

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Ελαστική κρούση

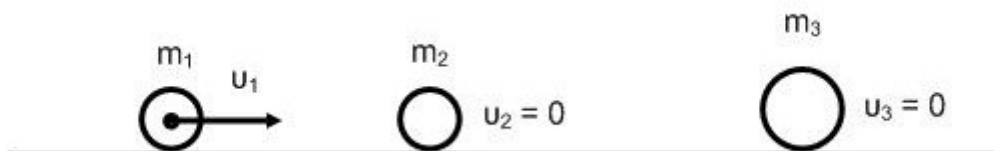
1. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ που κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 4 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$ που κινείται και αυτή προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 1 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε :

- α.** Τις ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά τη σύγκρουση .
- β.** Τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 .
- γ.** Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 .

2. Σώμα μάζας m_1 που κινείται με ταχύτητα με ταχύτητα $u_1 = 4 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η ταχύτητα του σώματος m_1 μετά την κρούση είναι $u_1' = 2 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε :

- α.** Το λόγο των μαζών των δύο σωμάτων m_2 / m_1 .
- β.** Την ταχύτητα του σώματος m_2 μετά την κρούση .
- γ.** Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε κατά τη διάρκεια της κρούσης στο σώμα μάζας m_2 .

3. Τρία σώματα με μάζες $m_1 = m_2 = m$ και $m_3 = 2 \cdot m$, είναι αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο . Το σώμα μάζας m_1 αποκτά ταχύτητα $u_1 = 4 \text{ m/s}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα .



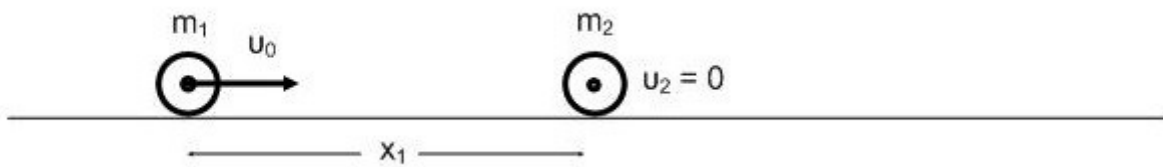
Να υπολογίσετε :

- α.** Τις τελικές ταχύτητες των τριών σωμάτων .
- β.** Το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του σώματος m_1 που μεταφέρεται στα σώματα m_2 και m_3 .

Όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές .

4. Σώμα μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ κινείται με ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$ πάνω σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο προς ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3 \cdot m_1$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ



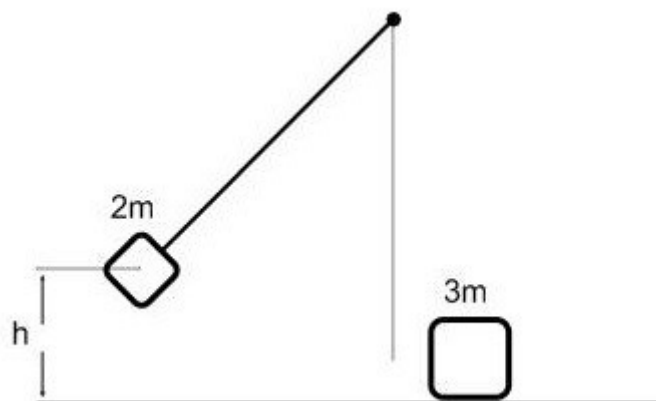
Το σώμα m_1 βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $x_1 = 4,5 \text{ m}$ και πλησιάζει το σώμα m_2 και συγκρούεται με αυτό κεντρικά και ελαστικά .

Να υπολογίσετε :

- α.** Το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σώματος m_1 ελάχιστα πριν συγκρουστεί με το σώμα m_2 .
- β.** Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση .
- γ.** Την θερμική ενέργεια (θερμότητα) που παράγει το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την κρούση μέχρι να σταματήσει .
- δ.** Το διάστημα που διανύει το σώμα m_2 μέχρι να σταματήσει .

