

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup> - ΜΕΡΟΣ Β': ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

### ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup> - ΜΕΡΟΣ Β': ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

#### ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

22. Ένας ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται ανάμεσα σε δυο πανομοιότυπες πηγές κυμάτων Π1 και Π2, οι οποίες κατευθύνονται προς τον παρατηρητή και εκπέμπουν κύματα ίδιας συχνότητας  $f_s = 697,2\text{Hz}$ . Οι ταχύτητες των δυο πηγών είναι  $v_1 = 4\text{m/s}$  και  $v_2 = 8\text{m/s}$ .

Να βρεθούν:

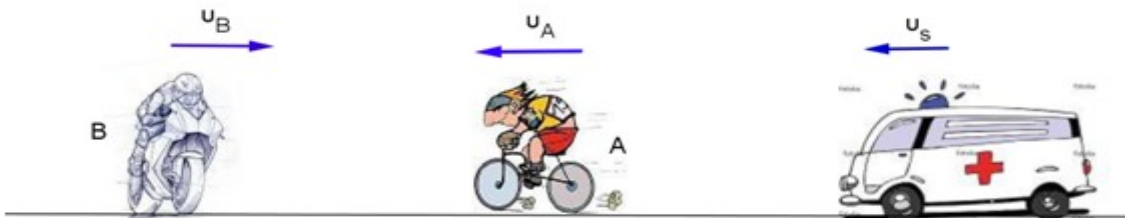
- οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  των δύο ήχων που ακούει ο παρατηρητής.
- τα μήκη κύματος  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  των δύο ήχων που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.
- ποια είναι η συχνότητα του σύνθετου ήχου και ποια η συχνότητα των διακροτημάτων που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340\text{m/s}$ .

[705,5Hz, 714Hz, 336/697,2m, 332/697,2m, 709,75Hz, 8,5Hz]

23. Ένα ασθενοφόρο που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_s = 25\text{m/s}$  σε ευθύγραμμο δρόμο έχει ενεργοποιημένη την σειρήνα του και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s = 945\text{Hz}$ . Στη διεύθυνση κίνησης του ασθενοφόρου υπάρχουν:

- ένας ποδηλάτης Α που κινείται ομόρροπα με το ασθενοφόρο με ταχύτητα  $v_A = 10\text{m/s}$  και βρίσκεται μπροστά από αυτό.



- ένας μοτοσικλετιστής Β που κινείται αντίθετα από το ασθενοφόρο με σταθερή ταχύτητα  $v_B$  και βρίσκεται μπροστά από αυτό.

Για τις συχνότητες του ήχου  $f_A$ ,  $f_B$  που αντιλαμβάνονται ο ποδηλάτης και ο μοτοσικλετιστής

αντίστοιχα, ισχύει  $\frac{f_A}{f_B} = \frac{33}{37}$ . Να βρεθούν:

- η συχνότητα  $f_A$  που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης.
- η ταχύτητα του μοτοσικλετιστή  $v_B$ .

γ) ο λόγος  $\frac{v_{\eta\chi(A)}}{v_{\eta\chi(B)}}$ , όπου  $v_{\eta\chi(A)}$ ,  $v_{\eta\chi(B)}$ , οι ταχύτητες διάδοσης του ήχου που αντιλαμβάνονται ο ποδηλάτης και ο μοτοσικλετιστής αντίστοιχα.

δ) ο λόγος  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ , όπου  $\lambda_A$ ,  $\lambda_B$ , τα μήκη κύματος που αντιλαμβάνονται ο ποδηλάτης και ο μοτοσικλετιστής αντίστοιχα.

Δίνεται ότι η ταχύτητα του ήχου είναι  $v_{\eta\chi} = 340\text{m/s}$ .

[990Hz, 30m/s, 33/37, 1]

23α. Ένας παρατηρητής  $A$  και ένα περιπολικό  $S$  (πηγή ήχου) αφού συναντηθούν στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο συνεχίζουν να κινούνται απομακρυνόμενοι ο ένας από τον άλλον με σταθερές ταχύτητες.

Η πηγή εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ , μήκους κύματος  $\lambda_s$ , ο οποίος κινείται στον αέρα με ταχύτητα  $v_{\eta\chi}$ .



