ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

1. Ένα σώμα μάζας $m = 1\ kg$ είναι στερεωμένο στην άκρη οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, κατά τη διεύθυνση του άξονα χ'χ, σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A = 0,1\ m$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση τη μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

Να βρείτε:

α) την γωνιακή συχνότητα ω και την ενέργεια Ε της ταλάντωσης.

β) την εξίσωση $x = f(t)$ της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

γ) το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μέχρι το μέτρο της ταχύτητάς του να μεγιστοποιηθεί για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_0.

δ) την ταχύτητα υ του σώματος τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση $x = +\frac{A\sqrt{2}}{2}$ και κινείται με κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας του.

2. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 200\ N/m$ έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε μια οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m = 2\ kg$ που ισορροπεί. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω κατά $d = 0,2\ m$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά να βρείτε:

α) την αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης.

β) τη μέγιστη ταχύτητα $\upsilon_{\max}$ του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

γ) την κινητική ενέργεια Κ του σώματος τις χρονικές στιγμές που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U = 1\ J$.

δ) το μέτρο της μέγιστης δύναμης $F_{\varepsilon\lambda,\max}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$.

3. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας m που ισορροπεί. Στη θέση ισορροπίας, το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $d = 0,05\ m$. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργεια $E = 1\ J$ και εξίσωση απομάκρυνσης

$x = 0,1\eta\mu(\omega t + \pi)\ (SI)$. Θετική έχει θεωρηθεί η κατακόρυφη προς τα κάτω φορά.

Να βρείτε:

α) τη σταθερά k του ελατηρίου.

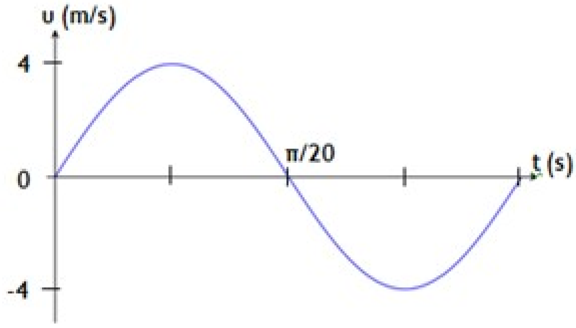
β) τη μάζα m του σώματος.

γ) τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

δ) την ταχύτητα υ του σώματος, τη χρονική στιγμή $t = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{80}\ s$.

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$.

4. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = 0,8\ J$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας υ του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



α) να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης.

β) να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης.

γ) να παραστήσετε γραφικά τη φάση ϕ της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου t στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ ως $t = T$, αν γνωρίζουμε ότι η απομάκρυνση του σώματος μεταβάλλεται όπως το ημίτονο σε σχέση με το χρόνο.

δ) να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \dfrac{\pi}{40}\ s$

.

8. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1 = 2\sqrt{3}\eta\mu 10\pi t\ (cm)$ και $x_2 = \sqrt{3}\eta\mu\left(10\pi t + \dfrac{2\pi}{3}\right)\ (cm)$. Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση.

Να βρείτε:

α) Την περίοδο T της ταλάντωσης του σώματος.

β) Το πλάτος A της ταλάντωσης.

γ) Την αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης.

δ) Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σώμα φτάνει σε ακραία θέση της ταλάντωσής του για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Δίνονται: $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$, $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{6}=\varepsilon\varphi\frac{7\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

12α. Ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t=0$ βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση και τη στιγμή $t_1=\pi/20\ s$ διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης με ταχύτητα μέτρου 4m/s.

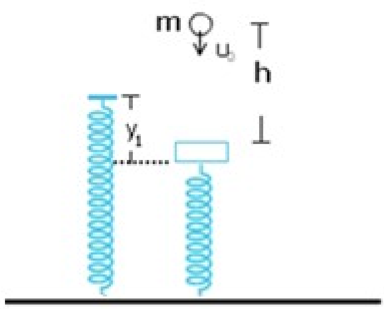
Α. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα θα φτάσει στη ακραία θετική απομάκρυνσή του για πρώτη φορά.

Β. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε για μια περίοδο.