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου $\mu = 0,4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m / s}^2$.

5. Στο άκρο νήματος μήκους l είναι δεμένο σώμα μάζας $2 \cdot m$. Κρατάμε το σώμα έτσι το νήμα να βρίσκεται σε ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο . Αφήνουμε το σώμα m ελεύθερο , έτσι ώστε όταν το νήμα είναι κατακόρυφο το σώμα να συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $3 \cdot m$.



Μετά την κρούση , το σώμα ολισθαίνει πάνω στο μη λείο επίπεδο και διανύει απόσταση $x = 3 \text{ m}$ μέχρι να σταματήσει .

Να υπολογίσετε :

- α.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $3 \cdot m$ μετά την κρούση .
- β.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $2 \cdot m$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

γ. Το ύψος h .

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0,6$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m / s}^2$.

Πλαστική κρούση

6. Σώμα μάζας $m_1 = 0,3 \text{ kg}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $u_1 = 100 \text{ m / s}$ συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 1,7 \text{ kg}$ που βρίσκεται αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο .

Να υπολογίσετε :

α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση .

β. Την μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 .

γ. Την θερμική ενέργεια (θερμότητα) που παράχθηκε κατά την κρούση .

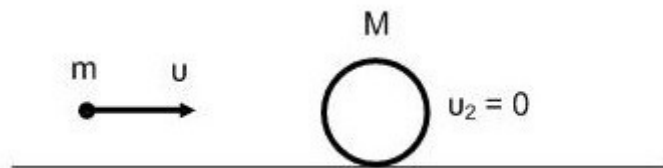
7. Σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 6 \text{ m / s}$ και συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$. Η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 είναι $\Delta P_1 = - 4 \text{ kg}\cdot\text{m / s}$.

α. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του κάθε σώματος αμέσως μετά την κρούση .

β. Να δικαιολογηθεί ότι η κρούση είναι ανελαστική .

γ. Να υπολογιστεί η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση .

8. Βλήμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u = 200 \text{ m / s}$, συναντά ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 99 \text{ kg}$, που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντια επιφάνεια και σφηνώνεται σε αυτό . Η κρούση βλήματος - κιβωτίου είναι πλαστική . Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα αρχίζει να ολισθαίνει και τελικά σταματά σε απόσταση $x = 0,4 \text{ m}$.



Να υπολογίσετε :

α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος , αμέσως μετά την κρούση .

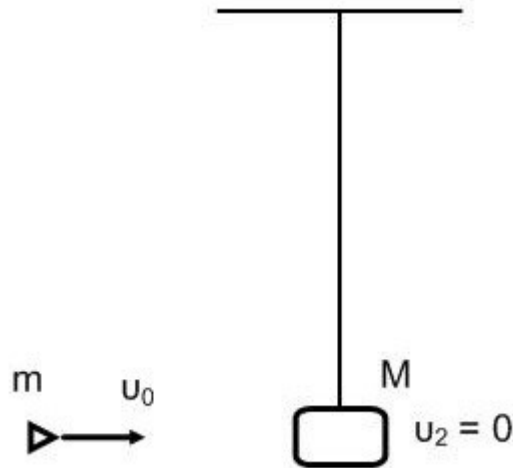
β. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση .

γ. Το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του συσσωματώματος και της οριζόντιας επιφάνειας .

Δίνεται $g = 10 \text{ m / s}^2$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

9. Ένα σώμα μάζας $M = 1,8 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος $l = 0,4 \text{ m}$. Το σώμα ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση όταν βλήμα μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$ κινείται σε οριζόντια θέση με μέτρο ταχύτητας u_0 και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M .



Το συσσωμάτωμα των δύο σωμάτων παραμένει δεμένο στο νήμα και το νήμα εκτρέπεται από την κατακόρυφη διεύθυνση κατά γωνία $\theta = 60^\circ$.

Να υπολογίσετε :

α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, ελάχιστα μετά την κρούση.

β. Το μέτρο της ταχύτητας u_0 του σώματος m .

