

ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

1. Ένα σώμα A μάζας $m_1 = 10\text{kg}$, κινούμενο με ταχύτητα v_1 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$, συγκρούεται με ακίνητο σώμα B.

A) Αν η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και τα δύο σώματα μετά την κρούση έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου, να βρείτε:

- 1) τη μάζα του σώματος B.
- 2) την % μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος A.

B) Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική και η ταχύτητα του σώματος A είναι $v_1 = 4\frac{m}{s}$ να υπολογίσετε:

- 1) Την κοινή τους ταχύτητα.
- 2) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, πριν και μετά την κρούση.

2. Ένα σώμα Σ1, μάζας m_1 , κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 5\text{m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ2, μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu = 0,5$. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας Σ1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 3\text{m/s}$.

α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$.

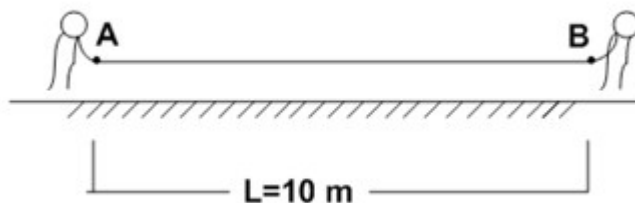
β) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

γ) Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ2, λόγω της κρούσης.

δ) Να υπολογίσετε πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

3. Δύο μαθητές παγοδρόμοι A και B, με μάζες αντίστοιχα $m_1 = 40\text{Kg}$ και $m_2 = 60\text{Kg}$, κρατούν τις άκρες ενός σχοινιού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμιο) απέχοντας μεταξύ τους $L = 10\text{m}$. Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας



δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.

α) Να βρείτε ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκεί ο ένας μαθητής στον άλλο μέσω του σχοινού.

β) Να βρείτε τον λόγο των κινητικών ενεργειών που έχουν οι μαθητές ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης.

γ) Αν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης, ο μαθητής Α έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\frac{m}{s}$, ποιά θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή Β;

δ) Αν οι μαθητές τη στιγμή της σύγκρουσης αγκαλιαστούν και παραμείνουν αγκαλιασμένοι ποια θα είναι η κοινή τους ταχύτητα;

4. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες $m_1 = 1Kg$

και $m_2 = 3Kg$ αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1

είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\frac{N}{m}$. Η άλλη

άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος

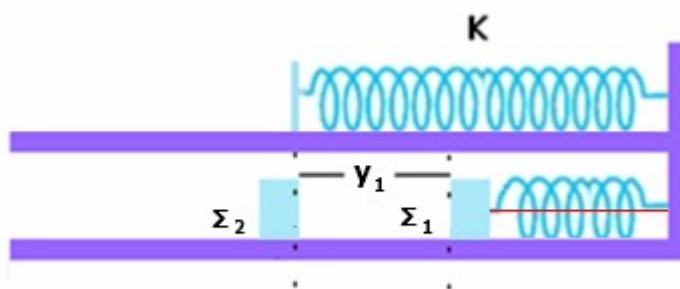
είναι συσπειρωμένο κατά $0,2m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 βρίσκεται

ακίνητο στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του

ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ_1 κινούμενο προς τα

αριστερά συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2 , αν θεωρήσουμε τις

διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες, να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2 .

β) το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

γ) το ποσό θερμότητας που μεταφέρθηκε από τα σώματα στο περιβάλλον.

δ) το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος.

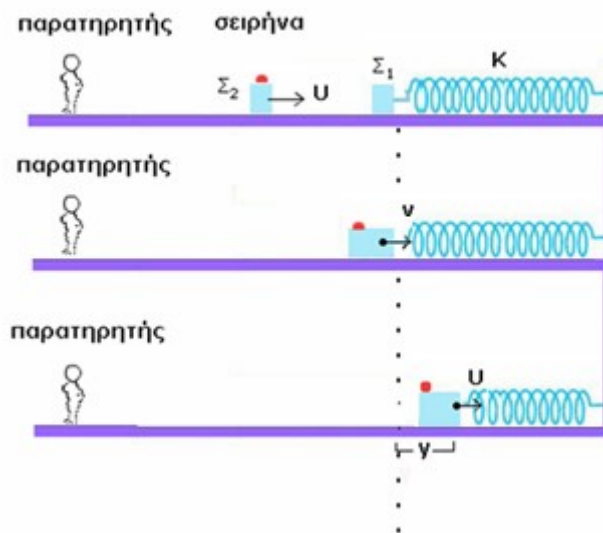
Δίνεται $\pi = 3,14$.

