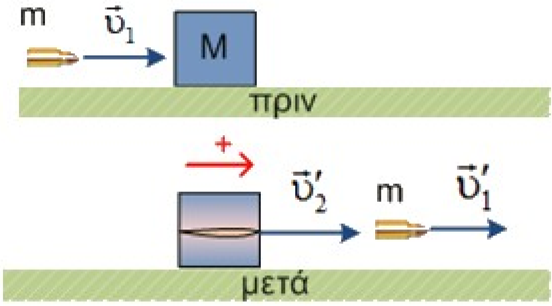
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5º - ΜΕΡΟΣ Α΄: ΚΡΟΥΣΕΙΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ 1: ΚΡΟΥΣΕΙΣ

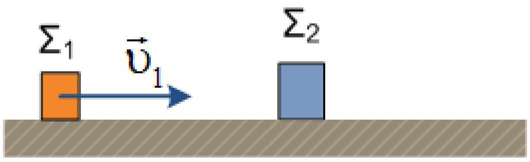
1. Σώμα μάζας $M = 5kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 100m/s$ και μάζας $m = 0,2kg$, διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75 % της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1'$. Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1'$ του βλήματος και της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2'$ του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.
β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.
γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.
δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί $\Delta t = 0,01s$.

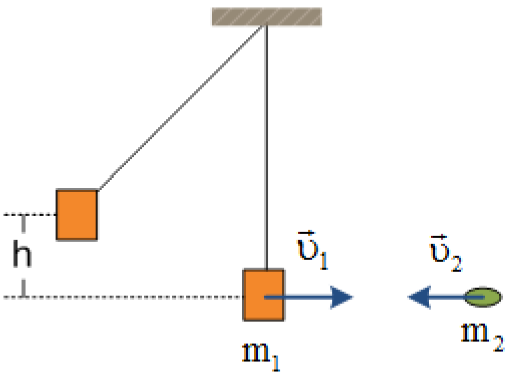
[50m/s, 2m/s, 1%, -10kgm/s, 1000N]

1α. Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 2kg$ και ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 20m/s$, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές, προς τη θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3kg$ που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



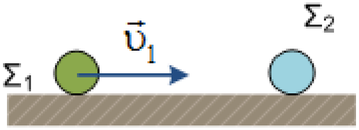
Να υπολογίσετε:
α) την ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
β) την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.
γ) το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_2.
δ) τη μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1.

1β. Σώμα μάζας $m_1 = 0,9kg$ που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος μήκους $L = 2m$, αφήνεται ελεύθερο από ύψος h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2m/s$ και συγκρούεται πλαστικά με βλήμα μάζας $m_2 = 0,1kg$ και ταχύτητας μέτρου $\upsilon_2 = 48m/s$ με φορά προς το σώμα. Η χρονική διάρκεια της



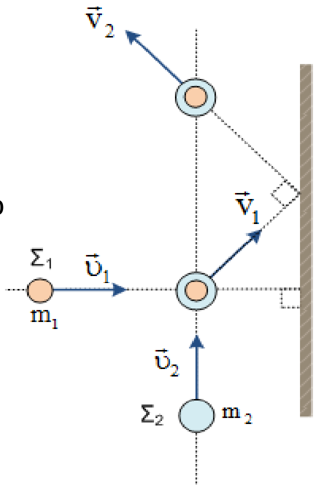
κρούσης θεωρείται αμελητέα.
Να υπολογίσετε:
α) το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1.
β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
γ) το ύψος h' στο οποίο θα φτάσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
δ) τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση. Σε τι μορφή ενέργειας μετατράπηκε αυτή;
Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

1γ. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινούμενο προς τη θετική φορά σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8m/s$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 4m/s$. Να υπολογίσετε:
α) το λόγο των μαζών $\frac{m_2}{m_1}$.
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
γ) το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
δ) την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής των δύο σωμάτων, αν $m_2 = 2kg$. Τι παρατηρείτε;
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