Οι ταχύτητες τους είναι αντίστοιχα  $v_A = 20\frac{m}{s}$  και  $v_S = 10\frac{m}{s}$ . Καθώς απομακρύνονται ο ένας από τον άλλον, το περιπολικό εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s = 350\text{Hz}$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t_s = 6,4\text{s}$ . Για τον παρατηρητή  $A$  να βρεθεί:

- η ταχύτητα διάδοσης του ήχου που αντιλαμβάνεται.
- το μήκος κύματος του ήχου που ακούει.
- η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται.
- η χρονική διάρκεια  $\Delta t_A$  του ήχου που ακούει.

24. Πηγή ήχου  $S$  κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_s$  σε ευθύγραμμη τροχιά και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ .

Στην ίδια ευθεία βρίσκεται ακίνητος παρατηρητής ο οποίος ακούει ήχο με

συχνότητα  $f_1 = 680\text{Hz}$  όταν η πηγή τον πλησιάζει και ήχο με συχνότητα  $f_2 = \frac{33}{35}f_1$  όταν η πηγή περνώντας τον απομακρύνεται από αυτόν. Ζητείται:

- η ταχύτητα με την οποία κινείται η πηγή.
- η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.

γ) το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν η πηγή τον πλησιάζει και όταν η πηγή απομακρύνεται από αυτόν.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340\text{m/s}$ .

[10m/s, 660Hz, 0,5m, 35/66m]

25. Η σειρήνα ενός τρένου το οποίο κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά με  $v_s = 40\text{m/s}$  εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s = 600\text{Hz}$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t_s = 3,5\text{s}$ . Ένας παρατηρητής κινείται αντίθετα από το τρένο με ταχύτητα  $v_A = 10\text{m/s}$ . Να βρεθεί:

- α) η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.
- β) το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει το τρένο καθώς και το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α.



- γ) ο αριθμός των μεγίστων που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου.
- δ) η χρονική διάρκεια του ήχου που ακούει ο παρατηρητής.

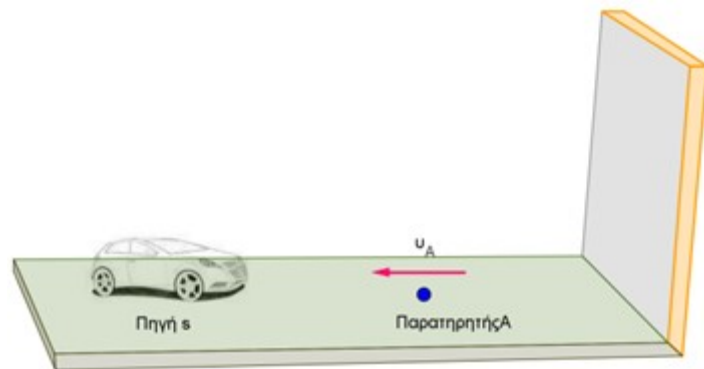
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου  $v_{\eta\chi} = 340\text{m/s}$ .

[700Hz, 17/30m, 0,5m, 2100, 3s]

25α. Ένας παρατηρητής κατευθύνεται προς ακίνητο αυτοκίνητο με σταθερή ταχύτητα

$v_A = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Πίσω από τον

παρατηρητή και στην ευθεία αυτοκινήτου - παρατηρητή υπάρχει ακίνητη επιφάνεια στην οποία ο ήχος μπορεί να ανακλαστεί.



1) Ο οδηγός του αυτοκινήτου

κορνάρει εκπέμποντας ηχητικά κύματα συχνότητας  $f_s = 1020\text{Hz}$ . Να βρεθούν:

α) Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής και που προέρχεται απευθείας από την κόρνα του αυτοκινήτου.

β) Η συχνότητα του ανακλώμενου ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.

2) Ο παρατηρητής προσπερνά το αυτοκίνητο και καθώς απομακρύνεται από αυτό κινούμενος πάντα με την ίδια ταχύτητα  $v_A$ , ο οδηγός του αυτοκινήτου ξανακορνάρει για χρονικό διάστημα  $3,2\text{s}$ . Να βρεθούν:

α) Πόση είναι τώρα η συχνότητα του απευθείας αλλά και του ανακλώμενου ήχου που ακούει ο παρατηρητής;

β) Πόσο μεταποίσηκε ο παρατηρητής στο χρονικό διάστημα που άκουγε την κόρνα του

αυτοκινήτου;

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340 \frac{m}{s}$ .

