

## ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

1. Σφαίρα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  που κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου  $u_1=8\text{ m/s}$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας  $m_2=3\text{ kg}$  που κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου  $u_2=4\text{ m/s}$ .
- α. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των δυο σφαιρών μετά τη σύγκρουση  
β. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας μάζας  $m_2$ .
- Συμβιβάζεται το αποτέλεσμα του δεύτερου ερωτήματος με το γεγονός ότι η σύγκρουση των δυο σφαιρών είναι ελαστική;

$$10\text{ m/s},,2\text{ m/s},,-18\text{ J}]$$

2. Δυο σφαίρες A και B με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα κινούνται με ταχύτητες  $u_1$  και  $u_2=5\text{ m/s}$ , όπως στο σχήμα, και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Κατά την κρούση όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας A μεταβιβάζεται στη σφαίρα B, ενώ η επί τοις εκατό αύξηση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας B είναι  $\Pi=44$ . Να υπολογίσετε:



$$[0,,6\text{ m/s},,1/11]$$

3. Σφαίρα A μάζας  $m_1$  που κινείται με ταχύτητα  $u_1=4\text{ m/s}$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B μάζας  $m_2$ . Η ταχύτητα της σφαίρας B μετά την κρούση είναι  $u'_2=6\text{ m/s}$ . Να υπολογίσετε:

$$3/1,,2\text{ m/s},,75]$$

4. Σφαίρα A μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα  $u_1$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα B μάζας  $m_2$  που είναι αρχικά ακίνητη.

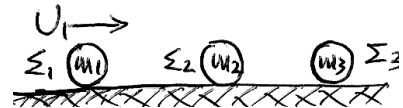
$$[\frac{\lambda-1}{\lambda+1}u_1,,\frac{2\lambda}{\lambda+1}u_1,,\frac{(\lambda-1)^2}{4\lambda},,\lambda=1]$$

5. Ένα σωματίο  $a$  εκτοξεύεται από πολύ μακριά με αρχική ταχύτητα  $u_0=10^6\text{ m/sec}$  προς ένα ακίνητο πρωτόνιο, το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί.

Δίνονται  $m_a = 4m_p, m_p = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις θεωρούνται αμελητέες.

$$[ 8 \cdot 10^5 \text{ m/sec},, 6,4 \cdot 10^{-16} \text{ j},, 6 \cdot 10^5 \text{ m/sec},, 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/sec} ]$$

6. Τρεις σφαίρες με μάζες  $m_1 = m_2 = m$  και  $m_3 = 2m$  είναι ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα μάζας τους να βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνουμε στην πρώτη σφαίρα ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 3 \text{ m/sec}$  με κατεύθυνση προς τη δεύτερη σφαίρα. Να υπολογίσετε:

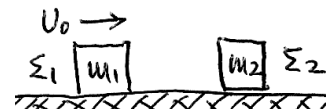


α. Τις τελικές ταχύτητες των τριών σφαιρών

β. Το κλάσμα της κινητικής ενέργειας της πρώτης σφαίρας που μεταφέρεται στις άλλες δυο. Όλες οι κρούσεις να θεωρηθούν μετωπικές και ελαστικές.

$$[ -1 \text{ m/s},, 0,, 2 \text{ m/s},, 8/9 ]$$

7. Σώμα με μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  κινείται προς ακίνητο σώμα μάζας  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Όταν η απόσταση των δυο σωμάτων είναι  $x = 1,3 \text{ m}$ , το μέτρο της ταχύτητας του είναι  $u_0 = 7 \text{ m/s}$ . Τα δυο σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης καθενός από τα δυο σώματα με το δάπεδο είναι  $\mu = 0,5$ , να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου σώματος πριν την κρούση

β. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο σωμάτων μετά την κρούση

γ. Τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας εξαιτίας της τριβής ολίσθησης μεταξύ του πρώτου σώματος και του δαπέδου, αμέσως μετά την κρούση.