2. Σώμα Σ1 μάζας $m_1 = 1kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 12m/s$ με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ2 μάζας $m_2 = 2kg$ που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$. Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα $\vec{V}_1$. Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $V_2 = 4\sqrt{2}m/s$, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη $\vec{V}_1$. Οι κινήσεις των σωμάτων Σ1, Σ2 και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

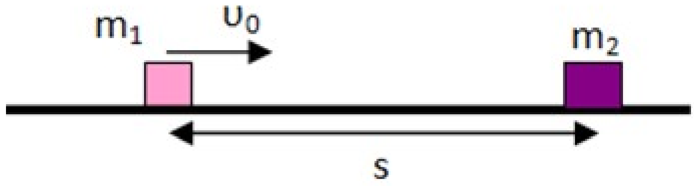


α) το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{V}_1$.
β) το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2$.
γ) τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
δ) το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι $\Delta t = 0,01s$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[4√2m/s, 45^0, 6m/s, 24kgm/s, 2400N]

2α. Το σώμα μάζας $m_1 = 2kg$ του παρακάτω σχήματος βάλλεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10m/s$ πάνω σε οριζόντιο δάπεδο που παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,2$. Αφού διανύσει απόσταση $s = 9m$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 6kg$ που είναι αρχικά ακίνητο.



Να βρείτε:

α) την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 λίγο πριν την κρούση.

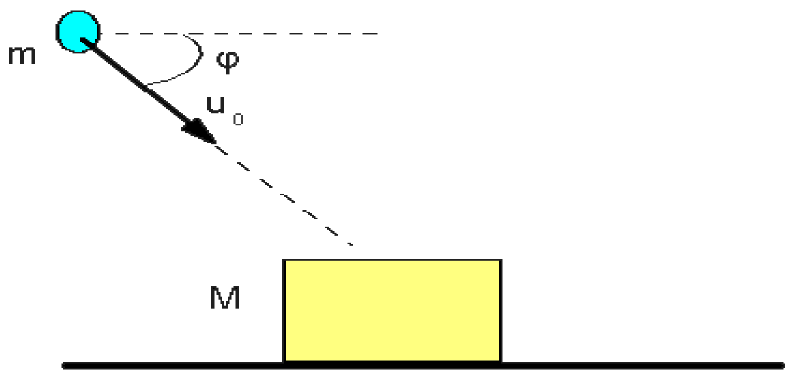
β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

γ) το ποσοστό της ενέργειας του σώματος m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2.

δ) το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μάζας m_2 μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

2β. Ένας ξύλινος κύβος μάζας $M = 0,9\ kg$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα μικρό βλήμα μάζας $m = 0,1\ kg$ το οποίο, λίγο πριν να συγκρουστεί, κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 50\ m/s$, σχηματίζοντας με τον ορίζοντα γωνία φ, σφηνώνεται στον κύβο. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα V του συσσωματώματος.

β) τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κρούση.

γ) το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας του βλήματος το οποίο μεταφέρθηκε στον κύβο.

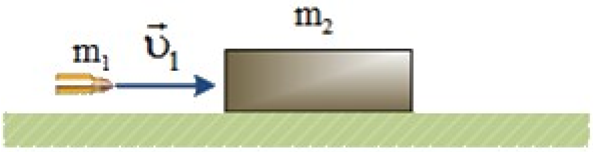
δ) τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση.

Δίνονται: $\eta\mu\phi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$.

2γ. Ένας ξύλινος κύβος μάζας $M = 4,5\ kg$ είναι δεμένος στο άκρο ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $L = 0,2\ m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε οροφή. Ο κύβος ηρεμεί με το νήμα κατακόρυφο. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,5\ kg$ κινείται οριζόντια με

ταχύτητα $u_0 = 20\ m/s$ και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με τον κύβο. Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β) το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται κατά την κρούση των σωμάτων.
γ) τη μέγιστη ανύψωση που επιτυγχάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
δ) την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων.
Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

