

α. Να βρεθούν η στροφορμη και η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν τη μεταφορά των σφαιρών

β. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος μετά τη μεταφορά των σφαιρών;

γ. Αυξήθηκε, μειώθηκε ή παρέμεινε σταθερή η κινητική ενέργεια του συστήματος και γιατί;

δ. Να υπολογιστεί το έργο που εκτέλεσε η διάταξη η οποία μετέφερε τις σφαίρες ε. Εάν η διαδικασία μεταφοράς των σφαιρών διαρκεί $\Delta t = 0{,}1\,s$, ποια η μέση ροπή που ενήργησε στη ράβδο σε αυτό το χρονικό διάστημα; Πόσο ήταν το έργο αυτής της ροπής;

$$\left(9{,}1\frac{kg\,.\,m^2}{s},,,118{,}3\,j,,,35\frac{rad}{\sec},,,\alpha\upsilon\xi\eta\theta\eta\kappa\varepsilon,,,40{,}95\,j,,,9\mathrm{N}\,.\,m,,,27{,}45\,j\right)$$

25. Μια ομογενής σφαίρα μάζας $m = 2\,kg$, ακτίνας $R = 0{,}1\,m$ και ροπής αδρανείας $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$ εκτοξεύεται κατά μήκος ενός οριζόντιου επιπέδου, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = 0{,}1$, με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 7\frac{m}{s}$. Τη στιγμή που η σφαίρα έρχεται σε επαφή με το επίπεδο εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση. Έτσι διανύει διάστημα ΓΔ πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας και στη συνέχεια διάστημα ΔΕ κυλώντας. Στο Ε συναντά το ανώτατο σημείο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης ϕ ($\eta\mu\phi = \frac{5}{13}$, $\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{12}{13}$), στο οποίο συνεχίζει την κίνηση της

α. Πόσο χρόνο διήρκεσε η κίνηση της σφαίρας από το σημείο Γ μέχρι το σημείο Δ, όπου άρχισε να κυλάει χωρίς να ολισθαίνει;

β. Ποια είναι η τιμή της δύναμης της τριβής που ενεργεί στη σφαίρα όταν κινείται μεταξύ των σημείων Δ και Ε;

γ. Να αποδείξετε ότι η κύλιση της σφαίρας στο κεκλιμένο επίπεδο συνοδεύεται από ολίσθηση

δ. Πόσο χρόνο κινείται η σφαίρα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να φτάσει σ’ένα σημείο Ζ όπου το κέντρο μάζας της έχει ταχύτητα μέτρου $u' = 12{,}6\frac{m}{s}$;

ε. Ποια είναι η κινητική ενέργεια της σφαίρας στο σημείο Ζ;

$$\left(2\mathrm{s},,,0,,,T = \frac{200}{91} > T_{max} = \frac{24}{13},,,2{,}6\,s,,,207{,}16\,j\right)$$

26. Ένας άνθρωπος στέκεται πάνω σε οριζόντιο τραπέζι και κρατά πάνω από το κεφάλι του τον κατακόρυφο άξονα ενός τροχού. Το σύστημα «τραπέζι – άνθρωπος – τροχός» περιστρέφεται χωρίς τριβές με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1 = 2\frac{rad}{s}$ γύρω από κοινό κατακόρυφο άξονα. Η ροπή αδρανείας του συστήματος «άνθρωπος – τραπέζι» είναι $I_1 = 4\,kg\cdot m^2$ και του τροχού $I_2 = 1\,kg\cdot m^2$. Κάποια στιγμή ο άνθρωπος δίνει ώθηση στον τροχό, με αποτέλεσμα ο ίδιος και το τραπέζι να ακινητοποιηθούν. Θεωρούμε ότι οι ροπές αδρανείας των σωμάτων είναι σταθερές.

