

## ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

1. Σ' ένα σημείο Ο ενός ελαστικού μέσου υπάρχει μια πηγή κυμάτων, η οποία τη χρονική στιγμή  $t=0$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y=0,5\eta\mu\omega t$  ( $y$  σε m,  $t$  σε sec). Στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και προς τα δεξιά της πηγής υπάρχουν δυο σημεία Α και Γ, τα οποία απέχουν από την πηγή αποστάσεις  $(OA)=0,4\text{ m}$  και  $(OG)=0,5\text{ m}$  αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή  $t=0,5\text{ s}$  που το κύμα φτάνει στο Α η φάση της πηγής είναι  $\phi=8\pi\text{ rad}$ .

α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σημείου Γ σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση

γ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t=0,5\text{ s}$ .

$$(\psi=0,5\eta\mu 2\pi(8t-10x), u=8\pi\text{ συν } 2\pi(8t-5))$$

2. Ένα αρμονικό κύμα συχνότητας  $f=500\text{ Hz}$  και πλάτους  $A=2\text{ cm}$  διαδίδεται σε ελαστικό μέσο με ταχύτητα  $u=360\text{ m/s}$  να βρείτε

α. Το μήκος κύματος  $\lambda$

β. Τη διαφορά φάσης μεταξύ δυο σημείων του ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους  $d=9/8\text{ m}$ , την ίδια χρονική στιγμή

γ. Τη διαφορά φάσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου σε δυο χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά  $\Delta t=10^{-3}\text{ s}$

δ. Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου που απέχει από την πηγή του κύματος  $x=2,88\text{ m}$ , στην περίπτωση που λόγω συμβολής με άλλο όμοιο κύμα που διαδίδεται αντίθετα έχουμε στάσιμο κύμα.

$$\left(0,72\text{ m}, \frac{50\pi}{16}\text{ rad}, \pi\text{ rad}, 4\text{ cm}\right)$$

3. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση ημιτονοειδές κύμα συχνότητας  $f=500\text{ Hz}$ , με ταχύτητα  $V=1000\frac{\text{m}}{\text{sec}}$  και πλάτος  $A=5\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε:

α. Το μήκος κύματος του κύματος

β. Την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης ενός μορίου του ελαστικού μέσου

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα  $x'x$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  για την πηγή είναι  $\psi=0, V>0$

$$ke[25/103, 2\text{ m}, 2\cdot 10^{-3}\text{ sec}, 1000\pi\text{ rad/sec}, \psi=0, 05\eta\mu 2\pi(500t-0,5x)]$$

4. Μια πηγή Ο που βρίσκεται στη θέση  $x=0$  του άξονα  $x'x$  αρχίζει, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $\psi=0,04\eta\mu 4\pi t$  (S.I.). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα με ταχύτητα  $V=50\text{ m/sec}$ .

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

γ. Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο Μ του άξονα  $x'x$  που βρίσκεται στη θέση  $x=500\text{ m}$ ;

Τη χρονική στιγμή  $t=20\text{ sec}$  να βρείτε για το σημείο Μ

δ. Την απομάκρυνση του ψ από τη θέση ισορροπίας

- ε. Την ταχύτητα του  
ζ. Την επιτάχυνση του

$$(26/103,,, 25 \text{ m},,, \psi = 0,04 \eta\mu 2\pi (2t - \frac{x}{25}),,,, 10 \text{ sec},,, 0,,, 0,16 \pi \text{ m/sec}) \text{ kee}$$

5. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι  $\psi = 0,1 \eta\mu 2\pi (2t - 0,1 x)$ , (S.I.) Να βρείτε:

- α. Την ταχύτητα του κύματος  
β. Την απόσταση δυο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους  $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$   
γ. Την διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 20 \text{ sec}$  και  $t_2 = 25 \text{ sec}$ .

$$[27/103,,, 20 \text{ m/sec},,, 7,5 \text{ m},,, 20 \pi \text{ rad}] \text{ kee}$$

6. Μια πηγή Ο αρχίζει να εκτελεί, την στιγμή  $t = 0$ , απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $\psi = 0,08 \eta\mu \pi t$  (S.I.). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$  με ταχύτητα  $V = 2 \text{ m/sec}$ .

