ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

1. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί οριζόντια απλή αρμονική ταλάντωση δίδεται από την σχέση $x = 0{,}2 \cdot ημ\, π \cdot t$, (SI).

Να βρείτε:

α. το πλάτος της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης .

β. Την περίοδο, την συχνότητα και την κυκλική συχνότητα .

Δίνεται $π^2 \cong 10$.

2. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί οριζόντια απλή αρμονική ταλάντωση δίδεται από την σχέση :

$x = 0{,}1 \cdot ημ\, 2 \cdot π \cdot t$, (SI) .

Να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές

α. $t = T / 12$,

β. $t = 5 \cdot T / 12$.

Να θεωρήσετε ότι την χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από την ΘΙ του .

3. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση δίδεται από την σχέση $y = 0{,}2 \cdot ημ\, (2 \cdot π \cdot t)$, (SI).

Να βρείτε την χρονική στιγμή $t = (T / 8)$:

α. την ταχύτητά του ,

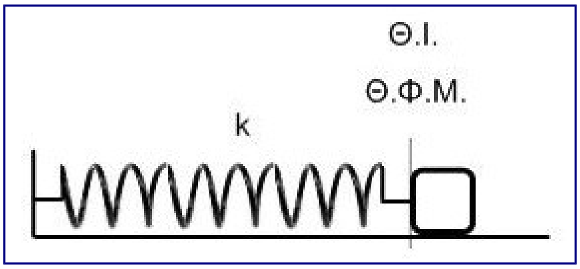
β. την επιτάχυνσή του .

Να θεωρήσετε ότι την χρονική στιγμή μηδέν το σώμα περνά από την Θ.Ι. του. και $π^2 \cong 10$.

4. Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί απλή αρμονική ταλάντωση δίδεται από την σχέση $x = 0{,}2 \cdot ημ\, (π / 2) \cdot t$, (SI) .

Να βρείτε το χρόνο που μεσολαβεί από τη στιγμή που το σώμα καθώς απομακρύνεται από τη Θ.Ι. του βρίσκεται σε θέση όπου η απομάκρυνσή του είναι 0,1 m, ώσπου να βρεθεί στην ίδια θέση καθώς επιστρέφει προς την Θ.Ι. του .

5. Σώμα μάζας 0,2 kg ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς 20 N / m .

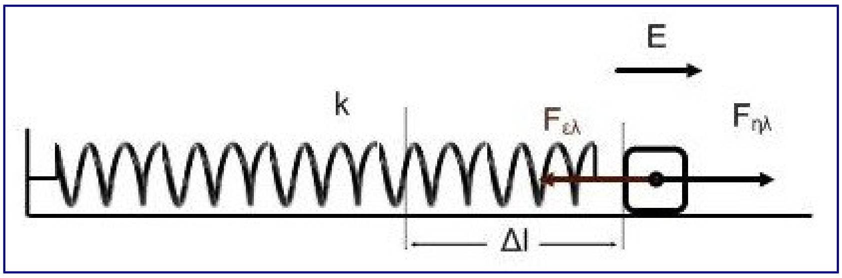


Αν το σώμα απομακρυνθεί λίγο από τη θέση του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερο :

α. να δείξετε ότι θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση ,

β. να βρείτε την περίοδό του .

6.

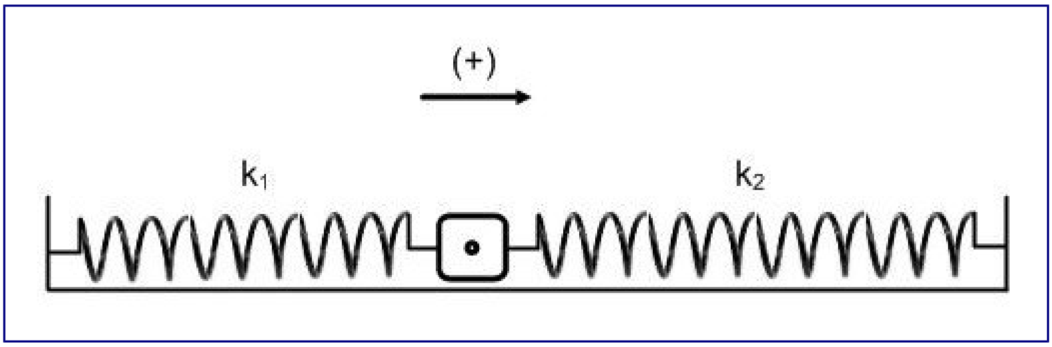


Το σώμα μάζας 1 kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 64 N / m . Το σώμα είναι φορτισμένο με φορτίο $6{,}4\cdot10^{-3}$ C και βρίσκεται σε μία περιοχή όπου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης 1000 N / C παράλληλης με τον άξονα του ελατηρίου . Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί να βρείτε:

α. τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα ,

β. το χρόνο που θα περάσει ώσπου να γίνει μέγιστη η ταχύτητά του .

7. Το σώμα μάζας m = 1 Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα ελεύθερα άκρα ελατηρίου με σταθερές k_1 = 10 N / m και k_2 = 6 N / m .



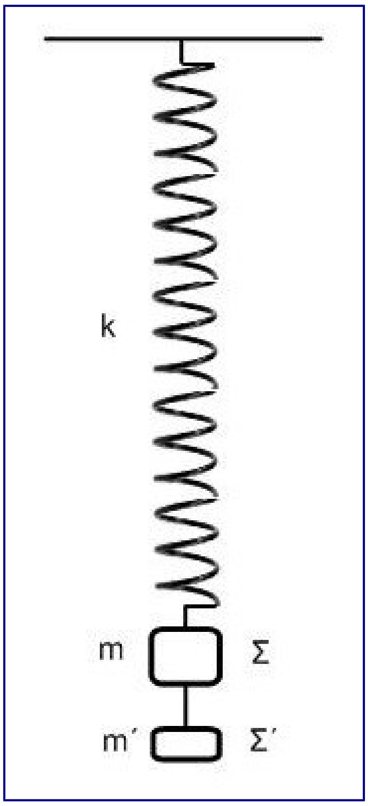
Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη Θ.Ι. κατά x = 0,1 m :

α. να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση ,

β. να βρείτε την περίοδό του ,

γ. να βρείτε τη μέγιστη κινητική του ενέργεια .

8.



Το σώμα Σ μάζας m = 0,5 kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k = 50 N / m . Είναι δεμένο επίσης μέσω νήματος με σώμα Σ΄ μάζας m΄ = 1 kg .

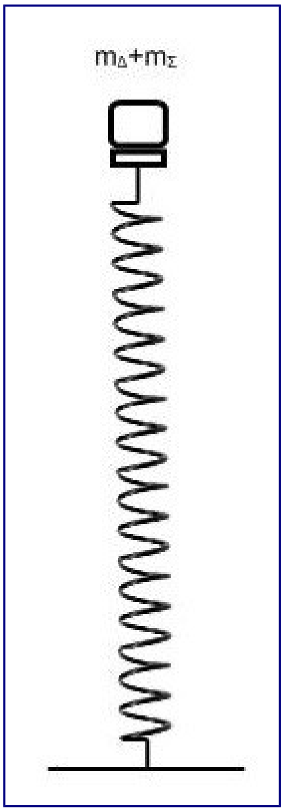
Αν το νήμα κοπεί να βρείτε :

α. Την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ ,

β. Την μέγιστη ταχύτητα του .

Δίνεται g = 10 m / s² .

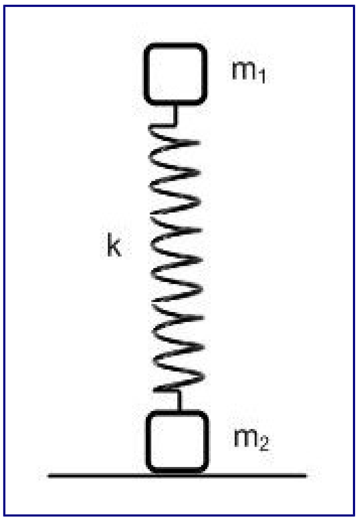
9. Πάνω στο δίσκο Δ μάζας 0,1 kg που φαίνεται στην εικόνα έχει τοποθετηθεί σώμα Σ μάζας 0,3 kg . Ο δίσκος είναι δεμένος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 40 N / m .