3. Ένα ξύλινο σώμα μάζας $m_2 = 0,96kg$ είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m_1 = 40g$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 200m/s$ και σφηνώνεται στο σώμα, σε βάθος $d = 7,68cm$. Να υπολογιστεί:

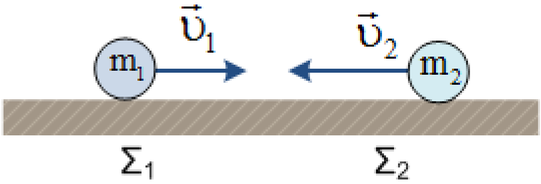


α) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση.
β) το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα (να θεωρήσετε ότι όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος γίνεται θερμότητα και ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο).
γ) η μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο ξύλο καθώς εισχωρεί σε αυτό.
δ) η μετατόπιση του συστήματος ξύλο-βλήμα μέχρι να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο.

[8m/s, 96%, 10^4N, 0,3cm]

3α. Μικρή σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = 2\ kg$ που κινείται πάνω σε λείο επίπεδο με ταχύτητα $u_1 = 10\ m/s$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 8\ kg$. Να υπολογίσετε:
α) τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.
β) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σφαιρών.
γ) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 .
δ) το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε κατά την κρούση στη σφαίρα Σ_2 .

4. Δυο σφαίρες Σ1 και Σ2, που έχουν μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$ αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος της ίδιας ευθείας και πλησιάζουν η μια την άλλη με ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 6m/s$



και $\upsilon_2 = 9m/s$, αντίστοιχα. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται μετωπικά. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ1 αλλάζει κατεύθυνση κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $\upsilon'_1 = 14m/s$.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}'_2$ της σφαίρας Σ2 μετά την κρούση.

β) Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.
γ) Να υπολογίσετε:

1) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

2) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

[1m/s, ελαστική, 80J, -80J, -20kgm/s, 20kgm/s]

5. Τρεις μικρές σφαίρες Σ1, Σ2 και Σ3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ1 ταχύτητα μέτρου υ_1. Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:

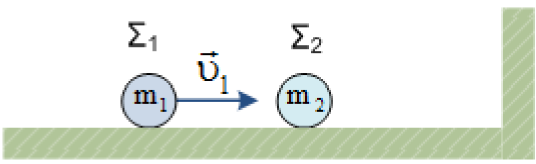
α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.
Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:
β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.

γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.
δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ3.

Δίνονται: η μάζα $m_1 = 2kg$ και $\upsilon_1 = 10m/s$.

[3 κρούσεις, -5m/s, 0m/s, 5m/s, -30kgm/s, 75%]

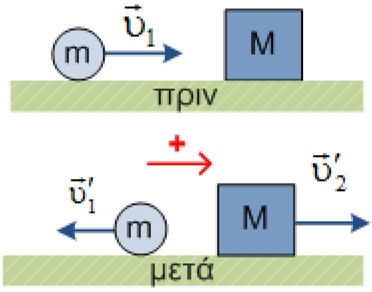
6. Μια σφαίρα Σ1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ2 μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση η σφαίρα Σ2 συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.



α) Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι $\lambda = \dfrac{m_2}{m_1}$ να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ1 και Σ2 σε συνάρτηση με το λ και το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$.
Να βρεθεί:
β) για ποιες τιμές του λ η σφαίρα Σ1 μετά την κρούση της με τη σφαίρα Σ2 κινείται προς τα αριστερά.
γ) για ποια τιμή του λ , η σφαίρα Σ2, μετά τη κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα Σ1.
Με βάση την παραπάνω τιμή του λ , να υπολογισθεί:
δ) ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ2, που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ1.

[$u_1'=(1-\lambda)/(1+\lambda)\cdot u_1$, $u_2'=2/(1+\lambda)\cdot u_1$, $\lambda>1$, $\lambda=3$, 0,75]

7. Σώμα μάζας $M=2kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Μια μικρή μπάλα μάζας $m=100g$ κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1=100m/s$, συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου $\upsilon'_1=20m/s$. Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας υ_2' του σώματος Μ αμέσως μετά την κρούση.
β) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατράπηκε;
γ) η μετατόπιση του σώματος μάζας Μ μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.

