

1. Αν  $A = 2\chi + 3\psi - \omega$ ,  $B = 3\chi - 4\psi + \omega$  και  $\Gamma = -5\chi + \psi + \omega$  να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:  $\Lambda = A^2 + AB + A\Gamma$ .

2. Δίνονται τα πολυώνυμα  $f(x) = 2x^2 + 3x$  και  $g(x) = 3x - 4$ . Να δειχθεί ότι η τιμή της παράστασης:  $A = f(x - 3) + g(2x + 1) - 2x^2 + 3x$  είναι ανεξάρτητη του  $\chi$ .

3. Αν  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  να δειχθεί ότι  $A f(x+2) - f(x) + f(0) = 4x$ .

4. Να δειχθεί ότι:

i.  $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)^3 - \alpha^4 + \beta^4 = 2\alpha\beta(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$

ii.  $\alpha^4 - \beta^4 - (\alpha - \beta)^3(\alpha + \beta) = 2\alpha\beta(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$

5. Να δειχθεί ότι:

i.  $(\alpha + \beta + \gamma)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 + 3(\alpha + \beta)(\alpha + \gamma)(\beta + \gamma)$

ii. Αν  $\alpha + \beta + \gamma = 0$  τότε  $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$

iii.  $(\alpha - \beta)^3 + (\beta - \gamma)^3 + (\gamma - \alpha)^3 = 3(\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)$

6. Αν  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$  να δειχθεί ότι:

$$(3\alpha - 4\alpha^3)^2 + (3\beta - 4\beta^3)^2 = 1$$

7. Αν  $(\chi + \alpha)^2 + (\psi + \beta)^2 = 4(\alpha\chi + \beta\psi)$  να δειχθεί ότι  $\chi = \alpha$  και  $\psi = \beta$ .

8. Αν  $\alpha + \beta + \gamma = \kappa$  και  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \lambda$  να υπολογιστεί η παράσταση  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ .

9. Αν  $\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)(\alpha + \beta) = 4$  με  $\alpha\beta \neq 0$  να δειχθεί ότι  $\alpha = \beta$ .

10. Αν  $\alpha + \beta = 1$  να δειχθεί ότι:

$$\alpha^3(\beta + 1) - \beta^3(\alpha + 1) = \alpha - \beta.$$

11. Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i.  $\alpha(\beta + \gamma)^2 + \beta(\gamma + \alpha)^2 + \gamma(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta\gamma$

ii.  $(\alpha\chi + \beta\psi + \chi^2 - \psi^2)^2 - (\alpha\psi + \beta\chi)^2$

12. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

i.  $(a^2 + a - 1)(a^2 - a + 1) - (a^2 + a + 1)(a^2 - a - 1)$

ii.  $(a^2 + a - 1)(a^2 + a + 1) - (a^2 - a + 1)(a^2 - a - 1)$

13. Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση:

$$(\chi + \psi + \omega)(\chi\psi + \psi\omega + \omega\chi) - \chi\psi\omega.$$

14. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

$$\frac{5\chi^2 - 15\chi}{5\chi^2 - 45} \text{ και } \frac{9(2\chi - 1)^2 - (2\chi + 3)^2}{8(4\chi^2 - 12\chi + 9)}$$

15. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{1}{(\chi - \psi)(\chi - \omega)} + \frac{1}{(\psi - \omega)(\psi - \chi)} + \frac{1}{(\omega - \chi)(\omega - \psi)}$$

$\chi \neq \psi \neq \omega.$

16. Να δειχθεί ότι:

$$\frac{\beta\gamma}{(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)} + \frac{\alpha\gamma}{(\beta - \gamma)(\beta - \alpha)} + \frac{\alpha\beta}{(\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)} = 1$$

με  $\alpha \neq \beta \neq \gamma.$

17. Να βρεθεί το άθροισμα:

$$\frac{(\chi^2 - 9)^2 - (\chi + 5)(\chi - 3)^2}{(\chi^2 + \chi - 12)^2} + \frac{(\chi^2 - 1)^2 + 9(\chi + 1)^3}{(\chi^2 + 6\chi + 5)^2}$$

18. Αν  $A = \chi^2 + 2\chi - 8$ ,  $B = \chi^2 + 8\chi + 16$  και  $\Gamma = \chi^2 - 4\chi + 4$  να δειχθεί ότι  $A^2 = B\Gamma$  και να απλοποιηθεί το κλάσμα:

$$\frac{\Gamma + A}{\Gamma - A}$$

19. Αν  $A = \chi^2 - \chi - 30$ ,  $B = \chi^2 + 10\chi + 25$  και  $\Gamma = \chi^2 - 12\chi + 36$  να δειχθεί ότι  $A^2 = B\Gamma$  και να απλοποιηθεί το κλάσμα:

$$\frac{\Gamma + A}{\Gamma - A}$$

20. Αν είναι:  $\frac{1}{\chi} + \frac{1}{\psi} + \frac{1}{\omega} = 0$  και  $\chi\psi\omega \neq 0$

να δειχθεί ότι:  $(\chi + \psi + \omega)^2 = \chi^2 + \psi^2 + \omega^2.$

21. Να δειχθεί ότι η παράσταση:

$$\frac{\chi + \psi}{\chi\psi} \left( \frac{1}{\chi} - \frac{1}{\psi} \right) - \frac{\psi + \omega}{\psi\omega} \left( \frac{1}{\omega} - \frac{1}{\psi} \right) \text{ με } \chi\psi\omega \neq 0$$

είναι διαφορά τετραγώνων.

22. Αν  $\alpha = \frac{1+\chi}{1+\chi\psi}$  και  $\beta = \frac{\chi+\chi\psi}{1+\chi\psi}$

να βρεθεί η τιμή του κλάσματος:

$$\frac{\alpha + \beta - 1}{\alpha - \beta + 1}$$

23. Να απλοποιηθεί το κλάσμα:

$$\frac{\frac{\chi + \psi}{\chi - \psi} - 1}{\frac{\chi - \psi}{\chi + \psi} + 1}$$

24. Να απλοποιηθεί το κλάσμα:

$$\frac{\frac{\chi}{1+\chi} + \frac{1-\chi}{\chi}}{\frac{\chi}{1+\chi} - \frac{1-\chi}{\chi}}, \chi \neq 0, 1$$

<http://blogs.sch.gr/nikolaouasi>