Να βρείτε τη μέγιστη τιμή A_{max} του πλάτους της απλής αρμονικής ταλάντωσης που μπορεί να εκτελεί ο δίσκος χωρίς να χάνει το σώμα Σ την επαφή του μ΄αυτόν .

Δίνεται g = 10 m / s² .

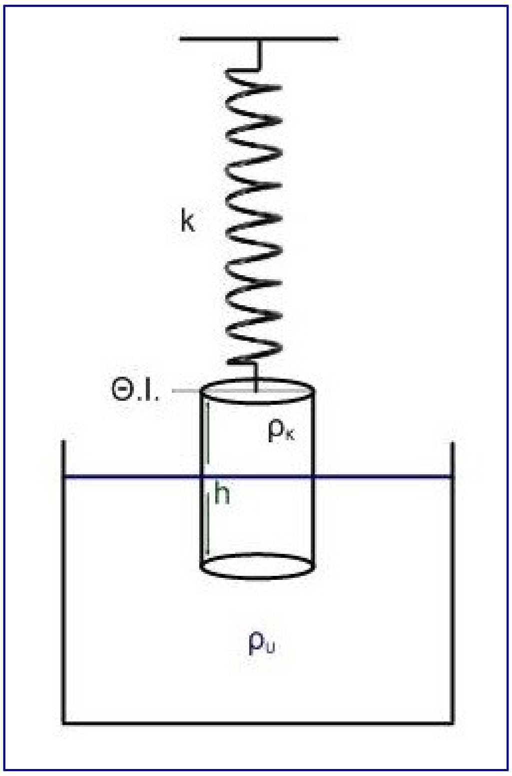
10. Τα σώματα με μάζες m_1 = 0,2 kg και m_2 = 0,8 kg που φαίνονται στην εικόνα ηρεμούν δεμένα στα άκρα του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k = 100 N / m .



Να βρείτε πόσο το πολύ μπορούμε να σπρώξουμε το σώμα m_1 προς τα κάτω , ώστε όταν το αφήσουμε ελεύθερο μόλις και να μη σηκωθεί από το δάπεδο το σώμα m_2 .

Δίνεται g = 10 m / s² .

11.



Θεωρώντας γνωστά όλα τα μεγέθη που σημειώνονται στην εικόνα καθώς και την επιτάχυνση της βαρύτητας g :

α. Δείξτε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση αν απομακρυνθεί λίγο από τη θέση ισορροπίας του και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερος .

β. Βρείτε την περίοδο του .

Να θεωρήσετε ότι ο κύλινδρος κατά την κίνηση του είναι διαρκώς εν

μέρει βυθισμένος στο υγρό και δεν συναντά τριβές και αντιστάσεις και ότι η στάθμη του υγρού παραμένει σταθερή .

Δίνεται ότι το μέτρο της άνωσης A_ν (δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα από ένα υγρό , όταν το σώμα βυθίζεται μέσα στο υγρό αυτό , έχει κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα πάνω) υπολογίζεται από την σχέση $A_\nu = \rho_\upsilon \cdot g \cdot A \cdot y$, όπου ρ_υ : η πυκνότητα του υγρού , y : το ύψος του τμήματος του κυλίνδρου που είναι βυθισμένος στο υγρό , A : το εμβαδό διατομής του κυλίνδρου .

Θεωρείται γνωστό και το ύψος του κυλίνδρου h .

12. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση . Αν :

α. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m βρίσκεται στη θέση x = + A ,

β. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m βρίσκεται στη θέση x = + A / 2 και κινείται προς τη θέση x = + A , ενώ η ταχύτητα του είναι θετική ,

γ. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m βρίσκεται στη θέση x = – A / 2 και κινείται προς τη θέση x = – A , ενώ η ταχύτητα του είναι αρνητική ,

δ. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m βρίσκεται στη θέση x = – A ,

να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις .

13. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση . Αν :

α. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m έχει ταχύτητα $υ = + υ_{max}$ και κινείται προς την θέση x = + A ,

β. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m έχει ταχύτητα $υ = + υ_{max} / 2$ και κινείται στον αρνητικό ημιάξονα προς την θέση x = + A ,

γ. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m έχει ταχύτητα $υ = + υ_{max}\cdot\sqrt{3} / 2$ βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα και κινείται προς την θέση x = + A ,

δ. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m έχει ταχύτητα $υ = – υ_{max}\cdot\sqrt{2} / 2$ και κινείται προς την θέση x = – A ,

να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις .

14. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση . Αν :

α. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m έχει ταχύτητα $υ = – υ_{max} / 2$ και θετική απομάκρυνση ,

β. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m έχει επιτάχυνση $α = – α_{max} / 2$ και κινείται προς την θέση x = + A ,

γ. Για $t_0 = 0$ s , το σώμα m ασκείται δύναμη επαναφοράς $F = – F_{max}\cdot\sqrt{3} / 2$ και κινείται προς την θέση x = 0 ,

να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις .

15. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

$x = 2\cdot ημ\,[10\cdot π\cdot t + (π / 3)]$, (S.I.) .

α. να βρεθεί η περίοδος της ταλάντωσης ,

β. να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης με τον χρόνο ,

γ. να υπολογιστεί η απομάκρυνση , η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t = 1 / 20 s .

Θεωρείστε ότι $π^2 \cong 10$.

16. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι :

υ = 15·συν [5·t + (π / 4)] , (S.I.)

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος και η περίοδος ,

β. να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο ,

γ. να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο .

17. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι :

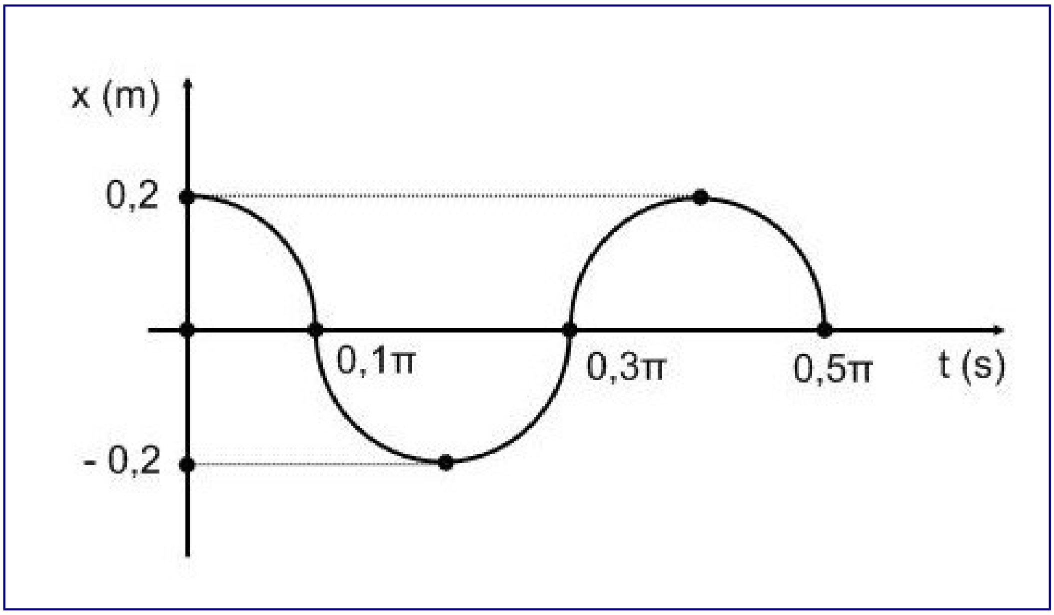
α = – 20·ημ [2·t + (π / 6)] , (S.I.)

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος και η περίοδος ,

β. να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο ,

γ. να βρεθεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο .

18. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνση του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος :

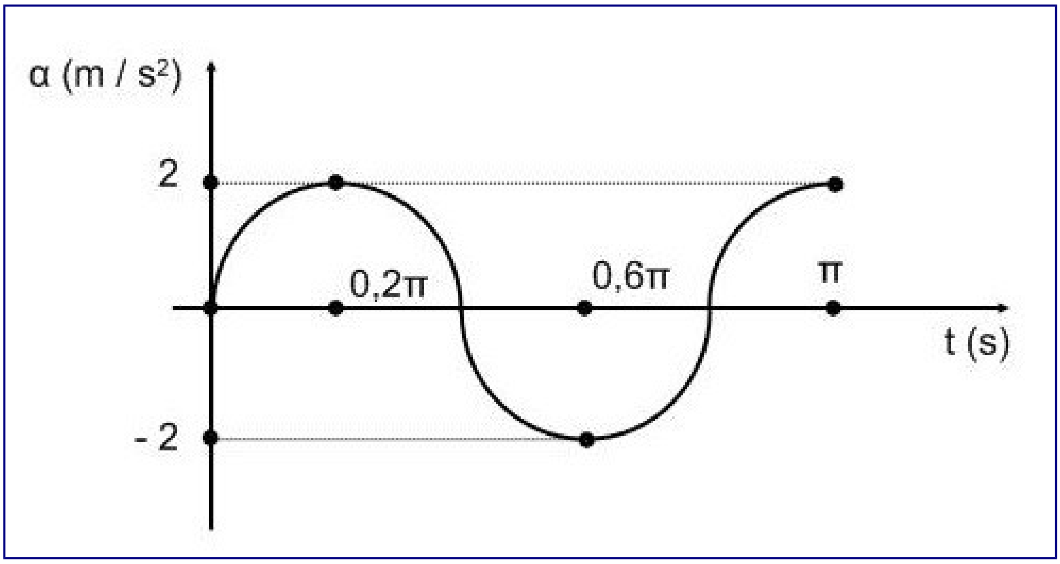


α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο .

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την γραφική της παράσταση .

γ. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την γραφική της παράσταση .

19. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η επιτάχυνση του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος :

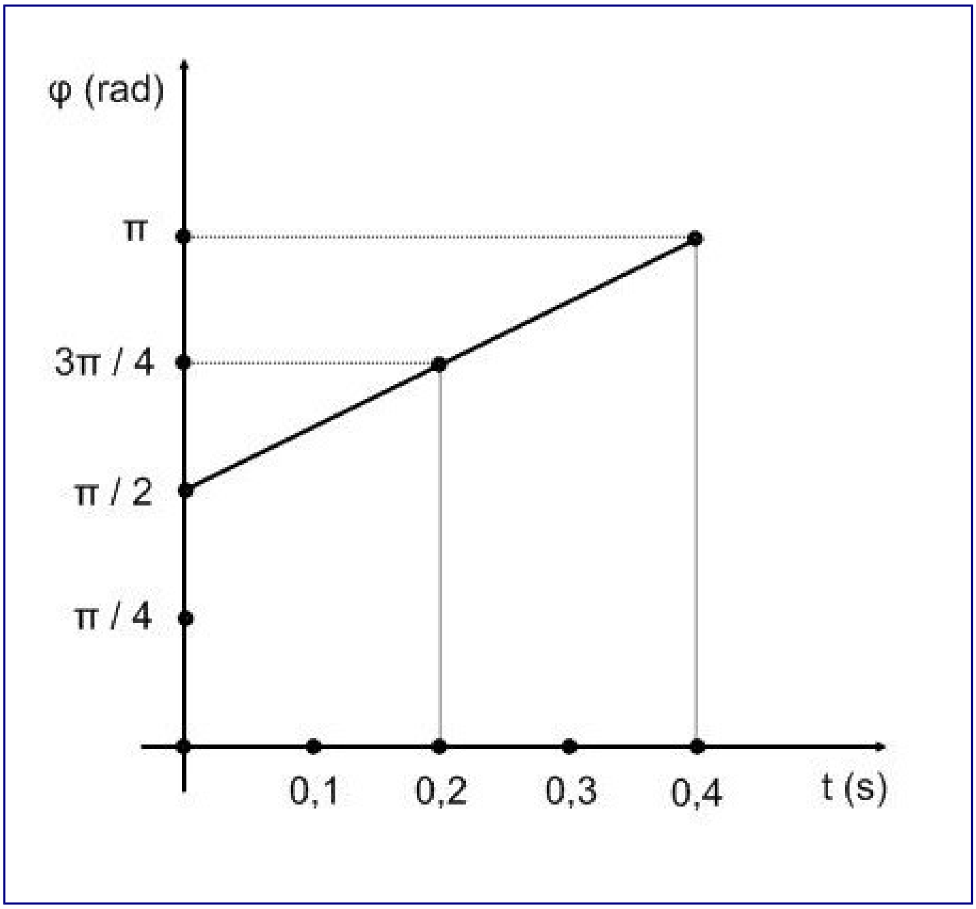


α. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο .

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την γραφική της παράσταση .

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την γραφική της παράσταση .

20. Στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της φάσης της απλής αρμονικής ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο .



Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι $υ_{max}$ = 0,5·π m / s .

α. Να γράψετε την εξίσωσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την γραφική της παράσταση .

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο και την εξίσωση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο .

Δίνεται $π^2 \cong 10$.

21. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα 2 / π Hz . Η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος είναι $α_{max}$ = 3,2 m / s² . Να υπολογίσετε :

α. Την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης .

β. Το πλάτος της ταλάντωσης και την μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης .

Όταν το σώμα που ταλαντώνεται βρίσκεται στη θέση x = 0,1 m κινούμενο προς την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης . Να υπολογίσετε :

γ. Την στιγμιαία ταχύτητα και την στιγμιαία επιτάχυνση στη θέση x = 0,1 m .

δ. Την εξίσωση της απομάκρυνσης , ταχύτητας και επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο .

22. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση . Στη θέση x = 1 m το

σώμα έχει ταχύτητα $υ = 4·\sqrt{3}$ m και επιτάχυνση $α = – 16$ m / s² . Να υπολογίσετε :

α. Την περίοδο της ταλάντωσης .

β. Το πλάτος της ταλάντωσης .

γ. Την μέγιστη ταχύτητα και μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης .

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης , ταχύτητας , επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο .

23. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση . Αν η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος είναι T = 2 s , να υπολογίσετε :

α. τη χρονική στιγμή που το σώμα θα περάσει από την θέση $x = A·\sqrt{2} / 2$ για πρώτη φορά .

β. το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να περάσει το σώμα από την θέση $x = A·\sqrt{2} / 2$ για δεύτερη φορά στη θέση $x = – A·\sqrt{3} / 2$ για πρώτη φορά .

24. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A = 0,2 m και έχει περίοδο T = 12 s. Το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1 = 0{,}1$ m κάποια χρονική στιγμή . Να βρεθεί το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε το σώμα να μεταφερθεί από την θέση x_1 στη θέση $x_2 = – 0{,}1$ m κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση ($υ_2 < 0$) .

25. Ένα σώμα μάζας m = 0,1 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητας είναι 2 s και το διάστημα που διανύει σε αυτό τον χρόνο είναι 0,8 m . Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s το σώμα βρίσκεται στη θέση + 0,2 m και επιταχύνεται (αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του) .

Να βρείτε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς συναρτήσει του χρόνου και να κάνετε την γραφική της παράσταση . Να κάνετε επίσης την γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς με την απομάκρυνση .

Θεωρείστε $π^2 \cong 10$.