δ. Το διάστημα που θα διανύσει το δεύτερο σώμα μέχρι να σταματήσει. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

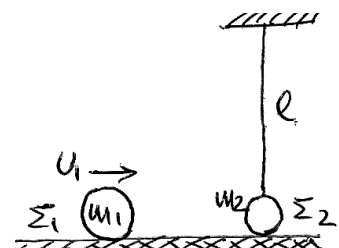
$$[ 6 \text{ m/s},, -2 \text{ m/s},, 4 \text{ m/s},, 10 \text{ j/s},, 1,6 \text{ m} ]$$

8. Για το επόμενο σχήμα Δίνονται ότι:  $u_1 = 6 \text{ m/s}, \ell = 1,6 \text{ m}$  και ότι  $m_2 = 2m_1$  και ότι η κρούση είναι μετωπική και ελαστική. Να υπολογίσετε:

α. Την ταχύτητα της  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση

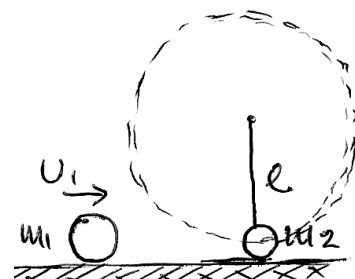
β. Την μέγιστη γωνία εκτροπής του νήματος

γ. Τη σχέση των μαζών των δυο σφαιριδίων ώστε η μέγιστη γωνία εκτροπής του νήματος του εκκρεμούς από την αρχική κατακόρυφη θέση του να είναι η μεγαλύτερη δυνατή. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$



$$[ 4 \text{ m/s},, 60^\circ,, m_1 = m_2 ]$$

9. Σφαίρα  $m_1$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με σφαίρα  $m_2$  η οποία κρέμεται ακίνητη στην άκρη νήματος μήκους  $\ell = 0,5 \text{ m}$  που είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. μετά την κρούση η δεύτερη σφαίρα μόλις διαγράφει τον εστιγμένο κύκλο όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



α. Την ελάχιστη ταχύτητα της δεύτερης σφαίρας στο ανώτερο σημείο του εστιγμένου κύκλου, ώστε το νήμα να είναι τεντωμένο.

β. Την ταχύτητα της δεύτερης σφαίρας αμέσως μετά την κρούση

γ. Τον λόγο  $m_1/m_2$  των σφαιρών. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$[ \sqrt{5} \text{ m/s},, 5 \text{ m/s},, 1/3 ]$$

10. Σφαίρα μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  κρέμεται με νήμα μήκους  $\ell = 1,25 \text{ m}$  από ακλόνητο σημείο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο, και την εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα  $u_0 = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$ . Στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της, η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας  $m_2$ , που είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. μετά την κρούση, η πρώτη σφαίρα επανέρχεται στην αρχική της θέση όπου το νήμα ήταν οριζόντιο, ενώ το δεύτερο διανύει διάστημα  $x = 5 \text{ m}$  πάνω στο δάπεδο μέχρι να σταματήσει λόγω της τριβής. Να υπολογίσετε:

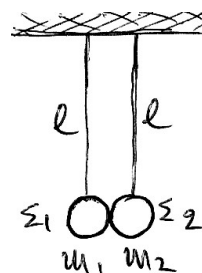
α. Την ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β. Την τιμή της μάζας  $m_2$ .

γ. Τον συντελεστή τριβής του σώματος με το δάπεδο. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$

$$[-5\text{ m/s},,3\text{ kg},,\mu=0,25]$$

11. Δυο σφαιρίδια Σ1 και Σ2 έχουν μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα και κρέμονται από δυο σημεία με νήματα ίσου μήκους  $\ell=1,5\text{ m}$ , ώστε στη θέση ισορροπίας τα νήματα να είναι κατακόρυφα και τα σφαιρίδια να εφάπτονται. Ανυψώνουμε το σφαιρίδιο Σ1 σε ύψος  $h$  και όταν το αφήνουμε ελεύθερο, αυτό συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σφαιρίδιο Σ2. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο Σ1 ανυψώνεται σε ύψος  $h_1=20\text{ cm}$  προς την ίδια κατεύθυνση με την αρχική του ανύψωση, ενώ το Σ2 ανυψώνεται σε ύψος  $h_2=45\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε:



α. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο σφαιριδίων αμέσως μετά την κρούση