α. Για να ακινητοποιηθεί ο άνθρωπος, πρέπει να ωθήσει τον τροχό έτσι, ώστε να στρέφεται πιο γρήγορα ή πιο αργά; Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας

β. Με ποια γωνιακή ταχύτητα περιστρέφεται τελικά ο τροχός;

γ. Πόση είναι η χημική ενέργεια που ξόδεψε ο άνθρωπος για να ωθήσει τον τροχό;

$$\left(10\frac{rad}{s},,,40\,j\right)$$

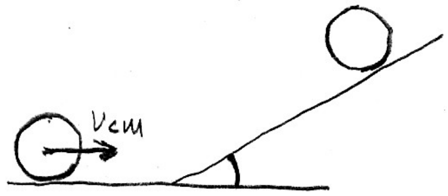
27. Μια Ομογενής σφαίρα μάζας $m = 1\,kgr$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10\frac{m}{\sec}$. κάποια στιγμή η σφαίρα συγκρούεται με ακλόνητο τοίχωμα και ανακλάται. Αν μετά την

ανάκλαση η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 8\frac{m}{\sec}$, να βρείτε το ποσό θερμότητας που απελευθερώθηκε κατά τη σύγκρουση. Δίνεται για τη σφαίρα $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$.

[$25{,}2\,j$]

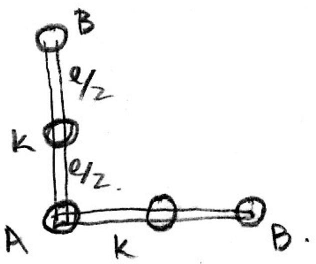
28. Μια Ομογενής σφαίρα κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει και στη συνέχεια ανεβαίνει σε πλάγιο επίπεδο, όπου και πάλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρείτε το ύψος h στο οποίο θα ανέβει η σφαίρα. Δίνονται

$$I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2 \text{ και } g = 10\frac{m}{\sec^2} .$$



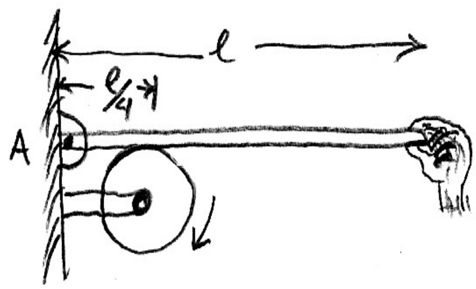
[7m]

29. Τρεις ίδιες σημειακές σφαίρες στερεώνονται στα δυο άκρα Α και Β και στο μέσο Κ μιας αβαρούς ράβδου μήκους ℓ . Η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Αν η ράβδος ανατραπεί και πέσει Πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, να βρείτε τις ταχύτητες των σφαιρών τη στιγμή της επαφής τους με το επίπεδο. τριβές δεν υπάρχουν. Δίνονται g,ℓ



[$u_2 = \sqrt{\frac{3g\ell}{5}}$,,, $u_3 = \sqrt{\frac{12g\ell}{5}}$]

30. Ο τροχός ενός μηχανήματος έχει μάζα $m = 4\,kg$, ακτίνα $R = 2m$ και στρέφεται ελεύθερα με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0 = 100\frac{rad}{s}$. Ο χειριστής του μηχανήματος θέλοντας να σταματήσει τον τροχό τραβάει προς τα κάτω με δύναμη μέτρου $F = 40\,N$ το άκρο ενός αβαρούς μοχλού, αρθρωμένου στον τοίχο στο σημείο Α. Έτσι ο τροχός φρενάρει λόγω τριβών. Το σημείο επαφής του τροχού με τον μοχλό απέχει από την άρθρωση απόσταση ίση με το $\frac{1}{4}$ του μήκους του μοχλού.



Δίνεται η ροπή αδρανείας του τροχού $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, ο συντελεστής τριβής στην επαφή μοχλού – τροχού $\mu = \frac{5}{16}$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$. Ζητούνται:

α) Το μέτρο της δύναμης που εξασκεί η άρθρωση στον μοχλό

β) η ροπή που επιβραδύνει τον τροχό

γ) η διάρκεια της επιβραδυνομενης κίνησης του τροχού καθώς και ο αριθμός των στροφών που θα διαγράψει σε αυτήν τη χρονική διάρκεια

δ) η θερμότητα που αναπτύσσεται λόγω τριβής

ε) το «βάρος» που σηκώνει ο άξονας του τροχού όταν τον πιέζει ο μοχλός στ) η ισχύς που πρέπει να προσφέρεται στον τροχό μέσω του έργου μιας εξωτερικής ροπής, ώστε παρά την πίεση του μοχλού η γωνιακή του ταχύτητα να παραμείνει ίση με $\omega_0 = 100\frac{rad}{s}$.