γ. Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος κατά την κρούση.

Δίνεται : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

10. Έστω σώμα (Σ) μάζας $M = 1 \text{ kg}$ και κωνικό βλήμα (β) μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$. Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100 J .

Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια K προσκρούει το σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

α. Για $K = 100 \text{ J}$ θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ) ;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική K που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ) ;

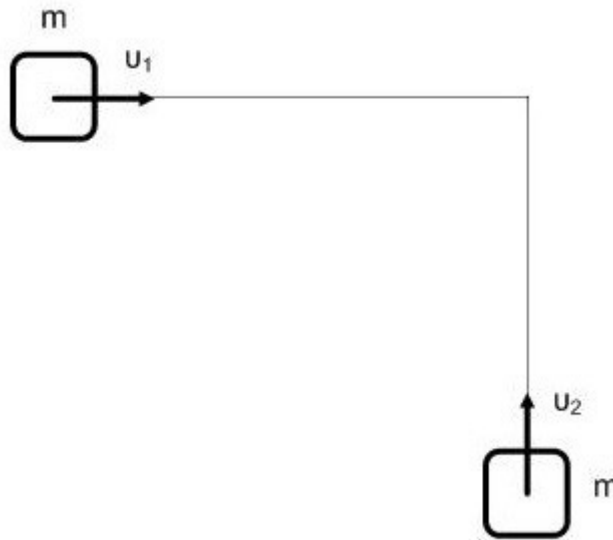
γ. Για ποια τιμή του λόγου m/M το βλήμα με κινητική ενέργεια $K = 100 \text{ J}$ σφηνώνεται ολόκληρο στο (Σ) ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας .

Πλάγια κρούση

11. Δύο σώματα που έχουν την ίδια μάζα $m = 1\text{ kg}$, κινούνται πάνω σε ένα (θεωρούμενο κατά προσέγγιση) λείο επίπεδο ενός τραπέζιού , με ταχύτητες που κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με μέτρα ταχυτήτων $u_1 = 5\text{ m/s}$ και $u_2 = 5\sqrt{3}\text{ m/s}$, αντίστοιχα .



Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά .

Να βρεθούν :

- α.** Την ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται .
- β.** Την θερμική ενέργεια που εκλύεται κατά την πλαστική κρούση .

12. Ένα σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 10\sqrt{3}\text{ m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο αρχικά σώμα μάζας $2m$. Μετά την κρούση η μάζα m κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική της διεύθυνση . Τα δύο σώματα κινούνται πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο .



Να υπολογίσετε :

- α.** Να προσδιορίσετε τη διεύθυνση κίνησης του σώματος μάζας $2m$, μετά την κρούση .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

β. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των δύο μαζών μετά την κρούση .

13. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $2 \cdot m$. Και τα δύο σώματα βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο .

Να υπολογίσετε :

α. την σχέση των ταχυτήτων μετά την κρούση ,

β. το πηλίκο $(\Delta K_1 / K_1) \%$.

14. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$ συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά .

Η μεταβολή της ορμής της μάζας m_2 είναι $\Delta P_2 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$ και η ταχύτητα της m_1 μετά την κρούση είναι $u_1' = 2 \text{ m} / \text{s}$.

Να υπολογίσετε :

α. Την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 πριν την κρούση .

β. Την ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 πριν και μετά την κρούση .

15. Δύο μικρές σφαίρες (με αμελητέες διαστάσεις) με μάζες m_1 και m_2 με $m_1 = m_2$, αφήνονται διαδοχικά να πέσουν από το ίδιο ύψος $h_1 = 18 \text{ m}$ πάνω από ένα οριζόντιο επίπεδο .

