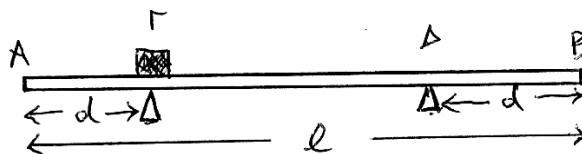


**ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ – ΓΕΝΙΚΟΤΕΡΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΘΕΜΕΛΙΩΔΟΥΣ ΝΟΜΟΥ**

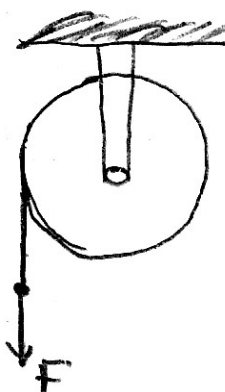
1. Ομογενής δοκός AB μήκους  $L=6\text{m}$  και βάρους  $w_1=120\text{ N}$  ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στα σημεία Γ και Δ που απέχουν το καθένα απόσταση  $d=2\text{m}$  από τα άκρα της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο Γ τοποθετείται πάνω στη δοκό σώμα Σ βάρους  $w_2=60\text{ N}$ .



- α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη δοκό από τα στηρίγματα στα σημεία Γ και Δ.
- Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα Σ αποκτά σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u=2\text{m/s}$  και κινείται κατά μήκος της δοκού με κατεύθυνση προς το άκρο της B.
- β. Να γράψετε τη σχέση που δίνει το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη δοκό από το στηρίγμα στο σημείο Δ, σε συνάρτηση με το χρόνο
- γ. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή  $t_\alpha$ , κατά την οποία η δοκός είναι έτοιμη να ανατραπεί
- δ. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη χρονική στιγμή  $t_\alpha$ .

$$[F_1=120\text{ N} \text{ ,, } F_2=60\text{ N} \text{ ,, } N_2=60+60t \text{ ,, } t_\alpha=2\text{s} \text{ ,, } dL/dt=0]$$

2. Τροχαλία μάζας  $M=1\text{ kg}$  και ακτίνας  $R=0,2\text{ m}$  είναι στερεωμένη σε ταβάνι και περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0=10\text{ rad/s}$  σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της. γύρω της είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί στο ελεύθερο άκρο του οποίου την χρονική στιγμή  $t_0=0$  ασκούμε σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου  $F=2\text{ N}$ . Να βρείτε:



- α. Τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας
- β. Την γωνιακή της επιτάχυνση
- γ. Την στροφορμή της τη χρονική στιγμή  $t_1=3\text{s}$
- δ. Τις στροφές που θα κάνει στο χρονικό διάστημα των 3sec. Δίνεται ότι  $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$

$$\left( 0,4 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} , 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} , 1,4 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} , \frac{20}{\pi} \right)$$

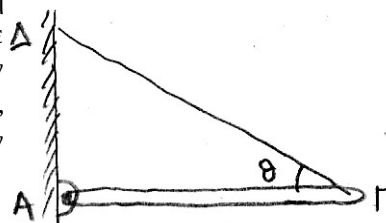
3. Σε μια παιδική χαρά υπάρχει μια ακίνητη οριζόντια κυκλική πλατφόρμα, μάζας  $M=60\text{ kg}$  και ακτίνας  $R=2\text{m}$ , η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Στην πλατφόρμα δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί, μάζας  $m=20\text{ kg}$  τρέχει με ταχύτητα  $u=4\text{m/s}$  κατά μήκος της εφαπτομένης της πλατφόρμας και ξαφνικά ανεβαίνει πάνω στην πλατφόρμα, σε ένα σημείο της περιφέρειας της.

- α. ποιο είναι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας με την οποία αρχίζει να περιστρέφεται η πλατφόρμα;
- β. ποια σταθερή ροπή πρέπει να ασκηθεί στην πλατφόρμα, με το παιδί πάνω της, ώστε να σταματήσει να περιστρέφεται σε χρόνο  $t=2\text{s}$  ;

Η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας είναι  $I=\frac{1}{2}mR^2$  και η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής δίνεται από την

σχέση  $K=\frac{1}{2}I\omega^2$ . Το παιδί να θεωρηθεί ως υλικό σημείο.

4. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος  $\ell = 1\text{m}$  και άγνωστη μάζα  $m$  ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΓΔ που σχηματίζει γωνία  $\theta = 30^\circ$  με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και



είναι κάθετος σε αυτή είναι  $I_A = 1\text{kgm}^2$ .

A. Να υπολογίσετε το μέτρο του βάρους της ράβδου

B. Να υπολογίσετε τα μέτρα και να προσδιορίσετε τις διευθύνσεις των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Γ. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από την άρθρωση. Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου, μόλις κοπεί το νήμα.

β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία  $\phi = 60^\circ$  με την αρχική της θέση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή,  $I_{cm} = \frac{1}{12}m\ell^2$ , και  $g = 10\text{m/s}^2$ .

5. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας  $m = 10\text{kg}$  και ακτίνας  $R = 0,1\text{m}$  κυλιέται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\phi$  με  $\eta\mu\phi = 0,56$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο  $u_0 = 8\text{m/s}$ .

Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει  $\frac{30}{\pi}$  περιστροφές.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της:  $I = \frac{2}{5}mR^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

6. Οριζόντια κυκλική πλατφόρμα μάζας  $M = 200\text{kg}$  και ακτίνας  $R$  μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Ένας άνθρωπος μάζας  $m = 80\text{kg}$  βρίσκεται πάνω στην πλατφόρμα σε ένα σημείο της περιφέρειας της. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Ξαφνικά ο άνθρωπος κάνει το γύρω της πλατφόρμας και επιστρέφει στην αρχική του θέση. Να βρεθεί η γωνία που στράφηκε η πλατφόρμα. Δίνεται  $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ .

$$\left(\frac{8\pi}{9}\text{rad}\right)$$

7. Οριζόντια κυκλική πλατφόρμα μάζας  $M = 80\text{kg}$  και ακτίνας  $R = 1\text{m}$  μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της. Ένας άνθρωπος μάζας  $m = 60\text{kg}$  βρίσκεται πάνω στην πλατφόρμα σε ένα σημείο της

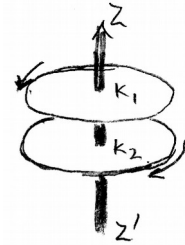
περιφέρειας της και κρατά στο χέρι του σώμα μάζας  $m_1=4\text{kg}$ . Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Ξαφνικά ο άνθρωπος ρίχνει το σώμα Οριζόντια κατά την εφαπτομενική διεύθυνση με αρχική ταχύτητα μέτρου  $u_0=20\text{m/s}$ .

α. Να βρείτε με ποια γωνιακή ταχύτητα θα κινείται η πλατφόρμα.

β. Αν στη συνέχεια ο άνθρωπος περπατά στη διεύθυνση μιας ακτίνας της πλατφόρμας και φτάνει στο κέντρο της να βρείτε την τελική γωνιακή ταχύτητα της. Δίνεται  $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ .

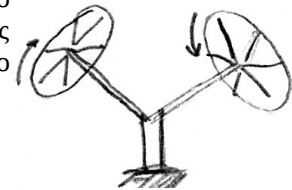
0,8rad/s,,2rad/s

8. Δυο ομογενείς δίσκοι περιστρέφονται με κοινό άξονα περιστροφής που περνά από τα κέντρα τους και είναι κατακόρυφος. Οι δίσκοι διατηρούνται ο ένας πάνω από τον άλλο και περιστρέφονται με αντίθετη φορά περιστροφής. Οι γωνιακές ταχύτητες περιστροφής είναι  $\omega_1=2\text{rad/s}$  και  $\omega_2=2,5\text{rad/sec}$  και οι μάζες τους είναι  $m_1=1\text{kg}$  και  $m_2=2\text{kg}$  αντίστοιχα. Αν οι δίσκοι έρθουν σε επαφή, να βρείτε την τελική τους κοινή γωνιακή ταχύτητα. Δίνεται  $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ .



( $\omega=-1\text{rad/s}$ )

9. Λεπτός δακτύλιος μάζας  $m=2\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  περιστρέφεται γύρω από άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο του με  $\omega=100\text{rad/s}$ . Αν ο άξονας περιστροφής στραφεί χωρίς να αλλάξει η γωνιακή ταχύτητα του τροχού, να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του τροχού για γωνία στροφής του άξονα:

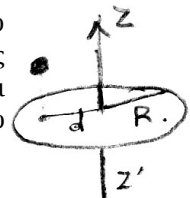


α.  $\phi=90^\circ$

β.  $\phi=60^\circ$

(  $50\sqrt{2} \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}$  ,  $50 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}$  )

10. Οριζόντιος ομογενής κυκλικός δίσκος περιστρέφεται γύρω από άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο του με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0=20\text{rad/s}$ . Κομμάτι πλαστελίνης μάζας  $m=1\text{kg}$ , που το θεωρούμε σημειακό αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος και κολλάει στο δίσκο σε απόσταση  $d$  από το κέντρο του. Να βρείτε τη νέα γωνιακή ταχύτητα του δίσκου αν:



α.  $d=R$

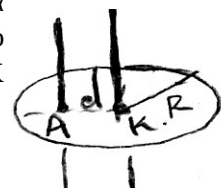
β.  $d=R/2$

γ.  $d=0$

Δίνονται: μάζα δίσκου  $M=20\text{kg}$ , ακτίνα δίσκου  $R=1\text{m}$  και  $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ .

(  $\frac{200 \text{ rad}}{11 \text{ s}}$  ,  $\frac{800 \text{ rad}}{41 \text{ s}}$  ,  $20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  )

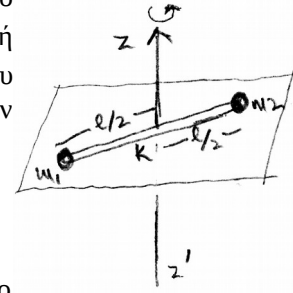
11. Ο οριζόντιος ομογενής δίσκος του σχήματος έχει μάζα  $M=5\text{kg}$ , ακτίνα  $R=0,2\text{m}$  και περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega=5\text{rad/s}$  γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το σημείο A, το οποίο απέχει  $R/2$  από το κέντρο K του δίσκου. Να βρείτε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής.



Δίνεται  $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ .

[0,75]

12. Στα άκρα μιας ομογενούς οριζόντιας ράβδου μήκους  $\ell = 4\text{m}$  βρίσκονται δυο σημειακές μάζες  $m_1 = m_2 = 1\text{kg}$ . Το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega = 10\text{rad/s}$  γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσο K της ράβδου. Να βρείτε τη στροφορμή του συστήματος όταν η ράβδος:



α. Είναι αβαρήs

β. έχει μάζα  $M = 12\text{kg}$

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο

μάζας της είναι  $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$ .

[ 80,,240 ]

13. Στα άκρα μιας αβαρούς ράβδου μήκους  $\ell = 2\text{m}$  είναι στερεωμένες δυο ίσες σημειακές μάζες με  $m = 1\text{kg}$ . Η ράβδος στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσο της με γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega_1 = 10\text{rad/s}$ .

α. Να βρείτε τη στροφορμή των μαζών ως προς τον άξονα περιστροφής

β. Αν κάποιος μηχανισμός, ο οποίος δεν δημιουργεί εξωτερικές ροπές, μετακινήσει τις μάζες ταυτόχρονα σε απόσταση  $d = 0,2\text{m}$  από το μέσο της ράβδου, να βρείτε τη νέα γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.

[ 20,,250 ]