26. Ένας παρατηρητής Α κινείται με ταχύτητα  $v_A = 20m/s$  κατευθυνόμενος προς ακίνητη πηγή ήχου, η οποία εκπέμπει κύματα συχνότητας  $f_s = 68Hz$  και μήκους κύματος  $\lambda_s$ , για χρονικό διάστημα  $\Delta t_s = 10s$ .

α) Ποια είναι η συχνότητα και ποιο το μήκος κύματος του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής καθώς πλησιάζει την πηγή;

β) Πόσο έχει μετατοπισθεί ο παρατηρητής στο χρονικό διάστημα που ακούει 2 διαδοχικά μέγιστα ήχου;

γ) Πόση είναι η απόσταση μεταξύ 2 διαδοχικών μέγιστων του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής;

δ) Να βρεθεί η απόσταση πηγής-παρατηρητή τη χρονική στιγμή που φτάνει σε αυτόν το 1ο μέγιστο ήχου αν γνωρίζουμε ότι την ίδια στιγμή η πηγή εκπέμπει το τελευταίο μέγιστο ήχου.

Δίνεται  $v_{\eta\chi} = 340m/s$ .

[72Hz, 5m, 5/18m, 3395m]

26α. Δύο αυτοκίνητα (1) και (2) κινούνται ευθύγραμμα και ομόρροπα με ταχύτητες και αντίστοιχα. Τα αυτοκίνητα πλησιάζουν προς κατακόρυφο

τοίχο στη βάση του οποίου έχουμε τοποθετήσει έναν ανιχνευτή ηχητικών κυμάτων. Κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία το αυτοκίνητο (2) προπορεύεται του (1), ο οδηγός του (2) πιέζει την κόρνα του, η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s = 640 Hz$ .



Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που:

α) καταγράφει ο ανιχνευτής στη βάση του τοίχου.

β) αντιλαμβάνεται ο οδηγός του αυτοκινήτου (1) απ' ευθείας από το αυτοκίνητο (2).

γ) ανακλάται από τον τοίχο, όπως την αντιλαμβάνεται ο οδηγός του αυτοκινήτου (1).

δ) ανακλάται από τον τοίχο, όπως την αντιλαμβάνεται ο οδηγός του αυτοκινήτου (2).

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον ακίνητο αέρα  $v = 340 m/s$ .

27. Μια αμαξοστοιχία πλησιάζει έναν ακίνητο παρατηρητή κινούμενη με σταθερή ταχύτητα και τη στιγμή που η σειρήνα του απέχει  $d = 680m$  από τον παρατηρητή εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s = 800Hz$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t_s = 8,5s$ . Ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_A = 850Hz$ .

Να υπολογιστεί:

α) η ταχύτητα της αμαξοστοιχίας.

β) το μήκος κύματος του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.

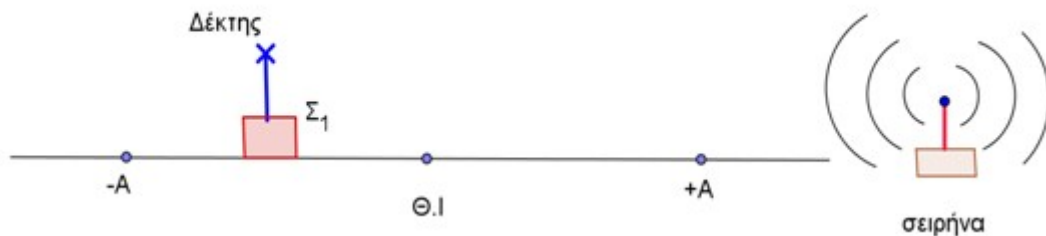
γ) το χρονικό διάστημα για το οποίο ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας.

δ) η απόσταση αμαξοστοιχίας παρατηρητή την στιγμή που ο παρατηρητής σταμάτησε να ακούει τον ήχο.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα,  $v_{\eta\chi} = 340m/s$  .

