

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### ΕΝΟΤΗΤΑ 1.1: ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ - ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ)

1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο  $T = 2 \text{ s}$  και πλάτος ταλάντωσης  $A = 0,1 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Να υπολογιστούν:

α) η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης.

β) το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης.

γ) Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο,  $x = f(t)$ ,  $v = f(t)$  και  $a = f(t)$  αντίστοιχα.

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο είναι:  $x = 0,2 \cdot \eta\mu 2t$  (S.I.). Να υπολογιστούν:

α) η γωνιακή συχνότητα, η περίοδος και η συχνότητα ταλάντωσης.

β) το πλάτος της ταλάντωσης, το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης.

γ) η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{8} \text{ s}$ .

$$\text{Δίνεται } \eta\mu \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

2α. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η ταχύτητα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $u = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu 4\pi t$  (S.I.)

Να υπολογιστεί:

α) Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων.

β) Η επιτάχυνση όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι  $x = +A$ .

γ) Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = \frac{1}{12} \text{ s}$ .

δ) Αν η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι  $m = 0,2 \text{ kg}$  να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς του συστήματος και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη χρονική στιγμή κατά την οποία

η απομάκρυνση είναι  $x = -\frac{A}{2}$ .

$$\text{Δίνεται } \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \text{ και } \pi^2 \simeq 10.$$

3. Σώμα μάζας  $m = 4 \text{ kg}$  εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της

μορφής  $x = A \cdot \eta\mu\omega t$  ενώ η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $400 \text{ N/m}$  . Το σώμα μετά από 3 πλήρεις ταλαντώσεις έχει διαγράψει τροχιά μήκους  $d = 0,6 \text{ m}$  .

Να υπολογιστούν:

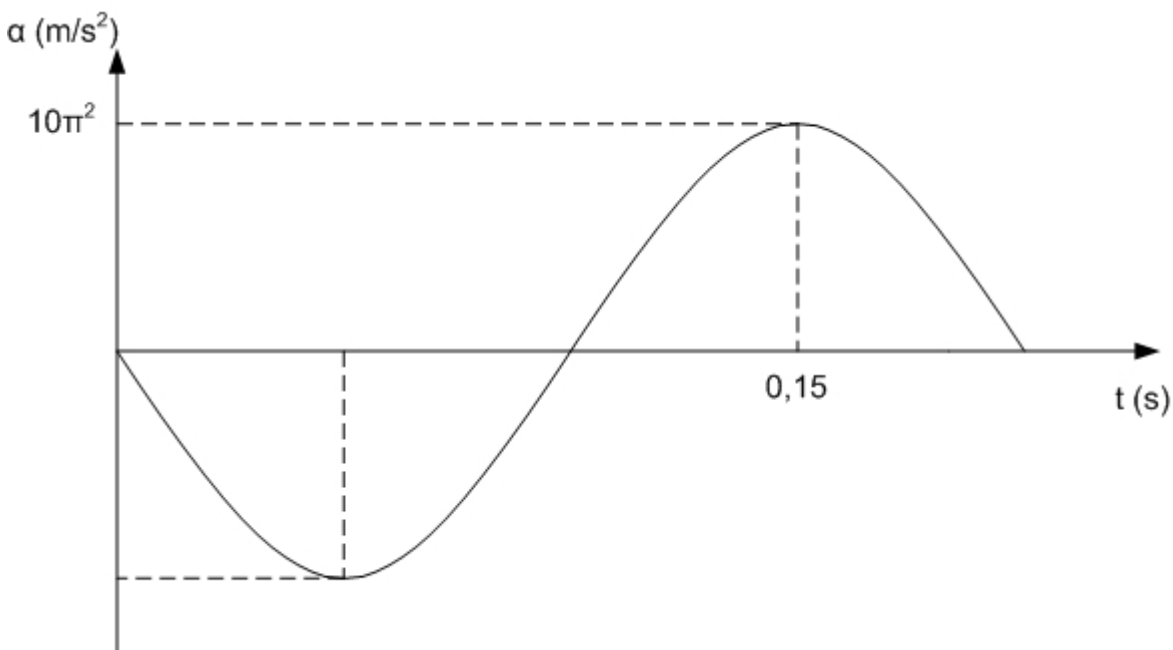
- α) η συχνότητα ταλάντωσης,
- β) το πλάτος της επιτάχυνσης,

γ) ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{40} \text{ s}$  ,

δ) το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς το σώμα μεταβαίνει από τη θέση ισορροπίας στην ακραία αρνητική θέση.