Δ. Να βρείτε χρονική στιγμή t_3 που η κινητική ενέργεια ισούται με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης για πρώτη φορά.

12β. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένος δίσκος Α μάζας $M=4Kg$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο και ο δίσκος ισορροπεί. Από ύψος $h=0,25m$ πάνω από το δίσκο βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=2\frac{m}{s}$, μικρή σφαίρα Β, μάζας



$m=2Kg$. Η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση απομακρύνουμε τη σφαίρα ενώ ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η διάρκεια κρούσης θεωρείται αμελητέα, όπως και οι τριβές και οι αντιστάσεις θεωρούνται αμελητέες.

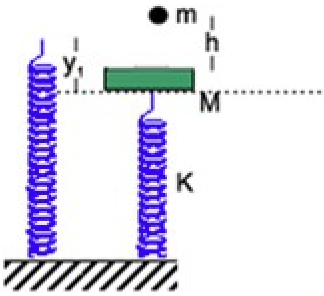
α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου, αν η σταθερά ταλάντωσης είναι $D=k$.

γ) Να υπολογίσετε τον χρόνο στον οποίο θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του δίσκου.

δ) Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του.

12γ. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M = 3kg$ που ισορροπεί.



Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Από ύψος $h = 0,8m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m = 1kg$, η οποία συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που έγινε θερμότητα στη διάρκεια της κρούσης.

γ) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο ταλάντωσής του.

δ) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσής του.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και $\sqrt{17} = 4,12$.

12δ. Σώμα Σ$_1$, μάζας $m_1 = m = 1Kg$, ισορροπεί δεμένο στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 900\frac{N}{m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη σε οροφή. Ένα δεύτερο σώμα Σ$_2$ μάζας $m_2 = m = 1Kg$, βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητα $v_0 = 6\frac{m}{s}$, από σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $h = 1,35m$ κάτω από το σώμα Σ$_1$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά ελαστικά και στη συνέχεια το σώμα Σ$_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:

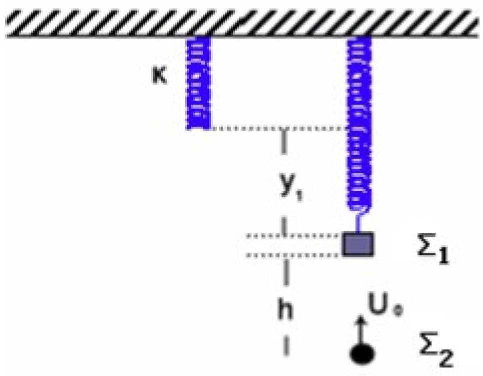
α) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ$_1$.

β) τη θέση του σώματος Σ$_2$ τη χρονική στιγμή, που η κινητική ενέργεια του σώματος Σ$_1$ γίνεται για 1η φορά ελάχιστη.

γ) το έργο της δύναμης του ελατηρίου καθώς το σώμα Σ$_1$ κινείται από τη θέση ισορροπίας του μέχρι το ψηλότερο σημείο της τροχιάς του.

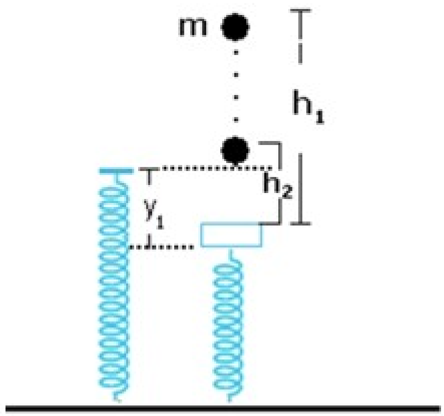
δ) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ$_1$, τη στιγμή που φτάνει στο ψηλότερο σημείο.

Οι αντιστάσεις λόγω των τριβών θεωρούνται αμελητέες. Δίνονται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$.



12ε. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 80\pi^2 \frac{N}{m}$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M = 5kg$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο από ύψος $h_1 = 5m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m = 1kg$, η οποία συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και η διάρκεια κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση η σφαίρα αναπηδά κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος $h_2 = 1,25m$ πάνω από την θέση ισορροπίας του δίσκου. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.