$(130\,N,,,100\,N.m,,,8s,,,\frac{200}{\pi},,,40000\,j,,,200\,N,,,10000\,W)$

31. Ομογενής ράβδος μάζας $m_1 = 0{,}3\,kg$ και μήκους $\ell = 1\text{m}$ ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση, εξαρτημένη στο πάνω άκρο της από οριζόντιο άξονα, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα. Ένα βλήμα παιδικού όπλου, μάζας $m_2 = 0{,}1\,kg$, κινούμενο οριζόντια, σφηνώνεται στο κάτω άκρο της ράβδου. Αποτέλεσμα της κρούσης είναι να εκτραπεί η ράβδος από την κατακόρυφη θέση κατά μέγιστη γωνία $\phi = 60^0$. Να βρεθούν:

α. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου αμέσως μετά την κρούση

β. Η ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση

γ. Το ποσό θερμότητας που παράχθηκε κατά την κρούση. Δίνονται $g = 10\frac{m}{s^2}$, $\sqrt{50} = 7$, και για τη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2$.

$(3{,}5\frac{rad}{s},,,7\frac{m}{s},,,1{,}225\,j)$

32. Λεπτός ομογενής δακτύλιος, μάζας $M = 1\,kgr$ και ακτίνας $R = 0{,}2\,m$, στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega = 10\frac{rad}{\sec}$ γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από σημείο της περιφέρειας του δακτυλίου και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει. Να υπολογίσετε:

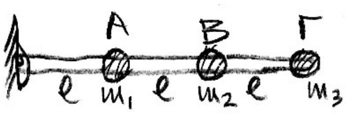
α. Το μέτρο της στροφορμης του δακτυλίου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β. Την κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

γ. Το μέτρο της σταθερής ροπής που πρέπει να ασκηθεί στο δακτύλιο ως προς τον άξονα περιστροφής του, ώστε να ακινητοποιηθεί σε χρόνο $t = 2\sec$. Δίνεται $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[0{,}8,,,4j,,,0{,}4\,Nm]$

33. Τρία σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1 = 3\text{m}$, $m_2 = 2\text{m}$ και $m_3 = m$, συνδέονται μεταξύ τους με τρεις αβαρείς ράβδους, μήκους μήκους $\ell = 0{,}4\,m$ η κάθε μια, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος ΟΓ που σχηματίζεται μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Ο. φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε ελεύθερη. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή που την αφήνουμε ελεύθερη

β. Το μέτρο της γωνιακής της ταχύτητας τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφη

γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Β τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη. Δίνεται $g = 10\frac{m}{\sec^2}$.

$[12{,}5,,,5,,,4]$

34. Μια μαθήτρια κάθεται πάνω σε κάθισμα που μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα, που είναι ο άξονας συμμετρίας, και κρατάει στα χέρια της τον άξονα ενός οριζόντιου τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού έχει μέτρο $\omega_\tau = 60\,\dfrac{rad}{\sec}$, ενώ η μαθήτρια και το σκαμνί δε στρέφονται. Κάποια στιγμή η μαθήτρια περιστρέφει τον άξονα του τροχού σε κατακόρυφο επίπεδο κατά 180^0 , έτσι ώστε ο τροχός να ξαναγίνει οριζόντιος, χωρίς να μεταβληθεί το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας. Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της τελικής γωνιακής ταχύτητας της μαθήτριας.

β. Τη χημική ενέργεια που δαπάνησε η μαθήτρια για να περιστρέψει τον άξονα του τροχού κατά 180^0 .

Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I_\tau = 0{,}2\,kgrm^2$ και η ροπή αδράνειας της μαθήτριας του καθίσματος και του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του καθίσματος είναι $I_{ολ} = 3\,kgrm^2$.

[8,,,96 j]

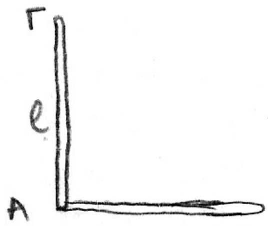
35. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ, μήκους $\ell = 30\,cm$, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α. φέρνουμε τη ράβδο σε οριζόντια θέση και την αφήνουμε ελεύθερη. Να υπολογίσετε:

α. Τη μέγιστη τιμή του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου

β. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου Γ της ράβδου τη στιγμή που το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του ράβδου είναι μέγιστο. Δίνεται ότι $I_{cm} = \dfrac{1}{12} m\ell^2$ και $g = 10\,\dfrac{m}{\sec^2}$.

