

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

1. Ένα τεντωμένο σχοινί εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Με κατάλληλη διαδικασία, κατά μήκος του σχοινιού δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x=0$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική φορά με ταχύτητα $u_0 = \pi \frac{m}{s}$. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών μηδενισμών της απομάκρυνσης του σημείου στη θέση $x=0$ είναι $\Delta t = 0,1 s$. Κάθε δεσμός του στάσιμου κύματος απέχει από την πλησιέστερη κοιλία, κατά μήκος του άξονα $x'x$, απόσταση $d = 0,1 m$.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος των αρμονικών κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα

β. να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος

γ. να προσδιορίσετε τον αριθμό των κοιλιών που εμφανίζονται μεταξύ των σημείων Κ και Λ του σχοινιού, τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = -0,45 m$ και $x_2 = 0,65 m$ αντίστοιχα.

δ. Να υπολογίσετε τον λόγο των απομακρύνσεων των σημείων Κ και Λ από τη θέση ισορροπίας τους την ίδια χρονική στιγμή.

$$\text{Δίνονται συν } \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ και συν } \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} .$$

2. Κατά μήκος ενός οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$ δημιουργείται στάσιμο κύμα με εξίσωση: $\psi = 0,2 \text{ συν } \frac{10\pi x}{3} \eta\mu 20\pi t$ (S.I.).

Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος, τη συχνότητα και το μήκος κύματος των δυο αρμονικών κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα

β. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση.

Δυο υλικά σημεία Λ και Μ του ελαστικού μέσου, μάζας $m = 0,005 kg$ το καθένα, βρίσκονται στις θέσεις $x_A = 1,5 m$ και $x_M = 2,5 m$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

γ. Το πλάτος ταλάντωσης καθενός από τα δυο σημεία Λ και Μ.

δ. Τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος που παρεμβάλλονται μεταξύ των σημείων Λ και Μ.

ε. Τη μέγιστη και την ελάχιστη κατακόρυφη απόσταση των σημείων Λ και Μ, κατά την διάρκεια ταλάντωσης τους.

3. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση: $y = 8 \text{ συν } \frac{5\pi x}{2} \eta\mu 25\pi t$ (cm, m, s).

α. Να υπολογίσετε το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος των δύο κυμάτων, που-με τη συμβολή τους-έδωσαν το στάσιμο κύμα.

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σημείου Α του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 1,2 m$.

δ. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος, που δημιουργούνται ανάμεσα στις θέσεις $x = 0$ και $x = 4 m$.

ε. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Γ του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x = 1,7 \text{ m}$.

στ. Ποιο το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Γ, τη στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y = 4 \text{ cm}$;

4. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί OA μήκους L εκτείνεται κατά τη

διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του A είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x = L$, ενώ το άκρο O που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x = 0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο $x = 0$ βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι $0,1 \text{ m}$. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση $0,1 \text{ m}$ από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

β. Να υπολογίσετε το μήκος L .

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου $x = 0$ κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή $y = +0,03 \text{ m}$.

Δίνεται $\pi = 3,14$.

5. Μια χορδή ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = 10 \sin(2\pi \frac{x}{3}) \eta\mu 50\pi t$ (x, y σε cm και t σε sec). Να βρείτε:

α) Το πλάτος και την ταχύτητα των κυμάτων που η συμβολή τους μπορεί να δώσει αυτή την ταλάντωση

β) Την απόσταση Δd μεταξύ δυο διαδοχικών ακίνητων σημείων της χορδής,

γ) Την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t = 4,9 \text{ s}$ ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της $x = 3 \text{ cm}$.

6. Η εξίσωση ενός στάσιμου κύματος είναι $\psi = 2 \sin \frac{2\pi x}{3} \eta\mu 20\pi t$ (x, y σε cm , t σε sec)

α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δυο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα

β. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κοιλιών

γ. Τι ταχύτητα έχει τη χρονική στιγμή $t_1 = 9/8 \text{ s}$ ένα σημείο του μέσου που απέχει $d = 2 \text{ cm}$ από τη θέση $x = 0$;

δ. Με ποια ταχύτητα διαδίδονται τα κύματα;

7. Ένα διαπασών συχνότητας $f_1 = 170 \text{ Hz}$ ηχεί μπροστά σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Ανάμεσα στο διαπασών και στον τοίχο, στην ευθεία που είναι κάθετη στον τοίχο, μετακινείται ένας ευαίσθητος δέκτης. Παρατηρούμε ότι σε δυο διαδοχικές θέσεις του δέκτη, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 1 m , η ένδειξη του μηδενίζεται.

α. Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης του ήχου

β. Αν στη θέση του διαπασών βάλουμε ένα άλλο με άγνωστη συχνότητα, διαπιστώνουμε ότι δυο διαδοχικά μέγιστα έντασης απέχουν μεταξύ τους $0,2 \text{ m}$. Ποια είναι η συχνότητα του δεύτερου διαπασών;

8. Σ' ένα ομογενές ελαστικό μέσο τα σημεία Π1 και Π2 με $(Π_1 Π_2 = 20 \text{ cm})$ είναι πηγές κυμάτων ίδιας φάσης με συχνότητα $f = 5 \text{ Hz}$, πλάτος $A = 4 \text{ cm}$ και μήκος κύματος $\lambda = 4 \text{ cm}$. Στο μέσο Ο του Π1Π2 τη στιγμή $t_0 = 0$ τα κύματα συναντώνται και το σημείο Ο ταλαντώνεται. Αν για την ταλάντωση του Ο τη στιγμή $t_0 = 0$ είναι $y = 0$ και $u = 0$:

α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει,

β. Να βρείτε τις θέσεις και τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών που δημιουργούνται μεταξύ των Π1 και Π2,

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y σε συνάρτηση με το χρόνο για τη δεύτερη προς τα δεξιά κοιλία μετά το σημείο Ο.

9. Σ' ένα στάσιμο κύμα δυο μόρια του ελαστικού μέσου απέχουν από τον ίδιο δεσμό Δ αποστάσεις $\lambda/6$ και $\lambda/3$ αντίστοιχα.

α. Ποια είναι η μεταξύ τους διαφορά φάσης;

β. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελούν, αν το πλάτος καθενός από τα κύματα που δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι A ;

10. Μια χορδή εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση $y = 8 \text{ συν} \frac{\pi x}{6} \eta\mu 10 \pi t$ (x, y σε cm και t σε sec)

α. Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης;

β. Να βρείτε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το παραπάνω στάσιμο κύμα

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων.

Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο Ο, για το οποίο τη στιγμή $t = 0$ είναι $y = 0$ και η ταχύτητα του θετική.

11. Μια χορδή ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = 10 \text{ συν} \left(2\pi \frac{x}{3} \right) \eta\mu 50 \pi t$ (x, y σε cm και t σε sec). Να βρείτε:

α) Το πλάτος και την ταχύτητα των κυμάτων που η συμβολή τους μπορεί να δώσει αυτή την ταλάντωση

β) την απόσταση Δd μεταξύ δυο διαδοχικών ακίνητων σημείων της χορδής,

γ) την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t = 4,9 \text{ s}$ sec ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της $x = 3 \text{ cm}$.

12. Δυο αρμονικά κύματα πλάτους A και συχνότητας $f = 100 \text{ Hz}$ το καθένα, διαδίδονται σε ένα ελαστικό μέσο με ταχύτητα $u = 1,2 \text{ m/s}$ και με αντίθετες φορές, οπότε δημιουργείται στάσιμο κύμα. Αν ένα σημείο Ν του ελαστικού μέσου ταλαντώνεται με πλάτος A , να βρείτε την απόσταση του σημείου αυτού από τον πλησιέστερο δεσμό.

13. Δυο κύματα που διαδίδονται στην ίδια χορδή έχουν εξισώσεις $y_1 = 10 \eta\mu \left(\pi t - \frac{\pi}{3} x \right)$ και

$$y_2 = 10 \eta\mu \left(\pi t + \frac{\pi}{3} x \right)$$

α. Να αποδειχθεί ότι η συμβολή τους δίνει στάσιμο κύμα

β. Αν τα μήκη μετρώνται σε cm , να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου της χορδής που απέχει από την αρχή $d = 16 \text{ cm}$.

($A = 10 \text{ cm}$)

14. Τα δυο άκρα μιας χορδής με μήκος $\ell = 14 \text{ cm}$ είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία. Διεγείρουμε τη χορδή με κατάλληλο τρόπο και παρατηρούμε ότι πάνω της σχηματίζονται στάσιμα κύματα, καθώς και ότι η χορδή πάλλεται με συχνότητα $f = 4 \text{ Hz}$. Αν γνωρίζετε ότι στα άκρα της χορδής σχηματίζονται δεσμοί και ότι συνολικά πάνω στη χορδή σχηματίζονται επτά κοίλες, τότε:

- α. Να σχεδιάσετε τα στάσιμα κύματα που σχηματίζονται στη χορδή
- β. Αν η μέγιστη απομάκρυνση των σημείων της χορδής είναι $1,5 \text{ cm}$
- γ. Να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος
- δ. Να βρείτε τις εξισώσεις των κυμάτων, η συμβολή των οποίων δημιουργεί το στάσιμο κύμα

15. Ένα αρμονικό κύμα με εξίσωση $\psi_1 = 0,2 \eta \mu \pi (0,5 t - x)$ S.I. διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού νήματος κατά τη θετική διεύθυνση του άξονα x . Ένα άλλο κύμα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας διαδίδεται στο ίδιο ελαστικό νήμα με την ίδια ταχύτητα αλλά κατά την αντίθετη κατεύθυνση.

- α. Να γράψετε την εξίσωση του δεύτερου αρμονικού κύματος
- β. Να βρείτε το είδος της κίνησης που εκτελούν τα σημεία του ελαστικού νήματος αν αφεθούν να συμβάλουν τα δυο κύματα. Ποια εξίσωση περιγράφει αυτή την κίνηση;
- γ. Να βρείτε την μέγιστη απομάκρυνση των σημείων, τα οποία απέχουν από τη θέση $x = 0$ αποστάσεις $x_1 = 0,25 \text{ m}$ και $x_2 = 0,5 \text{ m}$.