- α. Να βρείτε την περίοδο τη συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος  
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος  
γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x = 2 \text{ m}$ .  
δ. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση  $\varphi$  της ταλάντωσης για τα διαφορά σημεία του ημιάξονα  $Ox$ , σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη  $x$ , τη χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ sec}$ .

$$[28/104,,, 2 \text{ sec},,, 0,5 \text{ Hz},,, 4 \text{ m},,, \psi = 0,08 \eta\mu 2\pi (0,5 t - 0,25 x)] \text{ kee}$$

7. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά την κατεύθυνση του άξονα  $x'x$  σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο και έχει μήκος κύματος  $\lambda = 24 \text{ m}$ . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής η οποία βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα είναι  $\psi = A \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$ . κάποια χρονική στιγμή  $t$  δυο σημεία  $M, N$  του ελαστικού μέσου που βρίσκονται πάνω στον άξονα έχουν αντίστοιχα φάσεις  $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$  και  $\varphi_2 = \frac{20\pi}{3} \text{ rad}$ .

- α. Να αποδείξετε ότι το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο  $N$  προς το σημείο  $M$ .  
β. Να υπολογίσετε την απόσταση  $MN$ .

$$[29/104,,, 70 \text{ m}] \text{ kee}$$

8. Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$  και έχει τα εξής χαρακτηριστικά.  $A = 0,05 \text{ m}$ ,  $\lambda = 0,8 \text{ m}$ ,  $f = 4 \text{ Hz}$ . Να γράψετε την εξίσωση του κύματος σε κάθε μια από τις επόμενες περιπτώσεις:

- α. Στη θέση  $x = 0$  για  $t = 0$  είναι  $\psi = 0$  και  $u > 0$ .  
β. Στη θέση  $x = 0,1 \text{ m}$  για  $t = 0$  είναι  $\psi = 0$  και  $u > 0$ .

$$[30/104,,, \psi = 0,05 \eta\mu 2\pi (4t + 1,25 x),,,, \psi = 0,05 \eta\mu 2\pi (4t + 1,25 x - \frac{1}{8})] \text{ kee}$$

9. Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, τη στιγμή  $t=0$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $\psi=10\eta\mu 20\pi t$  ( $\psi$  σε cm και  $t$  σε sec), οπότε διαδίδεται, κατά μήκος του ημιάξονα  $Ox$  αρμονικό κύμα με ταχύτητα  $V=1\text{m/sec}$ .

α. Πόσο είναι το μήκος κύματος;

β. Πότε αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο  $M$  του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή  $O$  απόσταση  $x=2\text{m}$ ;

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου  $M$  και να υπολογίσετε την τιμή της τη χρονική στιγμή  $t=5,625\text{sec}$ . Ποια είναι η τιμή της φάσης του σημείου  $M$  την ίδια χρονική στιγμή;

δ. Πόσο απέχει από το σημείο  $M$ , ένα σημείο  $N$  το οποίο την ίδια χρονική στιγμή ( $t=5,625\text{sec}$ ) έχει φάση  $\varphi_N=72\pi+\frac{2\pi}{3}$ ; Κατά ποια φορά διαδίδεται το κύμα;

ε. Να παραστήσετε γραφικά τη μεταβολή της φάσης του σημείου  $M$  σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$[35/106, ,, 0,1\text{ m}, ,, 2\text{ sec}, ,, \psi_M=10\eta\mu 2\pi(10t-20), ,, 10\text{ cm}, ,, \varphi_M=72\pi+\frac{\pi}{2}, ,, \frac{1}{120}\text{ m}] \text{kee}$$

10. Θεωρούμε σημειακή πηγή παραγωγής κυμάτων της οποίας η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση  $\psi=2\eta\mu(2\pi t+\varphi_0)$ , ( $t$  σε sec,  $\psi$  σε cm). Τη χρονική στιγμή  $t=0$  η πηγή βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της. Όταν η πηγή περνάει από τη θέση ισορροπίας της για τρίτη φορά, το κύμα που παράγεται από αυτήν έχει διαδοθεί σε απόσταση  $d=25\text{cm}$ .

α. Να βρείτε τη γωνία  $\varphi_0$

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα  $x'x$  του ελαστικού μέσου, με αρχή  $O$  τη θέση της πηγής και προς τη θετική φορά.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα μόριο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x=10\text{cm}$

δ. Να παραστήσετε γραφικά την φάση  $\varphi$  της ταλάντωσης για τα διαφορά σημεία του ημιάξονα  $Ox$  σε συνάρτηση με την απόσταση τους  $x$  από την πηγή  $O$  τη χρονική στιγμή  $t=5\text{sec}$ .

ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t=4,5\text{sec}$ .

$$[\pi/2, ,, \psi=2\eta\mu 2\pi(t+\frac{1}{4}-\frac{x}{20}), ,, u=4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(t-\frac{1}{4}), ,, a=-8\pi^2\eta\mu 2\pi(t-\frac{1}{4})] \text{kee}$$

11. Στα σχήματα φαίνονται δυο γραφικές παραστάσεις για εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, προς τη θετική κατεύθυνα ση του άξονα  $x'x$ . Θεωρούμε ως αρχή  $x=0$  τη μια άκρη του γραμμικού ελαστικού μέσου. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχουν οι γραφικές παραστάσεις (I) και (II), να βρείτε:

α. Το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος

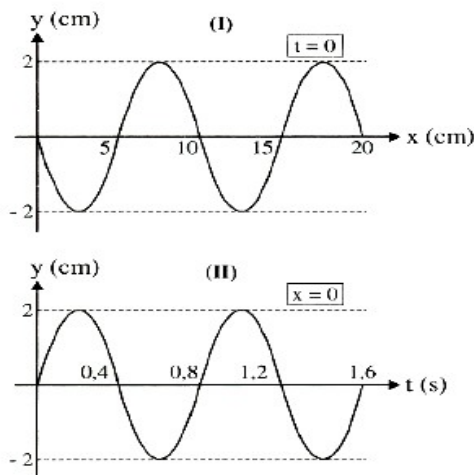
β. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

γ. Την εξίσωση του κύματος

δ. Την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός μορίου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση  $x=10\text{cm}$  τη χρονική στιγμή  $t=0,8\text{sec}$

ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος κατά τη χρονική στιγμή  $t=0,4\text{sec}$ .

$$[0,1\text{ m}, ,, 0,8\text{ sec}, ,, 0,125\text{ m/sec}, ,, \psi=0,02\eta\mu 2\pi(1,25t-10x+2)\text{ (S.I.)}, ,, 0,005\pi\text{ m/sec}] \text{kee}$$



12. Σε ένα σημείο Π ελαστικού μέσου βρίσκεται πηγή, η οποία τη χρονική στιγμή  $t=0$  αρχίζει να παράγει αρμονικά εγκάρσια κύματα συχνότητας  $f=10\text{ Hz}$ . Σε ένα στιγμιότυπο του κύματος, η απόσταση «όρους» από τη μεθεπόμενη «κοιλιάδα» είναι  $\ell=90\text{ cm}$ . Να υπολογιστούν:

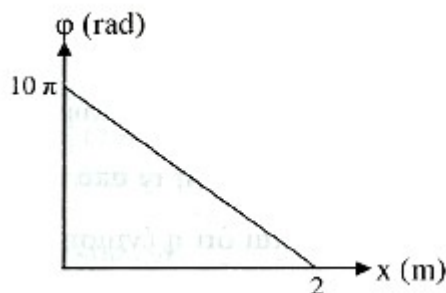
α. Το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. Η απόσταση από την πηγή Π, στην οποία θα φτάσει το κύμα τη χρονική στιγμή  $t=10\text{ sec}$ , καθώς και ο αριθμός των κυματικών εικόνων που θα έχουν δημιουργηθεί

γ. Η συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος, αν κατά τη διάδοση του συναντήσει ένα δεύτερο διαφορετικό ελαστικό μέσο όπου η ταχύτητα διάδοσης του είναι  $V'=5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

$$[0,6\text{ m},, 6\text{ m/s},, 60\text{ m},, 100,, 10\text{ Hz},, 0,5\text{ m}] \text{ dim } 2.24/370$$

13. Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα πλάτους  $A=0,1\text{ m}$  διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο, που βρίσκεται στην αρχή του άξονα  $x'x$  είναι  $\psi=A\eta\mu\omega t$ . Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  από την πηγή τη χρονική στιγμή  $t=2\text{ sec}$ .



α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

Να βρείτε για τη χρονική στιγμή  $t=4\text{ sec}$  και για το σημείο Α του ελαστικού μέσου που απέχει από την πηγή Ο απόσταση  $x=1\text{ m}$

δ. Την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του

ε. Την ταχύτητα του

ζ. Την επιτάχυνση του

η. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t=2\text{ sec}$ .

$$[0,4\text{ sec},, 0,4\text{ m},, 1\text{ m/sec},, \psi=0,1\eta\mu 2\pi(2,5t-2,5x),, 0,, -0,5\pi\text{ m/sec}] \text{ kee}$$

14. Μια πηγή κυμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση:  $\psi=5\eta\mu 5\pi t$  (το  $\psi$  σε cm και το  $t$  σε sec). Το κύμα που παράγεται έχει μήκος κύματος  $\lambda=2\text{ m}$  και διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$ .

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

γ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του ενός σημείου Α του ελαστικού μέσου διάδοσης του κύματος, το οποίο βρίσκεται στη θέση  $x=4\text{ m}$ , τη χρονική στιγμή  $t=4\text{ sec}$ .

$$[4\text{ m/s},, 5\eta\mu 2\pi(2t-x/2)] \text{ dim } 225/370$$

15. Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα  $V=40\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,

προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$ , ο οποίος ταυτίζεται με το γραμμικό μέσο. Κάποια χρονική στιγμή  $t$  οι φάσεις των ταλαντώσεων δυο σημείων Α και Β του μέσου είναι  $\phi_A=15\pi\text{ rad}$  και  $\phi_B=45\pi\text{ rad}$ ,

αντίστοιχα. Το σημείο  $B$  βρίσκεται σε απόσταση  $d=5\text{m}$  από τη θέση  $x=0$  που βρίσκεται η πηγή  $O$  του κύματος και είναι το τρίτο κατά σειρά σημείο του ελαστικού μέσου που έχει μόνιμα αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα από την πηγή  $O$ .

α. Να εξετάσετε, αν το κύμα διαδίδεται από το σημείο  $A$  προς το  $B$  η αντίστροφα.

β. Να υπολογίσετε την συχνότητα του κύματος

γ. Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων  $A$  και  $B$

δ. Όταν το σημείο  $B$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά, ποια είναι η απομάκρυνση και η φορά κίνησης του σημείου  $A$  ;

$$[B \rightarrow A, \dots, 20 \text{ Hz}, \dots, 30 \text{ m}] \text{ dim } 2.27/371$$

16. Κατά μήκος μιας ελαστική χορδής μεγάλου μήκους, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Η εξίσωση του κύματος είναι:  $\psi = 0,1 \eta\mu(80\pi t - 8\pi x)$  (S.I.). Η πηγή  $O$  του κύματος βρίσκεται στη θέση  $x=0$  του άξονα  $x'x$ .

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της πηγής του κύματος

β. Να βρείτε τη συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

δ. Πόσο απέχουν μεταξύ τους δυο σημεία  $A$  και  $B$  της χορδής, στα οποία την ίδια χρονική στιγμή οι φάσεις του κύματος είναι  $\phi_A = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$  και  $\phi_B = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$ , αντίστοιχα;

$$[0,1 \eta\mu 80 \pi t, \dots, 40 \text{ Hz}, \dots, 0,25 \text{ m}, \dots, 10 \text{ m/s}, \dots, 6,25 \text{ cm}]$$

17. Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Μια πηγή παραγωγής ημιτονοειδών κυμάτων, η οποία βρίσκεται στην αρχή  $O$  του άξονα  $x'x$ , αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t=0$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $\psi = 10 \eta\mu\omega t$  (το  $\psi$  σε cm και το  $t$  σε sec). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Πάνω στον άξονα βρίσκονται δυο σημεία  $A$  και  $B$  του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν από την αρχή  $O$  αποστάσεις  $x_A = 20 \text{ cm}$  και  $x_B = 30 \text{ cm}$ , αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή  $t=0,2 \text{ sec}$  το κύμα φτάνει στο σημείο  $A$  και η φάση της ταλάντωσης της πηγής είναι  $\phi = 8\pi \text{ rad}$ .

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής

β. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του κύματος

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

δ. Να προσδιορίσετε τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ , τα οποία βρίσκονται σε συμφωνία φάσης με την πηγή του κύματος.

$$[20 \text{ Hz}, \dots, 5 \text{ cm}, \dots, 10 \eta\mu 2\pi(20t - x/5), \dots, 20 \text{ cm}, \dots, 25 \text{ cm}, \dots, 30 \text{ cm}]$$

18. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση  $x'x$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα  $V = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . Θεωρούμε ως αρχή του άξονα ένα σημείο  $O$  του ελαστικού μέσου, το οποίο αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση τη χρονική στιγμή  $t=0$ , με εξίσωση:  $\psi = 0,1 \eta\mu\pi t$  (S.I.).

α. Να βρείτε τη συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

γ. Να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες τη φάση  $\phi$  της ταλάντωσης για τα διαφορά σημεία του ημιάξονα  $Ox$ , σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη  $x$  τη χρονική στιγμή.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t=5 \text{ sec}$

$$[0,5 \text{ Hz},, 4 \text{ m},, 0,1 \eta\mu 2 \pi (t/2 - x/4),, 5 \pi - \pi x/2]$$

19. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους  $A=3 \text{ cm}$  και συχνότητας  $f=20 \text{ Hz}$ . Το κύμα διαδίδεται στον αρνητικό ημιάξονα προς τη θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή  $t=0$  φτάνει στην αρχή  $O$  του άξονα  $x'x$ . Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $V=4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

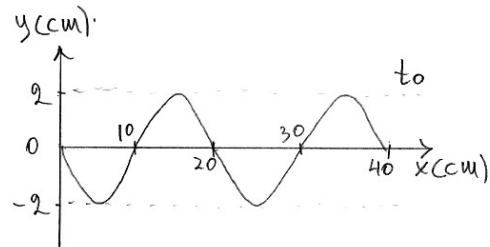
α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείου  $B$  του μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x=-45 \text{ cm}$  του άξονα σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων του σημείου  $B$  και ενός σημείου  $\Gamma$  του μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση  $x=+45 \text{ cm}$  του άξονα.

γ. Ποια είναι η απομάκρυνση του σημείου  $B$ , όταν το σημείο  $\Gamma$  βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνση του;

$$[3 \eta\mu (40 \pi t + 9 \pi / 2),, 9 \pi \text{ rad},, +3 \text{ cm}]$$

20. Κατά μήκος ενός σχοινοῦ, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η αρχή  $O$  του άξονα ταυτίζεται με το αριστερό άκρο του σχοινοῦ, το οποίο αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή  $t=0$  με εξίσωση  $\psi = A \eta\mu 5 \pi t$  (το  $\psi$  σε  $\text{cm}$  και το  $t$  σε  $\text{sec}$ ). Στο διάγραμμα του σχήματος δίνεται ένα στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του σχοινοῦ, κατά τη χρονική στιγμή  $t_0$ .



α. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή  $t_0$

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

δ. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δυο σημείων του σχοινοῦ, στα οποία το κύμα φτάνει με διαφορά χρόνου  $\Delta t = 1 \text{ sec}$

$$[0,8 \text{ s},, 0,5 \text{ m/s},, 2 \eta\mu \pi (5 t - x/10),, 5 \pi \text{ rad}]$$

21. Κατά μήκος ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με πλάτος  $A=10 \text{ cm}$ , με μήκος κύματος  $\lambda=20 \text{ cm}$  και ταχύτητα  $V=2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή  $t=0$  φτάνει στο σημείο  $O$ , αρχή του άξονα  $x'x$ . Για το σημείο  $O$  δίνεται ότι τη χρονική στιγμή  $t=0$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση.

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου  $O$  σε συνάρτηση με το χρόνο

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

γ. Να σχεδιάσετε τη μορφή του ελαστικού μέσου, δεξιά του σημείου  $O$ , τη χρονική στιγμή  $t=T$ , όπου  $T$  η περίοδος του κύματος.

δ. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δυο σημείων του μέσου, στα οποία το κύμα φτάνει με διαφορά χρόνου  $\Delta t = 1 \text{ sec}$

$$[0,1 \eta\mu (20 \pi t + \pi),, 0,1 \eta\mu [2 \pi (10 t - 5 x) + \pi]]$$

22. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα  $x'x$  σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή  $O$  του άξονα. Η εξίσωση του κύματος είναι:  $\psi = 0,2 \eta\mu (0,5 \pi x - 20 \pi t)$  (S.I.).

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης της πηγής του κύματος

γ. Να σχεδιάσετε τη μεταβολή της φάσης  $\phi$  του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  από την πηγή του κύματος κατά τη χρονική στιγμή  $t=0,3\text{ sec}$ .

$$[40\text{ m/s},, 0,2\eta\mu(20\pi t + \pi),, 7\pi - \pi x/2]$$

23. Κατά μήκος ενός ελαστικού νήματος μεγάλου μήκους, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα  $V=4\frac{m}{\text{sec}}$ , προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Ένα σημείο  $M$  του νήματος το οποίο βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα, σε απόσταση  $x_M=2\text{m}$  από την αρχή  $O$  του άξονα, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $\psi_M=0,1\eta\mu 8\pi t$  (S.I.).

α. Να υπολογίσετε το μήκος του κύματος του κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση της πηγής του κύματος, η οποία βρίσκεται στην αρχή  $O$  του άξονα.

γ. Να βρείτε τη διαφορά φάσης  $\Delta\phi = \phi_B - \phi_\Gamma$  μεταξύ των ταλαντώσεων δυο σημείων  $B(x_B=-0,5\text{m})$  και  $\Gamma(x_\Gamma=+2,5\text{m})$  του νήματος, την ίδια χρονική στιγμή.

δ. Ποιο είναι το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σημείου  $\Gamma$ ; δίνεται  $\pi^2=10$ .

$$[1\text{ m},, 0,1\eta\mu(8\pi t + 4\pi),, 6\pi\text{ rad},, 64\text{ m/s}^2]$$

24. Σημείο  $O$  ενός οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου εκτελεί ταυτόχρονα δυο κατακόρυφες ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται γύρω από το σημείο  $O$  και περιγράφονται από τις εξισώσεις:  $\psi_1=10\eta\mu 2\pi t$  και  $\psi_2=10\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2\pi t$  (τα  $\psi_1$  και  $\psi_2$  σε cm και το  $t$  σε sec).

α. Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σημείου  $O$  παράγει αρμονικό κύμα

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$ , ο οποίος ταυτίζεται με το ελαστικό μέσο και έχει ως αρχή το σημείο  $O$ . δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $V=2\frac{m}{\text{sec}}$ .

Δυο σημεία  $B$  και  $\Gamma$  του μέσου βρίσκονται σε αποστάσεις  $x_B=3\text{m}$  και  $x_\Gamma=8\text{m}$  αντίστοιχα, από το σημείο  $O$ . Αν κάποια χρονική στιγμή  $t$  η φάση της ταλάντωσης του σημείου  $B$  είναι  $\phi_B=\frac{14\pi}{3}\text{ rad}$ ,

γ. ποια είναι η φάση  $\phi_\Gamma$  της ταλάντωσης του σημείου  $\Gamma$  την ίδια χρονική στιγμή;

δ. Ποια είναι η φυσική σημασία της τιμής της φάσης  $\phi_\Gamma$  της ταλάντωσης του σημείου  $\Gamma$ ;

$$[20\eta\mu(2\pi t + \pi/3),, 20\eta\mu[2\pi(t - x/2) + \pi/3],, -\pi/3,, \text{ το κύμα δεν έχει φτάσει ακόμη στο σημείο } \Gamma]$$

25. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Η πηγή  $O$  του κύματος στη θέση  $x=0$  τη χρονική στιγμή  $t=0$  έχει απομάκρυνση  $y=0$  και θετική ταχύτητα. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται κάθε υλικό σημείο της χορδής είναι  $u_{\max}=1,57\text{ m/s}$ . Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  περιγράφεται από την εξίσωση  $y=0,05\eta\mu\pi(3-x)$  (S.I.).

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος

β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

γ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

δ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση  $x=0$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

$$[\lambda = 2\text{m}, t_1 = 0,3\text{s}, u = -1,57\text{m/s}]$$

26. Επάνω στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί πέφτουν με σταθερό ρυθμό 150 σταγόνες το λεπτό. Η απόσταση μεταξύ δυο σημείων, τα οποία κατά την ίδια χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης  $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2}$  και βρίσκονται κατά μήκος της ίδιας ακτίνας διάδοσης του κύματος, είναι  $d = 45\text{cm}$ . Αν γνωρίζετε ότι τα σημεία του υγρού ταλαντώνονται με μέγιστο μέτρο ταχύτητας  $u_{\max} = \pi \frac{m}{s}$ , να υπολογίσετε:

α. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. Την ενέργεια της ταλάντωσης ενός σημείου του υγρού, αν αυτό έχει μάζα  $\Delta m = 2\text{g}$ .

γ. Την απόσταση κατά μήκος της οποίας έχει διαδοθεί το κύμα, τη στιγμή που αφήνεται η εκατοστή σταγόνα.

$$[1,5\text{m/s}, \pi^2\text{mj}, 59,4\text{m}]$$

27. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου, που έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x x'$ , διαδίδεται γραμμικό αρμονικό κύμα με εξίσωση  $\psi = -0,2\eta\mu(4\pi x - 80\pi t)$ , στο S.I. Να υπολογίσετε:

α. Το μήκος κύματος και τη συχνότητα του κύματος

β. Τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου

γ. Την απόσταση μεταξύ δυο σημείων του ελαστικού μέσου που ορισμένη χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης  $3\pi/4\text{rad}$

δ. Την απομάκρυνση ενός σημείου  $\Lambda$  του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση  $x_\Lambda = 36\text{m}$  τη χρονική στιγμή  $t_2 = 1,5\text{s}$ . Να θεωρήσετε ότι  $\pi^2 = 10$ .

$$[40\text{Hz}, 0,5\text{m}, 16\pi\text{m/s}, 12800\text{m/s}^2]$$

28. Η εξίσωση ενός κύματος, το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του άξονα  $x x'$  κατά τη θετική του φορά, είναι  $\psi = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - x)$ . Θεωρούμε ότι η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στη θέση 0 του άξονα και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t=0$  με θετική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

α. Την εξίσωση απομάκρυνσης της πηγής

β. Την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων

γ. Τη μεταβολή της φάσης της ταλάντωσης ενός σημείου  $M$  του ελαστικού μέσου μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 2\text{s}$  και  $t_2 = 5\text{s}$ .

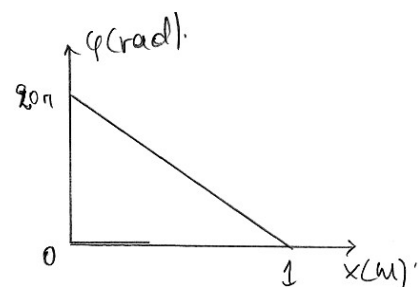
δ. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δυο σημείων  $M$  και  $N$  που έχουν τετμημένες  $x_M = 3\text{m}$  και  $x_N = 6\text{m}$  την ίδια χρονική στιγμή.

$$[y = 0,2\eta\mu 10\pi t, 5\text{m/s}, 30\pi\text{rad}, 6\pi\text{rad}]$$

29. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα των  $x$ . Η εξίσωση κίνησης της πηγής  $O$  που ταυτίζεται με την αρχή του άξονα των  $x$  είναι  $\psi = 0,05\eta\mu\omega t$ . Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η μεταβολή της φάσης  $\varphi$  του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  από την πηγή κατά τη χρονική στιγμή  $t = 5\text{s}$ .

Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος





β. Την εξίσωση του κύματος

γ. Τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για την ταλάντωση που εκτελεί ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου, το οποίο απέχει απόσταση  $x_M = 0,6 \text{ m}$  από την πηγή Ο.

Να σχεδιάσετε:

δ. Την απομάκρυνση της ταλάντωσης του σημείου Μ με το χρόνο

ε. Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ με το χρόνο

ζ. Τα στιγμιότυπα του κύματος τις στιγμές  $t_1 = 1,25 \text{ s}$  και  $t_2 = 2 \text{ s}$

$$[0,2 \text{ m/s},, y = 0,05 \eta\mu 2\pi(2t - 10x),, y_M = 0,05 \eta\mu 2\pi(2t - 6),, u_M = \pi/5 \sigma\upsilon\nu 2\pi(10t - 6),, a_M = -4\pi^2/5 \eta\mu 2\pi(10t - 6)]$$

30. Η ελεύθερη άκρη οριζόντιας χορδής εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση συχνότητας  $f$ . Το κύμα που διαδίδεται στη χορδή έχει μήκος κύματος  $\lambda$ .

α. Να βρείτε τη διαφορά φάσης  $\Delta\phi$  των ταλαντώσεων δυο σημείων Μ και Ν της χορδής αν είναι  $(MN) = \frac{\lambda}{3}$

β. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης της ταλάντωσης του σημείου Μ μεταξύ δυο χρονικών στιγμών, οι οποίες διαφέρουν κατά  $\Delta t = \frac{1}{2f}$

31. Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,04 \eta\mu\omega t$  (S.I.). Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται με ταχύτητα  $u = 10 \text{ m/s}$  κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου, κατά τη θετική φορά του άξονα  $x'Ox$ . Δυο σημεία του ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $\Delta x = 1,5 \text{ m}$  ταλαντώνονται με διαφορά φάσης  $\Delta\phi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$ .

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του αρμονικού κύματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος στο S.I.

γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης ενός στοιχειώδους τμήματος του ελαστικού μέσου μάζας  $m = 0,02 \text{ kg}$  (να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα του ελαστικού μέσου ως υλικό σημείο).

δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,35 \text{ s}$ .

Θεωρείστε ότι  $\pi^2 \simeq 10$

$$[T = 0,2 \text{ s},, y = 0,04 \eta\mu 2\pi(5t - \frac{x}{2}),, E = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ J}]$$

32. Η εξίσωση ενός κύματος, το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του άξονα  $x'x''$  κατά τη θετική του φορά, είναι  $\psi = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t - x)$  (SI). Θεωρούμε ότι η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στη θέση 0 του άξονα και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t = 0$  με θετική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

α. Την εξίσωση απομάκρυνσης της πηγής

β. Την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων

γ. Τη μεταβολή της φάσης της ταλάντωσης ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 2 \text{ s}$  και  $t_2 = 5 \text{ s}$ .

δ. Το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή  $t = 0,3 \text{ s}$

33. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί  $OA$  μήκους  $L$  εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x$ . Το άκρο του  $A$  είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση  $x=L$ , ενώ το άκρο  $O$  που βρίσκεται στη θέση  $x=0$  είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση  $x=0$  εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σημείο  $x=0$  βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι  $0,1\text{ m}$ . Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα  $x$  απόσταση  $0,1\text{ m}$  από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

β. Να υπολογίσετε το μήκος  $L$ .

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου  $x=0$  κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή  $\psi = +0,3\text{ m}$ .

Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

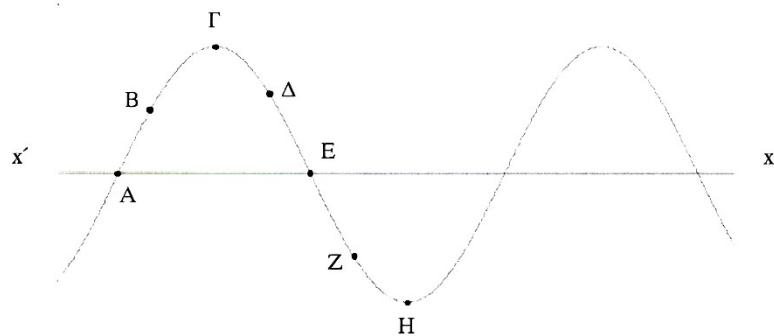
34. Κατά μήκος του άξονα  $X'X$  εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_1$  της χορδής περιγράφεται από

την εξίσωση:

$$y_1 = A \eta \mu 30 \pi t \quad (\text{SI}) \quad \text{ενώ η}$$

εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_2$ , που βρίσκεται  $6\text{ cm}$  δεξιά του σημείου  $\Pi_1$ , περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A \eta \mu \left( 30 \pi t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (\text{SI})$$



Η απόσταση μεταξύ των σημείων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.

Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$  και  $H$  η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων  $B, \Delta$  και  $Z$ ;

ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.

Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

35. Το σημείο  $O$  ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,05 \eta \mu 8 \pi t$  (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα  $x'x$ , κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο  $O$  με ταχύτητα μέτρου  $20\text{ m/s}$ .

α. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση.

β. Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.

γ. Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος.

δ. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής.

