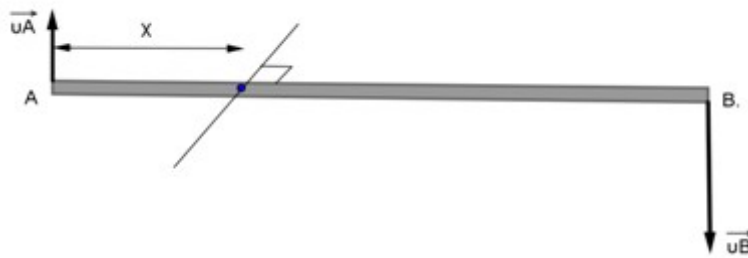


**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ**  
**ΕΝΟΤΗΤΑ 1: ΚΙΝΗΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ**

1. Μια ράβδος AB περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από έναν σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από ένα σημείο πάνω στη ράβδο.

Το άκρο A έχει γραμμική ταχύτητα που έχει μέτρο  $v_A = 10\text{m/s}$  ενώ το άκρο B έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου  $v_B = 30\text{m/s}$ .



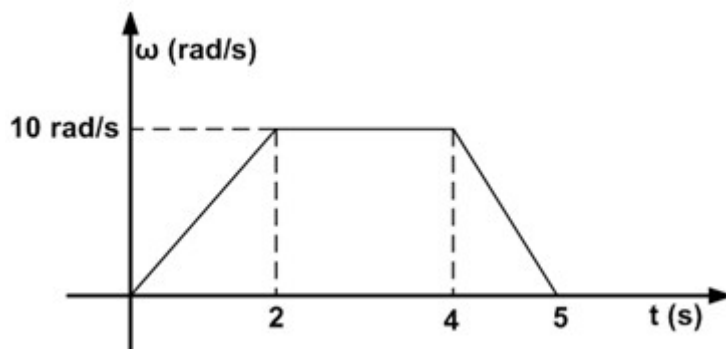
Αν το μήκος της ράβδου είναι  $\ell = 40\text{cm}$  να βρεθούν:

- α) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.
- β) Η απόσταση που απέχει το άκρο A της ράβδου από τον άξονα περιστροφής.
- γ) Η γωνία στροφής της ράβδου σε χρόνο  $\Delta t = 2\text{s}$ .
- δ) Ο αριθμός των περιστροφών της ράβδου στον παραπάνω χρόνο.

[100rad/s, 0,1m, 200rad, 100/π]

1α) Στο σχήμα φαίνεται πως μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός δίσκου που εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής. Δίνεται ακτίνα δίσκου  $r = 0,5\text{m}$ .

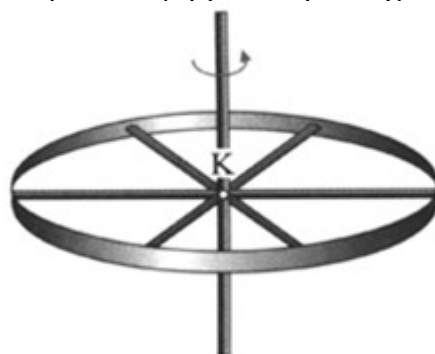
- α) Να βρεθούν οι γωνιακές επιταχύνσεις που έχει το κινητό σε κάθε κίνηση.
- β) Να γίνει το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου για όλη την κίνηση.



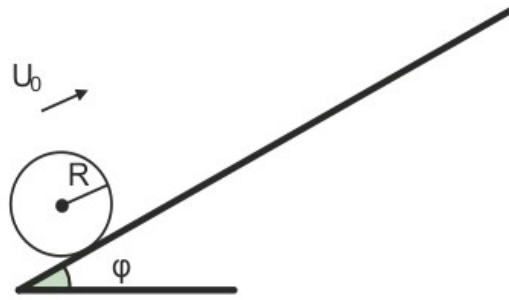
- γ) Να βρεθεί η συνολική γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος.
- δ) Ένα σημείο A απέχει από τον άξονα περιστροφής απόσταση  $r = 0,2\text{m}$ . Να βρεθεί η γραμμική ταχύτητα του A την  $t = 1\text{s}$  καθώς και την  $t = 4,5\text{s}$ .