δ) ο λόγος $\lambda=\dfrac{M}{m}$ των μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

[6m/s, 444J, 9m, 3/2]

8. Δύο τελείως ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1=m=1kg$ και $m_2=3m=3kg$ αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πλησιάζουν η μία την άλλη με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1=\upsilon_2=\upsilon_0=10m/s$. Να βρείτε:

α) Τις ταχύτητές των μαζών μετά την κρούση.
β) Τη μεταβολή της ορμής της m_2.
γ) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_2.
δ) Τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στη σφαίρα m_1 κατά την κρούση αν αυτή διαρκεί χρόνο $\Delta t=0,02s$.

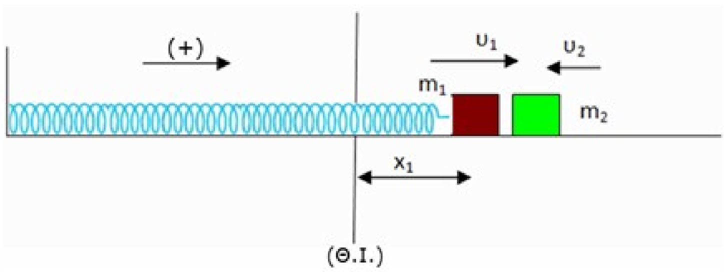
[-20m/s, 0m/s, -30kgm/s, -100%, 1500N]

9. Σώμα Α μάζας $m_1=2kg$ αφήνεται να γλιστρήσει από απόσταση $\ell=20m$ από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$. Ταυτόχρονα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2=m_1$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=10m/s$ από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά.
Να υπολογίσετε:
α) τις ταχύτητες των σωμάτων λίγο πριν την κρούση.
β) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Α κατά τη διάρκεια της κρούσης.
δ) την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα θα επανέλθει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας: $g = 10m/s^2$.

[10m/s, 0m/s, 5m/s, 30kgm/s, 5√5m/s]

10. Ένα σώμα μάζας $m_1 = 4kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \sqrt{\frac{5}{4}}m$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 16N/m$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σώμα βρίσκεται στη



θέση $x_1 = 1m$ και κινείται από τη θέση ισορροπίας προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης συγκρούεται ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 12kg$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 1m/s$ αντίθετης φοράς από αυτή της υ_1.

Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

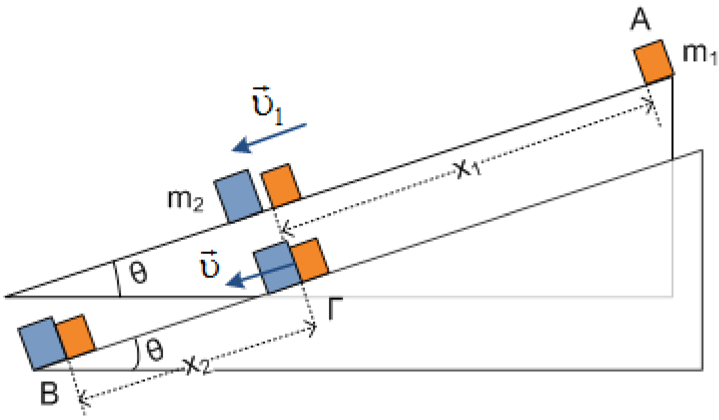
β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική κρούση.

γ) το νέο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1.

δ) το στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 όταν αυτό βρίσκεται στη νέα ακραία θέση της ταλάντωσής του.

[1m/s, 2m/s, 0m/s, √2m, 0J/s]

11. Από την κορυφή (Α) ενός κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης θ αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα Σ1 μάζας $m_1 = 1kg$ το οποίο εμφανίζει με το κεκλιμένο επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $A\Gamma = x_1 = 4m$ κινούμενο στο κεκλιμένο επίπεδο, συναντά ακίνητο σώμα Σ2 μάζας $m_2 = 3kg$, με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και



πλαστικά (σημείο Γ). Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση των δύο σωμάτων διανύει διάστημα $x_2 = 2m$ και φτάνει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου. Να υπολογίσετε:

α) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) τη συνολική θερμότητα λόγω τριβών που παράχθηκε από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 μέχρι τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έφτασε στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

γ) την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο μαζών κατά τη κρούση.

