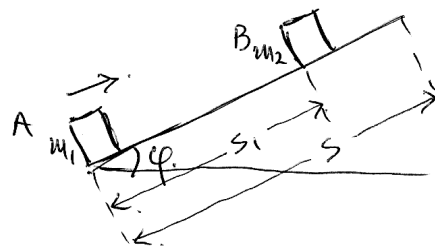


## ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

1. Από τη βάση πλάγιου επιπέδου, το οποίο έχει μήκος  $s=2,9\text{ m}$  και κλίση  $\varphi=30^\circ$ , ολισθαίνει προς τα επάνω σώμα A μάζας  $m_1$  και αρχικής ταχύτητας  $u_0=6\text{ m/sec}$ . Όταν έχει διανύσει διάστημα  $s_1=2\text{ m}$ , το σώμα συγκρούεται με δεύτερο ακίνητο σώμα B μάζας  $m_2$ . Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση ολισθαίνει στο πλάγιο επίπεδο και φτάνει στην κορυφή του με μηδενική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:



- Την ταχύτητα του σώματος A, αμέσως πριν την κρούση
- Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- Τον λόγο  $m_1/m_2$  των μαζών των σωμάτων A και B
- Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος A, το οποίο χάθηκε κατά την κρούση. Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

$$[ 4\text{ m/s},,3\text{ m/s},,3/3,,1/9 ]$$

2. Σώμα μάζας  $m_1=2\text{ kg}$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $u_1=8\text{ m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2=6\text{ kg}$ . Η μεταβολή της ορμής του πρώτου σώματος κατά τη διάρκεια της κρούσης έχει μέτρο  $\Delta p_1=18\text{ kgm/s}$ .

- Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του κάθε σώματος αμέσως μετά την κρούση
- Να δικαιολογηθεί ότι η κρούση ήταν ανελαστική
- Να υπολογιστεί η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση.

$$[ -1\text{ m/s},,3\text{ m/s},,36\text{ j} ]$$

3. Δυο σώματα A και B με μάζες  $m_1=2\text{ kg}$  και  $m_2=3\text{ kg}$  είναι ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, σε απόσταση  $x=5,5\text{ m}$  το ένα από το άλλο. Δίνουμε στο σώμα A ταχύτητα  $u_0=6\text{ m/s}$  με κατεύθυνση προς το σώμα B. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος A καθώς και του συσσωματώματος που προκύπτει από την κρούση με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu=0,1$ . Να υπολογίσετε:

- Την ταχύτητα του σώματος A τη στιγμή που συναντάει το σώμα B
- Το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει.
- Το λόγο της θερμότητας που παράχθηκε κατά την κρούση προς τη θερμότητα που θα παραχθεί λόγω της τριβής κατά την ολίσθηση του συσσωματώματος και μέχρι να σταματήσει. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

$$[ 5\text{ m/s},,2\text{ m},,3/2 ]$$

4. Δυο σώματα A και B με μάζες  $m_1=5\text{ kg}$  και  $m_2=1,8\text{ kg}$  είναι ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, σε απόσταση  $d=2\text{ m}$  μεταξύ τους. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των σωμάτων A και B με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu=0,4$ . Βλήμα μάζας  $m=0,2\text{ kg}$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u_0$ , προσπίπτει στο σώμα A, εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα  $u=100\text{ m/s}$  και στη συνέχεια σφηνώνεται στο σώμα B. Μετά τη διέλευση του βλήματος από το σώμα A, το σώμα αυτό διανύει διάστημα  $x_1=2\text{ m}$  μέχρι να σταματήσει. Να υπολογίσετε:

- Την ταχύτητα του σώματος A, αμέσως μετά την κρούση
- Την ταχύτητα  $u_0$  του βλήματος
- Την τελική απόσταση των δυο σωμάτων
- Τη συνολική θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

$$[ 4\text{ m/s},,200\text{ m/s},,12,5\text{ m},,4000\text{ j} ]$$

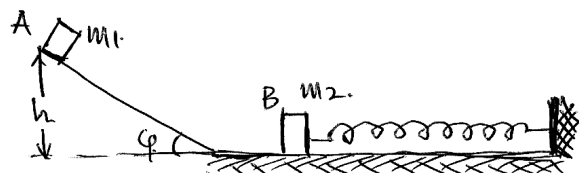
5. Σώμα μάζας  $M=4,5\text{ kg}$  αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος. Μετά από χρόνο  $t=2\text{ s}$  ένα βλήμα μάζας  $0,5\text{ kg}$ , που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, σφηνώνεται στο κέντρο μάζας του σώματος με ταχύτητα μέτρου  $u_0$ . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται προς τα πάνω και φτάνει στο ίδιο ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα. Να υπολογίσετε:

- Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- Το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$  του βλήματος.
- Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση

δ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

[  $20\text{ m/s},,380\text{ m/s},,36/37,, -1000\text{ J/s}$  ]

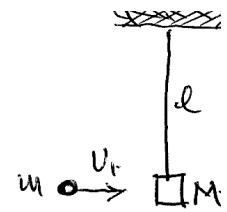
6. Από την κορυφή πλάγιου επιπέδου ύψους  $h=1,8\text{ m}$  και γωνίας κλίσης  $\varphi=30^\circ$  Αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$ . Στη βάση του πλάγιου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουστεί πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2=4\text{ kg}$ . Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο σταθεράς  $K=500\text{ N/m}$ , το οποίο έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Η ευθεία κίνησης του συσσωματώματος ταυτίζεται με τον άξονα του ελατηρίου. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης στο πλάγιο επίπεδο είναι  $\mu=\frac{\sqrt{3}}{4}$ , να βρείτε:



- α. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $m_1$  στη βάση του πλάγιου επιπέδου
- β. Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  κατά την ολίσθηση του στο πλάγιο επίπεδο
- γ. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση
- δ. Τη μέγιστη συσπίεση του ελατηρίου. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$

[  $3\text{ m/s},,75\%,,0,6\text{ m/s},,0,06\text{ m}$  ]

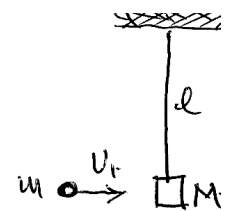
7. Ένα ξύλινο σώμα μάζας  $M=1\text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους  $\ell=0,9\text{ m}$ . Βλήμα μάζας  $m=100\text{ gr}$ , κινείται με ταχύτητα  $u_1=60\text{ m/s}$ , διαπερνά το ξύλο και βγαίνει από αυτό με ταχύτητα  $u_2$ . Μετά την κρούση το σώμα ανυψώνεται σε ύψος  $h=0,45\text{ m}$ . Να υπολογίσετε:



- α. Την ταχύτητα του ξύλου, αμέσως μετά την κρούση
- β. Το μέτρο  $u_2$ , της ταχύτητας του βλήματος αμέσως μετά την διέλευση του από το ξύλο
- γ. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του ξύλου τη στιγμή που φτάνει στο μέγιστο ύψος του. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

[  $3\text{ m/s},,30\text{ m/s},,-5\sqrt{3}\text{ kgm/s}^2$  ]

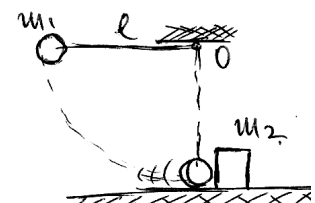
8. Ένα ξύλινο σώμα μάζας  $M=1,9\text{ kg}$  είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $\ell=0,8\text{ m}$  και ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας  $m=100\text{ gr}$  κινούμενο με ταχύτητα  $u_0$  σφηνώνεται στο κέντρο μάζας του σώματος. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα διαγράφει κυκλική τροχιά και όταν το νήμα γίνεται οριζόντιο, η δύναμη που ασκεί το τεντωμένο νήμα στο συσσωμάτωμα έχει μέτρο  $T=22,5\text{ N}$ . Να βρείτε:



- α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, όταν το νήμα γίνεται οριζόντιο
- β. Το μέτρο της ταχύτητας  $\vec{u}_0$  του βλήματος πριν την κρούση
- γ. Τη μηχανική ενέργεια του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

[  $3\text{ m/s},,100\text{ m/s},,475\text{ J}$  ]

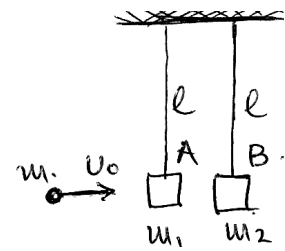
9. Σφαίρα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  είναι δεμένο με σχοινί μήκους  $\ell=0,8\text{ m}$  και ισορροπεί με το σχοινί σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο, και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν η σφαίρα επανέρχεται στην κατώτερη θέση της, συγκρούεται με σώμα Σ μάζας  $m_2=3\text{ kg}$ , που είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση, η σφαίρα ανακλάται και ανέρχεται σε ύψος  $h=0,2\text{ m}$ , ενώ το σώμα Σ ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο και σταματάει αφού διανύσει διάστημα  $x=1\text{ m}$ . να υπολογίσετε:



- α. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας, αμέσως πριν την κρούση
- β. Το μέτρο της τάσης του σχοινιού, αμέσως μετά την κρούση
- γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, αμέσως μετά την κρούση
- δ. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης του σώματος Σ με το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

[  $4\text{ m/s},,15\text{ N},,2\text{ m/s},,\mu=0,2$  ]

10. Δυο σώματα A και B με μάζες  $m_1=1\text{ kg}$  και  $m_2=2,98\text{ kg}$  είναι κρεμασμένα με σχοινιά, ώστε να βρίσκονται το ένα κοντά στο άλλο και τα κέντρα μάζας τους να βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας  $m=20\text{ gr}$  που κινείται οριζόντια διαπερνά το σώμα A και, όταν βγαίνει από αυτό, σφηνώνεται στο σώμα B. Η ευθεία κίνησης του βλήματος διέρχεται από τα κέντρα μάζας των δυο σωμάτων. Αμέσως μετά τις δυο κρούσεις, το σώμα A έχει ταχύτητα  $V_1=4\text{ m/s}$ , ενώ το σώμα B ανυψώνεται σε ύψος  $h=20\text{ cm}$  πάνω από τη θέση ισορροπίας του. Να υπολογίσετε:

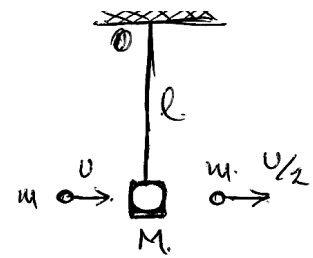


- Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση του βλήματος με το σώμα B
- Την ταχύτητα του βλήματος, όταν βγαίνει από το σώμα A
- Την ταχύτητα του βλήματος πριν συγκρουστεί με το σώμα A

δ. Σε ποια από τις δυο κρούσεις η θερμότητα που παράγεται είναι μεγαλύτερη; Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

[  $2\text{ m/s}$  , ,  $300\text{ m/s}$  , ,  $500\text{ m/s}$  , ,  $Q_1 > Q_2$  ]

11. Ξύλινο σώμα μάζας  $M=2\text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο O. Η απόσταση του κέντρου μάζας του σώματος από το σημείο O είναι  $l=72\text{ cm}$ . Ένα βλήμα μάζας  $m=20\text{ gr}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u$  προσκρούει στο σώμα, το διαπερνά και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα  $\frac{u}{2}$ . Αν το σώμα μόλις εκτελεί



ανακύκλωση, να υπολογίσετε:

- Το μέτρο  $V$  της ταχύτητας του σώματος, αμέσως μετά την κρούση
- Το μέτρο  $u$  της ταχύτητας του βλήματος, αμέσως πριν από την κρούση.

[  $6\text{ m/s}$  , ,  $1200\text{ m/s}$  ]

12. Δυο ξύλινοι κύβοι, μάζας  $M=1,9\text{ kg}$  ο καθένας, ισορροπούν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, σε μικρή απόσταση ο ένας από τον άλλο. Ένα βλήμα μάζας  $m=0,1\text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια, στη διεύθυνση που ορίζουν τα κέντρα μάζας των δυο κύβων, με ταχύτητα μέτρου  $u_0=430\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , διαπερνά τον ένα κύβο και σφηνώνεται στον άλλο. Μετά την κρούση ο δεύτερος κύβος ολισθαίνει καλύπτοντας διάστημα  $s_2=14,4\text{ m}$ , πριν σταματήσει και πάλι. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του κύβου με το επίπεδο  $\mu=0,5$  και  $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Να βρεθούν

- Το διάστημα που διάνυσε ο πρώτος κύβος μετά την κρούση
- Η μεταβολή της ορμής του βλήματος κατά τη διέλευση του από τον πρώτο κύβο
- Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά τις κρούσεις

13. Σώμα μάζας  $M=300\text{ g}$  κρέμεται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k=15\text{ N/m}$  και ισορροπεί. Το άνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. βλήμα μάζας  $m=300\text{ g}$  κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $u=2\sqrt{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$  και σφηνώνεται στο σώμα. Αν  $g=10\text{ m/s}^2$ , να υπολογίσετε:

- Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση
- Τη μέγιστη ανύψωση του συσσωματώματος από τη θέση της κρούσης και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει
- Την περίοδο της ταλάντωσης και τον ελάχιστο χρόνο, από τη στιγμή της κρούσης, που χρειάζεται το συσσωμάτωμα για να ξαναπεράσει από το σημείο της κρούσης  
Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος να βρείτε
- Τη μέγιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης και της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου  
Αμέσως μετά την κρούση να βρείτε
- Το ρυθμό μεταβολής, της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας και της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

[  $50\%$  , ,  $0,2\text{ m}$  , ,  $0,4\text{ m}$  , ,  $0,4\pi\text{ s}$  , ,  $\frac{2\pi}{15}\text{ s}$  , ,  $1,2\text{ J}$  , ,  $4,8\text{ J}$  , ,  $-3\sqrt{3}\frac{\text{J}}{\text{s}}$  , ,  $6\sqrt{3}\frac{\text{J}}{\text{s}}$  , ,  $-3\sqrt{3}\frac{\text{J}}{\text{s}}$  ]

14. Μια σφαίρα όπλου μάζας  $m = 0,02 \text{ kg}$  κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σ'ένα κομμάτι ξύλου, μάζας  $M = 0,98 \text{ kg}$  που είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου νήματος μήκους  $\ell = 0,9 \text{ m}$ , αμελητέου βάρους. Μόλις το βλήμα σφηνωθεί, το ξύλο εκτρέπεται, με αποτέλεσμα το νήμα να υποστεί μέγιστη απόκλιση  $60^\circ$ . Να βρεθούν

α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

β. Η ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση

γ. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση, ως ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του συστήματος. Δίνεται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

$$\left[ 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 98\% \right]$$

15. Δυο ξύλινοι κύβοι, μάζας  $M = 1,9 \text{ kg}$  ο καθένας, ισορροπούν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, σε μικρή απόσταση ο ένας από τον άλλο. Ένα βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια, στη διεύθυνση που ορίζουν τα κέντρα μάζας των δυο κύβων, με ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 430 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , διαπερνά τον ένα κύβο και σφηνώνεται στον άλλο. Μετά την κρούση ο δεύτερος κύβος ολισθαίνει καλύπτοντας διάστημα  $s_2 = 14,4 \text{ m}$ , πριν σταματήσει και πάλι. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του κύβου με το επίπεδο  $\mu = 0,5$  και  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Να βρεθούν

α. Το διάστημα που διάνυσε ο πρώτος κύβος μετά την κρούση

β. Η μεταβολή της ορμής του βλήματος κατά τη διέλευση του από τον πρώτο κύβο

γ. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά τις κρούσεις

$$\left[ 10\text{m}, -19 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 97,4\% \right]$$

16. Μια σφαίρα από πλαστελίνη μάζας  $m_1 = 3 \text{ kg}$ , αφήνεται να πέσει. Όταν διανύσει διάστημα  $h = 0,45 \text{ m}$ , συναντά άλλη σφαίρα από πλαστελίνη, μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , που ισορροπεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Οι δυο σφαίρες συγκρούονται πλαστικά. Να βρεθούν

α. Να βρεθεί το πλάτος απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα

β. Ο χρόνος καθόδου του συσσωματώματος μετά την κρούση

γ. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, λίγο πριν την κρούση, που έγινε ενέργεια της ταλάντωσης

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν, μετά την κρούση, έχει κατεβεί κατά  $x_1 = 0,15 \text{ m}$ . Δίνεται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$\left[ 0,3 \text{ m}, \frac{\pi\sqrt{3}}{15} \text{ s}, 66,7\%, 0. \right]$$

17. Ένα βλήμα μάζας  $m = 50 \text{ gr}$  κινείται με ταχύτητα  $v = 200 \text{ m/s}$  και σφηνώνεται σε σώμα με μάζα  $M = 950 \text{ gr}$  που είναι ακίνητο σε οριζόντιο τραπέζι. Το σώμα είναι στερεωμένο στη μια άκρη ελατηρίου σταθεράς  $k = 2475 \text{ N/m}$ . Αν η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι  $d = 0,2 \text{ m}$ , να βρείτε:

α. Την ταχύτητα  $V$  του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

β. Την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση

γ. Τον συντελεστή τριβής του συσσωματώματος με το οριζόντιο επίπεδο

δ. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος,

δ1. που χάνεται κατά την κρούση

δ2. που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια κατά την ολίσθηση στο επίπεδο, μέχρι που το συσσωμάτωμα να σταματήσει στιγμιαία

δ3. που μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, όταν το ελατήριο έχει τη μέγιστη συσπίρωση του.

Δίνεται ότι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$\left[ 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 950 \text{ J}, 0,25, 95\%, 0,05\%, 4,95 \right]$$