

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

32. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $A_0 = 8\text{cm}$ και τη χρονική στιγμή $t = 20\text{s}$ είναι $A_1 = 2\text{cm}$.

- α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς Λ της ταλάντωσης;
- β) Πόσος χρόνος χρειάζεται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μείνει το $1/2$ του αρχικού;
- γ) Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 30\text{s}$;

Δίνεται $\ln 2 = 0,7$.

32α. Σώμα μάζας 1kg εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση και το πλάτος μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = 0,1e^{-\Lambda t}$ (S.I.). Τη στιγμή $t = 0$ η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με 2J , ενώ τη στιγμή t_1 το πλάτος της ταλάντωσης είναι το μισό του αρχικού.

Να βρεθούν:

- α) Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_2 = 4t_1$.
- β) Η περίοδος T της ταλάντωσης.
- γ) Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας που μετετρέπη σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης από την αρχή μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 2t_1$.

33. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Η σταθερά Λ της ταλάντωσης ισούται με $\Lambda = 0,014\text{s}^{-1}$.

- α) Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα το σύστημα θα έχει χάσει τα $\frac{3}{4}$ της αρχικής του ενέργειας.
 - β) Να υπολογιστεί ο αριθμός των ταλαντώσεων N που πραγματοποιεί το σύστημα μέχρι να υποτετραπλασιαστεί η αρχική του ενέργεια.
 - γ) Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E_0 και μετά από χρόνο $\Delta t = t_1$ η % ελάττωση της ενέργειας ταλάντωσης είναι 36% , να βρείτε την % ελάττωση του πλάτους της ταλάντωσης.
- Δίνεται ότι η περίοδος των ταλαντώσεων είναι $T = 0,5\text{s}$ και $\ln 2 = 0,7$.

33α. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ και υποδιπλασιάζεται σε χρόνο $t = 5\text{s}$.

- α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς Λ της ταλάντωσης;
- β) Πόσος χρόνος χρειάζεται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μείνει το $1/8$ του αρχικού;
- γ) Ποιο κλάσμα της αρχικής του ενέργειας χάνει το ταλαντούμενο σύστημα στο χρονικό διάστημα που πρέπει να περάσει για να γίνει το πλάτος το $1/8$ του αρχικού;

Δίνεται $\ln 2 = 0,7$. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ και υποδιπλασιάζεται σε χρόνο $t = 5s$.

- α) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς Λ της ταλάντωσης;
- β) Πόσος χρόνος χρειάζεται ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να μείνει το $1/8$ του αρχικού;
- γ) Ποιο κλάσμα της αρχικής του ενέργειας χάνει το ταλαντούμενο σύστημα στο χρονικό διάστημα που πρέπει να περάσει για να γίνει το πλάτος το $1/8$ του αρχικού;

Δίνεται $\ln 2 = 0,7$.

34. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\ln 4 \cdot t}$. Σε χρονικό διάστημα $10T$, όπου T η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης, το πλάτος ελαττώνεται κατά 50% . Να υπολογίσετε:

- α) την περίοδο T της φθίνουσας ταλάντωσης.
- β) τον αριθμό των ταλαντώσεων N που πρέπει να πραγματοποιηθούν ώστε το πλάτος να μειωθεί από $\frac{A_0}{4}$ σε $\frac{A_0}{16}$.

γ) Το κλάσμα της αρχικής ενέργειας που έχασε ο ταλαντωτής στο χρονικό διάστημα που πέρασε για να ελαττωθεί το πλάτος της ταλάντωσης από $\frac{A_0}{4}$ σε $\frac{A_0}{16}$.

35. Σώμα μάζας $m = 2kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση και η δύναμη απόσβεσης που επενεργεί πάνω του είναι της μορφής $F = -0,5v$ (S.I.). Εφαρμόζουμε στο σύστημα περιοδική δύναμη διέγερσης με συχνότητα $\frac{5}{\pi} Hz$, οπότε αποκαθίσταται ταλάντωση σταθερού πλάτους που είναι ίσο με $0,2m$.

Αν η αρχική φάση της ταλάντωσης σταθερού πλάτους είναι $\phi_0 = 0$, τότε:

- α) Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.
- β) Να υπολογίσετε το μέγιστο ρυθμό απορρόφησης ενέργειας του ταλαντωτή από τον διεγέρτη, κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.
- γ) Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξηθεί ή θα ελαττωθεί; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

35α. Σύστημα κατακόρυφου ελατηρίου-σώματος που παρουσιάζει μικρή απόσβεση εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = \frac{5}{\pi} Hz$. Η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι $m = 1kg$ και η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 400N/m$.

- α) Να υπολογιστεί η συχνότητα του διεγέρτη ώστε να έχουμε συντονισμό.

β) Αν αυξήσουμε σταδιακά τη συχνότητα του διεγέρτη από την τιμή $f = \frac{5}{\pi}$ Hz ως την τιμή

$f = \frac{12}{\pi}$ Hz, να περιγράψετε τι συμβαίνει σε σχέση με το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

35β. Σύστημα ελατηρίου-σώματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το σύστημα παρουσιάζει σταθερά απόσβεσης b . Το σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας κάθε $0,5 \text{ s}$. Η μάζα του σώματος είναι $m = 1 \text{ kg}$ και η σταθερά του ελατηρίου $k = 400 \text{ N/m}$.

Να υπολογιστεί:

α) Η συχνότητα f του διεγέρτη.

β) Η ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος.

γ) Η σταθερά του ελατηρίου, το οποίο θα αντικαταστήσει το αρχικό ώστε να επιτευχθεί συντονισμός.

Δίνεται $\pi^2 = 10$.