δ) το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας των σωμάτων Σ1 και Σ2 που έγινε θερμότητα μέχρι το συσσωμάτωμα να φτάσει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου.

Να θεωρηθεί:

(i) Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ταυτίζεται με το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
(ii) Όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά τη κρούση γίνεται θερμότητα.
(iii) Το έργο που καταναλώνει η τριβή μετατρέπεται σε θερμότητα.
(iv) Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις.
(v) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης πριν και μετά την κρούση παραμένει ίδιος.

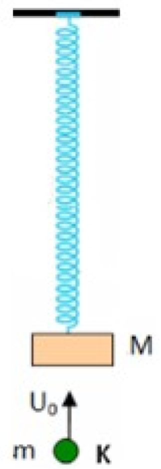
Δίνονται: $\eta\mu\theta = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[1m/s, 48J, 6J, 75%]

12. Ένα πρωτόνιο Π1 μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 10^6 m/s$ αλληλεπιδρά (συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά) με ένα άλλο ακίνητο πρωτόνιο Π2 μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση το πρωτόνιο Π1 κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ σε σχέση με την αρχική του πορεία.
Α. Να υπολογισθεί αμέσως μετά τη κρούση:
α) το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου Π1.
β) η ταχύτητα του πρωτονίου Π2.
Β. Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου Π1 που μεταφέρεται στο πρωτόνιο Π2.
γ) στην παραπάνω κρούση.
δ) αν η κρούση ήταν κεντρική.

[$10^6 \cdot \sqrt{3}/2$m/s, $10^6/2$m/s, 60^0, 25%, 100%]

13. Ένα σώμα μάζας $M = 3Kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$. Δεύτερο σώμα μάζας $m = 1kg$, βάλλεται από το έδαφος από το σημείο Κ με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$ και μετά από χρόνο $t = 0,8s$ συγκρούεται ανελαστικά με το M . Μετά την κρούση το σώμα m εξέρχεται από το M με ταχύτητα μέτρου $\upsilon' = 0,5m/s$. Το σώμα Μ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

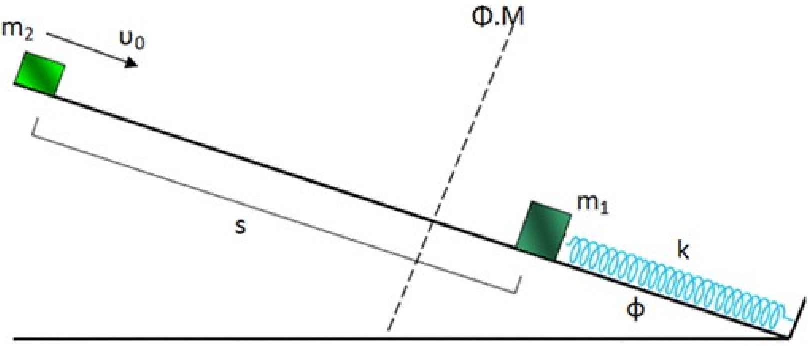


Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m ελάχιστα πριν την κρούση.
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
γ) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα μάζας M .
δ) την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο – σώμα μάζας m – σώμα μάζας M θεωρώντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το σημείο Κ.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[2m/s, 0,5m/s, √3/20m, 198,5J]