26. Σφαιρίδιο μάζας 1Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος 2 m . Την χρονική στιγμή t = 0 δίνεται ότι η δύναμη επαναφοράς είναι F = – 100 N , η απομάκρυνση του σφαιριδίου από τη θέση ισορροπίας είναι +1 m και ότι αυτό κινείται προς την θετική φορά (ταχύτητα $υ > 0$). Να βρεθούν :

α. Η F συναρτήσει του χρόνου ,

β. Η F τη χρονική στιγμή t = (2π) s ,

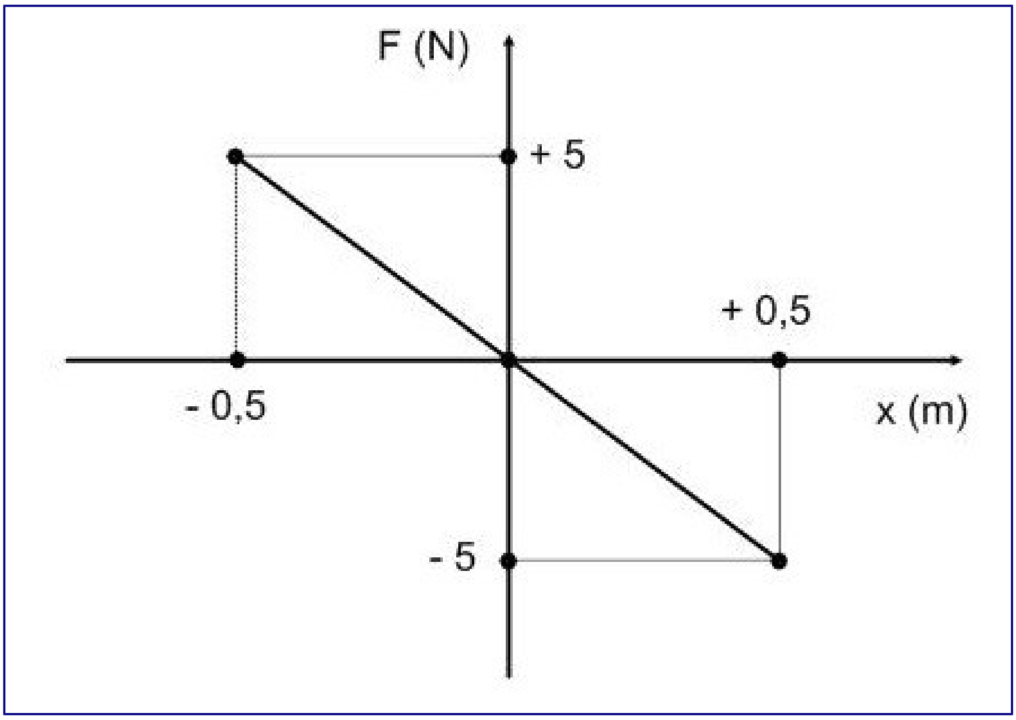
γ. Οι χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σφαιρίδιο είναι F = 100 N και ταυτόχρονα αυτό κινείται με φορά προς τη θέση της μέγιστης (θετικής) απομάκρυνσης .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

27. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής

$x = A \cdot ημ\ ω \cdot t$. Το σώμα μετά από χρόνο 5 s έχει πραγματοποιήσει 50 πλήρεις ταλαντώσεις.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης επαναφοράς – απομάκρυνσης :



Να υπολογιστούν :

α. η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται ,

β. το πλάτος της ταχύτητας ,

γ. η διαφοράς φάσης μεταξύ των χρονικών στιγμών t_1 = 0,15 s και t_2 = 0,5 s .

δ. το μέτρο της απομάκρυνσης όταν η επιτάχυνση είναι $α_{max} / 4$.

Δίνεται $π^2 \cong 10$.

28. Υλικό σημείο μάζας $m = 10^{-2}$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A = 0,2 m .

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ περνάει από τη θέση x = 0,1 m κινούμενο κατά τη θετική κατεύθυνση , ενώ τη χρονική στιγμή $t_1 = (2 / 3)$ s περνάει από την ίδια θέση κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση .

Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου .

Α. Να υπολογίστε την περίοδο της ταλάντωσης .

Β. Να γράψετε για την ταλάντωση που εκτελεί το υλικό σημείο τις εξισώσεις σε συνάρτηση με τον χρόνο :

α. Της απομάκρυνσης x ,

β. Της ταχύτητας υ ,

γ. Της επιτάχυνσης α .

Γ. Κατά το χρονικό διάστημα της κίνησης από t_0 = 0 μέχρι t_2 = (1 / 3) s , να βρείτε :

α. Την μεταβολή της ορμής ,

β. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο υλικό σημείο .

29. Ένα σώμα μάζας m = 1 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση . Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι D = 100 N / m . Η ενέργεια ταλάντωσης είναι E = 2 joule , να υπολογιστούν :

α. η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ,

β. το πλάτος της επιτάχυνσης ,

γ. η απομάκρυνση του σώματος όταν η κινητική του ενέργεια είναι K = 0,5 J .

30. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή t_1 έχει απομάκρυνση x_1 = 5 cm και ταχύτητα $υ_1$ = 10·√3 m / s , ενώ την χρονική στιγμή t_2 έχει απομάκρυνση x_2 = 5·√2 cm και ταχύτητα $υ_1$ = 10·√2 m / s .

Αν η μάζα του σώματος είναι m = 0,5 kg , να υπολογιστούν :

α. Η σταθερά επαναφοράς του συστήματος ,

β. το πλάτος της ταλάντωσης ,

γ. ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 .

31. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση .

α. Αν K = U , να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα ,

β. Αν K = 3·U , να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα ,

γ. Αν x = + A·√3 / 2 να υπολογίσετε το πηλίκο K / U ,

δ. Αν υ = + $υ_{max}$·√3 / 2 να υπολογίσετε το πηλίκο K / U ,

32. Ένα σώμα μάζας m = 1 kg είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 100 N / m . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο και το σύστημα ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο . Ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη F προς τα δεξιά μέτρου 20 N .

α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση .

β. Να βρεθεί η ενέργεια της ταλάντωσης .

33. Σώμα μάζας m = 0,1 kg κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο στην οροφή .

Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας Ο κατά 10 cm προς τα κάτω και τη στιγμή t = 0 το αφήνουμε ελεύθερο. Τότε αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ = 0,2·π s . Ο κατακόρυφος άξονας y΄y πάνω στον οποίο κινείται το σώμα έχει θετική φορά προς τα κάτω και είναι y = 0 για το σημείο Ο .

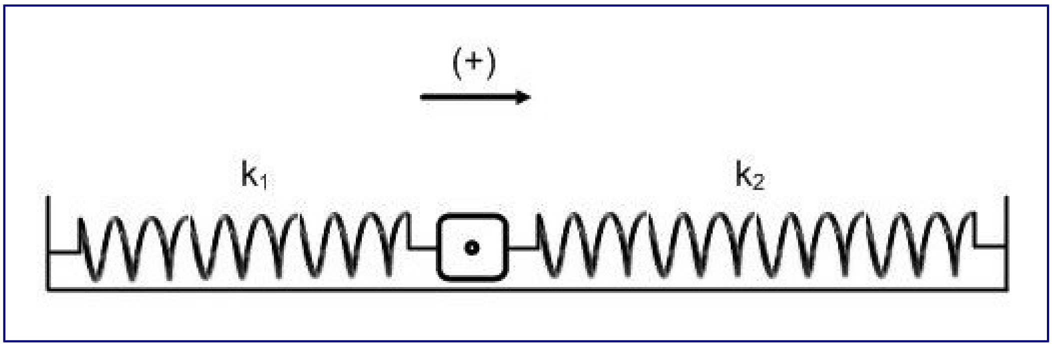
α. Να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου .

β. Να βρεθεί η απόλυτη τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων και της δύναμης του ελατηρίου όταν το σώμα βρίσκεται σε απόσταση 5 cm κάτω και πάνω από το Ο .

γ. Να βρεθεί η (αλγεβρική) τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων και της δύναμης του ελατηρίου συναρτήσει του χρόνου και να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα από t = 0 έως t = T / 2 .

Δίνεται g = 10 m / s^2 .

34. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων , όπως φαίνεται στο σχήμα (τα ελατήρια έχουν επιμηκυνθεί από το φυσικό τους μήκος) και έχουν σταθερές k_1 = 300 N / m και k_2 = 100 N / m .



Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και την αφήνουμε ελεύθερη .