5. Σώμα Σ_1 , με μάζα $m_1 = 4Kg$, είναι στερεωμένο στη μία άκρη ιδανικού ελατηρίου

σταθεράς $k = 500\frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Το

σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 ,

μάζας $m_2 = 1Kg$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v = 10\frac{m}{s}$ κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 , όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας $f_s = 700Hz$.



α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ακίνητος παρατηρητής του σχήματος, πριν από την κρούση του σώματος Σ_2 με το σώμα Σ_1 .

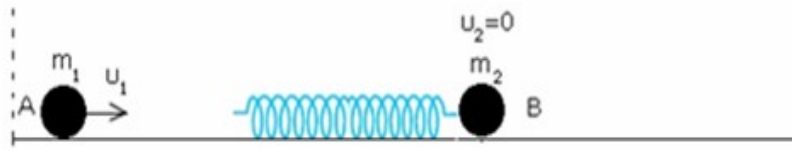
β) Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης μετά την κρούση.

γ) Να γράψετε την ταχύτητα v του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή να θεωρήσετε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ($t = 0$) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

δ) Αν η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση, να βρείτε το πηλίκο της μέγιστης συχνότητας $f_{A,max}$ προς την ελάχιστη συχνότητα $f_{A,min}$ που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα $v_{\eta x} = 340\frac{m}{s}$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$.

6. Ένα σώμα ΣΑ, μάζας $m_1 = 10Kg$, κινείται με ταχύτητα $v_1 = 4\frac{m}{s}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος ΣΑ ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα ενός ιδανικού ελατηρίου το οποίο είναι στερεωμένο, όπως στο σχήμα, σε ακίνητο σώμα ΣΒ, μάζας $m_2 = 30Kg$. Το σώμα ΣΑ προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που αρχίζει να συσπειρώνεται.



- α) Να υπολογίσετε την ορμή και τη μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση.
 β) Να εξηγήσετε γιατί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου συμβαίνει τη στιγμή που τα δύο σώματα έχουν κοινή ταχύτητα.
 γ) Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα των δύο σωμάτων την στιγμή που η παραμόρφωση του ελατηρίου θα είναι μέγιστη.
 δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το ελατήριο λόγω της παραμόρφωσης του.

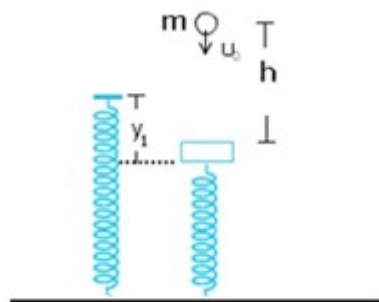
7. Τα τρία οχήματα του σχήματος, A , B και Γ κινούνται σε ευθύγραμμο αυτοκινητόδρομο. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι $v_1 = 20 \frac{m}{s}$, $v_2 = 30 \frac{m}{s}$ και $v_3 = 20 \frac{m}{s}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Τα οχήματα A και B κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και προπορεύεται το όχημα A , ενώ το όχημα Γ έρχεται από την αντίθετη κατεύθυνση. Το όχημα B εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s = 930 Hz$.



- α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος A .
- β) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος Γ .
- γ) τα οχήματα B και Γ διασταυρώνονται, οπότε στη συνέχεια απομακρύνεται το ένα από το άλλο, να υπολογίσετε τη νέα συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος Γ .
- δ) Ο οδηγός του οχήματος A τη χρονική στιγμή $t = 0$, ενώ προηγείται του οχήματος B , πατάει γκάζι και προσδίδει στο όχημά του σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 2 \frac{m}{s^2}$ για χρονικό διάστημα $5s$, παραμένοντας σε όλη τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης προπορευόμενος του οχήματος B . Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο οδηγός A συναρτήσεως του χρόνου σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα των $5s$.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $v = 340 \frac{m}{s}$. Οι πράξεις να γίνουν με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου.

8. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \frac{N}{m}$ είναι στερεωμένος δίσκος A μάζας $M = 4Kg$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο και ο δίσκος ισορροπεί. Από ύψος $h = 0,25m$ πάνω από το δίσκο βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, με αρχική ταχύτητα $v_0 = 2 \frac{m}{s}$, μικρή σφαίρα B, μάζας $m = 2Kg$. Η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση απομακρύνουμε τη σφαίρα ενώ ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική



ταλάντωση. Η διάρκεια κρούσης θεωρείται αμελητέα, όπως και οι τριβές και οι αντιστάσεις θεωρούνται αμελητέες.

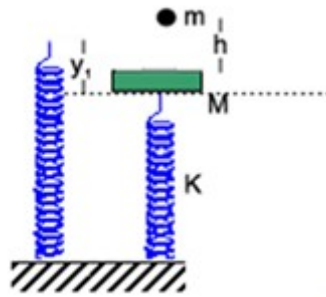
α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου, αν η σταθερά ταλάντωσης είναι $D = k$.

γ) Να υπολογίσετε τον χρόνο στον οποίο θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του δίσκου.

δ) Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του.

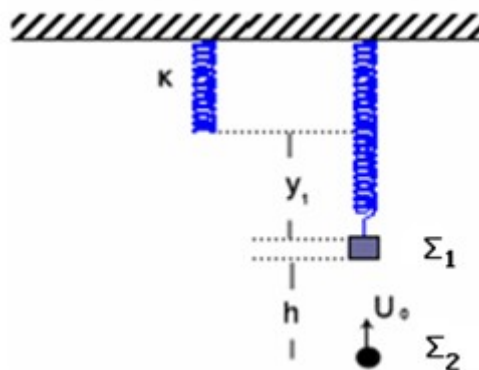
9. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M = 3kg$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Από ύψος $h = 0,8m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m = 1kg$, η οποία συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο.



- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 β) Να υπολογίσετε το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που έγινε θερμότητα στη διάρκεια της κρούσης.
 γ) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο ταλάντωσής του.
 δ) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσής του.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\sqrt{17} = 4,12$.

10. Σώμα Σ1, μάζας $m_1 = m = 1Kg$, ισορροπεί δεμένο στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 900 \frac{N}{m}$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη σε οροφή. Ένα δεύτερο σώμα Σ2 μάζας $m_2 = m = 1Kg$, βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητα $v_0 = 6 \frac{m}{s}$, από σημείο που βρίσκεται σε απόσταση $h = 1,35m$ κάτω από το σώμα Σ1. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά ελαστικά και στη συνέχεια το σώμα Σ1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:



- α) το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ1.
 β) τη θέση του σώματος Σ2 τη χρονική στιγμή, που η κινητική ενέργεια του σώματος

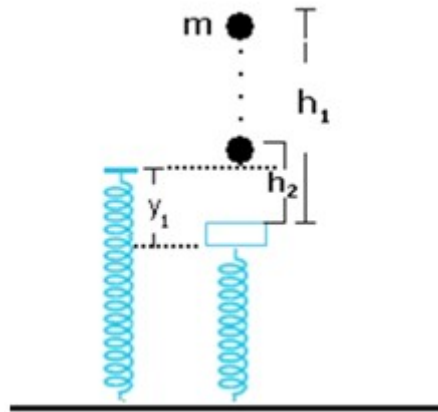
Σ1 γίνεται για 1η φορά ελάχιστη.

γ) το έργο της δύναμης του ελατηρίου καθώς το σώμα Σ1 κινείται από τη θέση ισορροπίας του μέχρι το ψηλότερο σημείο της τροχιάς του.

δ) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ1, τη στιγμή που φτάνει στο ψηλότερο σημείο.

Οι αντιστάσεις λόγω των τριβών θεωρούνται αμελητέες. Δίνονται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$.

11. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 80\pi^2 \frac{N}{m}$ είναι συνδεδεμένος δίσκος μάζας $M = 5kg$ που ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο από ύψος $h_1 = 5m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα μια σφαίρα μάζας $m = 1kg$, η οποία συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και η διάρκεια κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση η σφαίρα αναπηδά κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος $h_2 = 1,25m$ πάνω από την θέση ισορροπίας του δίσκου. Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β) την % μείωση της κινητικής ενέργειας της σφαίρας λόγω της κρούσης.

γ) τη θέση του δίσκου τη στιγμή που η σφαίρα φτάνει στο ύψος h_2 .

δ) τη δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο δίσκο σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

ε) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και $\pi^2 = 10$.

12. Ένα σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10 \frac{m}{s}$ κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 3Kg$ που κινείται με

ταχύτητα μέτρου $v_2 = 15 \frac{m}{s}$ σε αντίθετη κατεύθυνση από το m_1 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται με αντίθετη φορά από την αρχική του και με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 5 \frac{m}{s}$.

α) Να προσδιορίσετε τη μάζα m_1 .

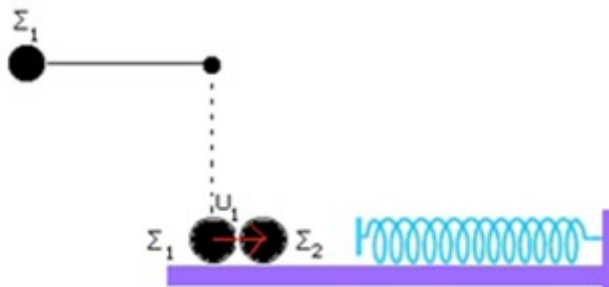
β) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

γ) Να βρεθεί το % ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 σε σχέση με την αρχική κινητική του ενέργεια, λόγω της κρούσης.

δ) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu = 0,5$.

Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

13. Ένα σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1Kg$ είναι δεμένο με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $L = 1,8m$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά το νήμα είναι οριζόντιο. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_1 να κινηθεί. Το σώμα Σ_1 μόλις το νήμα γίνει κατακόρυφο, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m_1$, που είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_2 μετά την κρούση συναντά και συγκρούεται με το ελεύθερο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$, του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 συμπιέζει το ελατήριο και στη συνέχεια συναντά εκ νέου το σώμα Σ_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά για δεύτερη φορά με αυτό. Να θεωρηθούν οι τριβές και η αντίσταση του αέρα αμελητέες.



α) Να βρείτε το μέτρο της τάσης του νήματος ελάχιστα πριν τη σύγκρουση του σώματος Σ_1 με το σώμα Σ_2 .

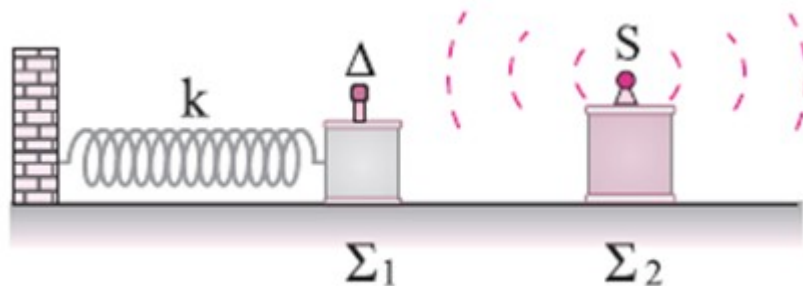
β) Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

γ) Να βρείτε για πόσο χρόνο θα είναι σε επαφή το σώμα Σ_2 με το ελατήριο.

δ) Να βρείτε το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα Σ_1 που είναι δεμένο με το νήμα μετά τη δεύτερή του κρούση με το σώμα Σ_2 .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

14. Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά $k = 400 N/m$ και έχει στο ένα άκρο του στερεωμένο ένα σώμα, Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 kg$ που φέρει ενσωματωμένο ένα δέκτη ήχου, Δ . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $0,4 m$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή που το σώμα Σ_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 kg$, το οποίο φέρει ενσωματωμένη πηγή ήχου συχνότητας $f_S = 688 Hz$.



Να βρείτε:

α) την ταχύτητα του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν τη σύγκρουση.

β) τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά τη σύγκρουση καθώς και το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

γ) τη συχνότητα που ανιχνεύει ο δέκτης όταν το σώμα Σ_1 διέρχεται για 1η και για 2η φορά μετά την κρούση από την απομάκρυνση $x_1 = -0,1\sqrt{3}m$. Να θεωρήσετε θετικό τον ημιάξονα προς τα δεξιά.

δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 τη στιγμή που ανιχνεύει συχνότητα $f_A = 680 Hz$.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, $v_{\eta\chi} = 340 m/s$.

15. Ένα κομμάτι ξύλου μάζας $m = 0,5 Kg$ είναι ακλόνητα στερεωμένο στο κάτω άκρο ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας $M = 2 Kg$. Το συνολικό μήκος ράβδου και κομματιού από ξύλο είναι $r = 1 m$. Το πάνω άκρο της ράβδου είναι συνδεδεμένο σε ακλόνητο σημείο Ο με τέτοιο τρόπο ώστε η ράβδος να μπορεί να στρέφεται στο

κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο O, χωρίς τριβές. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε κατακόρυφη θέση. Ένα μικρό σώμα Σ,

μάζας $m_1 = 0,5Kg$, που ολισθαίνει σε λείο τεταρτοκύκλιο ακτίνας $r = 1m$, φτάνοντας στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του, κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα v_0 , προσπίπτει και σφηνώνεται στο ξύλο. Μετά την κρούση το σύστημα ράβδος - ξύλο - βλήμα εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση της ράβδου από την αρχική κατακόρυφη θέση της να είναι $\theta = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

- α) τη ροπή αδράνειας του συστήματος σώμα - ξύλο - ράβδος.
- β) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- γ) το μέτρο της ταχύτητας v_0 του βλήματος πριν την κρούση.
- δ) Το ποσό της θερμότητας, που δημιουργήθηκε στη διάρκεια της κρούσης.
- ε) το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος, ώστε το σύστημα βλήμα - ράβδος - ξύλο, να κάνει ανακύκλωση.

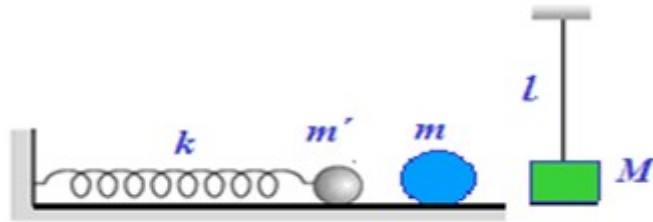
Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I = \frac{Mr^2}{12}$, η

επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$, οι διαστάσεις του ξύλου και του βλήματος να θεωρηθούν αμελητέες, αντιστάσεις αέρα και τριβές αμελητέες.

16. Ένα σώμα μάζας $m = 3kg$, είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Λόγω εσωτερικής αιτίας το σώμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 , m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2m_2$.

Μετά τη διάσπαση το κομμάτι μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας $m' = 2kg$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του μηδενίζεται κάθε $\frac{\pi}{10}s$.

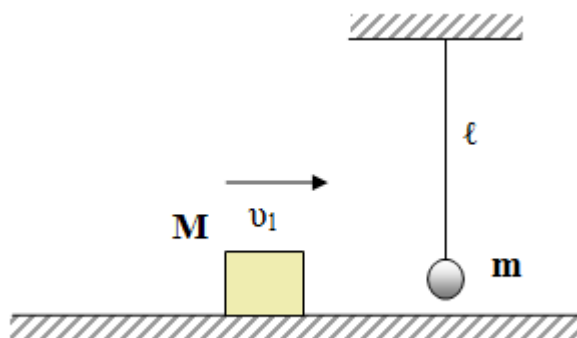
Το κομμάτι μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $M = 3kg$, το οποίο κρέμεται από νήμα μήκους $\ell = 2m$. Αμέσως μετά την κρούση η δύναμη που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα των μαζών m_2 και M είναι $F = 90 N$.