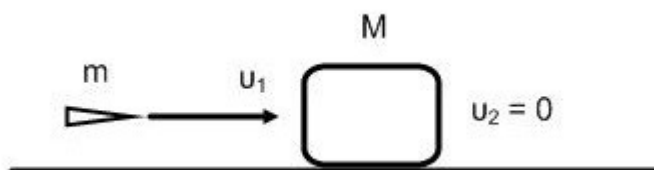
Οι σφαίρες κινούνται πάνω στην ίδια κατακόρυφο . Αφήνεται πρώτα η σφαίρα μάζας m_1 και μετά η σφαίρα μάζας m_2 . Η σφαίρα μάζας m_1 προσκρούει στο οριζόντιο επίπεδο και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω . Μόλις αποχωριστεί από το επίπεδο , συγκρούεται μετωπικά με την σφαίρα μάζας m_2 που κατεβαίνει .

Να βρεθεί το ύψος h_2 , στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας m_2 .

Να θεωρηθεί ότι , όταν οι σφαίρες συγκρούονται έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση h_1 από το σημείο εκκίνησης . Όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα .

16. Σώμα μάζας m κινείται σε οριζόντια διεύθυνση με ταχύτητα $u_1 = u$ και διαπερνά σώμα $M = 3 \cdot m$ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο .

Η ταχύτητα του σώματος M μετά την κρούση είναι $u_2' = 0,2 \cdot u$.



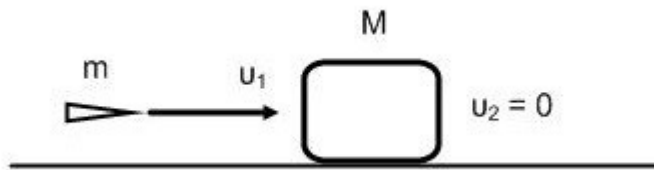
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

Να βρεθούν :

- α.** Η ταχύτητα του βλήματος m μετά την κρούση ,
- β.** Η μεταβολή της ορμής του βλήματος m και η μεταβολή της ορμής του σώματος M ,
- γ.** Το ποσοστό $(\Delta K / K_{\text{αρχ}}) \%$ που χάνεται κατά την κρούση ,
- δ.** Το μέτρο της δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της κρούσης στο βλήμα m και το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα M .

Να θεωρήσετε τα m , u , Δt γνωστά .

17. Σώμα μάζας $M = 3 \text{ kg}$ είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο .



Σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1 = 50 \text{ m / s}$ και :

- I.** σφηνώνεται στο σώμα ,
- II.** εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα $u_1' = 30 \text{ m / s}$.

Να βρείτε και στις δύο περιπτώσεις :

- α.** Την μεταβολή της ορμής του σώματος m ,
- β.** Την δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα M ,
- γ.** Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος .

18. Δύο ελαστικές σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = 0,3 \text{ kg}$ και $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ και ταχύτητες $u_1 = 20 \text{ m / s}$ και $u_2 = 10 \text{ m / s}$, που έχουν τον ίδιο φορέα και την ίδια φορά .

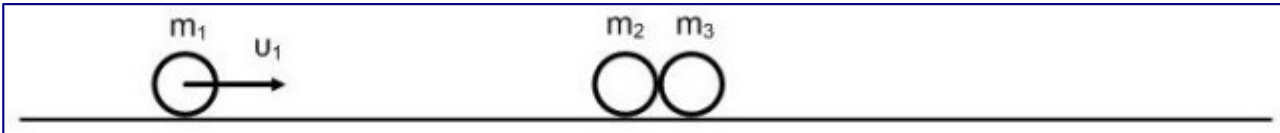
Οι σφαίρες συγκρούονται , οπότε παραμορφώνονται προσωρινά και στη συνέχεια ξαναπαίρνουν το αρχικό τους σχήμα .

- α.** Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης κατά την κρούση ;
- β.** Ποιες θα είναι οι τελικές ταχύτητες των σφαιρών ;

Εννοείται ότι υπάρχει μετατροπή ενέργειας σε θερμοδυναμική ενέργεια .

19. Ελαστική σφαίρα μάζας $3 \cdot m$ κινείται χωρίς τριβές με ταχύτητα $u_1 = 10 \text{ m / s}$ σε οριζόντιο δάπεδο και προσπίπτει πάνω σε ακίνητες σφαίρες μαζών $2 \cdot m$ και m , που βρίσκονται σε επαφή .