Δίνεται  $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  .

3α. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση επιτάχυνσης-χρόνου:



Να υπολογιστούν:

- α) Το πλάτος της ταλάντωσης.
- β) Η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα.
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο ποσοτικό διάγραμμα.
- δ) Να κάνετε το διάγραμμα επιτάχυνσης-απομάκρυνσης (ποσοτικό).

4. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x = A \cdot \eta\mu\omega t$  . Η συχνότητα διέλευσης του σώματος από τη Θέση Ισορροπίας είναι  $2 \text{ Hz}$  ενώ η ακραία θέση ταλάντωσης απέχει από τη Θέση Ισορροπίας απόσταση  $d = 0,4 \text{ m}$  . Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι  $D = 100 \text{ N/m}$  . Να υπολογιστούν:

α) η περίοδος της ταλάντωσης.

β) η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

γ) οι χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου στις οποίες η απομάκρυνση είναι  $x = +0,2\text{ m}$ .

δ) η ταχύτητα τις ίδιες χρονικές στιγμές.

$$\text{Δίνεται } \pi^2 \simeq 10, \eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

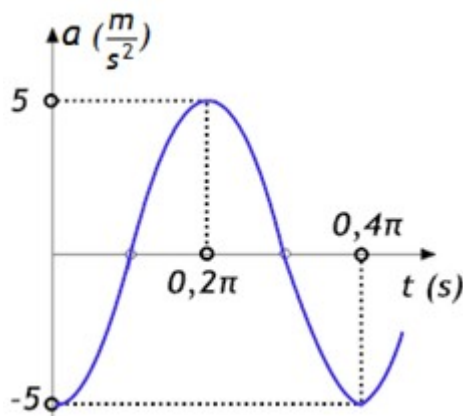
4α. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται η επιτάχυνση ενός σώματος μάζας  $m = 2\text{ kg}$ , που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο.

α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και το πλάτος ταλάντωσης  $A$ .

β) Να γράψετε την εξίσωση που δίνει τη φάση της ταλάντωσης  $\phi$  σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ .

γ) Να παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνση  $a$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.

δ) Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{30}\text{ s}$ .



$$\text{Δίνεται ότι: } \eta\mu\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}.$$

5. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης  $x = 20\eta\mu 10\pi t$  ( $x$  σε  $\text{cm}$  και  $t$  σε  $\text{s}$ ). Να υπολογιστούν:

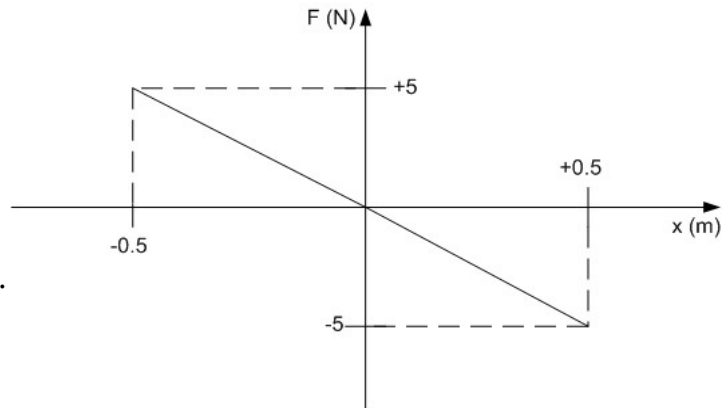
α) ο ρυθμός μεταβολής της φάσης,

β) η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = \frac{1}{60}\text{ s}$ .

γ) Να γίνει το διάγραμμα φάσης-χρόνου για τις τρεις πρώτες ταλαντώσεις.

$$\text{Δίνεται } \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

6. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x = A \cdot \eta\mu\omega t$ . Το σώμα μετά από χρόνο  $5\text{ s}$  έχει πραγματοποιήσει  $50$  πλήρεις ταλαντώσεις. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης επαναφοράς-απομάκρυνσης.



Να υπολογιστούν

α) η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

β) το πλάτος της ταχύτητας.

γ) η διαφορά φάσης μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 0,15\text{ s}$

και  $t_2 = 0,5\text{ s}$ .

δ) το μέτρο της απομάκρυνσης όταν η επιτάχυνση είναι  $\frac{a_{max}}{4}$ .

Δίνεται  $\pi^2 \simeq 10$ .