[20m/s, 0,4m, 8s, 480m]

28. Ένα σώμα  $\Sigma_1$  που έχει πάνω του προσαρμοσμένο δέκτη ηχητικών κυμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον οριζόντιο άξονα  $x'Ox$  με εξίσωση  $x = 0,4\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})$  . Στον θετικό ημιάξονα και σε απόσταση μεγαλύτερη από το πλάτος ταλάντωσης βρίσκεται ακίνητη μια σειρήνα που παράγει ηχητικά κύματα συχνότητας  $f_s = 850Hz$  .



Να βρεθούν:

α) ποια είναι η ελάχιστη και ποια είναι η μέγιστη συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει ο δέκτης.

β) πόσες φορές σε χρονική διάρκεια  $\Delta t = \pi \cdot s$  ο ανιχνευτής μετρά ήχο ίδιας συχνότητας με τον ήχο που εκπέμπει η πηγή.

γ) η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η συχνότητα που ανιχνεύει ο δέκτης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για χρονικό διάστημα ίσο με μια περίοδο της ταλάντωσης.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340m/s$  .

[840Hz, 860Hz, 10,  $f=850+10\sigma\upsilon\nu(10t+3\pi/2)$ ]

29. Τα δελφίνια χρησιμοποιούν σύστημα εκπομπής και λήψης υπερήχων για να εντοπίζουν την τροφή τους. Ένα ακίνητο δελφίνι παρακολουθεί ένα κοπάδι ψάρια που το πλησιάζουν με ταχύτητα  $v_A$  . Το δελφίνι εκπέμπει έναν υπέρηχο συχνότητας  $f_s = 78,396kHz$  , ο οποίος αφού ανακλαστεί στο κινούμενο κοπάδι ψαριών, ανιχνεύεται από το δελφίνι ως υπέρηχος συχνότητας  $f_2 = 79,524kHz$  . Τα ψάρια αντιλαμβάνονται το δελφίνι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και αντιστρέφοντας αμέσως την ταχύτητά τους (χωρίς να αλλάξουν το μέτρο της) αρχίζουν να απομακρύνονται από αυτό. Το δελφίνι παραμένει ακίνητο μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 3s$  και στη συνέχεια αρχίζει να κινηγά το κοπάδι κινούμενο με σταθερή ταχύτητα  $v_\Delta = 20m/s$  . Να βρεθούν:

α) η ταχύτητα  $v_A$  των ψαριών.

β) η συχνότητα του υπερήχου που ανιχνεύει το ακίνητο δελφίνι καθώς τα ψάρια απομακρύνονται από αυτό.

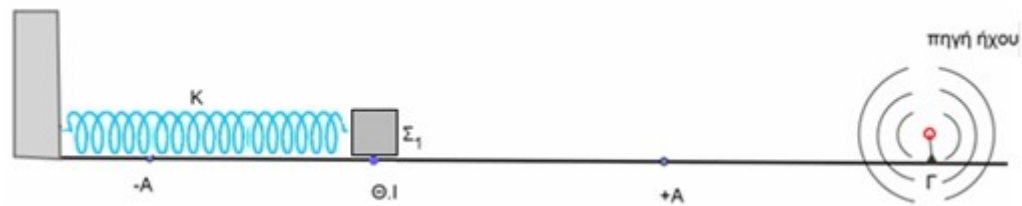
γ) ποια χρονική στιγμή το δελφίνι θα φτάσει στο κοπάδι ψαριών αν τα ψάρια πλησίασαν το δελφίνι σε απόσταση  $d = 120m$  και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το κοπάδι αλλά και το δελφίνι έως τότε.

Δίνεται η ταχύτητα των υπερήχων στο νερό  $v_{\eta\chi} = 1400m/s$ .

[10m/s, 77284Hz, 18s, 180m, 300m]

30. Το σώμα Σ1 του σχήματος έχει μάζα  $m_1 = 1kg$ , φέρει ενσωματωμένο ανιχνευτή ήχου και αρχικά ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 100N/m$ . Εκτρέπουμε το σώμα κατά  $d = A = 0,2m$  προς την αρνητική κατεύθυνση και

το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη διεύθυνση



ταλάντωσης και στο σημείο Γ υπάρχει ακίνητη πηγή ήχου που εκπέμπει κύματα

συχνότητας  $f_s = 510Hz$ . Όταν το Σ1 βρίσκεται σε απομάκρυνση:  $x = 0,1\sqrt{3}m$

κατευθυνόμενο προς την ηχητική πηγή, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ2, μάζας  $m_2 = 3kg$ , το οποίο κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα  $v_2 = 3m/s$ .