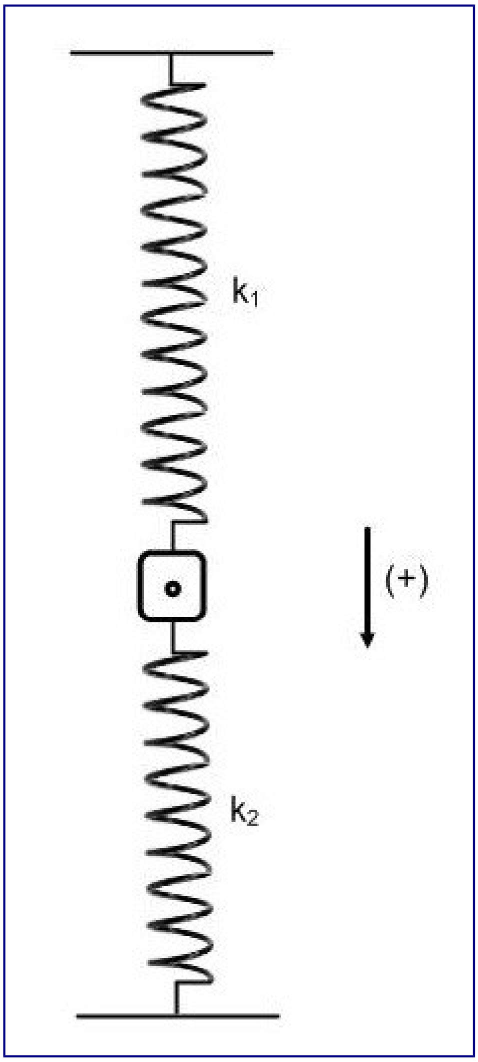
α. Να βρείτε την σχέση των επιμηκύνσεων των ελατηρίων , στη θέση ισορροπίας του συστήματος .

β. Να αποδείξετε ότι το σύστημα μάζας – ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο Τ .

β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης , αν το σώμα από το ένα άκρο της ταλάντωσης στο άλλο διανύει την ελάχιστη απόσταση των 0,4 m .

Θεωρήστε θετική φορά προς τα δεξιά .

35. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί συνδεδεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων , όπως φαίνεται στο σχήμα .



Οι σταθερές των ελατηρίων είναι k_1 = 250 N / m και k2 = 150 N / m . Απομακρύνουμε τη μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και την αφήνουμε ελεύθερη .

α. Να βρείτε την σχέση των επιμηκύνσεων των ελατηρίων , στη θέση ισορροπίας του συστήματος .

β. Να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T .

γ. Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι A = 0,3 m , βρείτε την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης στη θέση $x = – A·\sqrt{3} / 3$.

Θεωρείστε θετική φορά την φορά προς τα κάτω .

36. Σώμα μάζας m = 1 kg αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k = 100 N / m . Στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη F μέτρου 10 N .

Όταν το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά , παύει να ενεργεί η δύναμη F .

Την στιγμή που καταργείται η F την θεωρούμε $t_0 = 0$ για την ταλάντωση που ακολουθεί το σώμα μετά την κατάργηση της δύναμης .

Να υπολογιστούν :

α. Η ενέργεια της ταλάντωσης .

β. Το πλάτος της ταλάντωσης .

γ. Η αρχική φάση και να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο .

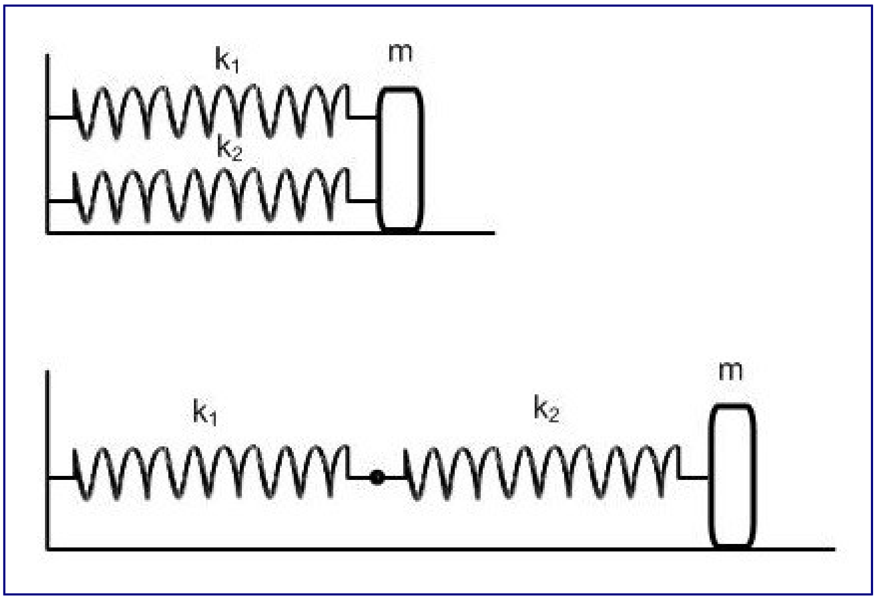
Δίνεται $g = 10 \text{ m / s}^2$.

37. Έχουμε δύο ελατήρια σταθεράς $k_1 = 6$ N / m και $k_2 = 12$ N / m και σώμα μάζας m = 2 kg .

Το σώμα μάζας m ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο , ενώ :

I. είναι συνδεδεμένο με τα δύο ελατήρια παράλληλα μεταξύ τους ,

II. είναι συνδεδεμένο με τα δύο ελατήρια σε σειρά μεταξύ τους .



Εκτρέπουμε το σώμα μάζας m προς τα δεξιά κατά Δx = 0,2 m και αφήνουμε το σώμα ελεύθερο .

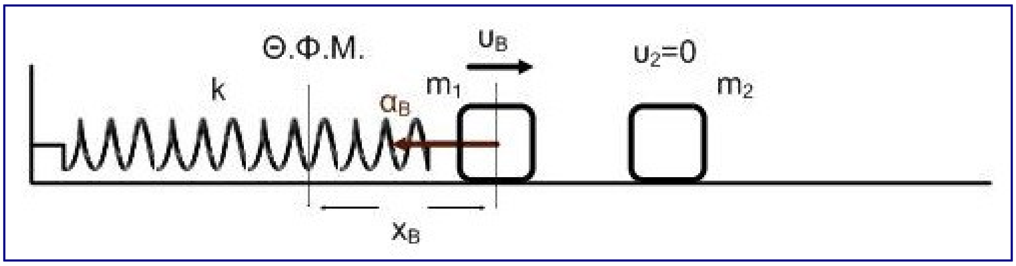
Να :

α. αποδειχθεί ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ,

β. υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης και η ολική ενέργεια ταλάντωσης .

38. Στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k = 100 N / m είναι δεμένο σώμα μάζας m_1 που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο . Μετακινούμε το σώμα από τη θέση φυσικού μήκους στη θέση Β, σε απόσταση $x_B = 0{,}1$ m κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου . Στην θέση Β η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 έχει μέτρο $υ_B = \sqrt{3}$ m / s και η επιτάχυνση του σώματος ισούται με $α_B =$ –

10 m / s^2 . Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με θετική φορά την φορά προς τα δεξιά .

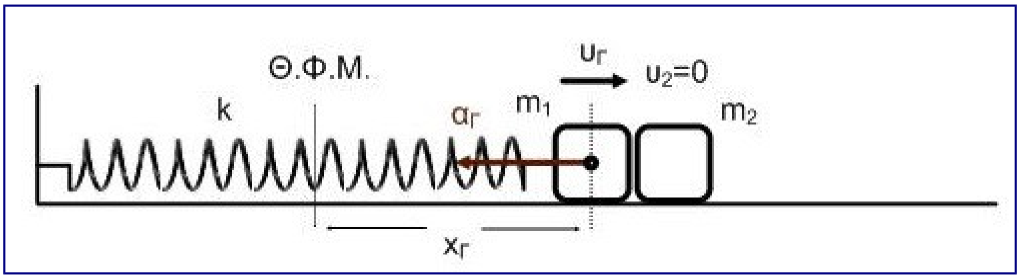


Α. Να βρείτε :

α. Τη μάζα m_1 του σώματος ,

β. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1 .

Β. Το σώμα μάζας m_1 φτάνει στη θέση Γ στην οποία η κινητική ενέργεια του σώματος ισούται με το 75 % της ενέργειας ταλάντωσης .



Να βρείτε στη θέση αυτή :

γ. Την απομάκρυνση της ταλάντωσης ,

δ. Την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 .

