ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^{ο}: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ 1.2: ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ, ΑΡΧΙΚΗ ΦΑΣΗ, ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ, ΟΡΜΗ)

6α. Σφαίρα μάζας $m = 1kg$ ισορροπεί δεμένη στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Ανεβάζουμε τη σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω και την αφήνουμε ελεύθερη, οπότε αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,5m$.
α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας υ_{max} της σφαίρας.
β) Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω και ως χρονική στιγμή $t = 0$, η στιγμή που περνά από τη θέση ισορροπίας της με φορά κίνησης προς τα κάτω.
γ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης ελατηρίου στη σφαίρα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση χ. Στη συνέχεια να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ελατηρίου στα δύο ακρότατα της ταλάντωσης.
δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{8}$.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10m/s^2$.

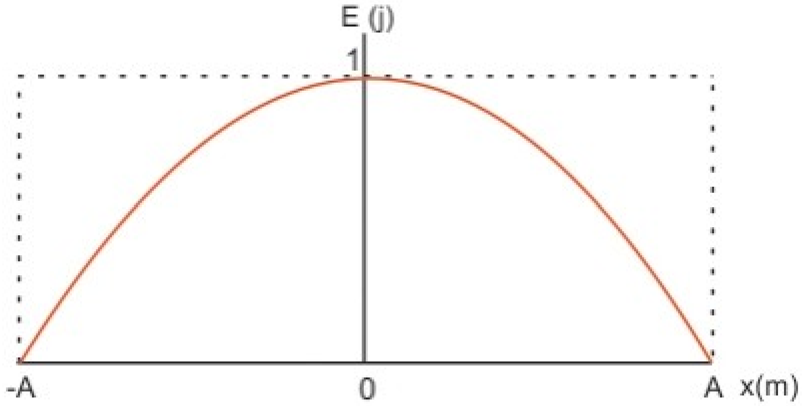
7. Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Η σταθερά επαναφοράς συστήματος είναι $D = 100\ N/m$. Η ενέργεια ταλάντωσης είναι $E = 2\ J$. Αν η μάζα του ταλαντευόμενου σώματος είναι $m = 1\ kg$, να υπολογιστούν:
α) Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης
β) Το πλάτος της επιτάχυνσηςγ) Η απομάκρυνση του σώματος όταν η κινητική του ενέργεια είναι $K = 0.5\ J$
δ) Η ταχύτητα υ_1 του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 όπου η απομάκρυνση είναι $x_1 = 0,1 \cdot \sqrt{2}\ m$

8. Ένα σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή t_1 έχει απομάκρυνση $x_1 = 5\ cm$ και ταχύτητα $\upsilon_1 = 10 \cdot \sqrt{3}\ \frac{m}{s}$ ενώ τη χρονική στιγμή t_2 έχει απομάκρυνση $x_2 = 5 \cdot \sqrt{2}\ cm$ και ταχύτητα $\upsilon_2 = 10 \cdot \sqrt{2}\ \frac{m}{s}$.
Αν η μάζα του σώματος είναι $m = 0,5\ kg$ να υπολογιστούν:
α) Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος.
β) Το πλάτος της ταλάντωσης.
γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1.

9. Σώμα μάζας $m = 0,2\ kg$ εκτελεί Α.Α.Τ. Η συχνότητα μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι $f' = 2\ Hz$.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με την απομάκρυνση.

Για $t=0$ το σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x'x.
α) Αφού ξανασχεδιάσετε το διάγραμμα να συμπληρώσετε τις αριθμητικές τιμές που λείπουν και να φτιάξετε και τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, σε σχέση με την απομάκρυνση.



β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή όπου η απομάκρυνση είναι $x=0,25\ m$.