Να βρεθούν:

α) η μέγιστη τιμή της συχνότητας που θα καταγράψει ο ανιχνευτής πριν την κρούση.

β) η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής ελάχιστα πριν την κρούση.

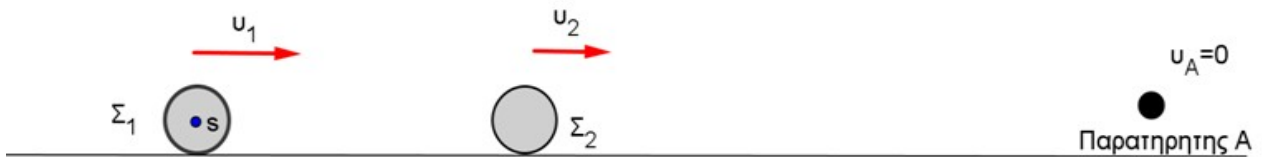
γ) η σχέση που δίνει τη συχνότητα που ανιχνεύει ο ανιχνευτής σε συνάρτηση με το χρόνο πριν την κρούση, θεωρώντας  $t = 0$  την στιγμή που το Σ1 είναι στη θέση ισορροπίας του και κινείται προς τα θετικά.

δ) η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής αμέσως μετά την κρούση καθώς και το ποσοστό της επί % μεταβολής της συχνότητας που καταγράφει ο δέκτης κατά την κρούση.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340m/s$ .

[513Hz, 511,5Hz,  $f=510+3\sin 10t$  (S.I), 507Hz, -450/511,5%]

31. Ένα σώμα Σ1, μάζας  $m_1 = 1kg$ , που φέρει ενσωματωμένη σειρήνα συχνότητας  $f_s = 528Hz$ , κινείται στον οριζόντιο άξονα  $x'x$  και προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα  $v_1$ . Μπροστά από το Σ1 κινείται προς την ίδια κατεύθυνση ένα δεύτερο σώμα Σ2, μάζας  $m_2 = 2m_1$ , με ταχύτητα  $v_2 = 5m/s$ . Ένας ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται πάνω στον οριζόντιο άξονα  $x'x$  και δεξιότερα από τα δύο σώματα. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα Σ1 απέχει  $120m$  από τον παρατηρητή, ο οποίος αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας να έχει συχνότητα  $f_A = 561Hz$ . Μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t$  το Σ1 φτάνει στο Σ2 και συγκρούεται με αυτό πλαστικά. Το συσσωμάτωμα αφού κινηθεί για χρονικό διάστημα  $\Delta t$  προσπερνά τον παρατηρητή τη χρονική στιγμή  $t = 2 \cdot \Delta t$ .



Να βρεθούν:

- η ταχύτητα του σώματος Σ1 πριν την κρούση του με το Σ2.
- η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α μετά την πλαστική κρούση.
- η χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα προσπερνά τον παρατηρητή.
- και να σχεδιαστεί σε αριθμημένους άξονες το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε σχέση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα  $0 \leq t \leq 12s$ .

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340m/s$ .

[20m/s, 544Hz, 8s]

32. Ένα περιπολικό που στέκεται ακίνητο στην άκρη του δρόμου έχει σειρήνα που εκπέμπει κύματα συχνότητας  $f_s = 510Hz$ . Ένας ποδηλάτης (παρατηρητής Α) που βρίσκεται ακίνητος ακριβώς δίπλα στο περιπολικό ξεκινά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με  $\alpha = 1 m/s^2$  απομακρυνόμενος από αυτό. Την ίδια χρονική στιγμή το περιπολικό

ενεργοποιεί τη σειρήνα του. Ένας αθλητής (παρατηρητής Β) που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_B$  πλησ