[10,,,3]

36. Η ομογενής ράβδος ΑΓ του σχήματος, μήκους $\ell = 30\,cm$ και μάζας $m = 0{,}4\,kgr$ είναι κατακόρυφη και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α. Εξαιτίας μιας μικρής ώθησης που δέχθηκε, η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται. Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται οριζόντια, να υπολογίσετε:



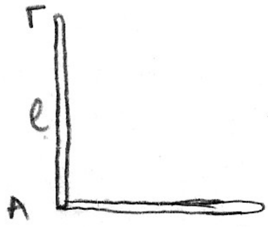
α. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της ράβδου

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου

γ. Τα μέτρα της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον άξονα περιστροφής. Δίνεται ότι $I_{cm} = \dfrac{1}{12} m\ell^2$ και $g = 10\,\dfrac{m}{\sec^2}$.

[1,5,,,50,,,6N,,,1N,,,]

37. Ομογενής ράβδος ΑΓ, μήκους $\ell = 60\,cm$ και μάζας $m = 0{,}8\,kgr$, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α. Αρχικά η ράβδος είναι κατακόρυφη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Με μια μικρή ώθηση, η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται.



Τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία $\theta = 60^0$ με την αρχική κατακόρυφη θέση της, να υπολογίσετε:

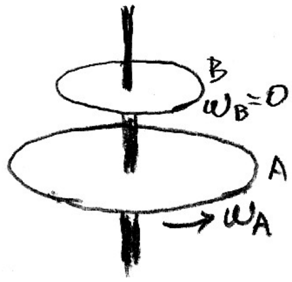
α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου

β. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμης της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.

γ. Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται για πρώτη φορά κατακόρυφη, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται από τον άξονα περιστροφής. Δίνεται ότι $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$ και $g=10\frac{m}{\sec^2}$.

$[\ 5,,,1,2\sqrt{3},,,32\,N]$

38. Οριζόντιος δίσκος Α στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_A=3\frac{rad}{\sec}$ γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Ένας δεύτερος οριζόντιος δίσκος Β, ο οποίος αρχικά δε στρέφεται, αφήνεται να πέσει πάνω στο δίσκο Α από μικρό ύψος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα οι δυο δίσκοι στρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο ω της κοινής γωνιακής ταχύτητας των δυο δίσκων

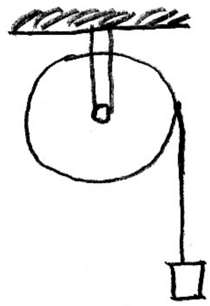
β. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

γ. Πως δικαιολογείται η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του δεύτερου ερωτήματος;

Οι ροπές αδράνειας των δίσκων Α και Β ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους είναι $I_A=4\,kgm^2$ και $I_B=2\,kgm^2$, αντίστοιχα.

$[\ 2,,,-6j,,,]$

39. Μια τροχαλία μάζας $M=4\,kg$ και ακτίνας $R=15\,cm$, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με τον άξονα της. γύρω από την τροχαλία έχουμε τυλίξει νήμα, στην ελεύθερη άκρη του οποίου κρέμεται σώμα Σ μάζας $m=2\,kg$. Το σώμα Σ βρίσκεται Αρχικά σε ύψος $h=1{,}6\,m$ πάνω από το έδαφος και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ

β. Το μέτρο της στροφορμης του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

γ. Το λόγο της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ προς την κινητική ενέργειας της τροχαλίας.

Δίνονται $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10\frac{m}{\sec^2}$.

$[\ 4,,,2{,}4,,,1]$

40. Τροχαλία μάζας $M=6\,kg$ και ακτίνας R , μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με τον άξονα της. Ένα αβαρές σχοινί είναι περασμένο από το αυλάκι της τροχαλίας και στα άκρα του κρέμονται δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1=4\,kg$ και $m_2=3\,kg$, αντίστοιχα. Αρχικά, τα σώματα συγκρατούνται, ώστε να είναι ακίνητα και τα δυο σκέλη του σχοινιού να είναι τεντωμένα. Κάποια στιγμή αφήνουμε τα δυο σώματα ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν. Τη στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται χαμηλότερα από την αρχική του θέση κατά $h=0{,}5\,m$, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων Σ_1,Σ_2 .