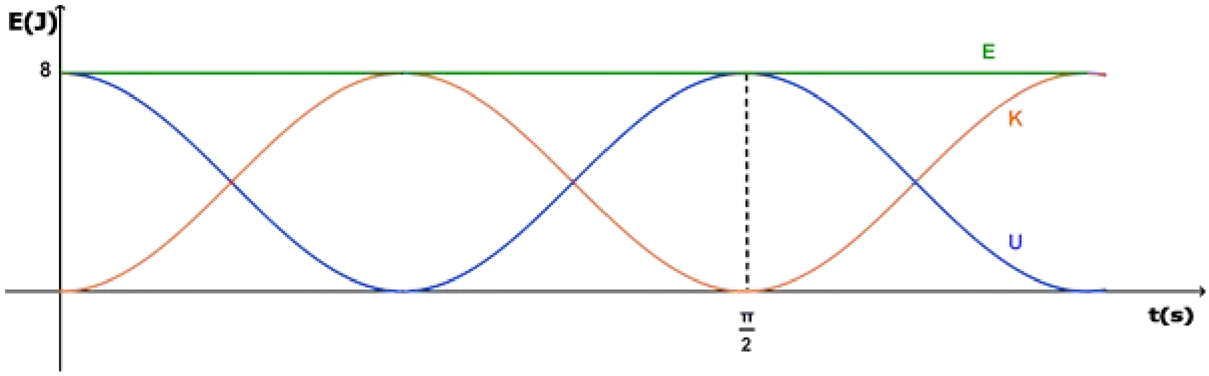
γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας τη χρονική στιγμή όπου η ταχύτητα του σώματος είναι $\upsilon=\frac{\pi}{2}\ \frac{m}{s}$ και η επιτάχυνση του σώματος είναι θετική $a>0$.

Δίνεται $\pi^2=10$.

10. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει απομάκρυνση $x=+\sqrt{2}\ m$ και ταχύτητα $\upsilon=-\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$. Το σώμα μετά από μία πλήρη ταλάντωση έχει διαγράψει τροχιά μήκους $d=8\ m$

Να υπολογιστούν:
α) Η περίοδος της ταλάντωσης.
β) Η αρχική φάση της ταλάντωσης.
γ) Να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο.
δ) Να υπολογιστεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t=0$.

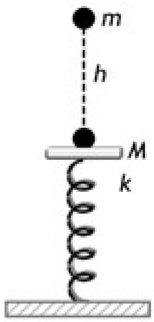
11. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο.



Τη χρονική στιγμή $t=0$ η επιτάχυνση είναι $a=+a_{max}$. Αν η σταθερά επαναφοράς είναι $D=100\dfrac{N}{m}$ να υπολογιστούν:

α) Το πλάτος της ταλάντωσης.
β) Η μάζα του ταλαντευόμενου σώματος.
γ) Η χρονική στιγμή t στην οποία η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης γίνονται ίσες για 1^{η} φορά μετά τη στιγμή $t=0$.
δ) Η μέγιστη δύναμη επαναφοράς και να γραφεί η συνάρτηση δύναμης επαναφοράς-χρόνου.

11α. Δίσκος μάζας $M=1kg$ είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200N/m$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος $h=0,15m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερο ένα σφαιρίδιο πλαστελίνης μάζας $m=1kg$, το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρείστε την αντίσταση του αέρα και τη διάρκεια της κρούσης αμελητέες.

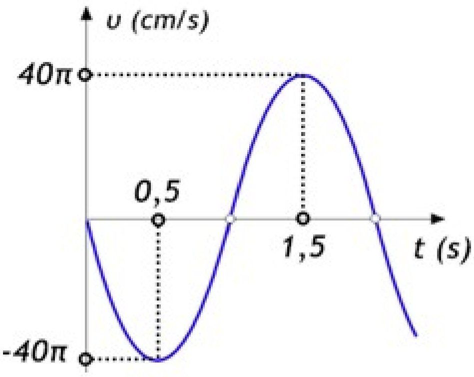


α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου ελάχιστα πριν την κρούση.
β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος. Δίνεται η $g=10m/s^2$.
γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης επαναφοράς καθώς και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου στο κατώτερο σημείο της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
δ) Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
Να θεωρήσετε ότι ο θετικός ημιάξονας είναι προς τα πάνω.