Γ. Στη θέση Γ έχουμε κεντρική και ελαστική κρούση του σώματος μάζας m_1 με το αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2 = 1 kg .

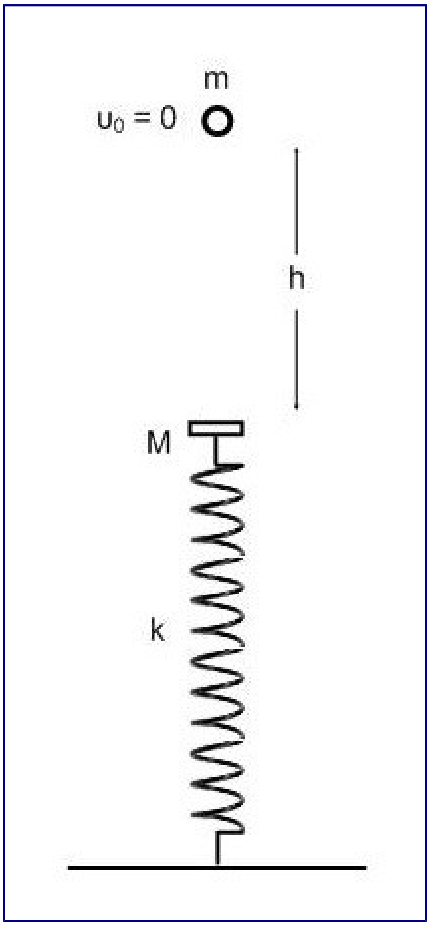
Να βρείτε :

ε. Την ταχύτητα των σωμάτων μετά την κρούση ,

ζ. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_1 μετά την κρούση .

39. Σώμα μάζας Μ = 2 kg είναι δεμένο και ισορροπεί πάνω στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k = 50 N / m . Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο στο οριζόντιο δάπεδο .

Από ύψος h = 1,8 m πάνω τη μάζα Μ αφήνουμε σώμα μάζας m = 1 kg . Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική .



Να υπολογιστούν :

α. Η ταχύτητες των σωμάτων m , M μετά την κρούση ,

β. Τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου ,

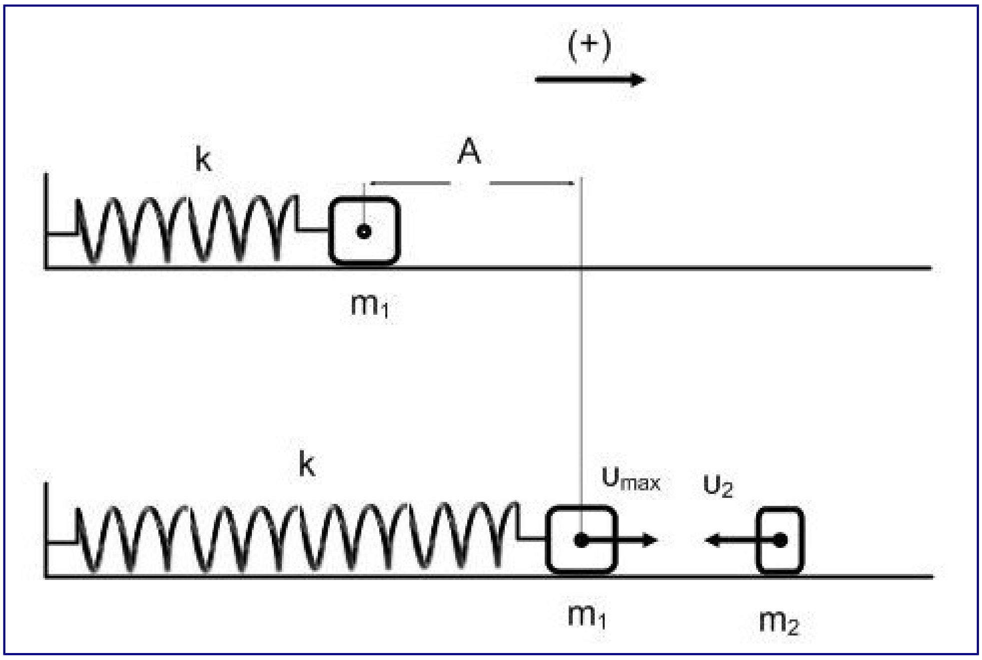
γ. Την εξίσωση της ταλάντωσης του σώματος M σε σχέση με τον χρόνο .

Δίνεται $g = 10\ m / s^2$.

40. Σώμα μάζας $m_1 = 1,8$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο , δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 200 N / m . Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος m_1 είναι 20 m / s . Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σώμα m_1 βρίσκεται στη θέση x = – A και αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί .

α. Να γραφεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος m_1 σε συνάρτηση με τον χρόνο .

Τη χρονική στιγμή t το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα και συγκρούεται πλαστικά με αντίθετα κινούμενο βλήμα μάζας $m_2 = 0,2$ kg που έχει ταχύτητα $υ_2 = 80$ m / s .



β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του

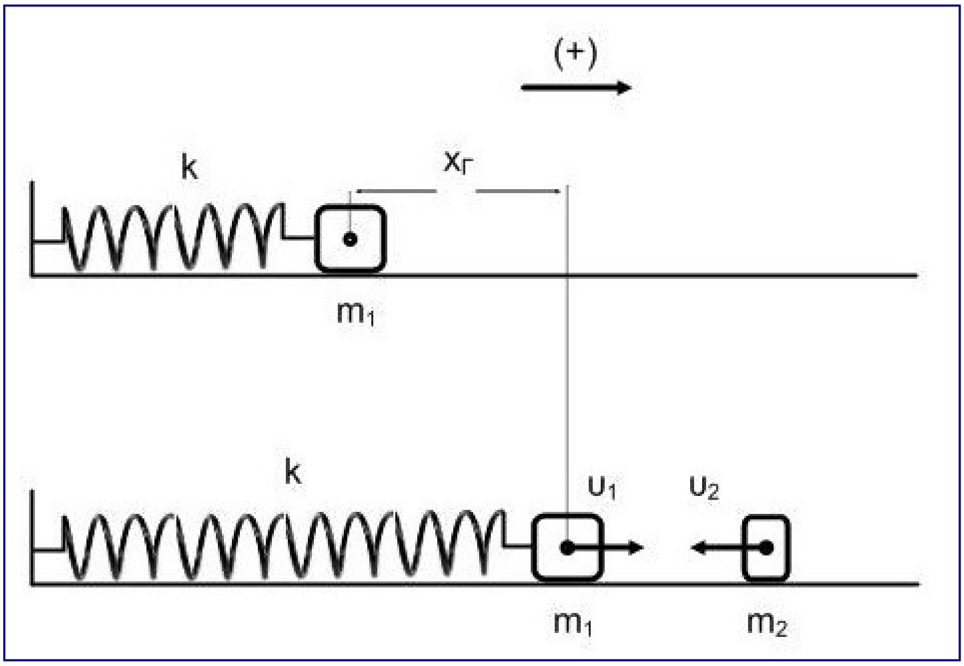
συσσωματώματος και την ενέργεια ταλάντωσης του .

Δίνεται π ≅ 3,14 και √10 ≅ 3,16 . Θεωρήστε θετική φορά την φορά προς τα δεξιά .

41. Σώμα μάζας m_1 = 1,5 kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος Α = 0,5 m και συχνότητα f = 50 / π Hz .

α. Να βρεθεί η θέση Γ (το $x_Γ$ > 0) όπου U = (16 / 9)·K .

β. Το σώμα m_1 ταλαντώνεται . Στη θέση Γ ένα βλήμα μάζας m_2 = 0,5 kg με ταχύτητα $υ_2$,που κινείται στην ίδια διεύθυνση (με το m_1) με αντίθετη φορά , συγκρούεται πλαστικά με το m_1 . Δημιουργείται συσσωμάτωμα που ακινητοποιείται στιγμιαία αμέσως μετά την κρούση. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_2 .