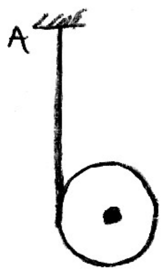
β. Την κινητική ενέργεια της τροχαλίας

γ. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμης της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της αν είναι $R=0{,}2\,m$

Δίνεται ότι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10\frac{m}{\sec^2}$.

[1,,,1,5 j ,,,0,6]

41. Αβαρές νήμα είναι τυλιγμένο πολλές φορές στο κοίλο μέρος ενός μικρού κυλίνδρου, μάζας $m=0,6\,kgr$ και ακτίνας R . Κρατώντας ακίνητο το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνοντας τον κύλινδρο να πέσει, το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από ένα νοητό οριζόντιο άξονα, τον $x' x$, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του.



α. Με τη βοήθεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, όταν έχει κατέλθει κατά $h=1,2\,m$.

β. Στηριζόμενοι στο αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στον κύλινδρο.

Δίνεται ότι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10\frac{m}{\sec^2}$.

[$4,,,\frac{20}{3},,,2\mathrm{N}$]

42. Λεπτός ομογενής δακτύλιος, μάζας $M=1\,kg$ και ακτίνας $R=0,2\,m$, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του δακτυλίου είναι $u=4\frac{m}{\sec}$. Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δακτυλίου.

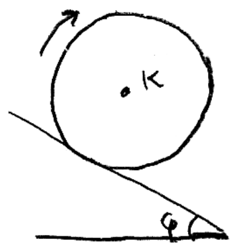
β. Την ολική κινητική ενέργεια του δακτυλίου, λόγω μεταφορικής και λόγω στροφικής κίνησης.

γ. Το μέτρο της στροφορμης του δακτυλίου ως προς τον στιγμιαίο άξονα περιστροφής του.

Ο στιγμιαίος άξονας περιστροφής ορίζεται από τα σημεία επαφής του δακτυλίου με το επίπεδο και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής του. Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει είναι $I_{cm}=MR^2$.

[2,,,4j,,,0,8]

43. Ομογενής κύλινδρος, μάζας $m=20\,kgr$ και ακτίνας R , αφήνεται στην κορυφή πλάγιου επιπέδου, γωνίας $\varphi=45^0$ και ύψους $h=3\mathrm{m}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κυλίνδρου και του επιπέδου είναι $\mu=0,4$.



α. Την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ του κυλίνδρου και του πλάγιου επιπέδου, ώστε ο κύλινδρος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

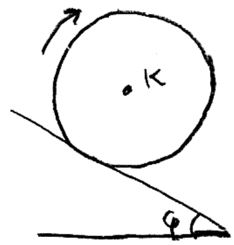
γ. Να υπολογίσετε την ολική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου, όταν φτάνει στη βάση του πλάγιου επιπέδου

δ. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του κυλίνδρου, λόγω στροφικής κίνησης, όταν φτάνει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Δίνεται ότι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10\frac{m}{\sec^2}$.

[$\mu_{(s,\varepsilon\lambda\alpha\chi)}\frac{1}{3},,,\mu>\mu_{(s,\varepsilon\lambda\alpha\chi)},,,600\,j,,,200\,j$]

44. Σφαιρικός φλοιός, μάζας $m=0,8\,kg$ και ακτίνας $R=10\,cm$, αφήνεται στην κορυφή Α πλάγιου επιπέδου ΑΓ, γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ και μήκους $\ell=1,5\,m$. Ο φλοιός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και, όταν φτάνει στη βάση Γ του πλάγιου επιπέδου, συναντά οριζόντιο επίπεδο, όπου συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Ζητούνται:



α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του σφαιρικού φλοιού, όταν κινείται στο πλάγιο επίπεδο.

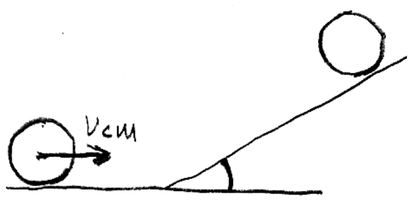
β. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του σφαιρικού φλοιού, όταν βρίσκεται στο σημείο Γ του πλάγιου επιπέδου.