2. Ένας τροχός που αρχικά ηρεμεί αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση γύρω από σταθερό άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του και διέρχεται από το κέντρο του. Μετά από  $t = 10\text{s}$  ο τροχός έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 40\text{rad/s}$ .

- α) Να βρεθεί η γωνιακή του επιτάχυνση.
- β) Να γίνει το διάγραμμα  $\omega - t$  για τον τροχό έως την  $t = 10\text{s}$ .
- γ) Να βρεθεί η γωνία που διαγράφει ο τροχός από το 3ο έως το 7ο s της κίνησης του.
- δ) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών του τροχού από την  $t = 0$  έως την  $t = 10\text{s}$ .



2α) Από τη βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσης  $\phi = \pi/6$  εκτοξεύεται προς τα πάνω τροχός ακτίνας  $R = 0,2m$  με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 10m/s$ .



Ο τροχός φτάνει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος  $h$  από το έδαφος, σταματά στιγμιαία και μετά αρχίζει να κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο.

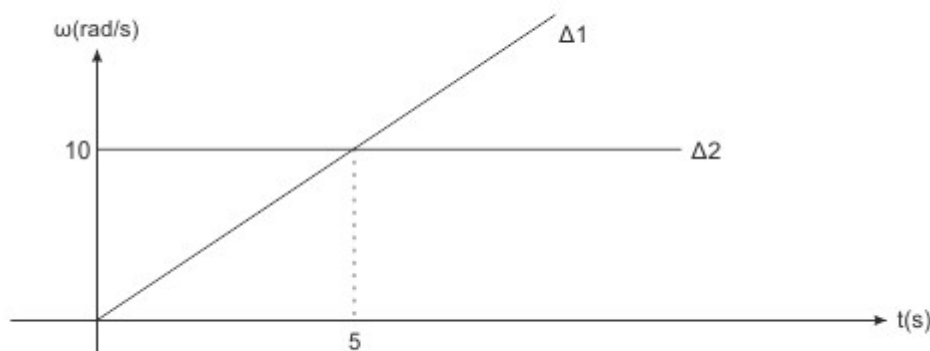
Θεωρούμε ότι η επιβράδυνση του τροχού κατά την άνοδο είναι ίση κατά μέτρο με την επιτάχυνση που απέκτησε ο τροχός κατά την κάθοδό του και ισχύει

$$|\alpha_{cm}(\text{ανόδου})| = \alpha_{cm}(\text{καθόδου}) = 2 \text{ m/s}^2$$

Να βρεθούν:

- Ο χρόνος ανόδου.
- Το μέγιστο ύψος  $h$  από το έδαφος που φτάνει ο τροχός.
- Τη γωνία που θα διαγράψει μια ακτίνα  $R$  του τροχού κατά την κάθοδό του.
- Το διάγραμμα του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο ( $\omega - t$ ), για όλη την κίνηση.

3. Δύο δίσκοι οριζόντιοι  $\Delta 1$  και  $\Delta 2$  εκτελούν περιστροφική κίνηση γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας τους. Οι δίσκοι περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα που μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο σχήμα.



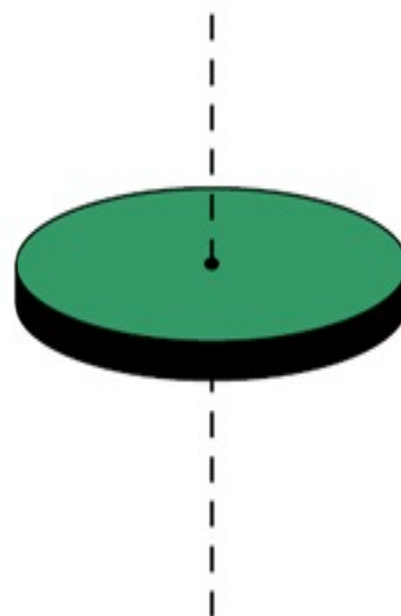
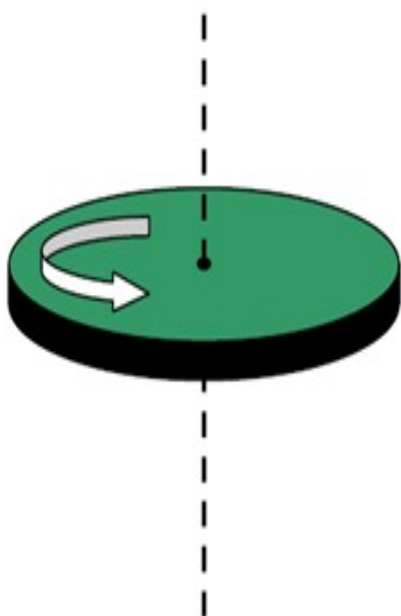
Ζητείται:

- Η γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά κάθε δίσκος.
- Την  $t = 5s$  πόσες περιστροφές έχει κάνει ο δίσκος  $\Delta 2$  περισσότερες από τον δίσκο  $\Delta 1$ ;

- γ) Ποιά χρονική στιγμή οι 2 δίσκοι έχουν τον κάνει ίδιο αριθμό περιστροφών;  
 δ) Αν οι 2 τροχοί έχουν ακτίνες  $R_2 = R$ ,  $R_1 = 2R$ , να βρεθεί ποια στιγμή τα σημεία της περιφέρειας τους θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες.

[ $2\text{rad/s}^2$ ,  $0\text{rad/s}^2$ ,  $12,5/\pi$ ,  $10\text{s}$ ,  $2,5\text{s}$ ]

3α) Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος. Τη στιγμή  $t_0 = 0$  ξεκινά να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ . Τη στιγμή  $t_A = 4 \text{ s}$ , ο δίσκος αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ , μέχρι να σταματήσει.



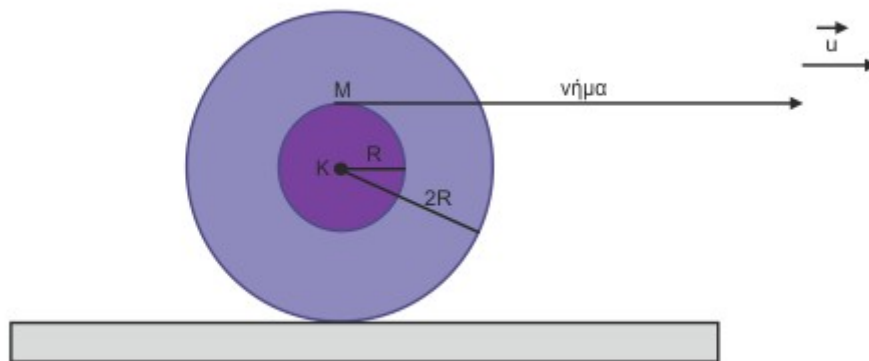
1. Στο πρώτο σχήμα να σχεδιαστεί το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}_1$  και το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{a}_{\gamma 1}$  του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησής του.
2. Στο δεύτερο σχήμα να σχεδιαστούν τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}_2$  και της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{a}_{\gamma 2}$  του δίσκου κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησής του.

Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής:

3. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις  $\omega = f(t)$  της γωνιακής ταχύτητας για όλη τη διάρκεια της κίνησης.
4. Να γίνει η γραφική παράσταση  $\omega-t$  για τη συνολική κίνηση.

5. Να γραφεί η χρονική εξίσωση  $\theta = f(t)$  της γωνίας στροφής στην επιταχυνόμενη κίνηση.
6. Να υπολογιστεί η γωνία στροφής  $\Delta\theta$ , κατά τη διάρκεια του 2<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της επιβραδυνόμενης κίνησης.
7. Να βρεθεί ο συνολικός αριθμός των περιστροφών  $N$ , που εκτέλεσε ο τροχός από  $t_0 = 0$  μέχρι να σταματήσει.

4. Ένα στερεό αποτελείται από 2 κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες  $R$  και  $2R$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των 2 κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας  $R$  έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Τραβάμε το νήμα οριζόντια με επιτάχυνση  $\alpha = 3m/s^2$  ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.