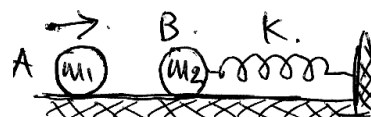
β. Το λόγο  $\frac{m_1}{m_2}$  των μαζών τους

γ. Το ύψος  $h$

δ. Το κλάσμα της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σφαιριδίου Σ1 που μεταβιβάστηκε στο σφαιρίδιο Σ2 κατά την κρούση. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$

$$[-2\text{ m/s},,3\text{ m/s},,3/7,,1,25\text{ m},,21/25]$$

12. Σώμα Α μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $u_1=5\text{ m/s}$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα Β μάζας  $m_2=4\text{ kg}$ . Το σώμα Β είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=400\text{ N/m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχωμα. Η διεύθυνση κίνησης του κέντρου μάζας του σώματος Α ταυτίζεται με τον άξονα του ελατηρίου. Να υπολογίσετε:



α. Τις ταχύτητες των δυο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση

β. Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου

γ. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Β την στιγμή που σταματάει στιγμιαία.

$$[-3\text{ m/s},,2\text{ m/s},,0,2\text{ m},,-80\text{ kgm/s}]$$

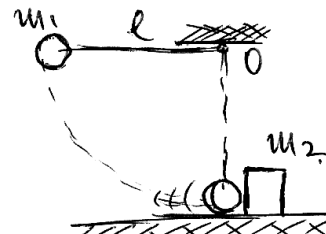
13. Δυο σφαίρες αμελητέων ακτινών με μάζες  $m_1=m_2=m$  αφήνονται διαδοχικά να πέσουν από το ίδιο ύψος  $h_1=18\text{ m}$  επί οριζόντιου επιπέδου. Οι σφαίρες κινούνται επάνω στην ίδια κατακόρυφο. Αφήνεται πρώτα η σφαίρα μάζας  $m_1$  και μετά η σφαίρα μάζας  $m_2$ . Η σφαίρα μάζας  $m_1$  προσκρούει στο οριζόντιο επίπεδο και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω. μόλις αποχωρισθεί από το επίπεδο, συγκρούεται μετωπικά με την κατερχόμενη σφαίρα μάζας  $m_2$ .

Να βρεθεί το ύψος  $h_2$ , στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας  $m_2$ .

Να θεωρηθεί ότι όταν οι σφαίρες συγκρούονται, έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση  $h_1$  από το σημείο εκκίνησης. Όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. (ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1990).

$$[1.40/345,,18\text{ m}]$$

14. Σφαίρα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  είναι δεμένο με σχοινί μήκους  $\ell=0,8\text{ m}$  και ισορροπεί με το σχοινί σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο, και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν η σφαίρα επανέρχεται στην κατώτερη θέση της, συγκρούεται με σώμα Σ μάζας  $m_2=3\text{ kg}$ , που είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση, η σφαίρα ανακλάται και ανέρχεται σε ύψος  $h=0,2\text{ m}$ , ενώ το σώμα Σ ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο και σταματάει αφού διανύσει διάστημα  $x=1\text{ m}$ . να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας, αμέσως πριν την κρούση

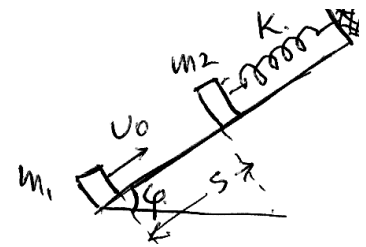
β. Το μέτρο της τάσης του σχοινού, αμέσως μετά την κρούση

γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, αμέσως μετά την κρούση

δ. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης του σώματος Σ με το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ .

[ 4m/s,,,15 N,,,2m/s,,,μ=0,2 ]

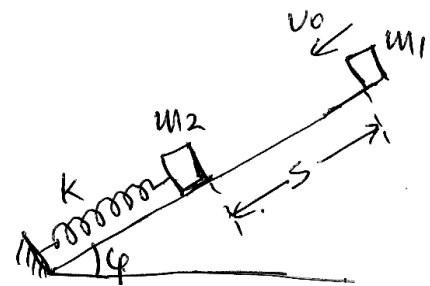
15. Στην κορυφή πλάγιου επιπέδου, γωνίας  $\varphi=30^0$ , στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας  $m_2=3\text{ kg}$  και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο πλάγιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από τη βάση του πλάγιου επιπέδου εκτοξεύεται προς τα πάνω σώμα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  με αρχική ταχύτητα  $u_0$  που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η αρχική απόσταση των δυο σωμάτων είναι  $s=0,5\text{ m}$ . Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. μετά την κρούση το σώμα μάζας  $m_2$  εκτελεί α.α.τ. και η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την εξίσωση  $x=0,1\eta\mu 10t$  (S.I.). Να υπολογίσετε:



- Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$ , αμέσως μετά την κρούση
- Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_1$ , αμέσως πριν την κρούση
- Το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$
- Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας  $m_2$ . Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

[ 1m/s,,,2m/s,,,3m/s,,,3,375 j ]

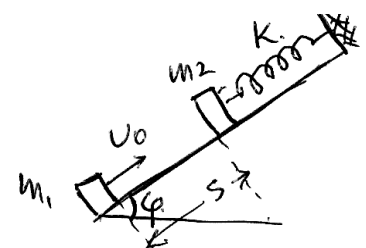
16. Ιδανικό ελατήριο είναι τοποθετημένο στη βάση πλάγιου επιπέδου, γωνίας  $\varphi=30^0$ , με το κατώτερο άκρο του μόνιμα στερεωμένο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m_2=4\text{ kg}$  και το σύστημα ισορροπεί. Από την κορυφή πλάγιου επιπέδου κινείται προς τα κάτω σώμα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  με αρχική ταχύτητα μέτρου  $u_0=4\text{ m/s}$ , η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα  $m_1$  διανύει επάνω στο πλάγιο επίπεδο διάστημα  $s=2\text{ m}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα μάζας  $m_2$ . μετά την κρούση η μέγιστη επιπλέον συσπίρωση του ελατηρίου είναι  $x=0,2\text{ m}$ . Να υπολογίσετε:



- Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_1$ , αμέσως μετά την κρούση
- Τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο σωμάτων, Ακριβώς μετά την κρούση
- Τη σταθερά του ελατηρίου
- Τη μέγιστη τιμή της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα μάζας  $m_2$ . Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

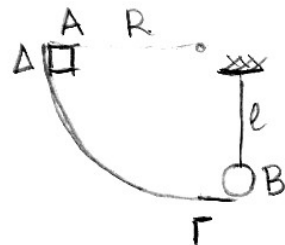
[ 1.83/359,,,6m/s,,,−3,6m/s,,,2,4m/s,,,576 N/m,,,135,2 N ]

17. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\varphi=30^0$  στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας  $m_2=3\text{ kg}$  και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Η σταθερά του ελατηρίου είναι  $K=300\text{ N/m}$ . Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα επάνω σώμα μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  με αρχική ταχύτητα, η οποία έχει τη διεύθυνση του ελατηρίου και μέτρο  $u_0=5\text{ m/s}$ . Η αρχική απόσταση των δυο σωμάτων είναι  $s=0,9\text{ m}$ . Τα δυο σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Να υπολογίσετε:



- Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_1$  ελάχιστα πριν την κρούση.
  - Το ποσοστό επί τοις εκατό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  κατά την κρούση.
  - Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μάζας  $m_2$  μετά την κρούση.
  - Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της σύγκρουσης και μέχρι τη στιγμή που το ελατήριο έχει για πρώτη φορά τη μέγιστη δυναμική του ενέργεια.
- Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

18. Σώμα Α μάζας  $m=1,5\text{ kg}$  αφήνεται να ολισθήσει χωρίς τριβή από την κορυφή Δ κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R=1,8\text{ m}$ . Στο χαμηλότερο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου το σώμα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β διπλάσιας μάζας Μ, το οποίο κρέμεται από αβαρές νήμα μήκους  $\ell=1,6\text{ m}$ . Αν γνωρίζετε ότι  $g=10\text{ m/s}^2$ , να υπολογίσετε:



α. Τη δύναμη που δέχεται το σώμα Α από το τεταρτοκύκλιο λίγο προτού συγκρουστεί με το σώμα Β

β. Σε ποιο σημείο Ζ του τεταρτοκυκλίου θα σταματήσει στιγμιαία το σώμα Α κατά την επιστροφή του, μετά την κρούση;

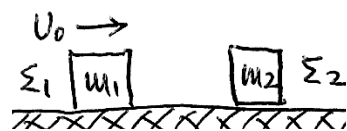
γ. Την μέγιστη γωνιακή εκτροπή του νήματος από την κατακόρυφο

δ. Την τάση του νήματος στη θέση της μέγιστης γωνιακής εκτροπής.