γ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σφαιρικού φλοιού που οφείλεται στην περιστροφική του κίνηση, όταν βρίσκεται στο σημείο Γ του πλάγιου επιπέδου

δ. Το μέτρο της σταθερής ροπής που πρέπει να ασκηθεί στο σφαιρικό φλοιό ως προς το κέντρο μάζας του μόλις φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο, ώστε να σταματήσει αφού διανύσει πάνω σ'αυτό διάστημα $s=6\text{m}$. Η ροπή αδράνειας του σφαιρικού φλοιού ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του είναι $I_{cm}=\frac{2}{3}mR^2$ και $g=10\,m/s^2$.

[3,,,3,,,40%,,,0,04 Nm]

45. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας ενός δίσκου, μάζας m και ακτίνας R , ο οποίος κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει, έχει μέτρο $u_{cm}=10\,m/s$. Στην πορεία του ο δίσκος συναντά πλάγιο επίπεδο, γωνίας $\varphi=30^0$, και συνεχίζει να κυλίεται πάνω σ'αυτό, χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:



α. Το διάστημα που διανύει ο δίσκος στο πλάγιο επίπεδο, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία

β. Το μέτρο της επιβράδυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου

γ. Το χρόνο κίνησης του δίσκου στο πλάγιο επίπεδο, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία. Δίνεται ότι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10\frac{m}{\sec^2}$.

[$15\,m$,,,10/3,,,3sec]

46. Ένας τροχός ακτίνας $R=0,25\,m$, μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονα του. Σ'ένα πείραμα θέτουμε τον τροχό σε περιστροφή, ώστε να αποκτήσει συχνότητα $f_0\frac{32}{\pi}Hz$ και όταν τον αφήνουμε ελεύθερο, παρατηρούμε ότι ακινητοποιείται σε χρόνο $t=6,4\sec$. Αν η κίνηση του τροχού είναι στροφική ομαλά επιβραδυνομενη, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης του τροχού

β. Το μέτρο της ροπής της τριβής που επιβραδύνει τον τροχό ως προς τον άξονα περιστροφής του

γ. Την ισχύ της δύναμης που πρέπει να ασκείται συνεχώς εφαπτομενικα στην περιφέρεια του τροχού, ώστε να περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα f_0 . Δίνεται ότι $I_{cm}=0,18\,kgm^2$.

[10,,,1,8 Nm ,,,115,2 W]

47. Ο σφόνδυλος της μηχανής ενός αυτοκινήτου, που έχει μάζα $80\,kg$ και ακτίνα $R=0,2\,m$ στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0=18\,rad/\sec$. Όταν την χρονική στιγμή $t_0=0$ σταματάει η λειτουργία της μηχανής, ο σφόνδυλος λόγω διαφόρων αντιστάσεων, επιβραδύνεται και τελικά σταματάει τη χρονική στιγμή $t=5\sec$. Αν θεωρήσουμε σταθερή τη ροπή των αντιστάσεων, ως προς τον άξονα περιστροφής του σφονδύλου, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της ροπής των αντιστάσεων ως προς τον άξονα περιστροφής του σφονδύλου

β. Το έργο της ροπής των αντιστάσεων στη διάρκεια της επιβραδυνομενης κίνησης του σφονδύλου γ. Τη μέση ισχύ της ροπής των αντιστάσεων στη διάρκεια της επιβραδυνομενης κίνησης του σφονδύλου

δ. Τη στιγμιαία ισχύ της ροπής των αντιστάσεων τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\sec$. Δίνεται ότι $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[\ 5{,}76\, Nm ,,, -259{,}2\, j ,,, 51{,}84\, W ,,, 62{,}2 W\ ]$

48. Ομογενής δίσκος, μάζας $m = 19{,}2\, kgr$ και ακτίνας $R = 20\, cm$, μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ο δίσκος αρχίζει να στρέφεται με την επίδραση σταθερής ροπής μέτρου $\tau = 2\, Nm$. Αν τη χρονική στιγμή t ο τροχός έχει περιστραφεί κατά γωνία $\theta = 60\, rad$, να υπολογίσετε:

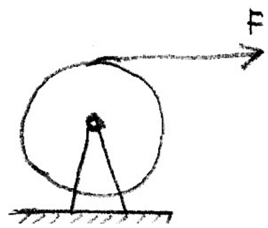
α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t

β. Τη στιγμιαία ισχύ της ροπής που δρα στο δίσκο τη χρονική στιγμή t

γ. Τη μέση ισχύ της ροπής που δρα στο διάστημα $\Delta t = t - t_0$. Δίνεται ότι $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[\ 25 ,,, 50\, W ,,, 25 W\ ]$.