β) την % μείωση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας λόγω της κρούσης.

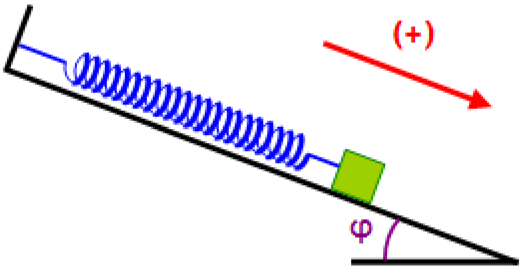
γ) τη θέση του δίσκου τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο ύψος h_2 .

δ) τη δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο δίσκο σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

ε) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, αμέσως μετά την κρούση.

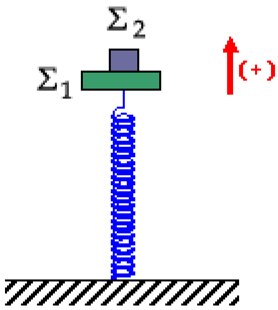
Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$.

13. Ένα σώμα μάζας $m = 4kg$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 30^0$. Το σώμα είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\frac{N}{m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατά $0,1m$ από τη θέση ισορροπίας του προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρώντας θετική τη φορά του σχήματος:



α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
β) Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η επιτάχυνση του σώματος σε σχέση με το χρόνο κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση $x = -\frac{A}{2}$, όπου Α το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
δ) Να υπολογίσετε την επιπλέον ενέργεια W που πρέπει να δοθεί στο σύστημα, προκειμένου να διπλασιαστεί το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

14. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ1 μάζας $m_1 = 2kg$ που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνεται πάνω στο σώμα Σ1, χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα Σ2μάζας $m_2 = 1kg$. Το σύστημα ελατήριο – Σ1 – Σ2 ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \frac{1}{30}m$. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, να βρείτε:

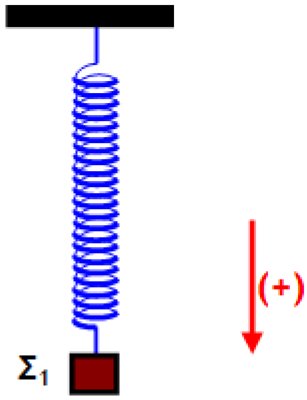


α) Τη σταθερά k του ελατηρίου.
β) Τη μέγιστη συσπείρωση $\Delta L_{\max}$ του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.
γ) Την εξίσωση $U = f(t)$ της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.
δ) Τη δύναμη επαφής N που ασκείται από το Σ2 στο Σ1 στη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου.
Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

15. Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 100N/m$ έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε οροφή. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ1 μάζας $m_1 = 3kg$ που ισορροπεί στη θέση ΘΙ(1). Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ένα βλήμα Σ2

μάζας $m_2 = 1kg$ που κινείται στον άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου υ_2 και φορά προς τα πάνω, προσκρούει στο σώμα Σ1 και σφηνώνεται σ' αυτό. Το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_\sigma = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}.$$



Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να βρείτε:

α) την επιμήκυνση d_1 του ελατηρίου ως προς το φυσικό του μήκος, στη θέση ισορροπίας ΘΙ(1) του σώματος Σ1.

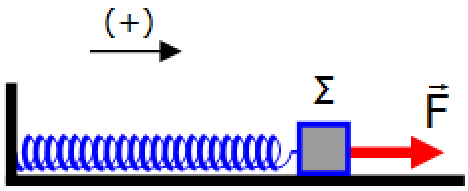
β) το μέτρο της ταχύτητας υ_2 του βλήματος.

γ) το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ) την εξίσωση $\upsilon = f(t)$ της ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

16. Το σώμα Σ μάζας $m = 1kg$ του σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k = 400\frac{N}{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα Σ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F με αποτέλεσμα το σύστημα να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,4m$.



Να βρεθεί:

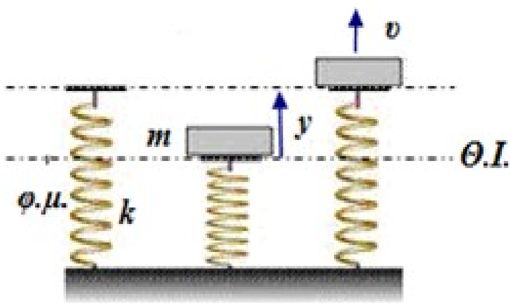
α) το μέτρο F της δύναμης.