12. Μια σφαίρα μάζας $m=2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega=10rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση όπου έχει τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης $F_{max}=+20N$.
α) Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
β) Να γράψετε τη συνάρτηση απομάκρυνσης – χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0,2\pi)$.

γ) Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας τη στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{4}s$.

δ) Να βρείτε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας τη στιγμή t_1.
13. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος μάζας $m = 0,5kg$, που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος A της ταλάντωσης.
β) Να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης, που δέχεται το σώμα.
δ) Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης στις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης είναι το 75 % της ολικής ενέργειας.

Δίνεται: $\pi^2 \simeq 10$.

14. Ένα σώμα με μάζα $m = 0,1kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν $d = 40cm$. Ο ελάχιστος χρόνος μετάβασης του σώματος από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1\pi s$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0,1\sqrt{2}\ m$ και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

α) Να βρείτε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.
β) Πόση ενέργεια E προσφέραμε στο σώμα για να το θέσουμε σε ταλάντωση;
γ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, κάποια χρονική στιγμή, όταν έχει μέτρο ταχύτητας $v_1 = \sqrt{3}\ m/s$.
δ) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
ε) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{3T}{4}$.

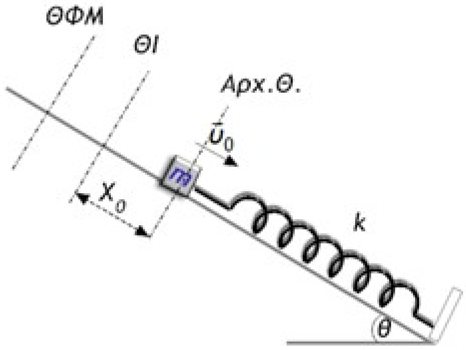
Δίνεται: $\eta\mu\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

15. Ένα σώμα, μάζας $m = 0,5kg$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $f = \frac{5}{\pi}Hz$, ενώ διανύει σε κάθε περίοδο της ταλάντωσής του διάστημα $d = 2m$. Το σώμα δέχεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του, και στη διεύθυνση της κίνησής του, δύο δυνάμεις F_1 και F_2, εκ των οποίων η F_2 είναι σταθερή με μέτρο $F_2 = 10N$ και φορά αρνητική. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο διέρχεται επιταχυνόμενο από τη

θέση $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4} m$.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
β) Να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 της ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας του σώματος ως προς την ολική ενέργεια ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t = 0$.
δ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F_1 σε συνάρτηση με το χρόνο.

16. Το κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 100 N/m$, είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$. Στο πάνω άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m = 1 kg$. Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά $x_0 = 0,1 m$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$, εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = \sqrt{3} m/s$ με φορά προς τα κάτω παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη συχνότητά της.
β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A .
γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα κάτω. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
δ) Να υπολογίσετε τη δύναμη του ελατηρίου στις θέσεις όπου μηδενίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

17. Ένα σώμα, μάζας $m = 2 kg$, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απόσταση των ακραίων θέσεων του υλικού σημείου είναι $d = 0,4 m$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται απ' τη θέση $x_1 = 0,1 m$, έχοντας ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\sqrt{3}\ m/s$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας του.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.
β) Να παραστήσετε γραφικά την Κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες στο $S.I.$
γ) Να υπολογίσετε την γωνιακή συχνότητα ω και την αρχική φάση της ϕ_0 ταλάντωσης. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.
δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή περνά, για πρώτη φορά, από την ακραία θετική θέση.

18. Ένα σώμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο

κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στη Θέση Ισορροπίας το ελατήριο ασκεί στο μικρό σώμα δύναμη μέτρου $F_0 = 1N$. Ανεβάζουμε το σώμα από τη Θέση Ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω έως τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή $t = 0$, το εκτοξεύουμε με κατακόρυφη προς τα κάτω ταχύτητα μέτρου υ_0. Το σώμα μετά την εκτόξευσή του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το διάστημα που διανύει μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων απ' τη Θέση Ισορροπίας του είναι $s = 0,4m$ σε χρόνο $\Delta t = \frac{\pi}{10}s$.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη σταθερά k του ελατηρίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

β) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση, που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδέν.
γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας υ_0.
δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Θεωρήστε θετική φορά την προς τα πάνω.

19. Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m = 100g$ είναι δεμένη στο δεξιό ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 10N/cm$, του οποίου το αριστερό άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η σφαίρα δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 2 \cdot 10^2 N$, της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου και η φορά προς τ' αριστερά, οπότε η σφαίρα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά $d = 0,1m$ προς τ' αριστερά και τη χρονική στιγμή $t = 0$ την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.

α) Να υπολογίσετε την απόσταση x_0 της θέσης ισορροπίας της σφαίρας από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
β) Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα καθώς και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.
γ) Σε ποιο σημείο της τροχιάς έχει ταυτόχρονα μέγιστο μέτρο δύναμης επαναφοράς και δύναμης ελατηρίου; Βρείτε τότε το λόγο των μέτρων της μέγιστης δύναμης επαναφοράς προς τη μέγιστη δύναμη ελατηρίου.
δ) Τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της, καταργείται ακαριαία η δύναμη F. Βρείτε το λόγο της ολικής ενέργειας E' της νέας ταλάντωσης προς την ολική ενέργεια E της αρχικής ταλάντωσης.

20. Μικρό σώμα, μάζας $m = 0,5kg$, είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 200N/m$ του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δεχόμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 50N$ προς τα δεξιά, μέσω μη εκτατού νήματος αμελητέας μάζας. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση, που μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του σώματος και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου.
β) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης E του σώματος.
Κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως $t=0$, κόβεται το νήμα, στη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι μέγιστη. Το σύστημα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A'.
γ) Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά, γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο. Η αρχική φάση έχει πεδίο τιμών $[0, 2\pi)$.

δ) Να υπολογίσετε το λόγο των ενεργειών ταλάντωσης του σώματος $\frac{E}{E'}$, πριν και μετά την κατάργηση της δύναμης F.

21. Το σύστημα των δύο σωμάτων Σ1 και Σ2, ίσων μαζών $m_1 = m_2 = 10kg$, ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$.Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις. Το Σ1 είναι δεμένο στο ελατήριο, ενώ αβαρές νήμα μικρού μήκους συνδέει τα Σ1 και Σ2. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, οπότε το Σ1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α) Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συστήματος των Σ1-Σ2 και στη συνέχεια τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ1 μετά το κόψιμο του νήματος.
β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A καθώς και την ολική της ενέργεια E.
γ) Θεωρώντας θετική φορά την προς τα πάνω, να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης x – χρόνου t. Στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες, στη διάρκεια της 1ης περιόδου. Θεωρήστε ότι: $\sqrt{10} \simeq \pi$.

δ) Αν το σώμα Σ2 έχει ως προς το δάπεδο, που βρίσκεται κάτω του, στη θέση ισορροπίας του συστήματος, βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_{\beta\alpha\rho} = 180J$, να βρείτε ποιο απ' τα δύο θα φτάσει πρώτο: το Σ2 στο έδαφος ή το Σ1 στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του. Δίνεται $g = 10m/s^2$.

22. Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι δεμένος δίσκος Σ1 μάζας $m_1 = 0,8kg$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένος κύβος Σ2 μάζας $m_2 = 0,2kg$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα ίση με $E = 2J$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

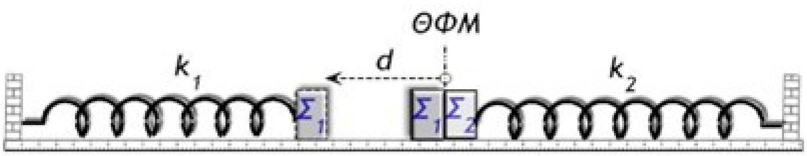
α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης A του συστήματος, τη γωνιακή συχνότητα ω καθώς και το χρόνο Δt στον οποίο θα περάσει για 1η φορά απ' τη θέση ισορροπίας του.
β) Να γράψετε τη συνάρτηση της δύναμης επαφής N, που δέχεται ο κύβος από το δίσκο Σ1, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του.
γ) Να υπολογίσετε την απόσταση y από τη Θέση ισορροπίας του, στην οποία ο κύβος θα χάσει την επαφή με το δίσκο.
δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κύβου τη χρονική στιγμή, που εγκαταλείπει το δίσκο και το ύψος στο οποίο θα φθάσει πάνω από τη θέση που εγκαταλείπει το δίσκο.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g = 10m/s^2$.