Ζητείται:

- α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.
- β) Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος  $\ell = 5m$ , πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.
- γ) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν δίνεται ότι η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι  $R = 0,1m$ ).
- δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.  
[ $2m/s^2$ ,  $10m$ ,  $10\sqrt{10}$  rad/s,  $4\sqrt{10}$  m/s]

4α) Οι τροχοί ενός ποδηλάτου έχουν ακτίνα  $R=40\text{ cm}$ .

A. Το ποδήλατο ανηφορίζει με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_{cm} = 0,4 \frac{m}{s}$  σε πλαγιά και οι τροχοί του κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν.

1. Να βρεθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής κάθε τροχού.

2. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου από το έδαφος κάθε τροχού.

B. Το ποδήλατο φτάνει σε κατηφόρα και αρχίζει να επιταχύνεται. Η γωνιακή επιτάχυνση κάθε

τροχού έχει μέτρο  $a_\gamma = 2 \frac{rad}{s^2}$ .

3. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας  $a_{cm}$  του ποδηλάτου.

Γ. Κατά τη διάρκεια όλης της πορείας του ποδηλάτου (ανηφόρα + κατηφόρα) κάθε τροχός έχει

διαγράψει  $N = \frac{2000}{\pi}$  περιστροφές.

Να βρεθεί το μήκος της τροχιάς που κάλυψε το ποδήλατο.

5. Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα  $R = 20\text{cm}$  και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές. Από το αυλάκι της τροχαλίας είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα ένα σώμα  $\Sigma$ . Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα και αυτό κατεβαίνοντας αποκτά επιτάχυνση  $\alpha = 1\text{m/s}^2$  ενώ η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση.

Θεωρούμε ότι το νήμα δε γλιστράει στο αυλάκι της τροχαλίας. Ζητείται:

α) Να συγκριθούν η ταχύτητα πτώσης του  $\Sigma$  και η ταχύτητα

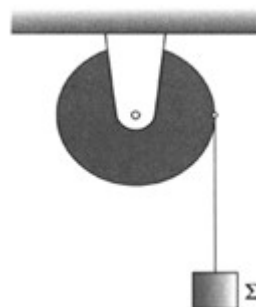
λόγω στροφικής κίνησης των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

β) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας  $2\text{s}$  αφού αφήσουμε το σώμα ελεύθερο.

γ) Όταν το σώμα έχει κατέβει κατά  $h = 8\text{m}$ , πόσες στροφές θα έχει εκτελέσει η τροχαλία.

δ) Τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$  κόβουμε το νήμα και το σώμα πλέον πέφτει με επιτάχυνση  $g = 10\text{m/s}^2$ . Να βρεθεί η γωνία που διέγραψε η τροχαλία από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα έως τη στιγμή που το σώμα απέχει από την τροχαλία  $\Delta X = 36\text{m}$ .

[είναι ίσες,  $10\text{rad/s}$ ,  $20/\pi$ ,  $40\text{rad}$ ]



5α) Ένα τρακτέρ έχει τροχούς με διαμέτρους  $\delta_1 = 1\text{m}$  και  $\delta_2 = 0,5\text{m}$  και αρχικά κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 10\text{m/s}$ . Ο οδηγός πατάει

φρένο για κάποιο λόγο και οι τροχοί αρχίζουν να επιβραδύνονται. Αν γνωρίζουμε ότι η επιτάχυνση του τρακτέρ είναι σταθερή και ίση με  $\alpha_{cm} = -2\text{m/s}^2$ , να βρεθούν:

α) Η αρχική γωνιακή ταχύτητα του κάθε τροχού καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει κάθε τροχός.

β) Το συνολικό διάστημα μέχρι το τρακτέρ να σταματήσει.



γ) Μετά από μετατόπιση  $S = 16m$  από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται το τρακτέρ, από το ψηλότερο σημείο του μεγαλύτερου τροχού ξεκολλάει ένα κομμάτι λάσπης μάζας  $m$  .

i) Με τι ταχύτητα ξεκολλάει αυτό το κομμάτι μάζας  $m$  ;

ii) Η συνολική εφαπτομενική επιτάχυνση που έχει το κομμάτι λάσπης ελάχιστα πριν ξεκολλήσει.