49. Ομογενής κύλινδρος, μάζας $m = 10\, kgr$ και ακτίνας $R = 0{,}4\, m$, είναι ελεύθερος να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που ταυτίζεται με τον γεωμετρικό του άξονα. γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου ασκούμε οριζόντια δύναμη.



Αν η δύναμη έχει σταθερό μέτρο $F = 10\, N$, να υπολογίσετε:

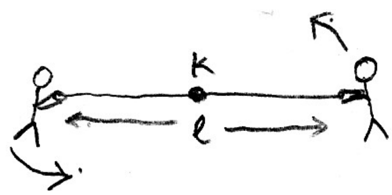
α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου

β. Το μέτρο της στροφορμης του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell = 1\mathrm{m}$

50. Αν το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $F = 10 - 2\mathrm{t}\,(S.I.)$, να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμης του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\sec$. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

$[\ 5 ,,, 4 ,,, 0{,}8\ ]$

51. Δυο αστροναύτες , ο καθένας μάζας $m = 80\, kgr$, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές τεντωμένο σχοινί μήκους $\ell = 10\, m$ και αμελητέας μάζας. Οι αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα, μακριά από άλλα σώματα, και περιστρέφονται γύρω από το μέσο Κ του σχοινιού με ταχύτητες του ίδιου μέτρου $u = 5\mathrm{m}/s$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμης του συστήματος, θεωρώντας τους αστροναύτες ως υλικά σημεία.

Τραβώντας προς το μέρος τους και μαζεύοντας ταυτόχρονα το σχοινί, οι δυο αστροναύτες ελαττώνουν τη μεταξύ τους απόσταση. Αν το σχοινί κόβεται, όταν η τάση του ξεπερνάει την τιμή $T = 6250\, N$,

β. ποια είναι η ελάχιστη απόσταση $\ell_{\min}$ των αστροναυτών, ώστε το σχοινί να μην κοπεί;

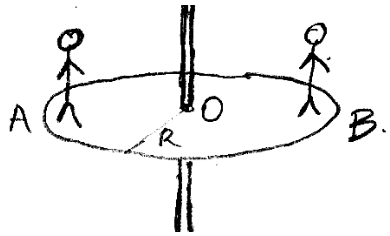
Όταν οι αστροναύτες βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση $\ell_{\min}$,

γ. ποιο είναι το μέτρο των ταχυτήτων τους;

δ. Πόσο έργο παράγεται από τους αστροναύτες, για να ελαττώσουν το μήκος του σχοινιού στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση $\ell_{\min}$;

[4000,,,4m,,,12,5 m/s,,,10.500 j]

52. Δίσκος παιδικής χαράς, μάζας m και ακτίνας R, περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του δίσκου Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Δυο παιδία, μάζας m το καθένα, μετακινούνται ταυτόχρονα από τα σημεία Α και Β της περιφέρειας του δίσκου προς τον άξονα περιστροφής.



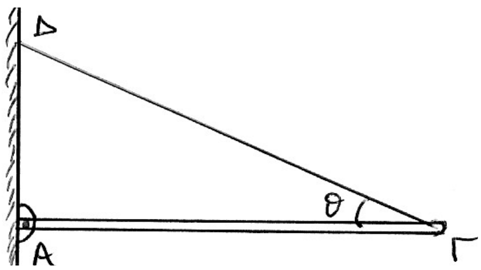
α. Ποιο θα είναι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δίσκου, όταν τα δυο παιδία φτάνουν ταυτόχρονα σε απόσταση $\frac{R}{2}$ από τον άξονα περιστροφής του δίσκου;

β. Ποια θα είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος;

Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$

[$\frac{5\omega}{2}$,,, $\frac{15}{2}m\omega^2 R$]

53. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος $\ell=1\text{m}$ και άγνωστη μάζα m ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΓΔ που σχηματίζει γωνία $\vartheta=30^0$ με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_A=1\,kgm^2$.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο του βάρους της ράβδου

β. Να υπολογίσετε τα μέτρα και να προσδιορίσετε τις διευθύνσεις των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από την άρθρωση. Να υπολογίσετε:

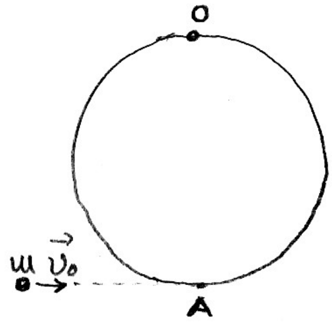
γ. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου, μόλις κοπεί το νήμα.

