Θ.Μ.Κ.Ε. ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ερώτημα 1^{ο}:

Όταν μιλάμε για έργο, τι διαφορά έχει το έργο μιας δύναμης και το έργο μιας ροπής;Στην πραγματικότητα έργο παράγει μια δύναμη, όταν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της σε διεύθυνση που δεν είναι κάθετη στην μετατόπισή της. Δίνεται δε από τη γνωστή σχέση:

$$W=F\cdot\Delta x\cdot\text{συν}\alpha$$

Όπου F το μέτρο της δύναμης, Δx το μέτρο της μετατόπισης και α η γωνία μεταξύ της δύναμης και της μετατόπισης.

Ο ορισμός αυτός ισχύει είτε στη μεταφορική είτε στην στροφική κίνηση. Είτε μελετάμε τη δράση μιας δύναμης σαν ΔΥΝΑΜΗΣ, είτε σαν ΡΟΠΗΣ.

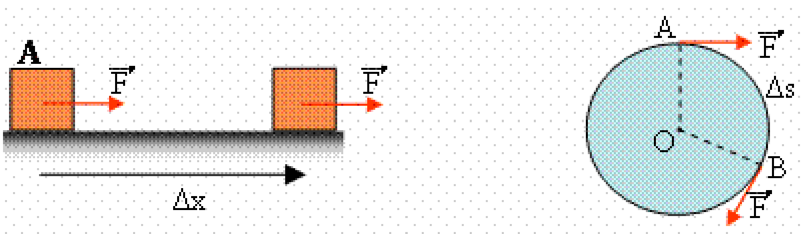
Ας το δούμε αυτό μέσω παραδειγμάτων.

Παράδειγμα 1^{ο}:

Μια δύναμη F=10N ασκείται μέσω νήματος σε ένα σώμα και μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά Δx=4m. Να βρεθεί το έργο της δύναμης, αν ασκείται:

στο σώμα Α που κινείται στο οριζόντιο επίπεδο.

Εφαπτομενικά στον κύλινδρο, ο οποίος στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα.



i) Η δύναμη στο πρώτο σχήμα μεταφέρει ενέργεια στο σώμα Α ίσο με το έργο της, που είναι W=F·Δx·συνα= 10N·4m= 40J.

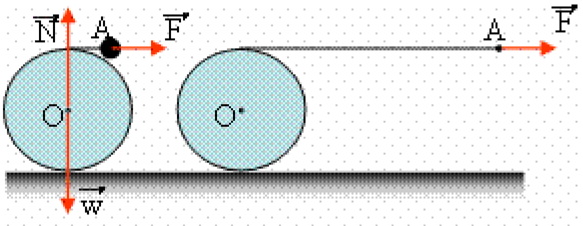
ii) Και στο δεύτερο σχήμα η δύναμη μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά Δx=Δs=4m, οπότε παράγει έργο W=F·Δx·συνα= 10N·4m= 40J.
Το μήκος όμως του τόξου ΑΒ Δs συνδέεται με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία Δθ με τη σχέση: Δs= Δθ·R, οπότε το έργο θα μπορούσε να γραφεί:

$$W=F\cdot\Delta s\cdot\text{συν}0^\circ= F\cdot\Delta s = F\cdot\Delta\theta\cdot R= (F\cdot R)\cdot\Delta\theta= \tau\cdot\Delta\theta$$

Μπορούμε δηλαδή να υπολογίσουμε το έργο της, αντιμετωπίζοντάς την σαν ροπή, οπότε:

$$W_\tau=\tau\cdot\Delta\theta$$

Παράδειγμα 2ο:



Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύλινδρος, μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,5m, γύρω από τον οποίο τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα. Σε μια στιγμή τραβάμε το άκρο Α του νήματος ασκώντας του σταθερή δύναμη F=10N.
Ζητούνται:

i) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο του κυλίνδρου.

ii) Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.

iii) Για χρονικό διάστημα Δt=4s να βρεθούν:

α) Η μετατόπιση και η ταχύτητα του άξονα του κυλίνδρου.

β) Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνία περιστροφής του κυλίνδρου.