Να βρεθούν:

- α) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος των μαζών m_2 και M αμέσως μετά την κρούση.
- β) Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας εκτροπής του νήματος.
- γ) Οι ταχύτητες των κομματιών με μάζες m_1 και m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση.
- δ) Η συνάρτηση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η δύναμη επαφής του συσσωματώματος των μαζών m_1 και m' σε σχέση με το χρόνο. Να θεωρήσετε $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά του άξονα προς τα δεξιά. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

17. Ένα σώμα μάζας $M = 4 \text{ kg}$ κινούμενο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται μετωπικά και ανελαστικά, έχοντας ταχύτητα v_1 με μια ακίνητη σφαίρα μάζας $m = 3 \text{ kg}$, η οποία είναι κρεμασμένη με νήμα μήκους $\ell = 0,9 \text{ m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετά την κρούση η σφαίρα εκτρέπεται και η μέγιστη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την αρχική κατακόρυφη θέση του είναι $\varphi = 60^\circ$, ενώ το σώμα μάζας M διανύει απόσταση $d = 4 \text{ m}$ μέχρι να σταματήσει. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος μάζας M και του οριζόντιου δαπέδου είναι $\mu = 0,2$.



Να υπολογίσετε:

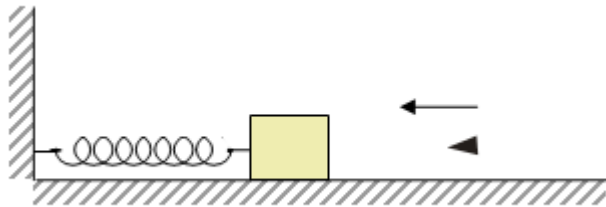
- α. την ταχύτητα v_2' της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
- β. την ταχύτητα v_1' του σώματος μάζας M αμέσως μετά την κρούση.

γ. την ταχύτητα v_1 του σώματος μάζας M ελάχιστα πριν την κρούση.

δ. το μέτρο της τάσης του νήματος, αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

18. Ένα βλήμα μάζας $m = 500g$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα v_1 σφηνώνεται σε σώμα μάζας $M = 9,5kg$, που ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο, δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 80N/m$, που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου είναι $x = 0,5m$. Η συνολική θερμότητα που απελευθερώνεται από την έναρξη της κρούσης μέχρι να σταματήσει το συσσωμάτωμα για πρώτη φορά είναι $390 J$.

Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα v_1 του σώματος m .

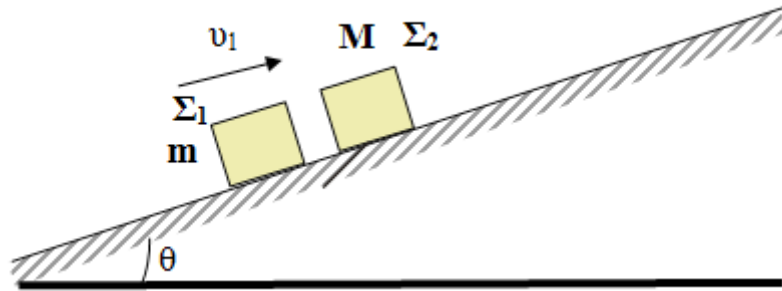
β. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

γ. την τριβή ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.

δ. το μέγιστο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος από τη στιγμή που ξεκινά την κίνησή του μέχρι να επανέλθει το ελατήριο στο φυσικό του μήκος.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

19. Ένα σώμα Σ_1 , μάζας $m = 2kg$, κινούμενο πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης θ , προσπίπτει με ταχύτητα $v_1 = 6m/s$ σε ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $= 4kg$, με το οποίο συγκρούεται ελαστικά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του πλάγιου δαπέδου είναι $\mu = 0,25$.

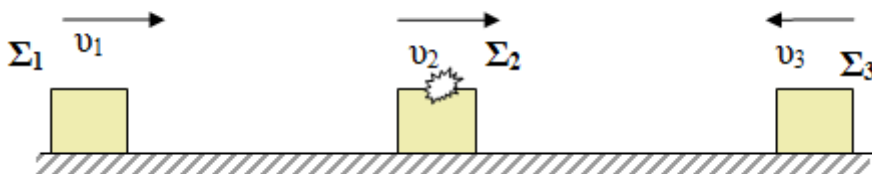


Να υπολογίσετε:

- α. τις ταχύτητες v_1' και v_2' των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- β. την απόσταση d_2 που διανύει το σώμα Σ_2 μέχρι να σταματήσει.
- γ. το χρονικό διάστημα που κινήθηκε το σώμα Σ_2 μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
- δ. τη θερμότητα που αναπτύχθηκε μεταξύ του σώματος Σ_1 και του δαπέδου από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που σταματά στιγμιαία το σώμα Σ_2 .