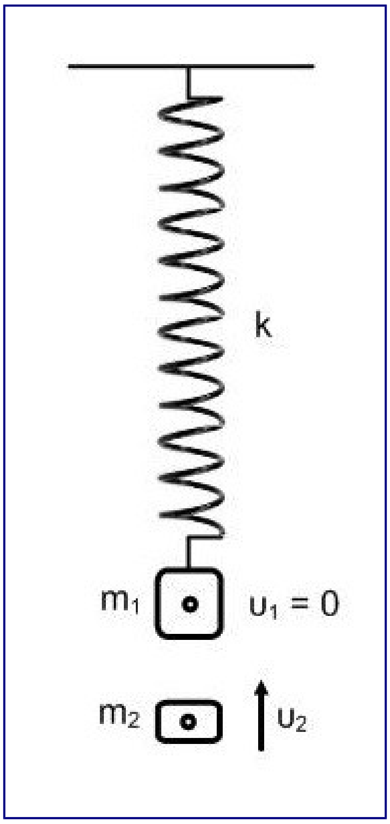


γ. Να βρεθεί το πηλίκο των μέγιστων τιμών των δυνάμεων επαναφοράς της ταλάντωσης του συσσωματώματος και του σώματος μάζας m_1 .

42. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k = 200 N / m έχει το πάνω άκρο του δεμένο και στο κάτω άκρο του δένεται σώμα μάζας m_1 = 1,6 kg . Το σώμα m_1 ισορροπεί .

α. Να υπολογιστεί η περίοδος και η επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου .

Δεύτερο σώμα μάζας m_2 = 0,4 kg κινείται κατακόρυφα με ταχύτητα $υ_2$ = 15 m / s προς τα πάνω κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_1 . Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση .

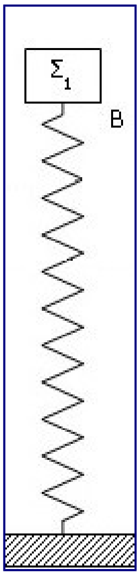


β. Να βρεθεί η περίοδος και το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος .

γ. Να βρεθεί στη θέση της μέγιστης απομάκρυνσης (x = – A) του συσσωματώματος ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς την συνισταμένη δύναμη ταλάντωσης .

Θεωρήστε θετική φορά την φορά προς τα πάνω . Δίνεται $g = 10\ m / s^2$ και $\sqrt{904} \cong 30$.

43. Ένα κατακόρυφο ελατήριο, σταθεράς $k = 1000\ N / m$, έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ στο πάνω άκρο του είναι δεμένο σώμα $Σ_1$ μάζας $m = 10\ kg$. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα ελατήριο – σώμα $Σ_1$ να ταλαντωθεί, όταν το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του και το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στη θέση Β.



Α. Να υπολογίσετε:

α. το πλάτος A_1 της ταλάντωσης,

β. τη μέγιστη ταχύτητα $υ_{1\,(max)}$ του σώματος $Σ_1$.

Β. Στη θέση Β το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται πλαστικά με όμοιο σώμα $Σ_2$ που έχει ταχύτητα λίγο πριν την κρούση μέτρου ίσου με τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ [$υ_{1\,(max)}$] και φορά προς τα κάτω.

γ. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

ε. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – συσσωμάτωμα.

Δίνεται: $g = 10\ m / s^2$.

44. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k = 100 N / m έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο και στο πάνω άκρο του βρίσκεται δεμένη μια μικρή μεταλλική βάση μάζας M = 0,9 kg . Πάνω στη βάση κάθεται ένα κολιμπρί μάζας 0,1 kg και το σύστημα ισορροπεί .

Δίνεται $g = 10\ m / s^2$, $\sqrt{0{,}0361} = 0{,}19$.

Να υπολογιστούν :

α. Η αρχική θέση ισορροπίας του συστήματος μεταλλικής βάσης – κολιμπρί .

Κάποια χρονική στιγμή το κολιμπρί πετάει κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1 = 18\ m / s$.

Αν θεωρήσουμε ότι το κολιμπρί σπρώχνει με τα πόδια του την μεταλλική βάση και αποχωρίζεται από αυτήν χωρίς να χρησιμοποιήσει τα φτερά του , να βρεθεί :

β. Η ταχύτητα που αποκτά η μεταλλική βάση μετά το πέταγμα του κολιμπρί ,

γ. Η νέα θέση ισορροπίας της μεταλλικής βάσης ,

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης της μεταλλικής βάσης .

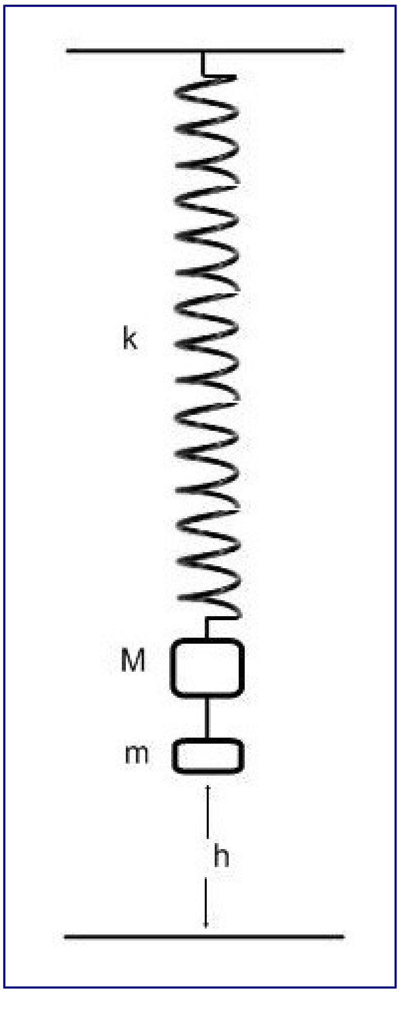
Αν θεωρήσουμε ότι το κολιμπρί φεύγει από την μεταλλική βάση χρησιμοποιώντας μόνο τα φτερά του (άρα αλληλεπιδρά με τον αέρα και όχι με την μεταλλική βάση) , να βρεθεί :

ε. Το πλάτος της ταλάντωσης της μεταλλικής βάσης .

45. Το σώμα μάζας M = 5 kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k που το άνω άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή .

Το σώμα M είναι δεμένο μέσω νήματος (αβαρούς και μη εκτατού) με σώμα m = 1,25 kg .

Τα σώματα μάζας M , m και το ελατήριο σταθεράς k ισορροπούν . Στη θέση αυτή ισορροπίας , το σώμα μάζας m απέχει από το οριζόντιο επίπεδο του εδάφους απόσταση h = 0,5 m .



Την χρονική στιγμή μηδέν , καίμε με ένα σπίρτο το νήμα . Τη χρονική στιγμή που το σώμα m φτάνει στο έδαφος , το σώμα μάζας M αποκτά για πρώτη φορά μέγιστη ταχύτητα .

Να υπολογίσετε :

α. Την ταχύτητα του σώματος m , όταν φτάνει στο δάπεδο .

β. Την σταθερά του ελατηρίου k ,

γ. Την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος M σε συνάρτηση με τον χρόνο ,

δ. Να υπολογίσετε το λόγο της συνισταμένης δύναμης ταλάντωσης του συστήματος προς τη δύναμη του ελατηρίου , τη χρονική στιγμή που το νήμα κάηκε .

46. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης δίνεται από την σχέση $A_t = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot t}$.

α. Πόσο είναι το πλάτος σε χρόνο $t = 2 \cdot \ln 2 / \Lambda$;

β. Σε πόσο χρόνο το πλάτος θα γίνει $A = A_0 / 8$;

47. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης δίνεται από την σχέση $A_t = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot t}$, όπου A_0 είναι το πλάτος και Λ σταθερή ποσότητα.

α. Σε πόσο χρόνο το πλάτος θα γίνει $A = A_0 / 2$;

β. Αν για κάθε πλήρη ταλάντωση η επί της εκατό ελάττωση της ολικής ενέργειας $E_{ολ}$ είναι 36% , να βρείτε την επί της εκατό μεταβολή του πλάτους της ταλάντωσης .

48. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης δίνεται από την σχέση $A_t = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος και Λ σταθερή ποσότητα.

α. Να δείξετε ότι ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους της ταλάντωσης είναι σταθερός ,

β. Μετά από $N_1 = 18$ πλήρεις ταλαντώσεις , που διαρκούν $t_1 = 13{,}86$ s το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με $A_0 / 2$. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης , όταν γίνουν ακόμα $N_2 = 72$ πλήρεις ταλαντώσεις .