23. Το αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$ στερεώνεται ακλόνητα και στο δεξιό άκρο του προσδένεται σώμα Σ1 μάζας $m_1 = 3kg$, το οποίο μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ1 τοποθετείται δεύτερο σώμα Σ2 μάζας $m_2 = 1kg$. Εκτοξεύουμε προς τα δεξιά το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του, με ταχύτητα μέτρου V και παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, οπότε το σύστημα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τα δυο σώματα διατηρούν την επαφή στη διάρκεια της ταλάντωσης.

α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης καθώς και τις σταθερές ταλάντωσης $D_{o\lambda}$, D_1 και D_2 του συστήματος και των σωμάτων Σ1 και Σ2 αντίστοιχα.
β) Να τοποθετήσετε το σύστημα σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσής του, να σχεδιάσετε και να περιγράψετε σε τρία κατάλληλα σχήματα τις δυνάμεις, που δέχονται: i) το σύστημα Σ1 – Σ2, ii) το Σ1 και iii) το Σ2.
γ) Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της στατικής τριβής από το Σ1 στο Σ2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, για πλάτος ταλάντωσης $A = 3cm$.
δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης V_{max} , του συστήματος των Σ1, Σ2 ώστε το σώμα Σ2 να μην ολισθήσει πάνω στο σώμα Σ1. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων Σ1 και Σ2 είναι $\mu_\sigma = 0,5$.

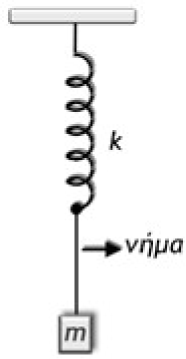
24. Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος έχουν σταθερές $k_1 = 300N/m$ και $k_2 = 600N/m$ και τα σώματα Σ1 και Σ2, αμελητέων διαστάσεων, που είναι δεμένα στα άκρα των ελατηρίων, έχουν μάζες $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 1kg$. Τα δύο ελατήρια βρίσκονται αρχικά στο φυσικό τους μήκος και τα σώματα σε επαφή.



Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας του το σώμα Σ1 κατά $d = 0,4m$ συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 και το αφήνουμε ελεύθερο. Κάποια στιγμή συγκρούεται με το Σ2 και κολλά σ' αυτό. Τα σώματα κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

α) Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σώμα Σ1 θα συγκρουστεί με το σώμα Σ2.
β) Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα Σ1 – Σ2 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη σταθερά της.
γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
δ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως αρχή του χρόνου τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση.
ε) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα m_1 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος για 2η φορά και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το m_1 μέχρι τότε;

25. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 10kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο του αβαρούς νήματος το πάνω άκρο του οποίου είναι δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 10N/cm$.



α) Σχεδιάστε τις δυνάμεις, που ασκούνται στο σώμα και αιτιολογήστε γιατί η δύναμη ελατηρίου στο νήμα είναι ίση με την τάση του νήματος στο σώμα.
β) Υπολογίστε την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου. Θεωρήστε ότι $g = 10m/s^2$.
Τραβάμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω από τη Θ.Ι. του, μεταφέροντας ενέργεια στο σύστημα $E_{\mu\epsilon\tau} = 5J$ και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.
γ) Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση και να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης.
δ) Γράψτε την εξίσωση της τάσης του νήματος στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x απ’ τη Θέση Ισορροπίας και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος T σε συνάρτηση με την απομάκρυνση χ, σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
ε) Να βρείτε το σημείο της ταλάντωσης στο οποίο η τάση του νήματος θα μηδενισθεί.