Δίνονται: $\eta\mu\theta = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

20. Μια ηχητική πηγή Σ_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_2 = 15 \text{ m/s}$ σε οριζόντιο επίπεδο και εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s = 355 \text{ Hz}$. Στο ίδιο επίπεδο κινούνται άλλα δύο σώματα με ταχύτητες $v_1 = 20 \text{ m/s}$ και v_3 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα, τα οποία φέρουν δέκτες ηχητικών κυμάτων. Για τις συχνότητες του ήχου f_1 και f_3 που αντιλαμβάνονται οι δέκτες των σωμάτων Σ_1 και Σ_3 ισχύει $f_1 = \frac{65}{71} f_3$.



Να υπολογίσετε:

α. τη συχνότητα του ήχου, f_1 , που αντιλαμβάνεται ο δέκτης του σώματος Σ_1 .

β. την ταχύτητα v_3 του σώματος Σ_3 .

γ. το λόγο των μηκών κύματος λ_1 και λ_3 των ήχων που αντιλαμβάνονται οι δύο παρατηρητές.

δ. αν ο δέκτης του σώματος Σ_1 αντιλαμβάνεται τον ήχο για χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 7,1s$, για πόσο χρονικό διάστημα Δt_3 , αντιλαμβάνεται τον ήχο ο δέκτης του σώματος Σ_3 ;

Δίνεται $v_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. $30\text{kg}, -75\%, 1\text{m/s}, -60\text{J}$
2. $1/4, 2\text{m/s}, 64\%, 1,3\text{m}$
3. $\text{αντιθετες}, 3/2, 4/3\text{m/s}, 0\text{m/s}$
4. $2\text{m/s}, 0,5\text{m/s}, 1,5\text{J}, 0,1\text{m}$
5. $680\text{Hz}, 0,2\text{m}, 2\text{συν}10\text{t}, 342/338$
6. $80\text{J}, 1\text{m/s}, 60\text{J}$
7. $960\text{Hz}, 1080\text{Hz}, 804\text{Hz}, f=960-6t \text{ [0, 5]}$
8. $2\text{m/s}, 1\text{m/s}, 0,2\text{m}, \pi/20\text{s}, 0$
9. $1\text{m/s}, 75\%, \pi/5\text{s}, 10,3\text{cm}$
10. $0,1\text{m}, 1/72\text{m}, -3,5\text{J}, 90\text{m/s}^2$
11. $5\text{m/s}, 3\text{m/s}, 75\%, 0\text{m}, v < 0, -80\pi^2\gamma, [-3/4\pi, 3/4\pi], 150\text{J/s}$
12. $7\text{kg}, 20\text{m/s}, -75\%, 42,5\text{m}$
13. $30\text{N}, 0\text{m/s}, 6\text{m/s}, \pi/10\text{s}, \text{στην αρχικη του θεση}$
14. $8\text{m/s}, -4\text{m/s}, 4\text{m/s}, 0,2\text{m}, 676\text{Hz}, 684\text{Hz}, 0\text{J/s}$
15. $5/3\text{kgm}^2, 2 \cdot 3^{1/2}\text{rad/s}, 20 \cdot 3^{1/2}/3\text{m/s}, 70/3\text{J}, 40 \cdot 3^{1/2}/3\text{m/s}$
16. $5\text{m/s}, 0,375, 20\text{m/s}, 10\text{m/s}, 200\eta\mu 10\text{t}$
17. $3\text{m/s}, 4\text{m/s}, 6,25\text{m/s}, 60\text{N}$
18. $40\text{m/s}, 2\text{m/s}, 20\text{N}, 60\text{kgm/s}^2$
19. $-2\text{m/s}, 4\text{m/s}, 1\text{m}, 0,5\text{s}, 6\text{J}$
20. $360\text{Hz}, 20\text{m/s}, 71/65, 6,5\text{s}$