[ 45 N ,, 0,2 m ,, 60° ,, 15 N ]

19. Σώμα με μάζα  $m_1=1\text{ kg}$  κινείται προς ακίνητο σώμα μάζας  $m_2=2\text{ kg}$ .

Όταν η απόσταση των δυο σωμάτων είναι  $x=1,3\text{ m}$ , το μέτρο της ταχύτητας του είναι  $u_0=7\text{ m/s}$ . Τα δυο σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης καθενός από τα δυο σώματα με το δάπεδο είναι  $\mu=0,5$ , να υπολογίσετε:



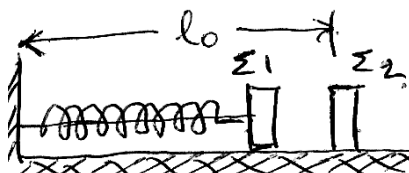
α. Το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου σώματος πριν την κρούση

β. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο σωμάτων μετά την κρούση

γ. Τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας εξαιτίας της τριβής ολίσθησης μεταξύ του πρώτου σώματος και του δαπέδου, αμέσως μετά την κρούση.

δ. Το διάστημα που θα διανύσει το δεύτερο σώμα μέχρι να σταματήσει. Δίνεται  $g=10\text{ m/s}^2$

20. Τα σώματα Σ1 και Σ2, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες  $m_1=1\text{ kg}$  και  $m_2=3\text{ kg}$  αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ1 είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $l_0$  του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ1 κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ2. Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

α. την ταχύτητα του σώματος Σ1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ2.

β. τις ταχύτητες των σωμάτων Σ1 και Σ2, αμέσως μετά την κρούση.

γ. την απομάκρυνση του σώματος Σ1, μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ1 και Σ2 όταν το σώμα Σ1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά. Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς  $k$ .

Δίνεται  $\pi=3,14$

21. Σώμα Σ1 μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και προσκρούει σε ακίνητο σώμα Σ2 μάζας  $m_2=2\text{ kg}$ . Η κρούση των δυο σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική. Μετά την κρούση, το σώμα Σ1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και σταματά σε απόσταση  $d=1,6\text{ m}$  από το σημείο της σύγκρουσης. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ καθενός από τα δυο σώματα και του οριζοντίου επιπέδου είναι  $\mu=0,5$ . Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ1, αμέσως μετά την κρούση

β. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ1, τη στιγμή που συγκρούεται με το σώμα Σ2

γ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ2 τη χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας που απέκτησε αμέσως μετά την κρούση υποδιπλασιάζεται

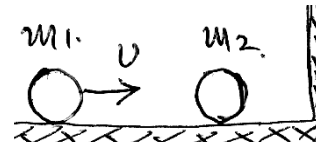
δ. Το λόγο  $\frac{Q_1}{Q_2}$ , όπου  $Q_1$  και  $Q_2$ , τα ποσά θερμότητας που παράχθηκαν λόγω της τριβής κατά την ολίσθηση

των δυο σωμάτων Σ1 και Σ2, αντίστοιχα, μετά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g=10\text{ m/s}^2$ .

22. Η σφαίρα  $m_1=3\text{ kg}$  εκτοξεύεται με ταχύτητα  $u_1=25\frac{m}{s}$  εναντίον μιας

άλλης αρχικά ακίνητης σφαίρας μάζας  $m_2=2\text{ kg}$  και κάθετα σε κατακόρυφο τοίχο. Τριβές δεν υπάρχουν και όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές



α. Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_1$  μετά την κρούση

β. Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_2$  μετά την κρούση

γ. Ποια είναι η μεταβολή της ορμής της πρώτης σφαίρας, ποια της δεύτερης και ποια του συστήματος κατά την κρούση;

δ. Πιστεύετε ότι θα γίνει και τρίτη κρούση των δυο σφαιρών;

$$\left[ 5\frac{m}{s}, 30\frac{m}{s}, -60\text{ kg}\frac{m}{s}, 60\text{ kg}\frac{m}{s}, \text{όχι} \right]$$

23. Σφαίρα Σ1 μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα  $v_1=6\text{ m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αρχικά

ακίνητη Σφαίρα Σ2 μάζας  $m_2$ . Ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι  $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ .

α. Να βρείτε τις ταχύτητες των δυο σφαιρών μετά την κρούση

β. Να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{K_1'}{K_2'}$  των κινητικών ενεργειών των δυο σφαιρών μετά την κρούση

γ. Ποια θα έπρεπε να είναι η τιμή του λόγου  $\frac{m_1}{m_2}$  έτσι ώστε:

1) Όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ1 να μεταβιβάζεται με την κρούση στη Σφαίρα Σ2

2) Η μισή κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ1 να μεταβιβάζεται με την κρούση στη Σφαίρα Σ2

$$\left[ -2\frac{m}{s}, 4\frac{m}{s}, \frac{1}{8}, 1 \right]$$

24. Ένα σώμα Α μάζας  $m_1=1\text{ kg}$  κινείται σε λεία οριζόντια επιφάνεια με σταθερή ταχύτητα  $v_1=6\text{ m/s}$ . Το σώμα Α συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β, το οποίο συνδέεται μέσω ελατηρίου σταθεράς  $k=50\text{ N/m}$  με το επίσης ακίνητο σώμα Γ. Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονας του είναι οριζόντιος και βρίσκεται στην προέκταση της ταχύτητας του σώματος Α. Τα σώματα Β και Γ έχουν μάζες  $m_2=m_3=2\text{ kg}$ . Να υπολογίσετε:

α. Τις ταχύτητες των σωμάτων Α και Β αμέσως μετά την κρούση

β. Τη μέγιστη συσπίρωση την οποία θα υποστεί το ελατήριο

γ. Τις ταχύτητες των σωμάτων Β και Γ τη στιγμή που το ελατήριο επανέρχεται για πρώτη φορά στο φυσικό του μήκος

$$\left[ -2\frac{m}{s}, 4\frac{m}{s}, 2\frac{\sqrt{2}}{5}m, 0\frac{m}{s}, 4\frac{m}{s} \right]$$

25. Σώμα Α μάζας  $m_1=2\text{ kg}$  κινείται τη χρονική στιγμή  $t=0$  με ταχύτητα  $v_0=10\text{ m/s}$  πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,2$  και έχει απόσταση  $d=9\text{ m}$  από δεύτερο σώμα Β μάζας  $m_2=3\text{ kg}$ , το οποίο είναι ακίνητο. Κάποια στιγμή  $t_1$  το σώμα Α συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β. Αν  $g=10\text{ m/s}^2$ , να υπολογίσετε:

α. Την στιγμή  $t_1$  κατά την οποία γίνεται η κρούση

β. Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του σώματος Α που μεταβιβάζεται στο σώμα Β κατά την κρούση

γ. Το ποσό θερμότητας που εκλύεται κατά την κίνηση του σώματος Α μέχρι να σταματήσει

δ. Την απόσταση των σωμάτων Α και Β τη στιγμή που και τα δυο έχουν σταματήσει την κίνηση τους.

$$\left[ 1\text{ s}, 61, 44\%, 38,56\text{ J}, 10,88\text{ m} \right]$$

26. Σώμα μάζας  $m_1$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u_1=15\text{ m/s}$  και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα μετά την κρούση με ταχύτητα μέτρου  $u_1'=9\text{ m/s}$ .

α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$

β. να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση

γ. να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  κατά τη διάρκεια της κρούσης

δ. έστω ότι τη στιγμή  $t_1$  κατά τη διάρκεια της κίνησης των σωμάτων μετά την κρούση, τα σώματα έχουν ίσες κατά μέτρο ορμές. Να βρεθεί τη στιγμή  $t_1$  η απόσταση μεταξύ των σωμάτων. Δίνεται ότι τα σώματα παρουσιάζουν τριβές με το οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή  $\mu=0,1$  και επίσης  $g=10 \text{ m/s}^2$ .