δ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμης της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία $\phi=60^0$ με την αρχική της θέση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή, $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$, και $g=10\,m/s^2$.

[$w=30\,N$,,, $T=30\,N$,,, $a=15\,rad/s^2$,,, $dL/dt=7{,}5\,kgm^2/s^2$]

54. Ομογενής δακτύλιος μάζας $M=0{,}9\,kg$ και ακτίνας $R=0{,}4\,m$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο περί οριζόντιο άξονα που εφάπτεται στο δακτύλιο στο σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει. Αρχικά ο δακτύλιος ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας $m=0{,}1\,kg$, το οποίο κινείται οριζόντια στο κατακόρυφο επίπεδο του δακτυλίου με ταχύτητα $\vec{u}_0$, σφηνώνεται ακαριαία στο κατώτερο σημείο Α του δακτυλίου. Μετά την κρούση, ο δακτύλιο περιστρέφεται περί τον άξονα στο σημείο O και σταματά στιγμιαία, όταν η διάμετρος του OA γίνεται οριζόντια.



α. Να αποδείξετε τη σχέση που δίνει τη ροπή αδράνειας ομογενούς δακτυλίου μάζας M και ακτίνας R, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει.

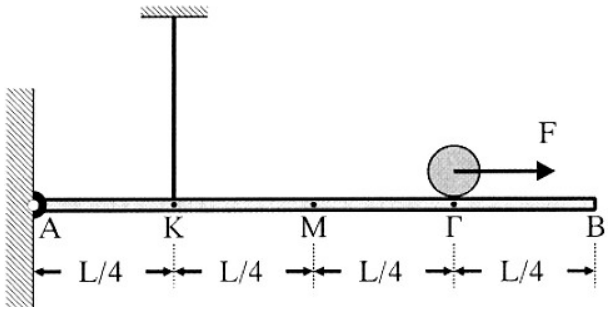
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας που αποκτά το σύστημα δακτυλίου – βλήματος, αμέσως μετά την κρούση.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{u}_0$ του βλήματος.

δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της στροφορμης του συστήματος δακτυλίου – βλήματος, από τη στιγμή της κρούσης και μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Δίνεται $g=10\, m/s^2$. Να θεωρήσετε το πάχος του δακτυλίου αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα του.

55. Ομογενης και ισοπαχής ράβδος μήκους $L=4\text{m}$ και μάζας $m=2\,kg$ ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο Γ ισορροπεί σφαίρα μάζας $m=2{,}5\,kg$ και ακτίνας $r=\dfrac{0{,}2}{\pi}\,m$.



Την χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη $F=7\text{N}$ με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας της όταν η σφαίρα φτάνει στο άκρο Β.

β. να βρεθεί η στροφορμη και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμης της σφαίρας ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της την ίδια χρονική στιγμή.

γ. να υπολογιστεί η τάση του νήματος και η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο στο σημείο Α την ίδια χρονική στιγμή

δ. τη στιγμή που χάνεται η επαφή της σφαίρας με τη ράβδο καταργείται η δύναμη F και η σφαίρα συνεχίζει την κίνηση της μόνο με την επίδραση του βάρους της. Να υπολογιστεί ο αριθμός των περιστροφών της σφαίρας από την χρονική στιγμή $t=0$ έως την χρονική στιγμή $t=5\text{s}$.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I=\dfrac{2}{5}mr^2$ και $g=10\,m/s^2$.

$$[u=2\text{m}/s,,, L=0{,}4/\pi kgm^2/s,,, dL/dt=0{,}4/\pi kgm^2/s^2,,, T=130\,N,,, F_x=2\text{N},,, F_y=95\,N,,, N=22{,}5]$$