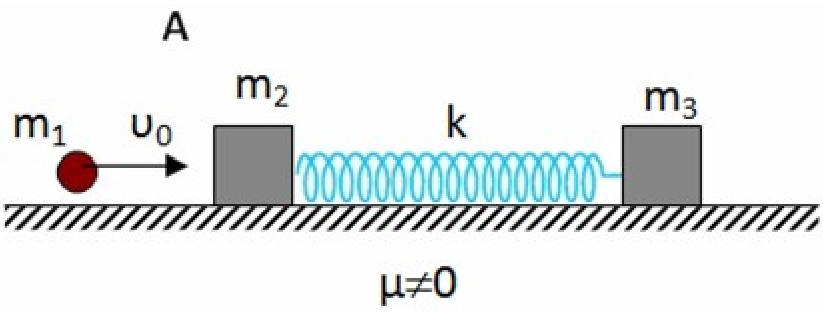
14. Στο κάτω άκρο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$ είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100N/m$. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m_1 = 2kg$ που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση $s = 0,15m$ από το m_1, βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα $m_2 = 1kg$ με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = \sqrt{3}m/s$ και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το m_1. Μετά την κρούση η κίνηση του m_2 αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση $d = 0,05m$ σταματάει. Το m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Α. Να υπολογίσετε:
α) την ταχύτητα του σώματος m_2 ελάχιστα πριν την κρούση.
β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
δ) τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την απλή αρμονική ταλάντωση του m_1.
Β. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.
Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[3√2/2m/s, √2m/s, √2/2m/s, 0,2m, 4,5J, ελαστική]

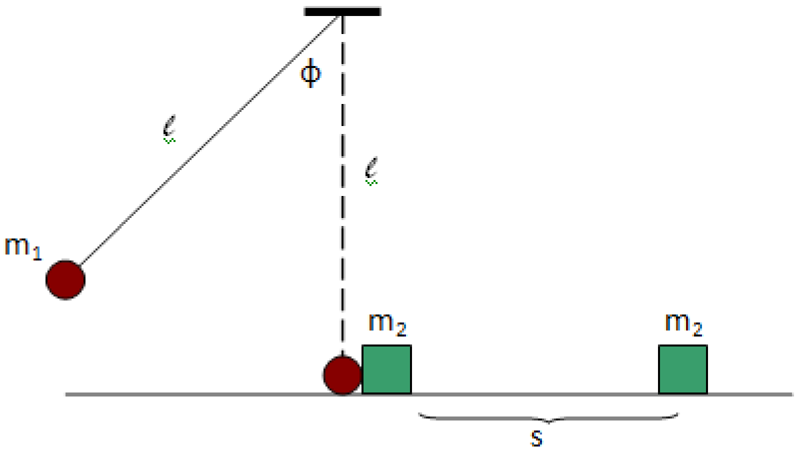
15. Στο σχήμα το σώμα μάζας $m_1 = 5kg$ συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με το σώμα μάζας $m_2 = 5kg$. Αν είναι γνωστό ότι το ιδανικό ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό μήκος του, ότι η μάζα του σώματος m_3 είναι $m_3 = 10kg$, η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 10N/m$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων και επιπέδου είναι $\mu = 0,4$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$, να υπολογίσετε:



α) τη μέγιστη επιτρεπτή παραμόρφωση του ελατηρίου ώστε να μην κινηθεί το m_3.
β) τη μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει το m_1 ώστε να μην κινηθεί το m_3.
γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του m_1 στη διάρκεια της κρούσης.
δ) τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου του ερωτήματος α.

[4m, 8m/s, 40kgm/s, 80J]

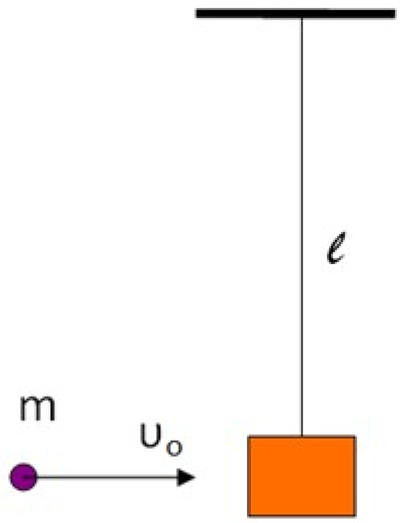
16. Αρχικά η σφαίρα m_1 βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας $m_1 = m$ από την αρχική της θέση ώστε το νήμα μήκους $\ell = 1,6m$ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\phi = 60^{\circ}$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3m$ που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα m_2 μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα s σταματάει. Να βρεθούν:



α) Το μέτρο της ταχύτητας υ_1 του σώματος μάζας m ελάχιστα πριν την κρούση.
β) Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης θ που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο μετά την ελαστική κρούση.
γ) Το διάστημα s μέχρι να σταματήσει το σώμα m_2.
δ) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του m_1 κατά την κρούση.
Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[4m/s, 7/8, 1m, 75%]

17. Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M = 0,98Kg$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $\ell = 2m$. Κάποια χρονική στιγμή βλήμα μάζας $m = 0,02kg$ σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελώντας κυκλική κίνηση, φτάνει σε θέση όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία ϕ τέτοια ώστε $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$ και σταματά στιγμιαία.



Να υπολογίσετε:
α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β) Την αρχική ταχύτητα υ_0 του βλήματος.
γ) Την τάση του νήματος πριν την κρούση.
δ) Την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
ε) Τη μηχανική ενέργεια, που μετατράπηκε σε θερμότητα στην πλαστική κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[4m/s, 200m/s, 9,8N, 18N, 392J]

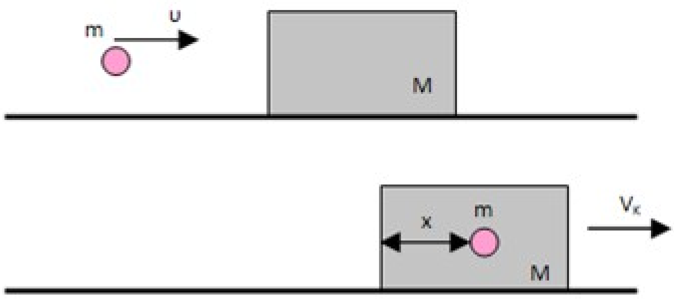
18. Ένα βλήμα μάζας $m = 1kg$, βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 100\sqrt{2}m/s$ και διαπερνά ένα κιβώτιο μάζας $M = 8kg$ που ήταν αρχικά ακίνητο στη θέση $x = 0$ μη λείου οριζόντιου δαπέδου. Το βλήμα εξέρχεται από το κιβώτιο με ταχύτητα $\upsilon = 20\sqrt{2}m/s$. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου είναι $\mu = 0,5 + x$, όπου x η θέση του κιβωτίου στο (S.I.), να υπολογίσετε:

α) Την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.
β) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης.
γ) Το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει.
δ) Το μέτρο του στιγμιαίου ρυθμού μεταβολής της ορμής του κιβωτίου στη θέση $x = 2m$.
ε) Τη συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον στη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

[10√2m/s, -96%, 4m, 200N, 9600J]

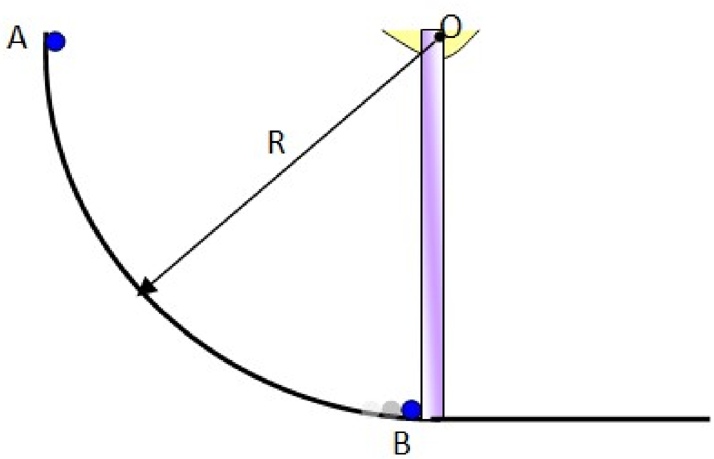
19. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1kg$ σφηνώνεται με ταχύτητα $\upsilon = 100m/s$ σε ακίνητο κιβώτιο μάζας $M = 0,9kg$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κιβώτιο μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται μεταξύ βλήματος και κιβωτίου κατά την κρούση θεωρηθεί σταθερού μέτρου $F = 4500N$, να υπολογίσετε:



α) Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.
β) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος (βλήμα – κιβώτιο) κατά τη διάρκεια της κρούσης.
γ) Το χρόνο που διαρκεί η κίνηση του βλήματος σε σχέση με το κιβώτιο.
δ) Πόσο βαθιά εισχωρεί το βλήμα στο κιβώτιο.

[10m/s, -450J, $2\cdot10^{-3}$s, 0,1m]

20. Το υλικό σημείο μάζας $m = \sqrt{3}kg$ αφήνεται να κινηθεί από το σημείο Α ενός λείου κατακόρυφου οδηγού σε σχήμα τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 0,15m$. Όταν το υλικό σημείο φτάσει στο σημείο Β συγκρούεται ανελαστικά με μία λεπτή ομογενή κατακόρυφη ράβδο μάζας M=9 kg και μήκους $\ell = R = 0,15m$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το αρθρωμένο άκρο της Ο.



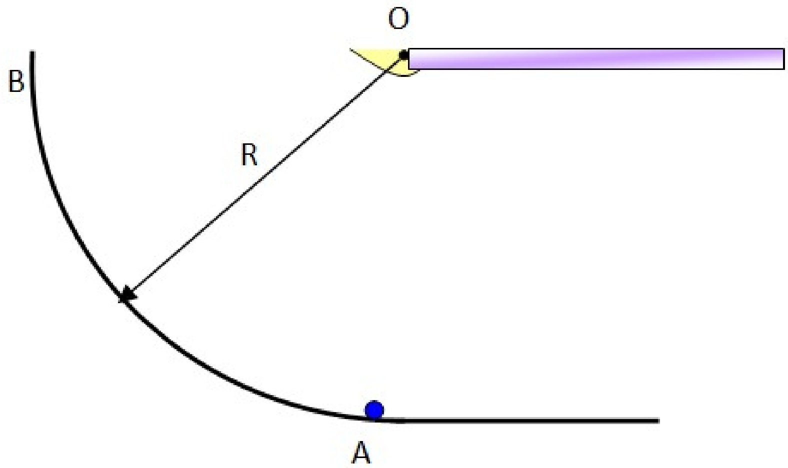
Μετά την κρούση το υλικό σημείο αποκτά ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό από αυτό που είχε ελάχιστα πριν την κρούση και αντίθετης φοράς.

Αν δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του υλικού σημείου ελάχιστα πριν την κρούση.
β) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη μέγιστη γωνία εκτροπής που θα σχηματίσει η ράβδος με την κατακόρυφο.
δ) την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου σε εκείνο το σημείο.

[√3m/s, 10rad/s, 60^0, 3,375√3Nm]

21. Η ομογενής ράβδος μάζας $M = 9kg$ και μήκους $\ell = 1,2m$ του διπλανού σχήματος αφήνεται από την οριζόντια θέση να κινηθεί στο κατακόρυφο επίπεδο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το αρθρωμένο άκρο της Ο. Όταν διέρχεται από την κατακόρυφη θέση συγκρούεται με ακίνητο υλικό σημείο μάζας $m = 1kg$ που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο Α ενός λείου κατακόρυφου οδηγού σε σχήμα τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1,2m$. Μετά την κρούση η ράβδος αποκτά γωνιακή ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό από αυτό που είχε ελάχιστα πριν την κρούση και ίδιας φοράς.



Αν δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, να υπολογίσετε:

α) τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου ελάχιστα πριν την κρούση.
β) την ταχύτητα του υλικού σημείου αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη στιγμιαία ισχύ της ροπής του βάρους της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
δ) την απώλεια της Μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

[5rad/s, 9m/s, 0J/s, 0J]