Θεωρήστε το αρχικό πλάτος A_0 γνωστό .

49. Το πλάτος μιας φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης δίνεται από την σχέση $A_t = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος και Λ σταθερή ποσότητα , ενώ η αρχική ενέργεια του ταλαντωτή είναι E_0 .

α. Μετά από πόσο χρόνο t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή θα γίνει $E_1 = E_0 / 2$,

β. Πόση είναι η ενέργεια του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή $t_2 = 3 \cdot t_1$.

Θεωρήστε το ln 2 , Λ και την αρχική ενέργεια E_0 γνωστές ποσότητες .

50. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το πλάτος ελαττώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\ln 4 \cdot t}$.

Αν σε χρόνο $t = 2 \cdot T$ το πλάτος ελαττώνεται κατά 50 % , να βρείτε την περίοδο T της φθίνουσας ταλάντωσης .

51. Το πλάτος σε μια φθίνουσα ταλάντωση μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση : $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot t}$.

Σε χρονικό διάστημα $t_1 = 30$ s πραγματοποιούνται 40 πλήρεις ταλαντώσεις και το πλάτος γίνεται ίσο με $A_0 / 5$.

Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης όταν πραγματοποιηθούν ακόμα 80 πλήρεις ταλαντώσεις .

Θεωρήστε το πλάτος A_0 γνωστό .

52. Μας δίνεται ένα σύστημα μάζας m = 2 kg και ελατηρίου k = 200 N / m , το σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση . Αν η συχνότητα του διεγέρτη είναι 5 / (4·π) να βρείτε :

α. Την ιδιοσυχνότητα του συστήματος ελατήριο – σώμα .

β. Την συχνότητα με την οποία ταλαντώνεται το σύστημα ελατήριο – σώμα , την συχνότητα του συστήματος στην κατάσταση του συντονισμού .

γ. Αν αυξήσουμε την συχνότητα του διεγέρτη κατά 60 % το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξηθεί ή θα μειωθεί .

53. Σύστημα ελατηρίου μάζας εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση , το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού . Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι είναι $x = 0{,}2 \cdot ημ\, ω \cdot t$, (S.I.) .

Η δύναμη απόσβεσης είναι $F_{απ} = -\,0{,}1 \cdot υ$, (S.I.) , ενώ η εξωτερική περιοδική δύναμη είναι $F_{εξ} = F_0 \cdot συν\, (π / 2) \cdot t$. Να βρείτε :

α. Την κυκλική συχνότητα ω .

β. Την μέγιστη τιμή της εξωτερικής περιοδικής δύναμης $F_{εξ}$.

Δίνεται $F_{εξ,max} = π \cdot b \cdot A_0{}^2 \cdot ω$ και $π^2 \cong 10$.

54. Ένα κινητό εκτελεί συγχρόνως δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την θέση ισορροπίας με εξισώσεις :

$x_1 = 3 \cdot ημ\, [(2 \cdot π) \cdot t]$ και $x_2 = 4 \cdot ημ\, [(2 \cdot π) \cdot t + φ]$, (S.I.) .

Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης x (t) του σώματος και να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις $x_1 - t$, $x_2 - t$, $x - t$ όταν :

α. $φ = 0$,

β. $\varphi = \pi$ rad ,

Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης x (t) του σώματος :

γ. $\varphi = \pi / 3$ rad .

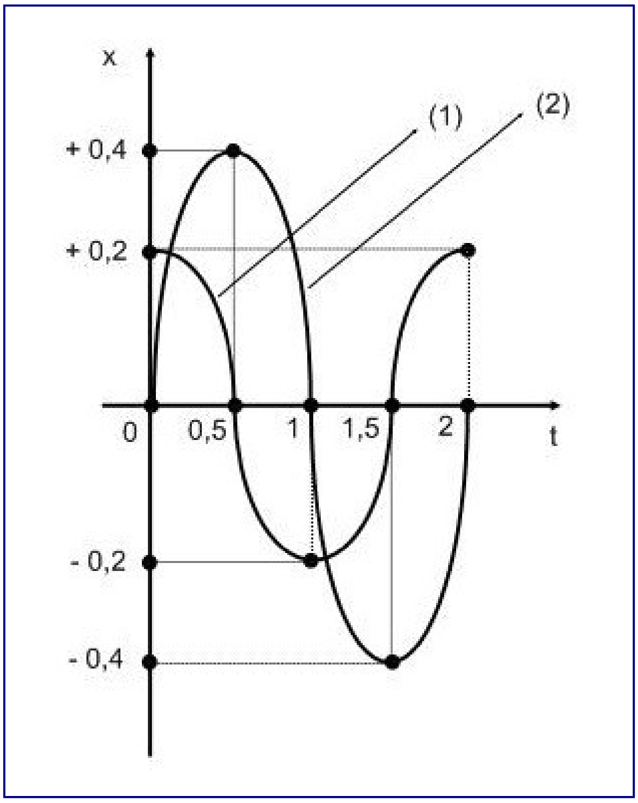
55. Ένα κινητό μάζας m = 0,5 kg εκτελεί δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και πάνω στην ίδια διεύθυνση , με εξισώσεις :

$x_1 = 4 \cdot ημ\,[10 \cdot t + (\pi / 6)]$ και $x_2 = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot ημ\,[10 \cdot t + (2 \cdot \pi / 3)]$, (S.I.) .

Να υπολογίσετε την εξίσωση της απομάκρυνσης , της ταχύτητας , της επιτάχυνσης και της δύναμης επαναφοράς του σώματος .

56. Ένα σώμα μάζας m = 0,4 kg , εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις (1) και (2) όπως φαίνονται στα διαγράμματα του παρακάτω σχήματος :

Οι αρμονικές ταλαντώσεις (1) και (2) γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση . Να βρεθεί :



α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο .

β. Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο .

Δίνεται $\pi^2 \cong 10$.

Σύνθεση απλών αρμονικών ταλαντώσεων IV

57. Ένα μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις , ίδιας συχνότητας πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις :

$x_1 = 4 \cdot ημ\,(2 \cdot t)$ και $x_2 = 4 \cdot ημ\,[2 \cdot t + (π / 3)]$, (S.I.) .

Να υπολογίσετε :

α. Την εξίσωση της κίνησης του σώματος ,

β. Την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = π / 4$ s .

58. Οι συχνότητες δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων είναι f_1 και f_2 με $f_1 \approx f_2$. Η σύνθεσή τους οδηγεί σε διακροτήματα. Αν ο πρώτος μηδενισμός του πλάτους γίνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}25$ s να υπολογίσετε την περίοδο των διακροτημάτων $T_δ$ και να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία εμφανίζεται το μέγιστο του πλάτους που ακολουθεί τον πρώτο μηδενισμό του πλάτους των διακροτημάτων .

59. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας . Οι ταλαντώσεις έχουν εξισώσεις :

$x_1 = 0{,}2 \cdot ημ\,(100 \cdot π \cdot t)$ και $x_2 = 0{,}2 \cdot ημ\,(102 \cdot π \cdot t)$, (S.I.) .

Να υπολογίσετε :

α. Ποια είναι η εξίσωση της περιοδικής κίνησης του σώματος ,

β. Ποια η συχνότητα της περιοδικής κίνησης του σώματος ,

γ. Ποια η περίοδος του διακροτήματος που δημιουργείται ,

δ. Ποιο το μέγιστο πλάτος της περιοδικής κίνησης του σώματος ,

ε. Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος ,

στ. Πόσα μέγιστα του πλάτους έχουμε σε χρόνο 4 s .

60. Ένα διακρότημα προκύπτει από τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων που έχουν ίδια διεύθυνση , ίδιο πλάτος Α = 10 cm και συχνότητες $f_1 = 200$ Hz και $f_2 = 202$ Hz .

α. Να βρείτε την εξίσωση του πλάτους και την περίοδο του διακροτήματος ,

β. Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος και η συχνότητα της συνισταμένης κίνησης που προκύπτει ;