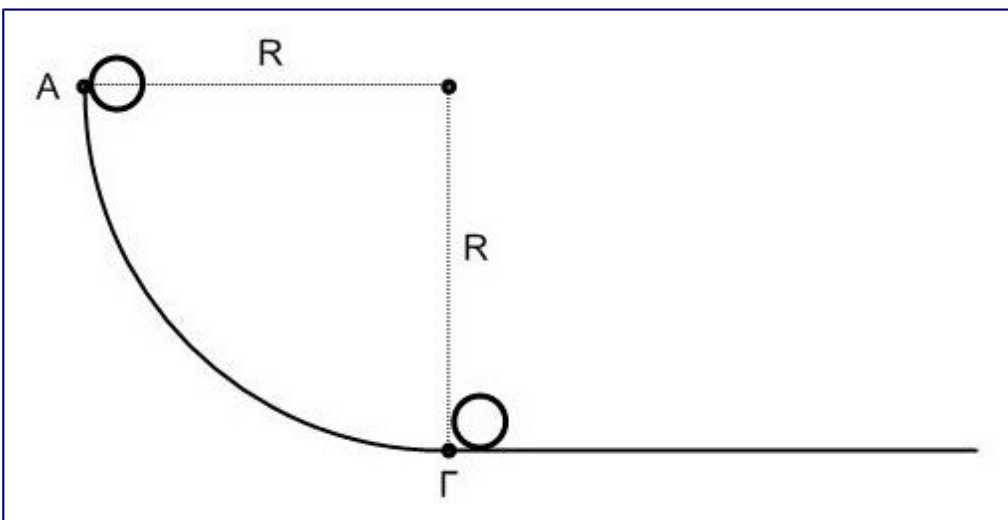
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ



α. Αν οι κρούσεις είναι ελαστικές και μετωπικές ,να υπολογιστούν οι τελικές ταχύτητες των τριών σφαιρών μετά τις διαδοχικές κρούσεις .

β. Αν η μάζα της σφαίρας 2·m είναι 0,2 kg , να υπολογιστούν οι δυνάμεις κρούσεως που δέχεται αυτή αν υποθεθούν σταθερές και ότι κάθε κρούση διαρκεί 0,01 s .

20. Από το σημείο A αφήνουμε μια σφαίρα με μάζα m να κινηθεί στο εσωτερικό της κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας $R = 0,05 \text{ m}$.

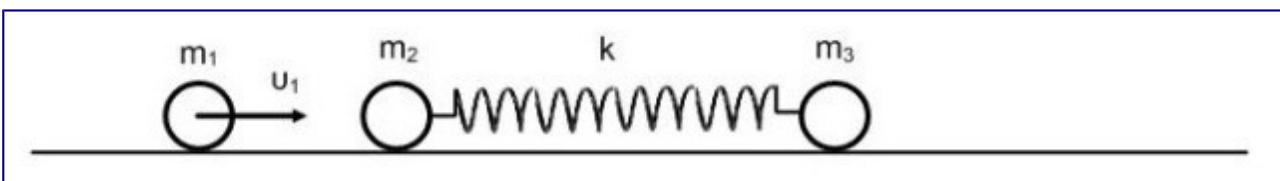


Στο σημείο Γ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με μια άλλη σφαίρα της ίδιας ακτίνας και μάζας $9 \cdot m$ που βρίσκεται ακίνητη στο σημείο Γ .

Να βρεθούν οι τελικές ταχύτητες των σφαιρών .

Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες , η ακτίνα της σφαίρας είναι αμελητέα σε σχέση με την ακτίνα R , $g = 10 \text{ m / s}^2$.

21. Στο σχήμα του σχήματος η κρούση είναι κεντρική και ελαστική .