β) η εξίσωση $x = f(t)$ της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

γ) η εξίσωση $F_{\varepsilon\lambda} = f(t)$ της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.

δ) Το πλάτος A' και η ολική ενέργεια E' της νέας ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα, αν κάποια στιγμή που το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ταλάντωσης, καταργηθεί η δύναμη F.

17. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα $m = 2kg$ και ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 200\ N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του φέρνοντάς το στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα $\upsilon = \sqrt{3}\ m/s$, προς τα πάνω.



α) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

β) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = f(t)$.

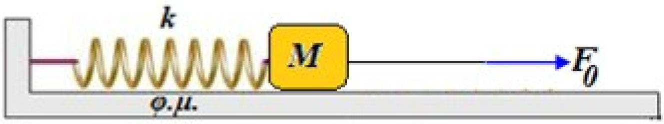
γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη ενέργεια του ελατηρίου.

δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αποκτά μέγιστη τιμή για δεύτερη φορά, μετά τη στιγμή $t = 0$.

ε) Να βρείτε την ορμή του σώματος κατά τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10}\,\mathrm{s}$.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$, $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

18. Ένας κύβος μάζας $M = 10kg$ ισορροπεί τοποθετημένος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη μια κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι



δεμένη η μια άκρη ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 250N/m$, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στην απέναντι κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένο μη ελαστικό και αβαρές νήμα το οποίο έχει όριο θραύσεως $F_\theta = 120N$.
Μέσω του νήματος ασκούμε στο σώμα δύναμη κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου σύμφωνα με την εξίσωση $F = 80 + 200x$ (SI).

α) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

β. Να βρείτε την ταχύτητα του κύβου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = f\ (t)$. Να θεωρήσετε $t_0 = 0$ τη στιγμή που κόβεται το νήμα και άξονα $x'x$ με αρχή τη θέση ισορροπίας του κύβου και θετική φορά εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.

δ) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$ που κόβεται το νήμα, θα περάσει ο κύβος από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

19. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t_1 που το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση
x_1 = -20cm, οι χρονικοί ρυθμοί μεταβολής της ταχύτητάς του, της ορμής του και της κινητικής του ενέργειας είναι 5m/s^2, 10 kgm/s^2 και $10\sqrt{3}$ J/s αντίστοιχα. Να βρείτε:

α. τη μάζα του σώματος.

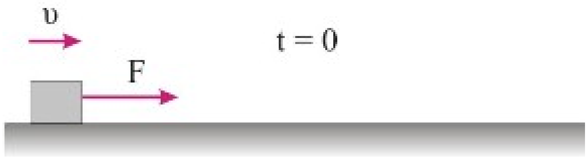
β. το μέτρο της ταχύτητας υ_1 τη χρονική στιγμή t_1.

γ. την ενέργεια της ταλάντωσης.

δ. τους μέγιστους ρυθμούς μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δίνεται: 2ημασυνα=ημ2α.

21. Ένα σώμα μάζας m=2kg κινείται χωρίς τριβές σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v = \sqrt{3}\ m/s$. Τη χρονική στιγμή t=0 δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης, ίδιας φοράς με την ταχύτητα, της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση



$$F = 8 - 32x\ (S.I.)$$

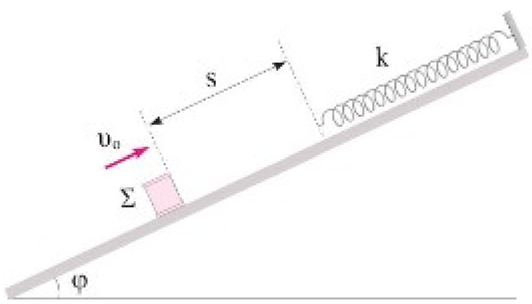
α) Αφού βρείτε τη θέση ισορροπίας του σώματος, να αποδείξετε ότι αυτό θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

β) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης.

γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να βρείτε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα σταματήσει για πρώτη φορά.

δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση x2=+0,25m για πρώτη φορά.

22. Η μια άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m είναι στερεωμένη στο πάνω μέρος του πλάγιου επιπέδου γωνίας φ=30o, όπως στο σχήμα. Από ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει s=0,25m από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα υο=2m/s, κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου προς τα πάνω ένα σώμα Σ μάζας m=2kg. Όταν το σώμα ακουμπήσει στο ελατήριο, ενώνεται με αυτό και αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση.



α) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.

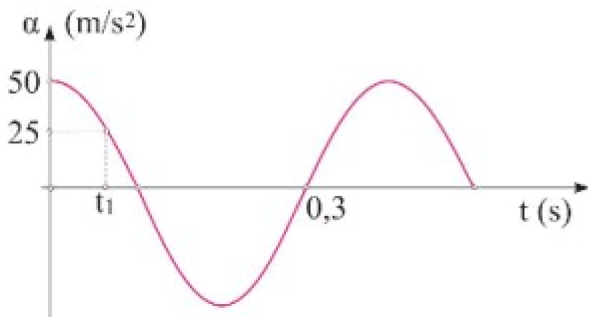
β) Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

γ) Να γράψετε τη συνάρτηση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας t=0 τη στιγμή της ένωσης του σώματος με το ελατήριο και τα θετικά προς

τα πάνω.
δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης για δεύτερη φορά.
Δίνεται g=10m/s2

23. Ένα μικρό σώμα μάζας $m = 0,2kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση και τη στιγμή $t_1 = \pi/20\ s$ διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης με ταχύτητα μέτρου 4m/s.
Α. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t2 που το σώμα θα φτάσει στη ακραία θετική απομάκρυνσή του για πρώτη φορά.
Β. Να βρείτε το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.
Γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε για μια περίοδο.
Δ. Να βρείτε χρονική στιγμή t3 που η κινητική ενέργεια ισούται με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης για πρώτη φορά.

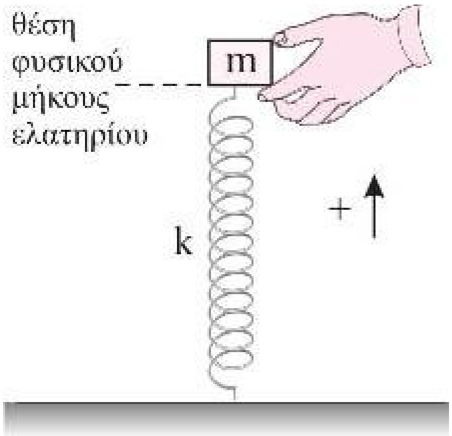
24. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το μέτρο της μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ορμής ανάμεσα σε δύο διαδοχικές διελεύσεις του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι Δp=2π kgm/s. Να βρεθούν:



Α. η αρχική φάση της ταλάντωσης.
Β. το πλάτος της ταλάντωσης.
Γ. η μάζα του σώματος.
Δ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t1 που η επιτάχυνση είναι 25 m/s2.

Δίνεται $\pi^2 = 10$

25. Ένα σώμα μάζας $m=2kg$ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=50\ N/m$, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα προς τα πάνω μέχρι το φυσικό μήκος του ελατηρίου (βλέπε σχήμα) και το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρεθούν:



Α) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Β) η ενέργεια που δαπανήθηκε για να εκτρέψουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

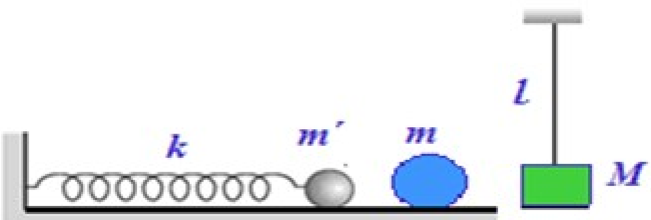
Γ) η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Δ) η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα θα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v=\sqrt{3}\frac{m}{s}$ για δεύτερη φορά.

Θεωρείστε θετική φορά προς τα πάνω. Δίνεται $g=10m/s^2$.

26α. Ένα σώμα μάζας $m=3kg$, είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Λόγω εσωτερικής αιτίας το σώμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1, m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_1=2m_2$.
Μετά τη διάσπαση το κομμάτι μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας $m^{'}=2kg$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του μηδενίζεται κάθε $\frac{\pi}{10}s$.

Το κομμάτι μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $M=3kg$, το οποίο κρέμεται από νήμα μήκους $\ell=2m$. Αμέσως μετά την κρούση η δύναμη που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα των μαζών m_2 και M είναι $F=90\ N$.



Να βρεθούν:

α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος των μαζών m_2 και M αμέσως μετά την κρούση.

β) Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας εκτροπής του νήματος.

γ) Οι ταχύτητες των κομματιών με μάζες m_1 και m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση.

δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η δύναμη επαναφοράς του συσσωματώματος των μαζών m_1 και m' σε σχέση με το χρόνο. Να θεωρήσετε $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά του άξονα προς τα δεξιά. Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1) [10rad/s, 0,5J, (0,1, 10, π/2), 0,3m, $-2^{1/2}/2$m/s]
2) [3π/2 rad, 2m/s, 3J, 60N]
3) [200N/m, 1kg, $10\text{x}2^{1/2}$rad/s, -1m/s]
4) [0,2m, 40N/m, 0N]
5) [$4\text{x}10^{-3}$συν10^3t, 0,16J, 1,5π x10^{-3}s, -2A]
6) [10^{-3}C, π/50s, 1H, 1]
7) [7π/4 x10^{-3}s, 4x10^{-3}A, 0,25H, 1V]
8) [0,2s, $3^{1/2}$cm, π/6rad, 1/30s]
9) [2x10^{-6}J, 2,25x10^{-6}J, 2,5H 5H, 4π x10^{-4}A, 3π x10^{-4}A, 2x10^{-6}ημ200πt, 3x10^{-6}συν100πt]
10) [0,2A, 4x10^{-3}J, 1/3, 3,75x10^{-3}J]
11) [4π x10^{-4}s, 4x10^{-6}C, 8x10^{-3}H, 4x10^{-6}συν5x10^3t, $0<t<T_1$, 4x10^{-6}συν(2,5x10^3t-π), $T_1<t<3T_1$]
12) [10V, 2,5x10^{-4}J, π/6 x10^{-3}s, 100x$3^{1/2}$A/s]
13) [-2,5ημ5t+π/2), 5kgm/s^2, 1,5J]
14) [300N/m, 4/30m, 1/6συν^{2}10t, 40/3N]
15) [0,3m, 2x$3^{1/2}$m/s, 0,2m, συν(5t+7π/6)]
16) [160N, 0,4ημ(20t+3π/2), -160ημ(20t+3π/2)-160, 0,8m, 128J]
17) [0,2m, 0,2ημ(10t+π/6), 9J, 11π/60s, -2x$3^{1/2}$kgm/s]
18) [5J, $3^{1/2}$m/s, 0,4ημ(5πt+π/6), π/6s]
19) [2kg, $3^{1/2}$ m/s, 4j, 20N, 20j/s]
20) [0,015j, 2A, -2ημ(10^4t+π/6), -$3^{1/2}10^4$A/s, -100.$3^{1/2}$j/s]
21) [0,25m δεξιοτερα, D=32N/m, 0,5m, 0,4ημ(4t+11π/6), π/6s, 8.$3^{1/2}$j/s]
22) [$1{,}5^{1/2}$m/s, $2^{1/2}$m/s, 0,2ημ($50^{1/2}$t+π/6), -3,75. $14^{1/2}$j/s]
23) [π/10s, 40m/s^2, F=8συν10t, π/40s]
24) [3π/2rad, 0,2m, 1kg, 25N]
25) [0,4m, 4j, 4j, 16j, 2π/15s]
26) [5A, 10^{-2}C, q=10^{-2}συν100t, $q = -\frac{\sqrt{3}}{2}10^{-2}C$,

$$\left|\frac{di}{dt}\right| = \left(10^2 r/s\right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}10^{-2}C\right) \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = 50\sqrt{3}\frac{A}{s}$$

27)
28)
29)

30)