γ) Το ολικό έργο της δύναμης F.

δ) Το έργο της F, όσον αφορά τη μεταφορική κίνηση.

ε) Το έργο της ροπής της δύναμης.
Δίνεται για τον κύλινδρο $I=1/2\ m\cdot R^2$.
Να σχολιασθούν τα αποτελέσματα.

Απάντηση:

i) Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύουν: $\Sigma F_y=0$ και $\Sigma F_x = ma_{cm}$ Þ

$F=m\cdot a_{cm}$ Þ $a_{cm}=2{,}5m/s^2$.

ii) Για την στροφική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε (παίρνοντας σαν θετική φορά, τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού):

$\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$ Þ $F\cdot R= \frac{1}{2}\ m\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$ Þ

$\alpha_{\gamma\omega\nu}=2F/mR= 10rad/s^2$.

iii) α) $\upsilon_{cm} = a\cdot t = 2{,}5m/s^2\cdot 4s= 10m/s$ και $\Delta x=1/2\ \ \alpha\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot 2{,}5\cdot 16m=20m$.

β) $\omega=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t=40rad/s$ και $\Delta\theta= \frac{1}{2}\ \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t^2= \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 16$ rad $=80rad$.

γ) Εξαιτίας της περιστροφής του κυλίνδρου ξετυλίχθηκε νήμα μήκους:

$\Delta l=\Delta\theta\cdot R=40m$, ενώ το άκρο Α, λόγω της μεταφορικής κίνησης μετατοπίσθηκε κατά $\Delta x=20m$. Άρα η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης είναι $\Delta x_{o\lambda}=60m$. Κατά συνέπεια:

$W_F=F\cdot\Delta x\cdot\sigma\upsilon\nu 0°=10\cdot 60\cdot 1J=600J$.

δ) Αν πάρουμε μόνο τη μεταφορική κίνηση: $W_1=F\cdot\Delta x=200J$.

ε) Για το έργο της ροπής: $W_\tau=W_2= \tau\cdot\Delta\theta=F\cdot R\cdot\Delta\theta=400J$.

Πραγματικά ο κύλινδρος λόγω μεταφορικής κίνησης έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια:

$K_{μετ} = ½\, mυ_{cm}^2 = ½\, 4\cdot 100J = 200J$, όσο και το W_1, ενώ εξαιτίας της στροφικής του κίνησης:

$K_{στρ} = ½\, Iω^2 = ½\, ½\, mR^2ω^2 = ¼\, 4\cdot 0{,}25\cdot 40^2 J = 400J$,

όσο είναι και το αντίστοιχο έργο της ροπής, εξαιτίας της οποίας και περιεστράφη ο κύλινδρος.

Με βάση το προηγούμενο παράδειγμα, θα μπορούσαμε να διατυπώσουμε το συμπέρασμα ότι:

«Αν ένα σώμα κάνει σύνθετη κίνηση και πάνω του ασκείται μία ή περισσότερες δυνάμεις, τότε το έργο τους (σαν δυνάμεις, οπότε επηρεάζουν τη μεταφορική κίνηση) θα συνδέεται με τη μεταβολή της μεταφορικής κινητικής ενέργειας του σώματος, ενώ το έργο τους (ως ροπές, οπότε επηρεάζουν την περιστροφική κινητική ενέργεια του σώματος) θα ισούται με τη μεταβολή της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του στερεού.

Οπότε ανακύπτει το:

Ερώτημα 2ο:

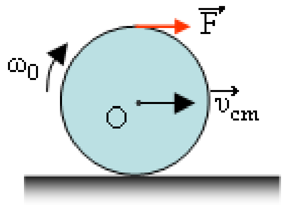
Σε μια σύνθετη κίνηση, μπορούμε να πάρουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε) μόνο για τη μεταφορική ή μόνο για την στροφική του κίνηση ή θα πρέπει να εφαρμόζεται ΜΟΝΟ για τη συνολική κίνηση;

Αν και με βάση το προηγούμενο παράδειγμα, η απάντηση είναι προφανής, ας το εξετάσουμε γενικά με βάση τα Μαθηματικά.

Αξίζει εδώ να τονισθεί ότι το Θ.Μ.Κ.Ε. δεν είναι κάποιος γενικός νόμος της φύσης (όπως η αρχή διατήρησης της ενέργειας) αλλά αυτό που λέει το όνομά του. Ένα Θεώρημα.

Ας το αποδείξουμε λοιπόν.

Ένα στερεό, ο κύλινδρος στο παραπάνω παράδειγμα, που εκτελεί σύνθετη κίνηση, έχοντας $υ_{cm}=υ_0$ και γωνιακή ταχύτητα $ω_0$, δέχεται σε μια στιγμή, μια σταθερή δύναμη F στην κατεύθυνση της ταχύτητας $υ_{cm}$, η οποία έχει και ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής.



Για τη μεταφορική του κίνηση θα ισχύουν:

$F=m\cdot a_{cm}$ Þ $α_{cm} = F/m$ οπότε $υ_{cm} = υ = υ_0 + α_{cm}\, t$ (1) και $x=υ_0 t + ½\, α_{cm}t^2$ (2)

Λύνοντας την (1) ως προς t παίρνουμε $t=(υ-υ_0)/αcm$ και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε: $χ= υ_0\cdot(υ-υ_0)/αcm + ½\, α_{cm}\cdot[(υ-υ_0)/αcm]^2 = (υ^2 – υ_0^2)/2αcm$

Παίρνουμε τώρα το έργο της δύναμης για μετατόπιση κατά x και έχουμε:

$W_F = F\cdot x = m\cdot α_{cm}\cdot(υ^2 – υ_0^2)/2αcm = ½\, mυ^2 - ½\, mυ_0^2$ $(1^α)$ Ή αλλιώς $W_F = K_{τελ} - K_{αρχ}$.

Βλέπουμε ότι ΜΟΝΟ για τη μεταφορική κίνηση του σώματος το θεώρημα ΙΣΧΥΕΙ.

Ας έλθουμε τώρα στην στροφική κίνηση: $Στ=I\cdot α_{γων}$, οπότε $ω=ω_0 + α_{γων}\cdot t$ (3)

και $Δθ=ω_0\cdot t+ ½\, α_{γων}\cdot t^2$ (4)

Λύνοντας την (3) ως προς t παίρνουμε $t=(ω-ω_0)/α_{γων}$ και με αντικατάσταση στην (4) παίρνουμε:
$Δθ= ω_0\cdot(ω-ω_0)/α_{γων} + ½\, α_{γων}\cdot[(ω-ω_0)/α_{γων}]^2 =(ω^2-ω_0^2)/2α_{γων}$.

Οπότε παίρνοντας το έργο της ασκούμενης ροπής έχουμε:

$W_τ = τ_{ρος}\cdot Δθ = I\cdot α_{γων} \cdot (ω^2-ω_0^2)/2α_{γων} = ½\, I\cdot ω^2 – ½\, Iω_0^2$. ($2^α$) Ή αλλιώς $Wτ= Kπερ_{τελ} – Kπερ_{αρχ}$.

Αποδείξαμε δηλαδή ότι το Θ.Μ.Κ.Ε. ισχύει αν εφαρμοστεί ΜΟΝΟ για την στροφική κίνηση του στερεού.

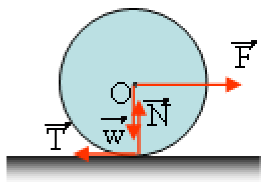
Βέβαια αν προσθέσουμε κατά μέλη τις εξισώσεις ($1^α$) και ($2^α$) θα έχουμε:

$W_F+ W_τ = (½\, mυ^2 + ½\, Iω^2) – (½\, mυ_0^2 + ½\, Iω_0^2)$ Ή διαφορετικά: $W_{Fολ} = K_{ολτελ} – K_{ολτελ}$.

Εξίσωση που μας λέει ότι το θεώρημα ισχύει **και** για την σύνθετη κίνηση.Μια εφαρμογή των παραπάνω:

Εφαρμογή $1^η$:

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύλινδρος μάζας 20kg και ακτίνας R=0,5m. Σε μια στιγμή δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=30N, όπως στο σχήμα. Αν δίνεται ότι ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς ολίσθηση ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I=1/2\; m\cdot R^2$, να βρεθούν για χρονικό διάστημα t=4s:



α) Η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, η γωνιακή του επιτάχυνση και το μέτρο της ασκούμενης τριβής.

β) Η ταχύτητα και η μετατόπιση του άξονα του κυλίνδρου.

γ) Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνία περιστροφής του κυλίνδρου.

δ) Το έργο της δύναμης F και το έργο της τριβής.

ε) Πώς συνδέεται η μεταφορική και η περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου με τα έργα των δυνάμεων;

Λύση:

α) Για τη μεταφορική κίνηση έχουμε:

$ΣF=m\cdot α_{cm}$ ή $F-T = m\cdot a_{cm}$ (1) ενώ για τη στροφική κίνηση:

$Στ= I\cdot α_{γων}$ ή $T\cdot R = ½\, mR^2\cdot α_{γων}$ ή $T= ½\, mR\cdot α_{γων}$. (2)

Επειδή όμως ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση ισχύει $α_{cm} =α_{γων}\cdot R$ και με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (2) λαμβάνουμε:

$F= ½\, mRα_{γων} + mα_{cm}$ ή $F= 3/2\; mα_{cm}$ ή $α_{cm} = 2F/3m$ και με αντικατάσταση:

$α_{cm} =2\cdot 30/3\cdot 20 m/s^2 =1m/s^2$. Οπότε και $α_{γων} = α_{cm}/ R= 2rad/s^2$. Και από τη σχέση (1) έχουμε $T=F-m\cdot\alpha_{cm}=(30-20\cdot1)N=10N$

β) Η μεταφορική κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη άρα $\upsilon=\alpha_{cm}\cdot t$ $=1m/s^2\cdot4s=4m/s$ και $x=½\ a_{cm}\cdot t^2=½\ 1m/s^2\cdot16s^2=8m$.

γ) Η στροφική κίνηση του κυλίνδρου είναι ομαλά επιταχυνόμενη, οπότε:

$\omega=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t=2rad/s^2\cdot4s=8rad/s$ και $\theta=½\ \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t^2=½\cdot2\cdot16\ rad=16rad$.

δ) Για τα έργα των δυνάμεων έχουμε: $W_F=F\cdot x\cdot\sigma\upsilon\nu0°=30N\cdot8m=240J$. $W_T=T\cdot\Delta x\cdot\sigma\upsilon\nu180°=10N\cdot0=0\ J$

Αφού η τριβή είναι στατική, δεν μετατοπίζεται το σημείο εφαρμογής της (η ταχύτητα του σημείου εφαρμογής της είναι μηδενική), κατά συνέπεια δεν παράγει έργο.

Ε) Ο κύλινδρος έχει μεταφορική κινητική ενέργεια: $K_1=½\ m\upsilon^2=½\ 20\cdot16\ J=160J$

Και περιστροφική κινητική ενέργεια: $K_2=½\ I\ \omega^2=½\ ½\ mR^2\omega^2=¼\ 20\cdot0{,}25\cdot64\ J=80J$

Ας παρατηρήσουμε ότι η ολική κινητική ενέργεια που απέκτησε ο κύλινδρος είναι $K_1+K_2=240J=W_F$, αφού μόνο η δύναμη F μεταφέρει ενέργεια στο σώμα.

Ερώτημα 3ο:

Δηλαδή στην παραπάνω εφαρμογή μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας μόνο για τη μεταφορική ή μόνο για την στροφική κίνηση; Και αν ναι, γιατί να το κάνουμε; Υπάρχει λόγος;

Η απάντηση μπορεί να προκύψει, αν αναρωτηθούμε γενικά ποιος ο λόγος που χρησιμοποιούμε το μέγεθος έργο. Τι εκφράζει το μέγεθος αυτό, τι πληροφορίες μας δίνει;

Οι γνωστές ιδέες:

- Το έργο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα Α σε ένα άλλο Β. Μετράει λέμε τη μεταφορά ενέργειας.
- Το έργο μετράει την ενέργεια που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη. Μετράει δηλαδή τη μετατροπή ενέργειας.

Στην παραπάνω εφαρμογή πώς δικαιολογούνται τα παραπάνω;

Το έργο μιας δύναμης F μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από αυτόν που ασκεί τη δύναμη στον κύλινδρο. Κανένα πρόβλημα. Το έργο της τριβής είναι μηδέν, άρα ούτε δίνει ούτε παίρνει ενέργεια.

Ναι, αλλά πώς γίνεται το μοίρασμα μεταξύ μεταφορικής και κινητικής ενέργειας; Υπάρχει κάποιο έργο για να μετρήσουμε αυτήν την μετατροπή; Η τριβή παίζει κάποιο ρόλο;

Η απάντηση είναι πώς ΝΑΙ. Η τριβή είναι αυτή που προκαλεί την περιστροφή του κυλίνδρου. Αρκεί να σκεφτούμε ότι, αν το επίπεδο ήταν λείο, ο κύλινδρος δεν θα στρεφόταν και αν μεταφερόταν ενέργεια από τη δύναμη F ίση με 240J, αυτή θα εμφανιζόταν μόνο με τη μορφή της μεταφορικής κινητικής ενέργειας.

Και πώς πάνε τώρα λοιπόν τα πράγματα;

- Ας εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. μόνο για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου και για μετατόπιση κατά x=8m ας υπολογίσουμε την ταχύτητα που αποκτά ο κύλινδρος.

$K_{τελ}$-$K_{αρχ}$ = W_F+ W_T+W_w+W_N. ενώ W_w=W_N=0

Αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση και $K_{αρχ}$ = 0, οπότε:

½ m$υ^2$ = F·x·συν0° + T·x·συν180° ή ½ m$υ^2$ = 30·8J-10·8J ή ½ m$υ^2$ =240 J -80 J από όπου υ= 4m/s.

Παρατηρούμε ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για να υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του κυλίνδρου. Στην παραπάνω εξίσωση μπαίνει έργο για την ΣΤΑΤΙΚΗ τριβή και υπολογίζεται ίσο με – 80J. Ποια η φυσική του σημασία;

Όσον αφορά τη μεταφορική κίνηση του σώματος η στατική τριβή αφαιρεί ενέργεια 80J από τον κύλινδρο.

Και τι την κάνει;;;

- Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. μόνο για τη στροφική κίνηση και για περιστροφή κατά γωνία θ=16rad και έχουμε:

$K_{τελ}$- $K_{αρχ}$ = Wτ ή ½ I$ω^2$ = τ·θ ή ½ I·$ω^2$ = TR·θ ή ½ I·$ω^2$ = 10· 0,5·16J ή ½ I·$ω^2$ =80J

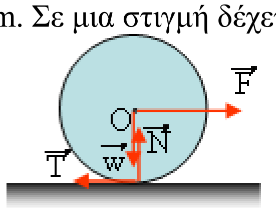
από όπου παίρνουμε: ω= 16rad/s.

Βλέπουμε δηλαδή ότι **όση ενέργεια αφαιρεί από τη μεταφορική κίνηση η τριβή (σαν δύναμη) την μετατρέπει σε κινητική περιστροφική ενέργεια, μέσω του έργου της ροπής της.**

Και αν η τριβή δεν είναι στατική;

Εφαρμογή 2η:

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύλινδρος μάζας 20kg και ακτίνας R=0,5m. Σε μια στιγμή δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=120N, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου είναι $μ_s$=μ=0,15. Αν δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ m·R^2 και g=10m/s^2, να βρεθούν για χρονικό διάστημα t=4s:



α) Η ταχύτητα του άξονα και η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.

β) Η μετατόπιση του άξονα του κυλίνδρου και η γωνία περιστροφής του.

γ) Τα έργα της δύναμης F και της τριβής (ως δύναμης για τη μεταφορική κίνηση)

δ) Το έργο της ασκούμενης ροπής.

ε) Την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική.

Λύση:

a) Το βασικό ερώτημα είναι αν ο κύλινδρος ολισθαίνει ή όχι.

Υποθέτουμε λοιπόν ότι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, οπότε θα ισχύει και η γνωστή μας σχέση $υ_{cm}$ = ωR και έχουμε:

$ΣF_y$= 0 ή N=mg και $ΣF_x$ =m·$α_{cm}$ ή F-T = m·$α_{cm}$ (1)

$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T\cdot R = ½\, m\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $T= ½\, mR\alpha_{\gamma\omega\nu}$ (2)

Και με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (2) βρίσκουμε: $F= m\alpha_{cm} + mR\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή $F= 3/2\, m\alpha_{cm}$

από όπου $\alpha_{cm}= 2\cdot 120/3\cdot 20 m/s^2 = 4m/s^2$. Βρίσκουμε τώρα το μέτρο της τριβής από την (2)

$T= ½\, m\alpha_{cm}= ½\, 20\cdot 4N= 40N$ και την συγκρίνουμε με την μέγιστη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει, δηλαδή με την οριακή τιμή της τριβής, που είναι:

$T_{o\rho}=\mu_s N= \mu\cdot N=\mu mg= 0{,}15\cdot 20\cdot 10N=30N$.

Βλέπουμε ότι $T>T_{o\rho}$ άρα η υπόθεσή μας ότι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει δεν ευσταθεί. Ο κύλινδρος ολισθαίνει και η ασκούμενη τριβή είναι ολίσθησης με μέτρο T=30N.

Από την εξίσωση (1) παίρνουμε $\alpha_{cm}=(F-T)/m =(120-30)/20\ m/s^2 =4{,}5m/s^2$, ενώ από τη σχέση (2) έχουμε $\alpha_{\gamma\omega\nu}= 2T/mR =2\cdot 30/20\cdot 0{,}5\ rad/s^2=6rad/s^2$.

Έτσι για τις ταχύτητες έχουμε: $\upsilon_{cm}= \alpha_{cm}\cdot t= 4{,}5m/s^2\cdot 4s =18m/s$ και

$\omega= \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t=6rad/s^2\cdot 4s=24rad/s$.

β) Η μετατόπιση του άξονα του κυλίνδρου είναι $x= ½\, \alpha_{cm}\cdot t^2 = ½\, 4{,}5 \cdot 16m= 36m$, ενώ η γωνία περιστροφής: $\theta= ½\, \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t^2 = ½\, 6\cdot 16rad=48\ rad$.

γ) Τα έργα των δυνάμεων είναι: $W_F= F\cdot x\cdot \sigma\upsilon\nu\theta =120N\cdot 36m\cdot 1=4320\ J$ και

$W_T =T\cdot x\cdot \sigma\upsilon\nu 180° =30N\cdot 36m\cdot(-1)= - 1080\ J$

Να σημειωθεί ότι το παραπάνω έργο είναι της τριβής μόνο για τη μεταφορική κίνηση.

δ) Το έργο της ροπής της τριβής είναι: $W_\tau= \tau\cdot\theta =T\cdot R\cdot\theta =30N\cdot 0{,}5m\cdot 48 = 720\ J$

ε) Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι μέσω της τριβής αφαιρείται ενέργεια 1080 J ενώ μόνο 720J μετατρέπονται σε περιστροφική κινητική ενέργεια. Τα υπόλοιπα; Η υπόλοιπη είναι η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική,

δηλαδή $Q=|-1080J| -| 720\ J| =360\ J$. Γιατί είναι τόση η θερμική ενέργεια;

Βρήκαμε ότι ο κύλινδρος περιεστράφη κατά θ= 48rad, γωνία στην οποία αντιστοιχεί τόξο $s=\theta\cdot R= 48\cdot 0{,}5m =24m$ και αφού η οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου είναι x=36m, ο κύλινδρος γλίστρησε κατά: $X_1=x-s =36m-24m =12m$

Οπότε η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική είναι: $Q = |T\cdot X_1|= 30N\cdot 12m=360\ J$.