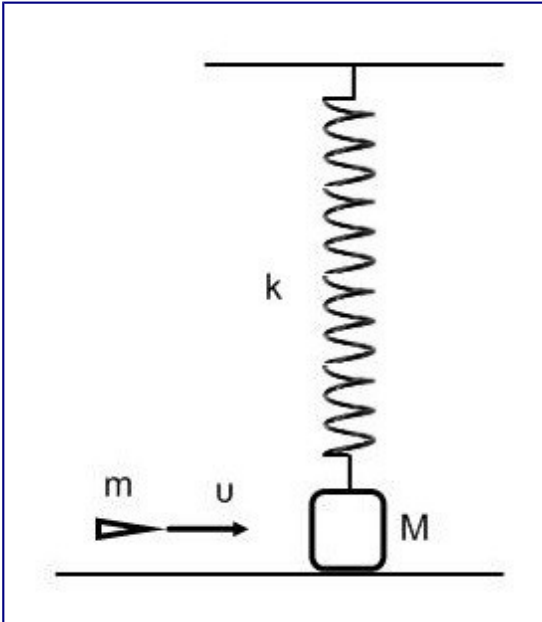
Δίνονται $m_1 = m_2 = m_3 = m = 1,0 \text{ kg}$, $k = 50 \text{ N / m}$, $u = 2,0 \text{ m / s}$.

Να βρεθεί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου .

Οι τριβές να θεωρηθούν αμελητέες .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

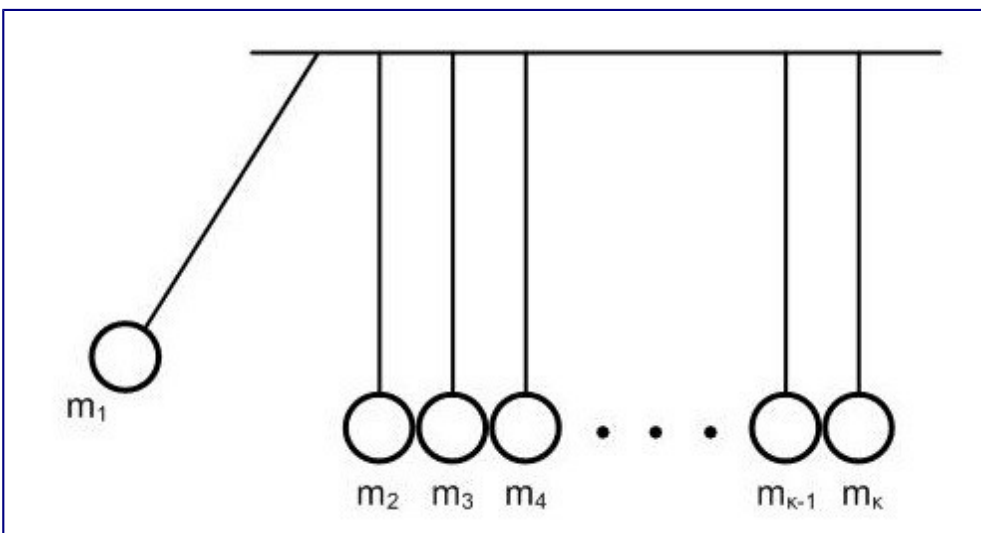
22. Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί στο λείο δάπεδο με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Μετά την πλαστική κρούση βλήματος, μάζας $m = 0,5 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u = \sqrt{150} \text{ m/s}$, με το σώμα μάζας $M = 2,0 \text{ kg}$, το συσσωμάτωμα αρχίζει να απογειώνεται, μέχρι το ελατήριο να σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την κατακόρυφη.



Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 200 \text{ N/m}$ και η ταχύτητα απογείωσης οριζόντια, να υπολογιστεί η ταχύτητα την στιγμή της απογείωσης.

Το $g = 10 \text{ m/s}^2$.

23. Κ ελαστικές σφαίρες, με μάζες m_1, m_2, \dots, m_k κρέμονται με νήματα έτσι ώστε να εφάπτονται μεταξύ τους και τα κέντρα τους να βρίσκονται στην ίδια οριζόντια ευθεία.