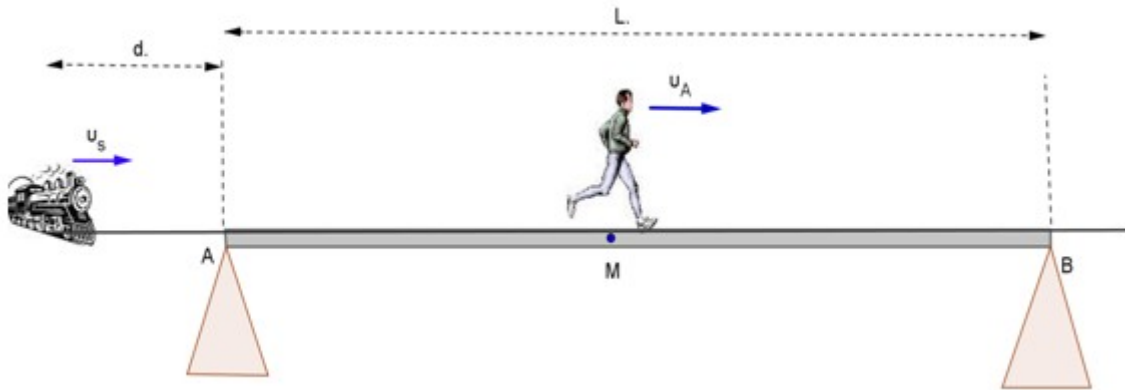
ιάζοντας το περιπολικό αντιλαμβάνεται ότι η συχνότητα του ήχου της σειρήνας είναι  $f_B$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 18s$  ο ποδηλάτης αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_A$  που διαφέρει από την  $f_B$  κατά  $36Hz$ .

- Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία κινείται ο αθλητής καθώς και η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται.
- Να βρεθεί η συχνότητα  $f_A$  του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να γίνει σε αριθμημένους άξονες το διάγραμμα της συχνότητας  $f_A$  του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα  $0 \leq t \leq 18s$ .
- Να βρεθεί αριθμός των μεγίστων που άκουσε συνολικά ο ποδηλάτης στο χρονικό διάστημα  $0 \leq t \leq 18s$ .

Δίνεται  $v_{\eta\chi} = 340m/s$ .

[6m/s, 519Hz,  $f=510-1,5t$  (S.I), 8937]

33. Ένας ακίνητος παρατηρητής ενώ βρίσκεται στο μέσο  $M$  μιας γέφυρας  $AB$  μήκους  $L$  αντιλαμβάνεται σε απόσταση  $d$ , από το άκρο  $A$  της γέφυρας, ένα τρένο να πλησιάζει με ταχύτητα  $u_0$ . Ταυτόχρονα ακούει τον ήχο της σειρήνας του τρένου η οποία έχει συχνότητα  $f_s = 300\text{Hz}$ , ενώ αυτός αντιλαμβάνεται τον ήχο της με συχνότητα  $f_A = 340\text{Hz}$ . Ο παρατηρητής αρχίζει αμέσως να τρέχει (χρονική στιγμή  $t = 0$ ) με σταθερή ταχύτητα  $v_A = 8\text{m/s}$  προς το άκρο  $B$  της γέφυρας και χρειάζεται χρόνο  $t_A$  να φτάσει σε αυτό.



Ο μηχανοδηγός από την απόσταση  $d$  που βρίσκεται ενεργοποιεί το σύστημα φρένων του τρένου, δίνει σε αυτό σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = -0,5\text{m/s}^2$  και ακινητοποιεί το τρένο στο άκρο  $B$  της γέφυρας μετά από χρονικό διάστημα  $t_A$ . Να υπολογίσετε:

- την αρχική ταχύτητα του τρένου.
- το μήκος  $L$  της γέφυρας καθώς και τη συνολική απόσταση που διέτρεξε το τρένο μέχρι να σταματήσει.
- τις συναρτήσεις που δίνουν τις θέσεις του τρένου και του παρατηρητή σε σχέση με το χρόνο για όλο το χρονικό διάστημα της επιβραδυνόμενης κίνησης του τρένου. Να θεωρήσετε  $x = 0$  τη θέση του τρένου τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Να σχεδιάσετε τις συναρτήσεις σε κοινό ορθογώνιο αριθμημένο σύστημα αξόνων.
- ποια ήταν η τελευταία συχνότητα που ανιλήφθηκε ο παρατηρητής πριν τον προσπεράσει το τρένο. (το αποτέλεσμα να δοθεί με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου).

Δίνεται  $v_{\eta\chi} = 340\text{m/s}$ .

[40m/s, 1280m 1600m,  $40t - 1/2 \cdot 0,5t^2$ ,  $960 + 8t$ , 307,4Hz]