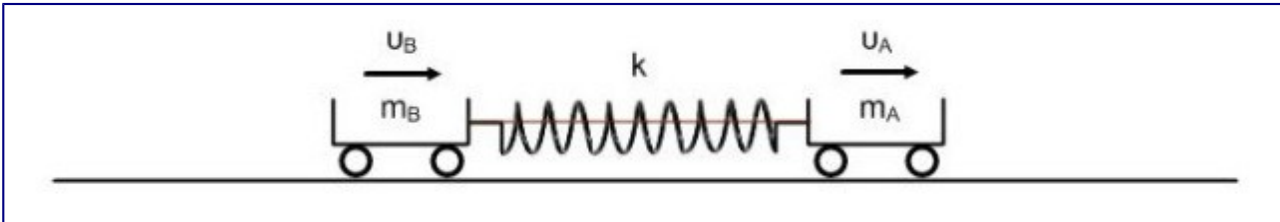


Αν η πρώτη σφαίρα συγκρουστεί με τη δεύτερη (τελείως ελαστικά) με ταχύτητα u_1 , να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία θα εκτιναχθεί η τελευταία σφαίρα. Πόση θα ήταν η ταχύτητα αυτή, αν οι σφαίρες είχαν ίσες μάζες;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

24. Δύο οχήματα , που το καθένα έχει μάζα $0,8 \text{ kg}$, συνδέονται με νήμα αμελητέας μάζας .

Μεταξύ των οχημάτων υπάρχει συσπειρωμένο ελατήριο αμελητέας μάζας , που δεν είναι συνδεδεμένο με τα οχήματα (βλέπε σχήμα) .



Τα οχήματα είχαν αρχική ταχύτητα $u_0 = 0,5 \text{ m/s}$ και κάποια στιγμή κόβεται το νήμα .

Αν το όχημα B έχει ταχύτητα $0,3 \text{ m/s}$ μετά τον αποχωρισμό του από το ελατήριο , υπολογίστε :

α. Την ταχύτητα του οχήματος A ,

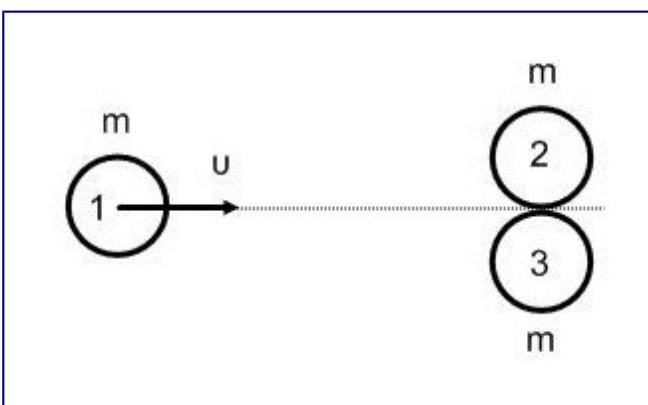
β. Την αρχική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αν όλη έγινε κινητική των οχημάτων .

Να θεωρηθούν οι τριβές αμελητέες .

25. Η διέγερση των ατόμων μάζας M ενός στοιχείου γίνεται κατά την ελαστική κρούση ηλεκτρονίων με ακίνητα άτομα του στοιχείου .

Αν η ενέργεια διέγερσης των ατόμων είναι E , να υπολογιστεί η ελάχιστη ταχύτητα , που πρέπει να έχουν τα ηλεκτρόνια μάζας m , για να προκαλέσουν διέγερση των ατόμων ($M \gg m$) .

26. Δύο μπάλες μπιλιάρδου τοποθετούνται πάνω σε λείο τραπέζι έτσι ώστε να εφάπτονται . Μια τρίτη μπάλα κινείται προς αυτό το ζεύγος με ταχύτητα $5,0 \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα .



Ποια θα είναι η ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) που θα έχουν οι μπάλες μετά την κρούση ;

Οι μπάλες είναι πανομοιότυπες και οι κρούσεις τελείως ελαστικές .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΡΟΥΣΗΣ