



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ, ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ

*Λογικομαθηματικές έννοιες που
αναπτύσσονται σε περιβάλλοντα
συνεργατικής μάθησης, τα οποία
υποστηρίζονται από εργαλεία
Σύγχρονης Τεχνολογίας*

ΜΑΡΙΑ Ι. ΛΑΤΣΗ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Αθήνα, Δεκέμβριος 2011

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Επόπτης: Καθ. Π. Κυνηγός

Μέλη:

Καθ. Θ. Ζαχαριάδης

Επιτ. Καθ. Ι. Μαρμαρινός

Στα παιδιά μου,
Δημήτρη και Κατερίνα

Ευχαριστίες

Θα ήθελα και από τη θέση αυτή να εκφράσω τις πιο θερμές μου ευχαριστίες στον εποπτεύοντα Καθ. κ. Κυνηγό Π., στον Καθ. κ. Ζαχαριάδη Θ. και στον Επίτ. Καθ. κ. Μαρμαρινό Ι., μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, για τις πολύτιμες υποδείξεις, την ηθική συμπαράσταση που μου προσέφεραν και τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσαν κατά την τιμητική για μένα συνεργασία.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Κυνηγό, ο οποίος με βοήθησε στη διαμόρφωση της οριστικής επιλογής του θέματος και με έφερε σε επαφή με ένα πλούσιο και γεμάτο προκλήσεις επιστημονικό περιβάλλον. Η ενθάρρυνση που μου παρείχε, οι κατάλληλες υποδείξεις και η κριτική που άσκησε στην πορεία της διαμόρφωσης της διατριβής μου ήταν για μένα η κύρια πηγή άντλησης ιδεών, προκλήσεων και αισιοδοξίας.

Υπήρξα ιδιαίτερα τυχερή που συνεργάστηκα με τα στελέχη και τα άλλα μέλη τους Εργαστηρίου Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας, τα οποία αποτελούν πραγματικά μια αξιοθαύμαστη κοινότητα μάθησης. Αισθάνομαι την ανάγκη να τους ευχαριστήσω όλους.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω θερμά τη διεύθυνση και το διδακτικό προσωπικό του 2^{ου} Δημοτικού σχολείου Αγίας Παρασκευής Αττικής και του 3^{ου} Δημοτικού σχολείου Ν. Περάμου Αττικής για τη φιλοξενία που μου παρείχαν στα σχολεία τους και την υποστήριξη κατά τη διάρκεια της έρευνας.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω της ευγνωμοσύνη μου στην οικογένειά μου και ιδιαίτερα στο σύζυγό μου Γιάννη Σταμπόλα, ο οποίος όλα αυτά τα χρόνια σεβάστηκε τις επιλογές μου και με στήριξε έμπρακτα στην προσπάθειά μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	10
1.1	Οριοθέτηση και στήριξη του θέματος	10
1.2	Ερευνητικά ερωτήματα.....	15
1.3	Επισκόπηση κεφαλαίων.....	16
2	ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	19
2.1	Εισαγωγή.....	19
2.2	Κονστρουκτιβισμός και ψηφιακές τεχνολογίες	21
2.2.1	Κονστρουκτιβισμός	21
2.2.2	Κονστρουκτιονισμός.....	23
2.2.2.1	Υπολογιστικοί μικρόκοσμοι.....	24
2.2.2.2	Ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας.....	25
2.3	Οικοδομώντας τη γνώση σε κοινωνιοπολιτισμικά πλαίσια.....	30
2.3.1	Η κοινωνική προέλευση της γνώσης	30
2.3.2	Εγκαθιδρυμένη μάθηση και εγκαθιδρυμένη αφαίρεση.....	33
2.4	Εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης της γνώσης.....	37
2.4.1	Τεχνολογικά κατασκευάσματα και εργαλεία.....	39
2.4.2	Γλώσσα.....	42
2.4.3	Χειρονομίες και κίνηση του σώματος.....	44
2.4.4	Η πολυσημειωτική γλώσσα των Μαθηματικών	47
2.4.5	Σημειωτική διαμεσολάβηση και ψηφιακά εργαλεία.....	51
2.5	Η έννοια της γωνίας ως αντικείμενο διδασκαλίας.....	55
2.5.1	Πτυχές της έννοιας της γωνίας.....	55
2.5.2	Η γωνία ως αντικείμενο διδασκαλίας.....	58
2.5.3	Η γωνία στα πλαίσια της Γεωμετρίας της Χελώνας.....	62
2.6	Σύννοψη	69
2.6.1	‘Μεγάλες’ θεωρίες και ενδιάμεσα θεωρητικά πλαίσια	69
2.6.2	Θεωρητική πλαισίωση και ερευνητική διαδικασία	71
3	Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	73
3.1	Εισαγωγή.....	73
3.2	Η πιλοτική έρευνα.....	75
3.2.1	Η επιρροή της πιλοτικής στην κυρίως έρευνα.....	77
3.3	Η επιλογή ερευνητικής μεθόδου.....	79

3.4	Ο σχεδιασμός μικροκόσμων και δραστηριοτήτων ως εργαλείο έρευνας	83
3.4.1	Οι υπολογιστικές πλατφόρμες.....	83
3.4.2	Ανάλυση δραστηριοτήτων: Προσεγγίζοντας δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας .	88
3.4.2.1	Η γωνία ως στροφή μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας	90
3.4.2.1.1	Το ‘χρονόμετρο’: Κινώντας μόνο τον ένα δείκτη.....	93
3.4.2.1.2	Ρυθμίζοντας την ώρα: Κινώντας το λεπτοδείκτη και τον ωροδείκτη	96
3.4.2.1.3	Δύο χρονόμετρα.....	99
3.4.2.1.4	Ζωγραφίζοντας το κυκλικό περίβλημα ενός ρολογιού.....	101
3.4.2.2	Διαγράφοντας γωνίες ως αποτέλεσμα πλοήγησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο	104
3.4.2.2.1	Η ιπτάμενη χελώνα.....	105
3.4.2.2.2	Το εικονικό δωμάτιο.....	107
3.4.2.2.3	Κατασκευάζοντας το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει.....	109
3.4.2.2.4	Κατασκευάζοντας το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας.....	111
3.4.2.2.5	Κατασκευάζοντας το μοντέλο της φτερωτής ενός ανεμόμυλου.....	113
3.5	Η κυρίως έρευνα	115
3.5.1	Το περικείμενο της έρευνας.....	115
3.5.1.1	Το σχολείο	115
3.5.1.2	Η τάξη	116
3.5.1.3	Οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί	116
3.5.2	Η συλλογή δεδομένων.....	117
3.5.2.1	Η διάρκεια της έρευνας.....	117
3.5.2.2	Ο ρόλος του ερευνητή	117
3.5.2.3	Είδη ερευνητικών δεδομένων	118
3.5.2.4	Μέσα συλλογής δεδομένων.....	119
3.6	Μέθοδος ανάλυσης	121
3.6.1	Η μετεγγραφή των δεδομένων.....	121
3.6.2	Το πολυτροπικό επεισόδιο ως μονάδα ανάλυσης της μαθησιακής διαδικασίας.....	123
3.6.3	Οι φάσεις της ανάλυσης	124
3.7	Η δεοντολογία της έρευνας.....	128
4	ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΟΝΤΑΣ ΝΟΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΟ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΤΟΥ ΧΕΛΩΝΟΚΟΣΜΟΥ.....	130
4.1	Εισαγωγή.....	130
4.2	Διαδικασίες προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής	132
4.2.1	Κατηγοριοποίηση των διαδικασιών προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής	132
4.2.2	Αριθμητικές στρατηγικές	138

4.2.3	Γεωμετρικές στρατηγικές.....	145
4.2.4	Μικτές στρατηγικές	151
4.2.5	Σύνοψη.....	156
4.3	Η χρήση μεταφορών και η γωνία στροφής	161
4.3.1	Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας.....	161
4.3.2	Η μεταφορά της χελώνας	167
4.3.3	Σύνοψη.....	177
4.4	Μεταβάλλοντας δυναμικά το μέγεθος της γωνίας στροφής.....	179
4.4.1	Ο μεταβολέας ως χειριστήριο αντικειμένων της διεπιφάνειας.....	181
4.4.2	Ο μεταβολέας ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης.....	186
4.4.3	Σύνοψη.....	190
4.5	Επισκόπηση αποτελεσμάτων και σύνθεση	193
5	ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΟΝΤΑΣ ΝΟΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΟΝ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΟΥΜΕΝΟ ΧΩΡΟ ΤΟΥ MALT2	201
5.1	Εισαγωγή.....	201
5.2	Η γωνία στροφής της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο.....	204
5.2.1	Το γήινο πλαίσιο αναφοράς.....	205
5.2.2	Η χρήση του σώματος και ο προσανατολισμός της χελώνας	208
5.2.3	Η χρήση της παλάμης και ο προσανατολισμός της χελώνας.....	212
5.2.4	Η χελώνα ως τριδιάστατο αντικείμενο και ο προσανατολισμός της	218
5.2.5	Χρήση λεκτικών εκφράσεων από την καθημερινή εμπειρία και συντονισμός με τη χελώνα 224	
5.2.6	Η χρήση δομικών λίθων γωνίας στροφής.....	227
5.2.7	Σύνοψη.....	229
5.3	Σχεδίαση τριδιάστατων αντικειμένων και γωνία στροφής	233
5.3.1	Ενσώματος συλλογισμός και διέδρες γωνίες	234
5.3.2	Η αλληλόδραση του προγραμματισμού και της φαινομενολογίας της οθόνης.....	239
5.3.2.1	Οι δυσκολίες εξοικείωσης με τις συμβάσεις κατασκευής και αναπαράστασης τριδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο	239
5.3.2.2	Από μια ρεαλιστική-νατουραλιστική σε μια μαθηματική-γεωμετρική θέαση των γραφικών αναπαραστάσεων.....	242
5.3.3	Σύνοψη.....	246
5.4	Σχεδίαση τρισδιάστατων αντικειμένων και δυναμικά μεταβαλλόμενη γωνία στροφής.....	249
5.4.1	Ο μεταβολέας ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας.....	251

5.4.1.1	Αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου	251
5.4.1.2	Οπτικός έλεγχος και διαχείριση της κατασκευής.....	253
5.4.1.2.1	Οι γραφικές αναπαραστάσεις ως διακριτά στιγμιότυπα μιας δυναμικής διαδικασίας.....	253
5.4.1.2.2	Οι γραφικές αναπαραστάσεις ως δυναμικά εναλλασσόμενα στιγμιότυπα...	260
5.4.2	Ο μεταβολέας ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης συμβολικού ελέγχου και φαινομενολογίας της σκηνής.....	263
5.4.2.1	Παλινδρόμηση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης.	263
5.4.2.2	Αναγνώριση της αλληλόδρασης μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης	269
5.4.3	Σύνοψη.....	273
5.5	Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και γωνία στροφής.....	276
5.5.1	Αλλαγή προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου μέσω αλλαγής της θέσης και του προσανατολισμού της κάμερας	277
5.5.2	Αλλαγή προοπτικής θέασης των τρισδιάστατων αντικειμένων μέσα από τη χρήση του μονοδιάστατου μεταβολέα.....	284
5.5.3	Αλλαγή προοπτικής θέασης μέσω προγραμματισμού.....	287
5.5.4	Σύνοψη.....	290
5.6	Επισκόπηση αποτελεσμάτων και σύνθεση.....	293
6	Η ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	306
6.1	Το σκεπτικό της επέκτασης της έρευνας.....	306
6.2	Καθορισμός του τρόπου θέασης του προσομοιούμενου χώρου στο MaLT 3	309
6.3	Το περιεχόμενο της επέκτασης της έρευνας	312
6.4	Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και γωνία στροφής.....	314
6.4.1	Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και συντονισμός με τη χελώνα.....	315
6.4.2	Εναλλαγή οπτικών και διαδικασίες κατασκευής που χαρακτηρίζονται ως ‘μερεμέτι’..	322
6.4.3	Εξωγενής προοπτική θέασης και αναλυτικές κατασκευαστικές διαδικασίες.....	329
6.5	Σύνοψη των αποτελεσμάτων της ανάλυσης και συζήτηση	334
7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	338
7.1	Εισαγωγή.....	338
7.2	Νοήματα σχετικά με την έννοια της γωνίας.....	340
7.3	Κομβικές παράμετροι της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων.....	344
7.3.1	Η χρήση μεταφορών.....	344
7.3.2	Γραφικές αναπαραστάσεις, συμβολική δραστηριότητα και δυναμικά μεταβαλλόμενη γωνία στροφής	347

7.3.3	<i>Προοπτική θέασης του προσομοιούμενου χώρου</i>	351
7.3.4	<i>Ενσώματες αναπαραστάσεις και χειραπτικά αντικείμενα</i>	354
7.4	<i>Παιδαγωγικές ενδείξεις και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα</i>	359
8	<i>ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ</i>	361
9	<i>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</i>	374
9.1	<i>Ποσοτικά δεδομένα</i>	374
9.1.1	<i>Ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών στο πλαίσιο του υπολογιστικού περιβάλλοντος 'Χελωνόκοσμος'</i>	374
9.1.2	<i>Ποσοτικά δεδομένα ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων στα πλαίσια του υπολογιστικού περιβάλλοντος MaLT</i>	378
9.2	<i>Φύλλα εργασίας</i>	381
9.2.1	<i>Στο δισδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου</i>	381
9.2.2	<i>Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT</i>	402

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Οριοθέτηση και στήριξη του θέματος

Η γεωμετρία συνδέεται στην πρωταρχική της μορφή με την αντίληψη του χώρου, κάτι που μαρτυρά τόσο η ετυμολογία της λέξης όσο και η ιστορική πορεία των διαφόρων γεωμετρικών εννοιών. Εκκινώντας από πρακτικές δραστηριότητες και την ανάγκη του ανθρώπου να περιγράψει τον περιβάλλοντα χώρο, οι γεωμετρικές φόρμες έγιναν σταδιακά αντιληπτές αφαιρετικά και περιγράφησαν θεωρητικά με αξιωματικό τρόπο. Όταν όμως αναφερόμαστε στην εκπαίδευση των παιδιών, η γεωμετρία εξακολουθεί να αφορά πρωτίστως *‘την αντίληψη του χώρου στον οποίο τα παιδιά ζουν, αναπνέουν και κινούνται’* (Freudenthal, 1983, p. 403). Σήμερα, παρατηρείται ένα συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον αναφορικά με τον τρόπο που οι ψηφιακές τεχνολογίες μπορούν να προάγουν τη διδασκαλία και μάθηση της γεωμετρίας, η συμβολή των οποίων θεωρείται ότι συνδέεται στενά με τη διαδραστικότητα, τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις, το δυναμικό χειρισμό και τη δυναμική εξεικόνιση (Laborde et al., 2006). Αν μάλιστα –σε αντίθεση με την πλατωνική άποψη– θεωρήσουμε την ανθρώπινη δραστηριότητα και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια γεωμετρικών δραστηριοτήτων ως τμήμα της γεωμετρίας, πρέπει να παραδεχτούμε ότι η ίδια η γεωμετρία αλλάζει με τη χρήση των εν λόγω τεχνολογιών (Holzl, 1996, Strasser, 2001).

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή το ερευνητικό ενδιαφέρον στρέφεται γύρω από μια γεωμετρική έννοια, αυτή της γωνίας, η οποία μαζί με το μήκος αποτελεί πιθανότατα το πιο σημαντικό μαθηματικό εργαλείο (White & Mitchelmore, 2001a) για την περιγραφή και ανάλυση του φυσικού χώρου (π. χ. στις κατασκευές, τη σχεδίαση, τον προσανατολισμό). Με στόχο την αναζήτηση ενδείξεων αναφορικά με τον τρόπο που θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν οι δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών για τη διδασκαλία στο δημοτικό σχολείο πολυσύνθετων εννοιών, όπως αυτή της γωνίας, στη βάση των πορισμάτων σύγχρονων ερευνών της παιδαγωγικής επιστήμης, η παρούσα έρευνα εστιάζει τόσο στην ανάπτυξη ψηφιακών εργαλείων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων όσο και στην εφαρμογή αυτών σε πραγματικές σχολικές συνθήκες. Η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας (δες κεφάλαιο 2) υπογραμμίζει την ανάγκη επιπλέον έρευνας, καθώς τα νοήματα που οι μαθητές κατασκευάζουν σχετικά με τις διάφορες γεωμετρικές έννοιες δεν μπορούν να αποσυνδεθούν από συγκεκριμένα περικείμενα (φυσικά ή μη), ενσώματες εμπειρίες, δυνατότητες δράσης με συγκεκριμένα εργαλεία, καθώς και τη χρήση μεταφορών (English, 1997, Mariotti, 2002, Kress et al, 2001, Kynigos & Psycharis, 2009). Ειδικότερα, όσον αφορά στην έννοια της γωνίας ως αντικείμενο διδασκαλίας στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση πρέπει να επισημανθούν τα εξής:

○ Η πλειοψηφία των ερευνών αφορά στατικές πτυχές της έννοιας της γωνίας και αντίστοιχα τα συμπεράσματά τους αναφορικά με τις δυσκολίες των παιδιών σχετίζονται με τη χρήση στατικών μέσων, όπως το χαρτί και το μολύβι (Piaget et al, 1960, Lehrer et al, 1998, Keiser, 2004) .

○ Αν και στα νέα βιβλία του Δημοτικού Σχολείου υπάρχει έντονη η τάση να συμπεριληφθούν δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας, αυτό γίνεται μέσω στατικών αναπαραστάσεων, γεγονός που μπορεί να δημιουργήσει πρόσθετα προβλήματα στους μαθητές. Οι στατικές αναπαραστάσεις δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας, σύμφωνα με τους Clements et al. (1996), οσοδήποτε καλά σχεδιασμένες και αν είναι, μπορεί να είναι όχι απλώς ανεπαρκείς, αλλά και να καθυστερήσουν την ανάπτυξη των δυναμικών εννοιών της στροφής και του μεγέθους της, καθώς και το συσχετισμό αυτών με συγκεκριμένα γεωμετρικά σχήματα. Έντονη λοιπόν είναι η ανάγκη για διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο δυναμικά μέσα και ενσώματες μεταφορές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την προσέγγιση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας (Kynigos, 1997, Psycharis & Kynigos, 2008).

○ Η δυνατότητα που μας δίνουν οι ψηφιακές τεχνολογίες για δυναμική εξεικόνιση του επιπέδου και του τρισδιάστατου χώρου, αλλά και η δυνατότητα λειτουργικής σύνδεσης της έννοιας της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους είναι κάτι που χρήζει περαιτέρω διερεύνησης. Η πλούσια ερευνητική δραστηριότητα αναφορικά με την έννοια της γωνίας με χρήση υπολογιστικών περιβαλλόντων, όπως αυτά της Γεωμετρίας της Χελώνας (Kieran et al., 1986, Cope & Simmons, 1991, Magina & Hoyles, 1997, Clements & Burns, 2000), δεν αποτελεί παρά ένδειξη της ανάγκης για περαιτέρω έρευνα, αφενός λόγω των ραγδαίων τεχνολογικών εξελίξεων -π.χ. η ανάπτυξη περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας ή η επέκταση της Γεωμετρίας της Χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο- αφετέρου λόγω της επισήμανσης της ανάγκης από πολλούς ερευνητές για προσεκτικό διδακτικό σχεδιασμό. Για παράδειγμα τον αρχικό ενθουσιασμό για τα περιβάλλοντα της Γεωμετρίας της Χελώνας, όπου η απλή έκθεση στο υπολογιστικό περιβάλλον θα αρκούσε για την κατασκευή μαθηματικών νοημάτων, διαδέχτηκε μια πολύ πιο μετριοπαθής στάση, όπου τα υπολογιστικά αυτά περιβάλλοντα αντιμετωπίζονται κυρίως ως 'διανοητικά πλαίσια' για την ανάπτυξη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων (Clements & Sarama, 1997b, Healy & Kynigos, 2009). Τα νέα είδη αναπαραστάσεων (π.χ. η τρισδιάστατη χελώνα σε ένα προσομοιούμενο τρισδιάστατο χώρο), τα νέα είδη πρόσβασης σε συμβατικές αναπαραστάσεις (π.χ. δυναμικός χειρισμός των τιμών των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών που κατασκευάζουν γεωμετρικές αναπαραστάσεις), καθώς και ο τρόπος που αυτές οι αλλαγές επηρεάζουν τη συμβολική δραστηριότητα και την κατασκευή μαθηματικών νοημάτων χρειάζεται διερεύνηση.

Αλλάζοντας τις δομές και τα μέσα που χρησιμοποιούνται για τη μαθηματική έκφραση προκαλούνται αλλαγές στις πιθανές μαθηματικές πρακτικές (Healy, 2008), αλλαγές που δεν έχουν μόνο μια πραγματιστική διάσταση αλλά και μια επιστημολογική. Παράλληλα, αυτές ακριβώς οι δυνατότητες που παρέχονται από τις ψηφιακές τεχνολογίες μπορούν πιθανόν να αλλάξουν τις αντιλήψεις μας για το τι είναι διδάξιμο, με ποιο τρόπο και σε ποιες ηλικίες. Αξίζει να σημειωθεί ότι στα πλαίσια των παραδοσιακών μεθόδων και μέσων διδασκαλίας, η γεωμετρία θεωρείται δύσκολο γνωστικό αντικείμενο που απαιτεί αφαιρετική σκέψη. Έτσι, η διδασκαλία της γεωμετρίας στο δημοτικό σχολείο περιορίζεται συχνά στην αναγνώριση και την ονομασία γεωμετρικών σχημάτων και στην εκμάθηση κατάλληλων συμβολισμών για απλές γεωμετρικές έννοιες (Clements & Battista, 1989), καθώς με τα παραδοσιακά μέσα ελάχιστες ευκαιρίες υπάρχουν για την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων μέσω διαδικασιών πειραματισμού, μοντελοποίησης, ελέγχου εικασιών και διαισθήσεων, ερμηνείας και γενίκευσης (Artigue, 2002). Καθώς τα υπάρχοντα αναλυτικά προγράμματα έχουν σχεδιαστεί στη βάση στατικών και αμετάβλητων συστημάτων αναπαράστασης, που δεν μπορούν εύκολα να συσχετιστούν, η παρούσα έρευνα αποτελεί ταυτόχρονα μια προσπάθεια αναζήτησης ενδείξεων για τον τρόπο που τα αναλυτικά προγράμματα μπορούν να αναμορφωθούν με την ενσωμάτωση των ψηφιακών τεχνολογιών στη μαθησιακή διαδικασία και όχι απλά μια προσπάθεια ενσωμάτωσης των ψηφιακών τεχνολογιών στα υπάρχοντα αναλυτικά προγράμματα.

Για την προσέγγιση της έννοιας της γωνίας δεν ακολουθήθηκε η παραδοσιακή διδακτική ακολουθία, δηλαδή πρώτα η παρουσίαση της έννοιας και στη συνέχεια η παρουσίαση υλικού που συγκεκριμενοποιεί αυτή την έννοια. Η ερευνήτρια αναζήτησε πρώτα τα φαινόμενα που αναγκάζουν το μαθητή να συγκροτήσει το νοητό αντικείμενο που μαθηματικοποιείται από τη συγκεκριμένη έννοια. Οι δραστηριότητες σχεδιάστηκαν με στόχο να διασυνδέσουν τα 'φαινόμενα' της δράσης και των κατασκευών των μαθητών με την έννοια της γωνίας (Freudenthal, 1973), αξιοποιώντας τις δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών. Για το λόγο αυτό σχεδιάστηκε μια σειρά εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων, για την ολοκλήρωση των οποίων η γωνία είναι κεντρικής σημασίας και ταυτόχρονα το σημείο εστίασης του ερευνητικού ενδιαφέροντος. Οι δραστηριότητες αυτές εμπεριέχουν το στοιχείο της καινοτομίας, καθώς διαφοροποιούνται σημαντικά σε επίπεδο σχεδιασμού, υλοποίησης, εκπαιδευτικών πρακτικών και μέσων από τα ισχύοντα στην ελληνική εκπαίδευση -παρότι οι έννοιες που προσεγγίζονται συνδέονται άμεσα με το αναλυτικό πρόγραμμα της συγκεκριμένης εκπαιδευτικής βαθμίδας. Στην προσπάθεια αυτή κεντρικής σημασίας είναι η δυνατότητα που μας δίνεται από τις ψηφιακές τεχνολογίες για ένα δυναμικό συνδυασμό οπτικοποίησης και μαθηματικού φορμαλισμού, στα πλαίσια δισδιάστατων και τρισδιάστατων υπολογιστικών μικροκόσμων (Healy & Kynigos, 2009).

Αν και αρχικά στις έρευνες που είχαν να κάνουν με τη διδακτική των μαθηματικών έμφαση δόθηκε στις δυνατότητες και στο ρόλο που μπορούν να διαδραματίσουν οι

ψηφιακές τεχνολογίες (Ladorde, 1992), γίνεται όλο και πιο σαφές ότι η χρήση τους δεν μπορεί να διαχωριστεί από θεωρητικές προσεγγίσεις σχετικά με το τι είναι γνώση και με τον τρόπο που αυτή πραγματώνεται (Drijvers et al., 2010). Λαμβάνοντας υπόψη τη διαρκώς αυξανόμενη πολυπλοκότητα ως αποτέλεσμα της ανάδειξης παραγόντων που εμπλέκονται στις διαδικασίες συλλογισμού, μάθησης, δράσης και επικοινωνίας (Κασσωτάκης & Φλουρής, 2006), η ερευνήτρια θεωρεί αναπόφευκτη την ανάγκη που έχει επισημανθεί και από άλλους ερευνητές (Karut, 2005, Hamersley and Atkinsson, 2007, ReMath, 2005-2009, Drijvers et al, 2010) για διασύνδεση θεωρητικών πλαισίων. Η κατανόηση των ατόμων και της πραγματικότητάς τους δεν μπορεί να επιτευχθεί στα πλαίσια μιας και μόνης θεωρητικής προσέγγισης, ανεξάρτητα από το πόσο ορθά είναι δομημένη. Πέρα από τους περιορισμούς των πολωτικών αντιδράσεων σχετικά με την αφετηρία της νόησης και της μάθησης, θα ήταν συνετότερο να δοθεί προσοχή στα σημαντικά ζητήματα που εγείρονται, καθώς φαίνεται πως τα κενά και οι αβεβαιότητες της μιας θεώρησης είναι τα ισχυρά σημεία της άλλης. Τόσο η ανάπτυξη των ψηφιακών εργαλείων όσο και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων αλλά και εν γένει η οργάνωση της μαθησιακής και ερευνητικής διαδικασίας στηρίχτηκε σε συγκεκριμένες παιδαγωγικές και διδακτικές επιλογές:

- Έμφαση δόθηκε στον ενεργό ρόλο του μαθητή στη βάση των αρχών του κονστρουκτιβισμού και του κονστρουκτιονισμού. Έτσι, η γνώση έγινε αντιληπτή ως το προϊόν της δράσης του σκεπτόμενου υποκειμένου (von Glasserfeld, 1989). Η παρούσα διατριβή εστιάζει στην διαδικασία κατασκευής πραγματικών αντικειμένων από το μαθητή, η οποία με τη σειρά της αποτελεί και το επίκεντρο της διαδικασίας κατασκευής της γνώσης (Kafai & Resnick, 1996, Kynigos et al, 1997). Ταυτόχρονα, η μάθηση θεωρείται ότι συντελείται πιο εποικοδομητικά, όταν οι κατασκευές των μαθητών 'δημοσιοποιούνται' και γίνονται αντικείμενο κοινής θέας, ελέγχου και πιθανόν χρήσης (Papert, 1980). Υπό αυτό το πρίσμα οι όποιες αλλαγές πραγματοποιούνται αναφορικά με τις ευκαιρίες που έχουν οι μαθητές να κατασκευάσουν πράγματα έχουν καθοριστικότερη επίδραση στη μάθηση από τις όποιες αλλαγές/βελτιώσεις στις διδακτικές πρακτικές του διδάσκοντος στην προσπάθεια μετάδοσης της γνώσης.

- Η κατασκευή νοημάτων από τους μαθητές εντάχθηκε σε κοινωνιοπολιτισμικά πλαίσια και εξετάστηκε ως συλλογική δραστηριότητα. Ο διαχωρισμός του πλαισίου απόκτησης της γνώσης, όπου συχνά δίνεται υπερβολική έμφαση στις ατομικές υποκειμενικές αντιλήψεις και γνωστικές διαδικασίες, από το πλαίσιο αξιολόγησης και επικύρωσης αυτής της γνώσης φαίνεται προβληματικό, καθώς χωρίς τη διόρθωση, την άμεση ή έμμεση αξιολόγηση, την ανατροφοδότηση του δασκάλου και των συμμαθητών, οι αντιλήψεις και η εμπειρία των μαθητών θα έμεναν 'άμορφες' και αναξιοποίητες. Σύμφωνα με την κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση της διδασκαλίας και μάθησης, η νόηση είναι κοινωνικά θεμελιωμένη και όχι απλά

κοινωνικά επηρεασμένη (Vygotsky, 1978). Η μάθηση μπορεί να θεωρηθεί ως μια δραστηριότητα που λαμβάνει χώρα μέσω της αλληλόδρασης μεταξύ ατόμων, υλικών και ευρύτερων κοινωνικών πλαισίων και η οποία καταλήγει στην προσαρμογή του μανθάνοντος ατόμου σε πτυχές αυτών των περικειμένων.

ο Υπό το πρίσμα της κοινωνιοπολιτισμικής θεώρησης η διαδικασία κατασκευής νοημάτων προσεγγίστηκε και ως μια δραστηριότητα που διαμεσολαβείται από τη χρήση συμβολικών αντικειμένων και πολιτισμικών εργαλείων (Vygotsky, 1978, Wertsch, 1985). Η πρόσβαση που έχουμε στην πραγματικότητα παρέχεται μέσω των μορφών της πραγματικότητας που καθίστανται εφικτές από τα εργαλεία και τα συμβολικά συστήματα, τα οποία είναι διαθέσιμα σε συγκεκριμένα πολιτισμικά περικείμενα (Kress et al., 2001). Για παράδειγμα, τα μαθηματικά αποτελούν τη βάση μιας επιστημονικής αναδόμησης της πραγματικότητας, η οποία καθίσταται δυνατή μέσα από την ανάπτυξη του μαθηματικού σημειωτικού-συμβολικού συστήματος, το οποίο όμως είναι έτσι σχεδιασμένο, ώστε να λειτουργεί σε στενή συνεργασία με τη φυσική γλώσσα και με ειδικές μορφές οπτικών εικόνων (Pimm, 1987, ο'Halloran, 2005). Από την άλλη η διδασκαλία και μάθηση δεν μπορούν πλέον να θεωρηθούν ως μια διαδικασία που διαμεσολαβείται αποκλειστικά ή κυρίως από τη γλώσσα, αλλά ως μια πολυτροπική δραστηριότητα (Radford et al., 2009), η οποία περιλαμβάνει, πέρα από τη χρήση και άλλων 'επίσημων' σημειωτικών συστημάτων, π.χ. του μαθηματικών συμβολισμού, και τη χρήση ενσώματων και χειραπτικών μέσων, καθώς και τεχνολογικών κατασκευασμάτων. Τα ενσώματα (π.χ. χειρονομίες) και χειραπτικά μέσα που χρησιμοποιούνται δε διαμεσολαβούν απλά την εξωτερική δράση του ατόμου, αλλά και τη διανοητική του δραστηριότητα επιδρώντας στην ανάπτυξη νοημάτων. Στην παρούσα διατριβή έμφαση δε δίνεται στην περιγραφή και ανάλυση του σημειωτικού κεφαλαίου συγκεκριμένων μέσων ή συμβολικών αντικειμένων, αλλά στη διερεύνηση της εντοπισμένης χρήσης τους σε συγκεκριμένα περικείμενα, χρήση που έχει αναπόφευκτα και σημειωτικές διαστάσεις (Radford et al., 2008).

1.2 Ερευνητικά ερωτήματα

Δύο υπήρξαν τα κεντρικά ερωτήματα στη βάση των οποίων σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε η παρούσα έρευνα:

Ερευνητικό Ερώτημα 1: Τι νοήματα κατασκευάζουν οι μαθητές αναφορικά με την έννοια της γωνίας στο επίπεδο και στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, καθώς δουλεύουν συνεργατικά στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων και χρησιμοποιώντας τα επιλεγμένα ψηφιακά εργαλεία;

Ερευνητικό ερώτημα 2: Μέσω ποιας διαδικασίας κατασκευάζονται τα παραπάνω νοήματα και ποιοι οι καθοριστικοί παράγοντες που επηρεάζουν αυτή τη διαδικασία; Ειδικότερα:

- Ποιος ο διαμεσολαβητικός ρόλος των ψηφιακών μέσων;
- Πώς τα νοήματα διαμεσολαβούνται από τις μεταφορές που χρησιμοποιούνται;
- Ποια άλλα εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης χρησιμοποιούν οι μαθητές στα πλαίσια της μαθησιακής τους δραστηριότητας;

1.3 Επισκόπηση κεφαλαίων

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρητική πλαισίωση της παρούσας διατριβής, με στόχο την περιγραφή μιας ‘προοπτικής θέασης’, ενός επεξηγηματικού πλαισίου της όλης ερευνητικής διαδικασίας που ακολουθήθηκε. Κάθε εκπαιδευτική παρέμβαση –είτε πρόκειται για μια ευρείας κλίμακας παρέμβαση σε επίπεδο εκπαιδευτικού συστήματος είτε πρόκειται για μια παρέμβαση στο μικροεπίπεδο της τάξης- εδράζεται σε συγκεκριμένες θεωρητικές παραδοχές σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία, καθώς ο τρόπος με τον οποίο ορίζουμε τη γνώση και τους μηχανισμούς ανάπτυξης της έχει άμεσες επιπτώσεις στις παιδαγωγικές, διδακτικές και ερευνητικές επιλογές. Έτσι, αρχικά, τα ερωτήματα στα οποία προσπαθεί να απαντήσει αυτό το κεφάλαιο είναι: Ποια θεωρητικά δομήματα και μεθοδολογικές προσεγγίσεις συντέλεσαν στο σχεδιασμό και την υλοποίηση της παρούσας έρευνας; Ποιες θεωρητικές προσεγγίσεις ‘φώτισαν’ την ανάπτυξη εργαλείων και δραστηριοτήτων, ποιες καθοδήγησαν τη συλλογή, κατηγοριοποίηση και ερμηνεία των δεδομένων; Κατόπιν ο προβληματισμός εστιάζεται στην έννοια της γωνίας ως αντικείμενο διδασκαλίας μέσα από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση τόσο ερευνών που αφορούν εν γένει στη διδασκαλία της εν λόγω έννοιας και στις δυσκολίες που οι μαθητές αντιμετωπίζουν στην προσέγγιση των διαφόρων πτυχών της, όσο και ερευνών που αφορούν ειδικότερα στην προσέγγιση της έννοιας της γωνίας σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η μεθοδολογία της έρευνας. Η ποιοτική ερευνητική μέθοδος της έρευνας σχεδιασμού (van den Akker et al., 2006) που ακολουθήθηκε επιλέχτηκε λαμβάνοντας υπόψη το θεωρητικό πλαίσιο, τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας, το αντικείμενο της έρευνας και τη φύση των ερευνητικών ερωτημάτων, τα οποία δεν είχαν να κάνουν με τον έλεγχο υποθέσεων αλλά με την κατανόηση και ερμηνεία των διαδραματισθέντων στο συγκεκριμένο χώρο και χρόνο που πραγματοποιήθηκε η έρευνα. Ο σχεδιασμός ψηφιακών εργαλείων και δραστηριοτήτων παρουσιάζεται και αναλύεται όχι απλά ως μέσο εργαλειακής ενορχήστρωσης της μαθησιακής διαδικασίας (Trouche, 2004), αλλά ως το κατεξοχήν ερευνητικό εργαλείο, δεδομένου ότι τα όποια ευρήματα της έρευνας είναι προϊόντα της αλληλόδρασης μεταξύ του σχεδιασμού και της εφαρμογής του σε συγκεκριμένα περικείμενα (Hoadley, 2004). Τέλος, παρουσιάζεται η μέθοδος ανάλυσης των δεδομένων ως μια διαδικασία σταδιακής εστίασης στις αναδυόμενες πτυχές και θέματα. Θεωρώντας τα γεγονότα που συνέβησαν στη συγκεκριμένη τάξη που έλαβε χώρα η έρευνα ως παραδειγματικές περιπτώσεις ευρύτερων θεμάτων, στόχος της ανάλυσης υπήρξε η ανάπτυξη μιας λειτουργικής ερμηνείας, η οποία παρότι εντοπισμένη σε συγκεκριμένα περικείμενα, αναδεικνύει κριτικής σημασίας θέματα και μπορεί να λειτουργήσει ως πλαίσιο αναφοράς, για την εφαρμογή του

σχεδιασμού των συγκεκριμένων υπολογιστικών περιβαλλόντων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων σε αντίστοιχα ή διαφορετικά περιεχόμενα.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναλύονται τα δεδομένα της ερευνητικής διαδικασίας όσον αφορά στην εφαρμογή σε πραγματικές συνθήκες τάξης των ψηφιακών εργαλείων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια του περιβάλλοντος δισδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας ‘Χελωνόκοσμος’ και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων. Η διάκριση διαφορετικών στρατηγικών προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής δεν είχε ως στόχο τη δημιουργία ευδιάκριτων και αμοιβαία αποκλειόμενων κατηγοριών, αλλά έγινε η αφορμή για τη διερεύνηση των παραγόντων που υπήρξαν καθοριστικοί κατά την επιλογή της μιας ή της άλλης στρατηγικής, καθώς και για τη μετάβαση από τη μια στρατηγική στην άλλη. Η εργασία των παιδιών αναδείχτηκε σύμφυτη με επιρροές από τη χρήση των υπολογιστικών εργαλείων, στα πλαίσια πάντα των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων. Η ανάλυση των δεδομένων εστιάζει στο πώς τα ψηφιακά εργαλεία μετατράπηκαν σταδιακά σε εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης αλλά και στον εγκαθιδρυμένο χαρακτήρα των νοημάτων αναφορικά με διαφορετικές πτυχές της έννοιας της γωνίας μέσα από τη μεταφορά της χελώνας, αλλά και αυτή της μέτρησης της ώρας.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναλύονται τα δεδομένα της ερευνητικής διαδικασίας όσον αφορά στην εφαρμογή σε πραγματικές συνθήκες τάξης των ψηφιακών εργαλείων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια του τρισδιάστατου περιβάλλοντος Γεωμετρίας της Χελώνας ‘MaLT 2’ και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων. Από την ανάλυση των δεδομένων φαίνεται ότι το υπολογιστικό περιβάλλον MaLT 2 στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων έγινε ένα εργαλείο για τη διαπραγμάτευση –και όχι για τη μεταφορά - νοημάτων σχετικά με την έννοια της γωνίας. Κομβικά σημεία κατά την πορεία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τις διάφορες πτυχές της έννοιας της γωνίας υπήρξαν η μεταφορά της χελώνας ως μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας σε έναν τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, η αλληλόδραση μεταξύ γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή και συμβολικής δραστηριότητας -είτε μέσω εντολών είτε με τη διαμεσολάβηση ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων μεταβολής, οι πολλαπλές προοπτικές θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων και ο διαμεσολαβητικός ρόλος ενσώματων μέσων (κίνηση του σώματος, χειρονομίες) και ενός τρισδιάστατου χειραπτικού μοντέλου χελώνας.

Στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζεται αρχικά το σκεπτικό της επέκτασης της κυρίως έρευνας και η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε, με αφορμή τις νέες λειτουργικότητες, που προστέθηκαν στην υπολογιστική πλατφόρμα MaLT στην έκδοση 3, όσον αφορά στον καθορισμό της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου. Κατά την ανάλυση των δεδομένων της επέκτασης της έρευνας, η οποία εστιάζει στον τρόπο χρήσης των εργαλείων χειρισμού της προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου, παρατηρούνται μεγάλες διαφορές σε σχέση με τα αποτελέσματα της κυρίως έρευνας. Η χρήση πολλαπλών προοπτικών θέασης στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής δραστηριότητας υιοθετείται ιδίως στις περιπτώσεις που οι μαθητές εστιάζουν στην

πλοήγηση της κινούμενης οντότητας, της χελώνας, και ακολουθούν κατασκευαστικές στρατηγικές που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, όταν δηλαδή δεν έχουν ξεκάθαρη ιδέα σχετικά με τις δράσεις που πρέπει να αναλάβουν και όταν η κατασκευή τους προχωρά εντολή εντολή μέσω δοκιμής και πλάνης. Καθώς η κατασκευαστική διαδικασία γίνεται πιο περίπλοκη και παράλληλα οι μαθητές εξοικειώνονται τόσο με τις λειτουργικότητες του εργαλείου όσο και με τις συμβάσεις που ακολουθούνταν για την αναπαράσταση αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο, φαίνεται ότι εστιάζουν στο γραφικό αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας και προτιμούν να παρατηρούν το χώρο μέσω μιας σταθερής τρισδιάστατης οπτικής καθόλη τη διάρκεια της κατασκευαστικής δραστηριότητας, κάτι που πιθανόν μειώνει το γνωστικό φόρτο και διευκολύνει την προσέγγιση της γραφικής αναπαράστασης στην οθόνη του υπολογιστή ως το άθροισμα επιμέρους κινήσεων της χελώνας.

Στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζονται συνοπτικά και ενοποιούνται τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας. Η ανάλυση των δεδομένων όσον αφορά στα μαθηματικά νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές έδειξε ότι αυτά ήταν ταυτόχρονα εντοπισμένα σε μια συγκεκριμένη περίπτωση και διαμορφώσιμα από τη σχέση που ανέπτυξαν οι μαθητές με τα διαθέσιμα εργαλεία. Η χρήση των συγκεκριμένων υπολογιστικών περιβαλλόντων δεν άλλαξε τόσο το είδος των προβλημάτων που τέθηκαν στους μαθητές όσο τις διαδικασίες επίλυσης που αυτοί ακολούθησαν. Τα κομβικά θέματα που αναδειχτήκαν κατά την πορεία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τις διάφορες πτυχές της έννοιας της γωνίας και τα οποία συζητούνται σε αυτό το κεφάλαιο είναι τα εξής: α) η χρήση μεταφορών, β) η αλληλόδραση μεταξύ γραφικών αναπαραστάσεων και συμβολικής έκφρασης σε γλώσσα προγραμματισμού Logo, καθώς και ο διαμεσολαβητικός ρόλος ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων μεταβολής, γ) οι ενσώματες αναπαραστάσεις και τα χειραπτικά μοντέλα, που χρησιμοποιήθηκαν και δ) οι πολλαπλές προοπτικές θέασης του προσομοιούμενου χώρου, όσον αφορά στο υπολογιστικό περιβάλλον MaLT2 και MaLT3. Παράλληλα, εξετάζονται οι παιδαγωγικές επιπτώσεις της έρευνας και γίνονται προτάσεις για θέματα που χρήζουν περαιτέρω έρευνας.

Η παρούσα διατριβή συνοδεύεται από παράρτημα το οποίο περιλαμβάνει ποσοτικά δεδομένα όσον αφορά στο είδος των στρατηγικών που ακολούθησαν οι μαθητές για τον υπολογισμό της γωνίας στροφής στα πλαίσια του υπολογιστικού περιβάλλοντος 'Χελωνόκοσμος' και όσον αφορά στην ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων στο υπολογιστικό περιβάλλον 'MaLT2'. Τέλος, παρατίθενται τα φύλλα εργασίας που καθοδήγησαν τη διερεύνηση των παιδιών και στα δύο περιβάλλοντα.

2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

2.1 Εισαγωγή

Σήμερα, παρατηρείται ένα συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον αναφορικά με τον τρόπο που τα ψηφιακά εργαλεία μπορούν να προαγάγουν τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών. Αν και αρχικά έμφαση δόθηκε στις δυνατότητες και στο ρόλο που μπορούν να διαδραματίσουν οι ψηφιακές τεχνολογίες, γίνεται όλο και πιο σαφές ότι η χρήση τους δεν μπορεί να διαχωριστεί από θεωρητικές προσεγγίσεις σχετικά με το τι είναι γνώση και με τον τρόπο που αυτή πραγματώνεται (Drijvers et al., 2010). Το κεντρικό ερώτημα στο οποίο θα προσπαθήσει να απαντήσει αυτό το κεφαλαίο είναι: Ποια θεωρητικά δομήματα και μεθοδολογικές προσεγγίσεις συντέλεσαν στο σχεδιασμό και την υλοποίηση της παρούσας έρευνας; Ποιες θεωρητικές προσεγγίσεις ‘φώτισαν’ την ανάπτυξη εργαλείων και δραστηριοτήτων, ποιες καθοδήγησαν τη συλλογή, κατηγοριοποίηση και ερμηνεία των δεδομένων;

Ο τρόπος με τον οποίο ορίζουμε τη γνώση και τους μηχανισμούς ανάπτυξης της έχει άμεσες επιπτώσεις στις παιδαγωγικές, διδακτικές και ερευνητικές μας επιλογές. Τα σημεία προβληματισμού πολλά και ουσιαστικά. Είναι η γνώση ένα ατομικό κατασκεύασμα και αν ναι, τι επιπτώσεις έχει αυτό στην οργάνωση και το σχεδιασμό της μαθησιακής διαδικασίας; Τα νοήματα μπορεί να εδράζονται στη φαινομενολογική εμπειρία (δράσεις του υποκειμένου και ανατροφοδότηση του περιβάλλοντος), εξελίσσονται όμως μέσω κοινωνικών δραστηριοτήτων. Ποιος λοιπόν ο ρόλος των κοινωνικών περικειμένων και ποιους μηχανισμούς μελέτης και ερμηνείας της κατασκευής της γνώσης μας παρέχουν οι θεωρητικές προσεγγίσεις που εξετάζουν την κατασκευή της γνώσης στην κοινωνιοπολιτισμική της διάσταση; Ποιος ο ρόλος των εργαλείων και ειδικότερα ποιος ο ρόλος των ψηφιακών εργαλείων στα πλαίσια των διαφόρων προσεγγίσεων; Πώς τα τεχνολογικά κατασκευάσματα μετατρέπονται σε εργαλεία και πώς η χρήση τους μπορεί να ξεπεράσει την επίτευξη άμεσων πρακτικών στόχων; Εξειδικεύοντας ακόμα περισσότερο και εστιάζοντας στην έννοια της γωνίας ως αντικείμενο διδασκαλίας, ποιες οι διάφορες πτυχές της έννοιας της γωνίας και πώς αυτές διαπλέκονται με συγκεκριμένα περικείμενα, αναπαραστάσεις και τη χρήση διαφόρων εργαλείων; Ποιες δυσκολίες αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην προσέγγιση των διαφόρων πτυχών της έννοιας αλλά και κατά την προσπάθεια ανάπτυξης μιας γενικευμένης και αφαιρετικής έννοιας της γωνίας;

Όλα τα παραπάνω ερωτήματα τίθενται όχι τόσο με στόχο την ανεύρεση οριστικών και αυταπόδεικτων απαντήσεων – κάτι τέτοιο δε θα ήταν εφικτό άλλωστε-, ούτε τόσο με στόχο τη δημιουργία ενός πολυδιάστατου θεωρητικού πλαισίου. Στόχος είναι κυρίως η αναστοχαστική θεώρηση της σχέσης μεταξύ θεωρητικών προβληματισμών και ερευνητικών- μεθοδολογικών επιλογών, έτσι ώστε οι θεωρητικοί προβληματισμοί

και οι θεωρητικές τοποθετήσεις να εξελιχθούν σε ένα καινοτόμο, διερευνητικό και επεξηγηματικό εργαλείο στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

2.2 Κονστρουκτιβισμός και ψηφιακές τεχνολογίες

2.2.1 Κονστρουκτιβισμός

Σήμερα η ιδέα ότι τα παιδιά κατασκευάζουν τα δικά τους μαθηματικά θεωρείται δεδομένη στη μαθηματική εκπαιδευτική έρευνα και στη μαθηματική εκπαίδευση γενικότερα. Ο Piaget (1967/1971) ήταν από τους πρώτους που υποστήριξαν αυτή τη θέση και θεμελίωσε τη θεωρία του κονστρουκτιβισμού. Σε αντίθεση με τις ισχύουσες αντιλήψεις της εποχής που διεξήγαγε τις έρευνές του, υποστήριξε ότι η γνώση δεν είναι κάτι που μεταλαμπαδεύεται στο μαθητή, αλλά κάτι που ο ίδιος ο μαθητής κατασκευάζει με την ενεργοποίηση περίπλοκων γνωστικών δομών και σε συνεχή αλληλεπίδραση με το περιβάλλον. Στο παρόν το ενδιαφέρον εστιάζεται στην ψυχολογική- αναπτυξιακή διάσταση του κονστρουκτιβισμού, η οποία δίνει έμφαση στους μηχανισμούς και τις διαδικασίες κατασκευής της ατομικής γνώσης και όχι στην πτυχή αυτή της γενετικής επιστημολογίας του Piaget η οποία ασχολείται με τη μοντελοποίηση της γνωστικής ανάπτυξης σε στάδια με καθολική εφαρμογή, ακολουθώντας μια δαρβινικού τύπου θεωρία ανάπτυξης.

Σύμφωνα με τη θεωρία του κονστρουκτιβισμού η υποκειμενική μας γνώση του εξωτερικού κόσμου αποτελείται από εικασίες, οι οποίες συνεχώς χρησιμοποιούνται, ελέγχονται και αντικαθίστανται, όταν διαψευστούν. Η γνώση παραμένει αποδεκτή για όσο διάστημα εξακολουθεί να κάνει αυτό που αναμένουμε να κάνει. *‘Ο κονστρουκτιβισμός είναι μια θεωρία γνώσης με ρίζες στη φιλοσοφία, την ψυχολογία και την κυβερνητική μηχανική. Δύο είναι οι βασικοί της ισχυρισμοί...: α) η γνώση δε λαμβάνεται παθητικά, αλλά χτίζεται ενεργητικά από το σκεπτόμενο υποκείμενο, β) η λειτουργία της νόησης είναι αποτέλεσμα προσαρμογής και εξυπηρετεί την οργάνωση του εμπειρικού κόσμου, όχι την ανακάλυψη της οντολογικής πραγματικότητας’* (von Glaserfeld, 1989, σελ. 162)

Η έννοια του κονστρουκτιβισμού εκκινώντας από τη γενετική επιστημολογία του Piaget έχει γνωρίσει διάφορες εκφάνσεις στο πέρασμα των τελευταίων δεκαετιών. Αρχικά ο κονστρουκτιβισμός συνδέθηκε με αυτό που στη συνέχεια χαρακτηρίστηκε ως ‘απλοϊκός’ κονστρουκτιβισμός (trivial constructivism, von Glaserfeld, 1989). Πρόκειται για ένα είδος κονστρουκτιβισμού που ισχυρίζεται ότι τα παιδιά σταδιακά κατασκευάζουν τις γνωστικές τους δομές, οι γνωστικές όμως αυτές δομές εξακολουθούν να αποτελούν αντανάκλασεις μιας οντολογικής πραγματικότητας. Διατηρείται, δηλαδή, η δυσιστική προσέγγιση της νόησης της καρτεσιανής επιστημολογίας: Οι μαθηματικές δομές, οι οποίες θεωρούνται αυθύπαρκτες και σε κάθε περίπτωση ανεξάρτητες από την ανθρώπινη ύπαρξη θα αποκτηθούν σταδιακά μέσω της λογικής. Ο von Glaserfeld (1989) αμφισβήτησε την παραπάνω εκδοχή του κονστρουκτιβισμού: Αν και τα άτομα κατασκευάζουν τη δική τους πραγματικότητα μέσα από δράσεις και αναστοχασμό πάνω σε αυτές τις δράσεις, ώστε να

προσαρμοστούν επιτυχώς στον κόσμο της εμπειρίας τους, οι ιδέες και οι αντιλήψεις των ατόμων δεν αντικατοπτρίζουν απλά την πραγματικότητα.

Η πραγματικότητα στην απόλυτή της εκδοχή βρίσκεται πέρα από τη σφαίρα της εμπειρικής της δικαιολόγησης (Richards & von Glaserfeld, 1980, σελ. 35).

Η εξωτερική πραγματικότητα είναι αυτή που θα θέσει τα εμπόδια στην κατασκευή της υποκειμενική γνώσης, εμπόδια τα οποία θα διασφαλίσουν στη συνέχεια τη βιωσιμότητα της γνώσης. Αυτό επιτρέπει το ταίριασμα ανάμεσα στις πτυχές της υποκειμενικής γνώσης και του εξωτερικού κόσμου. Η αντικειμενική γνώση των μαθηματικών, εδράζεται στην υποκειμενική γνώση των μαθηματικών - η οποία χρειάζεται συνεχή αναδημιουργία – και λαμβάνει υπόσταση μέσω του κοινωνικού κόσμου των ανθρώπινων ενεργειών, αλληλοδράσεων και κανόνων. Η αντικειμενική γνώση των μαθηματικών είναι η κοινωνικά αποδεκτή υποκειμενική γνώση, εκφρασμένη με τη μορφή λεκτικών ισχυρισμών. Έμφαση, λοιπόν, δίνεται όχι στην πραγματικότητα αλλά στην κατασκευή αυτής της πραγματικότητας, η οποία επιτρέπει την επιτυχή δράση του ατόμου στον κόσμο της εμπειρίας του, φυσικό ή κοινωνικό. Τα άτομα δεν κατασκευάζουν απλά νοητικές αναπαραστάσεις οι οποίες αναπαριστούν ή ταιριάζουν σε έναν προϋπάρχοντα κόσμο. Υπό αυτή την οπτική όσον αφορά στη μαθηματική γνώση προωθείται μια ‘φαλιμπλιστική’ θεώρησή της, σύμφωνα με την οποία η μαθηματική αλήθεια ενέχει αναπόφευκτα λανθασμένες διαστάσεις και ανά πάσα στιγμή υπόκειται διορθώσεων (Ernest, 1991).

Παράλληλα, ο κονστρουκτιβισμός αρχίζει να εντάσσεται σε νέα διαδραστικά (interactionsist) πλαίσια, δίνοντας ιδιαίτερη σημασία στις δράσεις και τη γλώσσα των συμμαθητών- συνομηλίκων αλλά και των εκπαιδευτικών, καθώς και στα νοήματα που αναπτύσσονται μέσα από τη συμμετοχή των ατόμων σε συγκεκριμένες κοινότητες δράσης. Ο συγκερασμός όμως του ιδιωτικού και του δημόσιου, του ατομικού και του συλλογικού, των ψυχολογικών και κοινωνικών πτυχών της μάθησης δε είναι εύκολος. Πολλοί ερευνητές προσπάθησαν να επιτύχουν τον παραπάνω συγκερασμό υπό τη μορφή μιας νέας θεώρησης, του κοινωνικού κονστρουκτιβισμού (Ernest, 1998). Εξαιτίας όμως των πολλαπλών εισόδων, των ποικίλων παραδειγμάτων και προοπτικών, στις οποίες έγινε προσπάθεια να ενσωματωθεί, ο όρος κοινωνικός κονστρουκτιβισμός χρησιμοποιείται για ένα ευρύ φάσμα θέσεων. Αυτό που όλοι συμφωνούν είναι ότι ο κοινωνικός τομέας επιδρά στο αναπτυσσόμενο άτομο με κάποιο διαμορφωτικό τρόπο, μέσα από την κατασκευή των νοημάτων από το ίδιο το άτομο ως ανταπόκριση στις εμπειρίες που έχει σε συγκεκριμένα κοινωνικά περιβάλλοντα (Ernest, 1994). Ο διαχωρισμός του πλαισίου απόκτησης της γνώσης, όπου συχνά δίνεται υπερβολική έμφαση στις ατομικές υποκειμενικές αντιλήψεις και γνωστικές διαδικασίες, από το πλαίσιο αξιολόγησης και επικύρωσης αυτής της γνώσης φαίνεται προβληματικό, καθώς χωρίς τη διόρθωση, την άμεση ή έμμεση αξιολόγηση, την ανατροφοδότηση του δασκάλου και των συμμαθητών, οι αντιλήψεις και η εμπειρία των μαθητών θα έμεναν ‘άμορφες’ και αναξιοποίητες.

2.2.2 Κονστρουκτιονισμός

Στηριζόμενος στον κονστρουκτιβισμό ο Papert (1990)- μαθητής του Piaget-, εισήγαγε τη θεωρία του κονστρουκτιονισμού (constructionism) εστιάζοντας στην διαδικασία κατασκευής πραγματικών αντικειμένων από το μαθητή, η οποία με τη σειρά της αποτελεί και το επίκεντρο της διαδικασίας κατασκευής της γνώσης. Στα πλαίσια της κατασκευής οι μαθητές κινητοποιούνται να αντιμετωπίσουν μια σειρά ζητημάτων, τα οποία αποτελούν πηγή αβίαστης μάθησης. Για παράδειγμα, ο σχεδιασμός και η κατασκευή αντικειμένων στον υπολογιστή διαδραματίζει το ρόλο ενός ‘διανοητικού καθρέπτη’, που οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν για να ελέγξουν διαισθήσεις και προϋπάρχουσες ιδέες, να πειραματιστούν και να κατασκευάσουν νοήματα.

Ταυτόχρονα ο Papert (1980) υποστήριξε ότι η μάθηση συντελείται πιο εποικοδομητικά, όταν οι κατασκευές των μαθητών -είτε πρόκειται για ένα κάστρο από άμμο είτε για μια επιστημονική θεωρία- ‘δημοσιοποιούνται’ και γίνονται αντικείμενο κοινής θέας, ελέγχου και πιθανόν χρήσης. Για παράδειγμα τα προγράμματα των μαθητών σε γλώσσα προγραμματισμού Logo δεν αντανακλούν απλά τη σκέψη τους τη δεδομένη στιγμή, αλλά λειτουργούν και ως κατασκευάσματα προς δημόσια θέαση που μπορούν να αναλυθούν, να συζητηθούν, να γίνουν αντικείμενο αναστοχασμού.

Υπό το πρίσμα του κονστρουκτιονισμού οι όποιες αλλαγές πραγματοποιούνται αναφορικά με τις ευκαιρίες που έχουν οι μαθητές να κατασκευάσουν πράγματα έχουν καθοριστικότερη επίδραση στη μάθηση από τις όποιες αλλαγές/βελτιώσεις στις διδακτικές πρακτικές του διδάσκοντος στην προσπάθεια μετάδοσης της γνώσης. Αν και στα πλαίσια του κονστρουκτιονισμού έχει κατά καιρούς χρησιμοποιηθεί μια ποικιλία μέσων, ο κονστρουκτιονισμός έχει συνδεθεί στενά με τους υπολογιστικούς μικροκόσμους και τις καθοριστικές αλλαγές που μπορούν να επιφέρουν στο τι και στο πώς τα παιδιά μαθαίνουν. Στις υποενότητες 2.2.2.1. και 2.2.2.2. που ακολουθούν προσεγγίζεται αρχικά η έννοια του υπολογιστικού μικροκόσμου, ενώ αναλύεται διεξοδικότερα ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μικροκόσμου, ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας, ο οποίος αρχικά παρουσιάστηκε ως ένα μέσο για εναλλακτικά, πιο εύκολα προσβάσιμα μαθηματικά (Papert, 1980).

Ο κονστρουκτιονισμός είναι ταυτόχρονα μια θεωρία μάθησης και μια διδακτική στρατηγική (Noss, 2010), ενώ σύμφωνα με τους Kafai & Resnick (1996) δεν αποτελεί μια στατική ομάδα ιδεών, αλλά βρίσκεται διαρκώς σε εξέλιξη, καθώς οι ερευνητές που αντλούν από αυτόν συνεχώς τον ‘ανακατασκευάζουν’ μέσα από την κατασκευή νέων εργαλείων και νέων δραστηριοτήτων. Χαρακτηριστική είναι η έμφαση που δόθηκε σταδιακά στην έννοια της κοινότητας π.χ. (Shaw, 1996, Kynigos, 2002) ή στην ανακατασκευή και επέκταση υπολογιστικών ‘κατασκευασμάτων’ που λειτούργησαν ως επικοινωνιακά εργαλεία για τη διαμόρφωση μιας κοινής γλώσσας στα πλαίσια διαφορετικών κοινοτήτων (Kynigos, 2007).

2.2.2.1 Υπολογιστικοί μικρόκοσμοι

Οι μικρόκοσμοι είναι ένα είδος υπολογιστικού περιβάλλοντος το οποίο παρωθεί μια αυθεντική δραστηριότητα επίλυσης προβλημάτων και αποτελεί εργαλείο μάθησης σε μη-τυπικά περιβάλλοντα. Αρχικά οι μικρόκοσμοι είχαν θεωρηθεί ως υπολογιστικά περιβάλλοντα, το βασικό χαρακτηριστικό των οποίων ήταν η κατασκευή γραφικών αναπαραστάσεων μέσω μιας γλώσσας προγραμματισμού, η οποία μπορούσε να λειτουργήσει αφενός ως κείμενο πάνω στο οποίο ο χρήστης μπορούσε να αναστοχαστεί αφετέρου ως μέσο για να επικοινωνήσει σε άλλους τις στρατηγικές επίλυσης του προβλήματος που ακολούθησε. Σταδιακά ο προγραμματισμός έπαψε να θεωρείται απαραίτητο χαρακτηριστικό ενός μικρόκοσμου (Edwards, 1995), ενώ το ενδιαφέρον άρχισε να στρέφεται γύρω από το δυναμικό χειρισμό αναπαραστάσεων και την κατασκευή υψηλής ποιότητας γραφικών με τη χρήση πολυμεσικών υπολογιστικών περιβαλλόντων (Healy & Kynigos, 2009).

Εν γένει, οι μικρόκοσμοι μπορούν να ιδωθούν ως ειδικές μορφές εξωτερικών αναπαραστάσεων που καθιστούν δυνατή την αλληλεπίδραση ανάμεσα στις δράσεις του μαθητή και τα δομήματα που έχουν εσωτερικευθεί στο πρόγραμμα. Οι μικρόκοσμοι ενσωματώνουν αντικείμενα, βασικές λειτουργίες αυτών των αντικειμένων και εκφράζουν τον τρόπο με τον οποίο αυτές οι λειτουργίες μπορούν να εκτελεστούν συμπεριλαμβάνοντας ένα ευρύ πεδίο φαινομενολογίας (Balachef & Karut, 1996). Πιστεύεται ότι οι μικρόκοσμοι μπορούν να κάνουν ορατό στους μαθητές αυτό που είναι ορατό μόνο στους καλά γνωρίζοντες και ότι αποτελούν παραδείγματα περιβαλλόντων που επιτρέπουν την πρόσβαση στη 'βαθιά δομή' του εργαλείου (diSessa, 2000, Kynigos, 2004) σε χρήστες που δεν έχουν ιδιαίτερη σχέση με τον προγραμματισμό. Παράλληλα μέσα στους μικρόκοσμους οι μαθητές μπορούν να εκφραστούν ακόμα και σε περίπτωση που δεν έχουν πρόσβαση στη σημασιολογία και τη σύνταξη της συμβατικής επιστημονικής γλώσσας (Noss, Heally & Hoyles, 1997).

Τα αντικείμενα-εργαλεία της διεπιφάνειας που ο χρήστης έχει στη διάθεσή του είναι τα μέσα της αλληλόδρασης μεταξύ του χρήστη και του περιβάλλοντος και συνεπώς μεταξύ του μαθητή και του γνωστικού αντικειμένου. Θα μπορούσαν να θεωρηθούν μεταβατικά εργαλεία (Noss & Hoyles, 1996) καθώς βρίσκονται μεταξύ του χειροπιαστού- διαχειρίσιμου και του τυπικού- αφηρημένου, μεταξύ της διαισθητικής γνώσης και των τυπικών φορμαλιστικών συστημάτων. Οι αναπαραστάσεις που οι ίδιοι οι μαθητές κατασκευάζουν με τη χρήση αυτών των εργαλείων αποτελούν ένα είδος 'νοητικού καθρέφτη', αντικατοπτρίζουν δηλαδή τις εννοιολογικές δομές των μαθητών, τον τρόπο που αντιλαμβάνονται το αντικείμενο της ενασχόλησης. Ταυτόχρονα τα 'εμπόδια' ή οι περιορισμοί που θέτει ένας μικρόκοσμος στη δράση των παιδιών σε συνδυασμό με μια μεταφράσιμη ανατροφοδότηση βοηθούν αφενός τους μαθητές να χτίσουν τις δικές τους 'νοητικές σκαλωσιές' αφετέρου τους εκπαιδευτικούς να παρατηρήσουν τις εννοιολογικές δομές των μαθητών.

Οι μικρόκοσμοι μπορούν να θεωρηθούν ως αναλογικές αναπαραστάσεις κάποιων πλευρών ενός εξωτερικού μοντέλου. Είναι όμως ουδέτεροι όσον αφορά στην εμφανή και άμεση διδασκαλία, υπό την έννοια ότι δεν αξιολογούν τις ενέργειες των μαθητών, δεν υποδεικνύουν στρατηγικές. Αυτό βέβαια δε καθιστά το εργαλείο αυτό καθαυτό ουδέτερο αλλά μάλλον πιο ευπροσάρμοστο στα επίπεδα, την ωριμότητα και τις εμπειρίες των μαθητών. Οι μικρόκοσμοι, όπως και κάθε λογισμικό υποστηρικτικό της διδασκαλίας, αξίζει να διερευνηθούν αρχικά και ως τεχνολογικό κατασκεύασμα, το οποίο σχεδιάστηκε με συγκεκριμένους εκπαιδευτικούς στόχους και για συγκεκριμένο πλαίσιο εφαρμογών.

Την τελευταία δεκαετία φαίνεται ότι υπάρχει έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον γύρω από τη διδακτική αξιοποίηση των υπολογιστικών μικροκόσμων. Μολαταύτα πρέπει να τονιστεί ότι οι μικρόκοσμοι δεν γίνονται πλέον αντιληπτοί αποκλειστικά και μόνο μέσα στα στενά πλαίσια του κονστρουκτιβισμού, αλλά επεκτείνονται και 'φωτίζονται' υπό το πρίσμα και άλλων παιδαγωγικών θεωρήσεων. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του δομήματος των 'μισοψημένων μικροκόσμων' (Kynigos, 2007) Ως μισοψημένοι χαρακτηρίζονται οι μικρόκοσμοι που εμπρόθετα δίνονται ημιτελείς στους μαθητές με στόχο να προκαλέσουν την αποδόμηση τους από το χρήστη και κατόπιν την αναδόμηση και επέκτασή τους, και μέσω αυτής της διαδικασίας τη διερεύνηση και την κατασκευή νοημάτων. Οι Healy & Kynigos (2009) μάλιστα πιστεύουν ότι όλοι οι μικρόκοσμοι είναι εξ ορισμού ημιτελείς, με την έννοια ότι έχουν σχεδιαστεί ακριβώς με στόχο να μπορεί να τους αλλάξει ο χρήστης, ενώ το ενδιαφέρον εστιάζεται στο πώς ένας μικρόκοσμος μετατρέπεται σε εργαλείο στα χέρια του χρήστη, ενδιαφέρον που 'φωτίζεται' από τις εργαλειακές θεωρίες (δες ενότητα, 2.4.1). Ταυτόχρονα οι μισοψημένοι μικρόκοσμοι γίνονται αντιληπτοί ως ένα 'βελτιώσιμο οριακό' αντικείμενο (boundary object), που μπορεί να προαγάγει την επικοινωνία μεταξύ των μελών της ίδιας ομάδας ή ακόμα και μεταξύ των μελών διαφορετικών ομάδων, π.χ. μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών (Hoyles et al. , 2004, Kynigos & Psycharis, 2009). 'Αλλοιώνοντας' ένα μισοψημένο μικρόκοσμο στα πλαίσια ενός κοινού στόχου τα μέλη της ίδιας ή διαφορετικών ομάδων θα πρέπει να αναπτύξουν μια κοινή γλώσσα για να επικοινωνήσουν τις ιδέες τους, διασχίζοντας έτσι τα 'όρια' (crossing boundaries) που έχουν διαμορφωθεί μεταξύ των κοινοτήτων. Υπό αυτό το πρίσμα οι μισοψημένοι μικρόκοσμοι θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως μια 'μεταβατική' έννοια μεταξύ της κατασκευαστικής θεώρησης και της θεώρησης της εγκαθιδρυμένης μάθησης στα πλαίσια κοινοτήτων δράσης (θεώρηση που θα παρουσιαστεί εκτενώς στην ενότητα 2.3.2).

2.2.2.2 Ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας

Ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας αρχικά παρουσιάστηκε ως ένα μέσο για εναλλακτικά, πιο εύκολα προσβάσιμα μαθηματικά (Papert, 1980). Ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας συνδέει τη γλώσσα προγραμματισμού Logo με ένα γραφικό περιβάλλον στο οποίο κεντρικής σημασίας είναι 'η μεταφορά της χελώνας' (Kynigos,

1992, Clements & Sarama, 1997b). Όπως όλοι οι μικρόκοσμοι, ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας ενσωματώνει ένα σύστημα αποτελούμενο από θεωρητικές αρχές: ο κόσμος των ‘γραφικών αναπαραστάσεων’ στον οποίο κινείται η χελώνα υπόκειται των περιορισμών βασικών γεωμετρικών αρχών. Απώτερος στόχος είναι ο αναστοχασμός σχετικά με τους κανόνες με βάση τους οποίους δημιουργούνται οι γραφικές αναπαραστάσεις.

Η γλώσσα προγραμματισμού Logo θεωρείται πολύ κοντά στη φυσική γλώσσα τόσο ως προς το λεξιλόγιο που χρησιμοποιεί όσο και ως προς τον τρόπο συνδυασμού των εντολών που περιλαμβάνει. Πρόκειται για μια συμβολική γλώσσα που είναι ταυτόχρονα διαδικαστική, επεκτάσιμη, αναδρομική και διαδραστική. Θεωρείται διαδικαστική καθώς το αντικείμενο του προγραμματισμού προσδιορίζεται με τη μορφή της χρονικής διαδοχής, τι είναι αυτό που θα συμβεί πρώτο, δεύτερο κ.ο.κ. Είναι επεκτάσιμη καθώς ο χρήστης μπορεί να δημιουργήσει νέες εντολές από τις ήδη υπάρχουσες και αναδρομική, καθώς μέσα στον ορισμό μιας διαδικασίας μπορεί να υπάρχει η ίδια διαδικασία μία ή περισσότερες φορές. Τέλος, είναι διαδραστική παρέχοντας άμεση ανατροφοδότηση στο χρήστη. Η διαδραστικότητα είναι μια από τις βασικές ιδιότητες της Logo και είναι δυνατόν να παρασχεθεί είτε μέσω της εκτέλεσης των εντολών γραμμή – γραμμή είτε μέσω της εκτέλεσης ενός προγράμματος συνολικά. Σε αυτό το πλαίσιο, ο αναστοχασμός και η διόρθωση γίνεται αναπόσπαστο τμήμα της κατασκευής γραφικών αντικειμένων, δεδομένου ότι ο υπολογιστής δεν ‘ερμηνεύει’ τις συμβολικές εκφράσεις, αλλά τις εκτελεί πιστά με συγκεκριμένο, σαφώς καθορισμένο και σταθερό τρόπο.

Ο προγραμματισμός σε γλώσσα Logo έχει υποστηριχτεί ότι προάγει μια σειρά από γνωστικές (π.χ. στρατηγικές σχεδιασμού και επίλυσης προβλήματος) και κοινωνικές δεξιότητες (π.χ. κοινωνικο-συναισθηματική ανάπτυξη) με ποικίλα και πολλές φορές αντικρουόμενα συμπεράσματα (δες π.χ. Clements & Sarama, 1997a). Στο γνωστικό πεδίο των μαθητικών, έχει αναγνωριστεί η αξία της Γεωμετρίας της Χελώνας ως εργαλείο για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης (Hoyles & Noss, 1992, Noss & Hoyles, 1996). Λαμβάνοντας πάντα υπόψη το σύνολο των εμπλεκόμενων παραγόντων στη μαθησιακή διαδικασία οι Clements & Sarama (1997a, σελ.9) διατείνονται ότι: *‘Ο προγραμματισμός με Logo και ιδιαίτερα τα γραφικά της χελώνας στη βασική εκπαίδευση είναι ξεκάθαρα ένα αποτελεσματικό μέσο για να παράσχουμε μαθηματικές εμπειρίες’*.

Προγραμματίζοντας με Logo οι μαθητές εργάζονται και ‘έρχονται αντιμέτωποι’ με μια αναπαράσταση της ίδιας τους της μαθηματικής δραστηριότητας (Hoyles, 1995) παρά με μια δοσμένη μαθηματική αναπαράσταση. Η προγραμματιστική δραστηριότητα απαιτεί την εστίαση στη διαδικασία κατασκευής και στην απόδοση μιας γεωμετρικής αναπαράστασης με τη γενικευμένη μορφή ενός προγράμματος. Και είναι αυτός ακριβώς ο φορμαλισμός του προγράμματος που μπορεί να γεφυρώσει το χάσμα μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης.

Εργαζόμενοι στα πλαίσια του μικρόκοσμου της Γεωμετρίας της Χελώνας έχουμε την ταυτόχρονη αναπαράσταση της ίδιας ιδέας με τρεις διαφορετικούς τρόπους: εκτέλεση της ιδέας παίζοντας – προσομοιώνοντας την κίνηση της χελώνας, χρήση συμβολικού κώδικα για την εκτέλεση της εντολής στο υπολογιστικό περιβάλλον και γραφική ανατροφοδότηση αναφορικά με την εκτελεσθείσα εντολή. Σύμφωνα με τον Papert (1988) η χρήση της μεταφοράς της χελώνας είναι πολύ πιο σημαντική από την ίδια τη γλώσσα Logo, ενώ θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μια τομή μεταξύ της ιστορικής εξέλιξης των επιστημών και της διαδικασίας ψυχολογικής ανάπτυξης του παιδιού, καθώς πρόκειται για μια μαθηματική έννοια η οποία γίνεται αντικείμενο ‘ανθρωπομορφισμού’ –σύμφωνα με τον όρο που χρησιμοποιεί ο Papert- ή πιο σωστά πρόκειται για μια μαθηματική έννοια στην οποία αποδίδονται κάποιες ιδιότητες έμβιου όντος. Δύο είναι οι βασικές ιδιότητες της χελώνας: η θέση και ο προσανατολισμός. Καθώς η χελώνα έχει μια θέση και ‘κοιτάει’ προς μια κατεύθυνση, η χελώνα γίνεται ένα μαθηματικό αντικείμενο με το οποίο ο χρήστης μπορεί εύκολα να ταυτιστεί. Γεφυρώνοντας τα μαθηματικά με την αισθησιοκινητική (sensorimotor) εμπειρία και την αυτοαντίληψη (self-image), τα μαθηματικά γίνονται πιο χειροπιαστά και άρα πιο προσβάσιμα. Κεντρικό, όμως, είναι το ερώτημα της φύσης της σχέσης μεταξύ του συμβολικού κώδικα ως σημαίνοντος και της μεταφοράς της κίνησης της χελώνας ως σημειομένου. Πόσο εύκολος είναι τελικά ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα; Σε ποιους περιορισμούς υπόκειται; Παρά τα όποια πλεονεκτήματά του, ποιες παρανοήσεις μπορεί ενδεχομένως να καλλιεργήσει ή ποιους περιορισμούς θέτει στη μαθηματική σκέψη και την προγραμματιστική λογική;

Αν και η χρήση μεταφορών (metaphors) (English, 1997), χρησιμοποιείται συστηματικά ως βοήθημα κατά την προσέγγιση καινούργιων ή μη εύκολα κατανοητών εννοιών και αντικειμένων, η χρήση τους ρυθμίζει τον τρόπο με τον οποίο το καινούργιο γίνεται αντιληπτό (Pufall, 1988). Έτσι ένα κεντρικό ζήτημα αναφορικά με την ανάπτυξη μικροκόσμων είναι η διερεύνηση των δυνατοτήτων αλλά και των περιορισμών που επιβάλλει η χρήση μεταφορών, καθώς σε κάθε περίπτωση η όποια μεταφορά δεν μπορεί να θεωρηθεί δομικά και λειτουργικά ισοδύναμη με την έννοια ή το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται. Για παράδειγμα η απόφαση του Papert να προσδώσει ιδιότητες στον κέρσορα μέσω της μεταφοράς της χελώνας έχει αναπόφευκτα επιπτώσεις στον τρόπο που γίνεται αντιληπτός και χρησιμοποιείται ο μικρόκοσμος της χελώνας. Για παράδειγμα, οι δυσκολίες των παιδιών –ή η υποσυνείδητη αντίθεσή τους- στο να ενσωματώσουν αρχικά στις εντολές και στα προγράμματα που φτιάχνουν την εντολή ‘Backword’ ή το γεγονός ότι προτιμούν αντί να πάνε πίσω να κάνουν μια στροφή 180° και πάλι να προχωρήσουν εμπρός πιθανόν να οφείλεται ακριβώς σε αυτόν το ‘ζωομορφισμό’ της χελώνας. Τα ζώα που χρησιμοποιούν την όρασή τους για τον προσανατολισμό στο χώρο, όπως η χελώνα, κινούνται πάντα κατά μέτωπο προς ένα στόχο, αυξάνοντας έτσι την πιθανότητα επιτυχίας και αντίστοιχα μειώνοντας την πιθανότητα καταστροφής. Ο Pufall (1988) αναφέρει ότι οι μαθητές δεν θα κατασκευάσουν τα πιο αποτελεσματικά προγράμματα

μέχρι να εγκαταλείψουν την μεταφορά της χελώνας και να δουν το πρόβλημα καθαρά στην προγραμματιστική του διάσταση.

Αλλάζοντας τις δομές και τα μέσα που χρησιμοποιούνται στη μαθηματική έκφραση προκαλούνται ταυτόχρονα αλλαγές στις πιθανές μαθηματικές πρακτικές (Healy, 2008), αλλαγές που δεν έχουν μόνο μια πραγματιστική διάσταση αλλά και μια επιστημολογική. Το ερώτημα λοιπόν που γεννάται είναι: τι είδους γεωμετρία είναι ‘η Γεωμετρία της Χελώνας’; Οι Abelson & diSessa (1981) καθώς και ο Harvey (1985) χαρακτηρίζουν τη Γεωμετρία της Χελώνας ως ‘εσωγενή’ και θεωρούν ότι αυτό είναι το βασικό χαρακτηριστικό που τη διαφοροποιεί τόσο από την ευκλείδεια όσο και από την καρτεσιανή γεωμετρία. Ο όρος ‘εσωγενής’ χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη διαδικασία κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων με τη χελώνα κατά την οποία δε γίνεται καμιά αναφορά σε οποιοδήποτε σημείο εκτός του ίχνους του γεωμετρικού σχήματος. Παράλληλα ο Papert (1980) θεωρεί τη Γεωμετρία της Χελώνας ως ‘διαφορική’ καθώς κατά τη διαδικασία του σχεδιασμού αυτό που έχει σημασία είναι η διαφορά μεταξύ του σημείου που βρίσκεται η χελώνα και του σημείου που θέλει να πάει. Για παράδειγμα κατά τη διαδικασία σχεδιασμού του κύκλου δεν υπάρχει το σημείο αναφοράς του κέντρου του κύκλου. Η χελώνα σχηματίζει τον κύκλο καθώς προχωράει και στρίβει. Για να γυρίσει στο σημείο απ’ όπου ξεκίνησε χωρίς να διασταυρώσει σε κάποιο σημείο το ίχνος της πρέπει να στρίψει συνολικά 360 μοίρες. Μολαταύτα, οι Abelson & diSessa (1981) κάνουν διάκριση μεταξύ του σημείου θέασης που στηρίζεται στη μεταφορά της χελώνας, όπου κάθε κίνηση της χελώνας προσδιορίζεται άσχετα με τη θέση της χελώνας στο επίπεδο και του σημείου θέασης του εξωτερικού παρατηρητή –χρήστη ο οποίος προσπαθεί να σχεδιάσει ένα συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα. Στην τελευταία περίπτωση λαμβάνεται υπόψη το σύνολο του επιπέδου.

Όπως κάθε εκπαιδευτικό περιεχόμενο και εργαλείο, έτσι και ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας, κλείνοντας πλέον τρεις δεκαετίες παρουσίας στην εκπαίδευση, υφίσταται συνεχώς διαδικασίες ‘διδασκτικής μεταφοράς’ τόσο σε μακροεπίπεδο, όσο και σε μικροεπίπεδο. Σε μακροεπίπεδο παράδειγμα αυτής της μεταφοράς είναι οι πολλαπλές εκδόσεις και μετασχηματισμοί του αρχικού μικρόκοσμου της Γεωμετρίας της Χελώνας, στον οποίο έχουν προστεθεί κατά καιρούς ποικίλα εργαλεία και λειτουργικότητες ανάλογα με τις εκάστοτε διδακτικές και ερευνητικές προτεραιότητες (Clements et al, 1996, Kynigos et al., 1997). Σε μικροεπίπεδο ο ίδιος μικρόκοσμος έχει χρησιμοποιηθεί με τελείως διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με το διδακτικό σχεδιασμό, τις δραστηριότητες και την κοινωνική εννοχή της τάξης (ReMath, 2005-2009). Απομακρυνόμενοι από τον αρχικό ενθουσιασμό σχετικά με τον καταλυτικό ρόλο της Γεωμετρίας της Χελώνας (π.χ. ότι η απλή ‘έκθεση’ στο περιβάλλον της Γεωμετρίας της Χελώνας θα είχε από μόνη της θετικά αποτελέσματα, Papert, 1980), αλλά και τον μετέπειτα σκεπτικισμό (Pea, 1983), ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας γίνεται στην παρούσα έρευνα αντιληπτός περισσότερο ως ένα ‘διανοητικό πλαίσιο’ (Clements & Sarama, 1997b),

πάνω στο οποίο θα στηριχτούν οι διαδικασίες επίλυσης προβλήματος και συνεκδοχικά οι διαδικασίες κατασκευής της γνώσης.

2.3 Οικοδομώντας τη γνώση σε κοινωνιοπολιτισμικά πλαίσια

2.3.1 Η κοινωνική προέλευση της γνώσης

Σύμφωνα με την κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση της διδασκαλίας και μάθησης, η νόηση είναι κοινωνικά θεμελιωμένη και όχι απλά κοινωνικά επηρεασμένη. Η μάθηση μπορεί να θεωρηθεί ως μια δραστηριότητα που λαμβάνει χώρα μέσω της αλληλόδρασης μεταξύ ατόμων, υλικών και ευρύτερων κοινωνικών πλαισίων και η οποία καταλήγει στην προσαρμογή του μανθάνοντος ατόμου σε πτυχές αυτών των περικειμένων. Η θέση του Vygotsky είναι ξεκάθαρη σε αυτό το θέμα:

«Η μάθηση προϋποθέτει μια ειδική κοινωνική φύση και διαδικασία μέσω της οποίας τα παιδιά μεγαλώνουν και ενσωματώνονται στη διανοητική ζωή αυτών που τα περιβάλλουν» (Vygotsky, 1978, p. 80)

Απορρίπτοντας την άποψη ότι η κοινωνική αλληλόδραση λειτουργεί απλά ως καταλύτης στην αυτόνομη διανοητική ανάπτυξη, η κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση διατείνεται ότι η ατομική ανάπτυξη έχει τις ρίζες της στην κοινωνία και την κουλτούρα της. Ο Vygotsky (1978) ισχυρίζεται ότι κάθε λειτουργία κατά την ανάπτυξη του παιδιού εμφανίζεται δύο φορές, πρώτα σε κοινωνικό πεδίο και έπειτα σε ατομικό πεδίο μέσω διαδικασιών εσωτερίκευσης. Όλες οι υψηλού επιπέδου διανοητικές λειτουργίες θεωρούνται εσωτερικευμένες κοινωνικές σχέσεις, που έχουν προοδευτικά διαμορφώσει το εσωτερικό πεδίο της συνείδησης. Μέσα από την εσωτερίκευση συγκεκριμένων πτυχών της δραστηριότητας που έχει πραγματοποιηθεί σε εξωτερικό – κοινωνικό πεδίο αποκτούμε τα μέσα για να ρυθμίσουμε όχι μόνο την κοινωνική μας συμπεριφορά, αλλά και να ελέγξουμε τις δικές μας βασικές ψυχολογικές διεργασίες, όπως τη μνήμη, τη συγκέντρωση και τη σκέψη.

Η εσωτερίκευση των κοινωνικών διαδικασιών δεν είναι σαφώς μια διαδικασία αντιγραφής της εξωτερικής πραγματικότητας σε ένα προϋπάρχον εσωτερικό πεδίο, είναι μια διαδικασία κατά την οποία αυτό το εσωτερικό διαμορφώνεται. Η πρόοδος σε ένα διαψυχολογικό πεδίο οδηγεί σε πρόσθετη ανάπτυξη στο ενδοψυχολογικό πεδίο. Υπό αυτή την προοπτική η νόηση (cognition) θεωρείται κοινωνικά εντοπισμένη, ενώ ταυτόχρονα γίνεται αντιληπτή ως κάτι που διαμεσολαβείται και εκτείνεται πέρα από τις αφηρημένες υπολογιστικές διαδικασίες στο εσωτερικό του εγκεφάλου. Η νόηση διαμεσολαβείται από, αλλά και ενσωματώνεται στα υλικά κατασκευάσματα και στις κοινωνικές πρακτικές.

Μια σημαντική ιδέα στο πλαίσιο των κοινωνιοπολιτισμικών θεωριών όσον αφορά στη διδασκαλία και μάθηση είναι η Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης (ΖΕΑ): Η ΖΕΑ μπορεί να οριστεί ως:

«Η απόσταση μεταξύ του πραγματικού αναπτυξιακού επιπέδου ενός παιδιού, όπως αυτό ορίζεται από την αυτόνομη επίλυση προβλημάτων και το αναπτυξιακό δυναμικό ενός παιδιού όπως αυτό ορίζεται από την επίλυση προβλημάτων υπό την καθοδήγηση και τη βοήθεια ενηλίκων ή πιο ικανών συνεργατών (Vygotsky, 1978, p.86)».

Πρόκειται για έναν συμβολικό χώρο ο οποίος περιλαμβάνει τα άτομα, τις πρακτικές τους και τις συνθήκες της δραστηριότητάς τους. Ενώ το πραγματικό αναπτυξιακό επίπεδο ενός παιδιού αναφέρεται σε λειτουργίες που έχουν ήδη ωριμάσει, η ΖΕΑ ορίζει αυτές τις λειτουργίες που, αν και δεν έχουν ωριμάσει, βρίσκονται σε διαδικασία ωρίμανσης. Η διδασκαλία είναι καλή όταν προηγείται της ανάπτυξης και κινητοποιεί ένα σύνολο λειτουργιών που βρίσκονται σε διαδικασία ωρίμανσης και οι οποίες βρίσκονται στα όρια της Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξης του ατόμου. Η ΖΕΑ βλέπει τη διδασκαλία ως κάτι που ξεπερνά την απλή διδακτική ανταλλαγή και τη μεταφορά γνώσης. Η διδασκαλία προσεγγίζεται ως μια μορφή συνεργασίας και σταδιακής ανάπτυξης της διυποκειμενικότητας. Η διυποκειμενικότητα υφίσταται όταν οι συνομιλητές έχουν κοινές κάποιες πτυχές του ορισμού των καταστάσεων στις οποίες εμπλέκονται. Καθώς ένας ενήλικας και ένα παιδί στη ΖΕΑ συχνά ορίζουν τελείως διαφορετικά καταστάσεις και αντικείμενα στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων, αντιμετωπίζουν σοβαρά προβλήματα στην εγκαθίδρυση και διατήρηση της διυποκειμενικότητας. Η πρόκληση για έναν ενήλικα είναι να βρει έναν τρόπο να επικοινωνήσει με το παιδί έτσι, ώστε το τελευταίο να μπορεί να συμμετέχει τουλάχιστον σε κάποιο βαθμό στις διαψυχολογικές λειτουργίες και στον ορισμό εν τέλει της δραστηριότητας με έναν νέο πολιτισμικά αποδεκτό τρόπο.

Η ΖΕΑ απαιτεί ένα περιβάλλον όπου θα υπάρχει υψηλός βαθμός αμεσότητας και διυποκειμενικότητας μεταξύ μαθητή και δασκάλου, πράγμα που επιτυγχάνεται μόνο στις φροντιστηριακού τύπου περιπτώσεις αλληλόδρασης δασκάλου – μαθητή. Αναπτύσσοντας την έννοια της Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξης ο Vygotsky (1978) αναφέρθηκε όχι μόνο στη συνεργασία μεταξύ δασκάλου και μαθητή αλλά και στη συνεργασία μεταξύ αρχάριου και πιο ικανού συνεργάτη. Σε αυτή την περίπτωση ο πιο ικανός συνεργάτης επωφελείται από τη διαδικασία της διδασκαλίας ή είναι μόνο προς όφελος του αρχαρίου; Η κοινωνιοπολιτισμική θεωρία δε δίνει μια σαφή απάντηση. Μολαταύτα αν λάβουμε υπόψη τη σημασία του λόγου και του διαλόγου ως διαμεσολαβητικών εργαλείων, συνάγεται ότι θα υπάρχουν τουλάχιστον κάποια θετικά αποτελέσματα και για τον πιο ικανό συνεργάτη. Σύμφωνα με το Vygotsky ο λόγος και η πράξη θεωρούνται ενοποιημένα μέρη της ίδιας ψυχολογικής λειτουργίας. Ο λόγος μπορεί να προσλάβει τέτοια σημασία για ένα παιδί ώστε, αν δεν το αφήσουμε να τον χρησιμοποιήσει, μπορεί να καταστεί αδύνατο να ολοκληρώσει μια δραστηριότητα. Συνεπώς στα πλαίσια συνεργατικών ομάδων οι μαθητές που θα διαδραματίσουν το ρόλο του πιο ικανού συνεργάτη θα ωφεληθούν από την

αναμόρφωση, την έκφραση και τον έλεγχο των ιδεών τους κατά τη διαδικασία κατασκευής κοινής γνώσης.

Αν και η συνεργασία στα πλαίσια της ΖΕΑ μπορεί να συντελέσει στην πραγμάτωση του αναπτυξιακού δυναμικού των μαθητών, κάτι τέτοιο δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένο. Σε πολλές περιπτώσεις η μη συμμετρική σχέση μεταξύ δασκάλου και μαθητή (ή μεταξύ πιο ικανού συνεργάτη και αρχαρίου) μπορεί να σταθεί εμπόδιο στη συμβολή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία και να αποθαρρύνει εκτενείς απαντήσεις από μέρους τους. Οι μαθητές μπορεί να δώσουν συγκεκριμένες απαντήσεις μόνο και μόνο για να ευχαριστήσουν το δάσκαλο ή για να λάβουν την επιδοκιμασία του. Υπάρχουν έρευνες που δείχνει ότι συμμετρικές ομάδες συνάγουν συμπεράσματα ευκολότερα και επιτυγχάνουν καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα από τις μη-συμμετρικές ομάδες (Mercer & Wegerif, 1999). Γνωστικό δυναμικό υπάρχει, λοιπόν, και σε ομάδες μαθητών με ημιτελή αλλά σχετικά ίδιου επιπέδου εμπειρία και γνώση, όπου το κάθε μέλος διαθέτει κάποια γνώση και κάποιες δεξιότητες, αλλά χρειάζεται και τη συμβολή των άλλων για να προχωρήσει. Η ποικιλία όσον αφορά στην προϋπάρχουσα γνώση και εμπειρία των συνομηλίκων φαίνεται ότι παρέχει τις πηγές εκείνες για την από κοινού κατασκευή της γνώσης, καθώς και ευκαιρίες για αναστοχασμό και κατασκευή νοημάτων.

Στην περίπτωση των ομάδων με μέλη που έχουν του ίδιου επιπέδου γνώσεις και ικανότητες μπορεί να γίνει λόγος για μια διπλής κατεύθυνσης (bi-directional) ή συνεργατική ΖΕΑ (Goos et al, 2002), όπου οι μαθητές θα πρέπει να συντονίσουν τις διαφορετικές προοπτικές θέασης του προβλήματος για να μπορέσουν να φτάσουν στην επίλυσή του. Σ' αυτή την περίπτωση όμως μπορούν να αναπαραχθούν τα σημαντικά χαρακτηριστικά του λόγου του δασκάλου (π.χ. ανατροφοδότηση, παρακίνηση, ενοποίηση της γνώσης) ή του πιο ικανού συνεργάτη; Η συμμετοχή στην επίλυση κοινών προβλημάτων θα προάγει την κοινή κατασκευή της γνώσης και τη διυποκειμενικότητα; Η συνομιλία (talk) είναι ένας κοινωνικός τρόπος σκέψης. Συντελεί όμως κάθε είδος λόγου και συνομιλίας στη μάθηση; Ποια είδη συνομιλίας και συζήτησης συνδέονται με υψηλότερες επιδόσεις; Η συνεργατική μάθηση στα πλαίσια συμμετρικών ομάδων, ιδιαίτερα όσον αφορά στη διδακτική με χρήση ψηφιακών τεχνολογιών έχει γίνει -και εξακολουθεί να αποτελεί- αντικείμενο πληθώρας ερευνών. Συνοπτικά μπορεί να ειπωθεί ότι αποδοτική συνεργασία στα πλαίσια των ομάδων δεν επιτυγχάνεται με εύκολο και φυσικό τρόπο, αλλά εξαρτάται από μια σειρά παραγόντων που θα διαμορφώσουν τη δυναμική της αλληλόδρασης (Crook, 1994). Σε ένα ευρύτερο πλαίσιο η Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης γίνεται αντιληπτή τις τελευταίες δεκαετίες ως η απόσταση ανάμεσα στην κοινωνικά παρεχόμενη γνώση αλλά και τα νέα είδη κοινωνικής δραστηριότητας που μπορούν να παραχθούν συλλογικά και στις καθημερινές ανεξάρτητες δράσεις του ατόμου (Engestrom, 1987, Davydof & Markova, 1983). Η ΖΕΑ λοιπόν φαίνεται ότι παύει να αναφέρεται αποκλειστικά στο δίπολο αρχαρίου –πιο ικανού συνεργάτη και ότι δε σχετίζεται μόνο με οργανωμένες και εμπρόθετες διδακτικές καταστάσεις αλλά και ότι

αναφέρεται ευρύτερα στην πραγμάτωση του αναπτυξιακού δυναμικού του ατόμου ως αποτέλεσμα της δράσης του σε συγκεκριμένα κοινωνιοπολιτισμικά περιεχόμενα.

Ένα άλλο κενό των κοινωνιο-πολιτισμικών θεωριών είναι το πρόβλημα της αυτονομίας των μαθητών και της ικανότητας για ανεξάρτητη μάθηση (Crook, 1987). Εκ πρώτης, από μια κοινωνιο-πολιτισμική άποψη η μάθηση φαίνεται να περιορίζεται σε κοινωνικά πλαίσια. Παρόλα αυτά μπορεί να μην υπάρχει ασυμφωνία μεταξύ αυτονομίας και κοινωνιο-πολιτισμικής θεωρίας, καθώς μέσα από την εσωτερίκευση της κοινωνικής καθοδήγησης οι μαθητές μπορούν να την παράγουν μόνοι τους. Συνεπώς, μπορούν να γίνουν ικανοί να μαθαίνουν 'αυτόνομα' χωρίς άμεση αλληλόδραση και ανταλλαγές με άλλους, αν και η διαδικασία της μάθησης θα συνεχίσει να πραγματώνεται μέσα σε κοινωνικά προσδιορισμένα πλαίσια.

Παράλληλα, η θεωρία της 'διαμοιρασμένης' νόησης (distributed cognition) φαίνεται να προσθέτει μια ενδιαφέρουσα πτυχή όσον αφορά στην κοινωνιοπολιτισμική κατασκευή της γνώσης. Θεωρώντας τη νόηση διαμοιρασμένη στο περιεχόμενο μέσω της κουλτούρας φαίνεται να αίρονται οι περιορισμοί που επιβάλλονται από την ανάγκη διαπροσωπικής αλληλόδρασης και να φωτίζονται μηχανισμοί που συχνά παραμένουν υποσυνείδητοι. Όταν λέμε ότι η νόηση είναι διαμοιρασμένη εννοούμε ότι οι πόροι και τα μέσα που μορφοποιούν και καθιστούν δυνατή κάθε δραστηριότητα είναι διαμοιρασμένα σε ανθρώπους, περιβάλλοντα και καταστάσεις (Cole & Engestrom, 1993). Υπάρχει λοιπόν σαφώς μια κοινωνική και μια υλική διάσταση στη διαμοίραση της νόησης (Pea, 1993). Για παράδειγμα η χρήση συγκεκριμένων εργαλείων μπορεί να ενταχθεί στα πλαίσια κοινωνιοπολιτισμικών διαδικασιών κατασκευής της γνώσης, καθώς τα εργαλεία κυριολεκτικά 'κουβαλούν' νοημοσύνη, με την έννοια ότι αναπαριστούν την απόφαση συγκεκριμένων ατόμων ή μιας κοινότητας αναφορικά με τα μέσα που πρέπει να διατεθούν προς χρήση. Μέσω της σχεδίασης και των εφευρέσεων 'φορτώνουμε' νοημοσύνη¹ σε φυσικά εργαλεία και αναπαραστασιακά συστήματα. Η γνώση αυτή μπορεί να προσεγγιστεί μέσω πολλαπλών 'οδών': π.χ. μέσω ατομικής διερεύνησης και ανακάλυψης συγκεκριμένων λειτουργικοτήτων του εργαλείου (διαδικασία που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως αυτόνομη μάθηση), μέσω παρατήρησης του τρόπου χρήσης και προσπάθειας μίμησης ή μέσα από καθοδηγούμενη συμμετοχή από πιο ικανούς άλλους. Η θεωρία της διαμοιρασμένης νόησης υπογραμμίζει για άλλη μια φορά ότι ακόμα και χωρίς άμεση αλληλόδραση, οι εμπειρίες και η απορρέουσα γνώση παραμένουν κοινωνικά καθορισμένες εντός συγκεκριμένων κοινωνικών πλαισίων.

2.3.2 Εγκαθιδρυμένη μάθηση και εγκαθιδρυμένη αφαίρεση

Η κοινωνιοπολιτισμική προοπτική 'τοποθετεί' και εξετάζει τις δραστηριότητες του ατόμου και τις διαδικασίες μάθησης σε ένα ευρύτερο πλαίσιο και τις εξηγεί μέσα από

¹ Νοημοσύνη που πρέπει να 'αφαιρέσουμε', αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε το ίδιο εργαλείο με καινοτόμο τρόπο.

τη συμμετοχή του ατόμου στις ευρύτερες κοινωνιοπολιτισμικές πρακτικές. Η θεώρηση της εγκαθιδρυμένης μάθησης και των κοινοτήτων δράσης, όπως αυτή αναπτύσσεται από τους Lave & Wenger (1991) μας επιτρέπει να εστιάσουμε στα στενότερα πλαίσια δράσης του ατόμου, στις συγκεκριμένες ομάδες και κοινότητες στις οποίες το άτομο συμμετέχει. Για παράδειγμα ως μια τέτοια ομάδα θα μπορούσε να θεωρηθεί η τάξη, η οποία, αν και αποτελεί σαφώς μέρος της ευρύτερης κοινωνίας και σ' ένα επίπεδο χαμηλότερα αναπόσπαστο τμήμα ενός συγκεκριμένου εκπαιδευτικού συστήματος και ενός συγκεκριμένου εκπαιδευτικού ιδρύματος, παραμένει μια αυθύπαρκτη οντότητα με τις δικές της πρακτικές και κανόνες (Cobb & Yackel, 1996). Υπό αυτή την οπτική, η έννοια της εγκαθιδρυμένης μάθησης φαίνεται να αποτελεί μια μεταβατική έννοια, μια γέφυρα μεταξύ των θεωριών της μάθησης που δίνουν έμφαση στις γνωστικές λειτουργίες και σ' εκείνες που δίνουν έμφαση στις κοινωνικές πρακτικές. Η εστίαση δεν είναι απλά στο άτομο, αλλά στο άτομο ως μέλος μιας κοινωνιοπολιτισμικής κοινότητας.

Σύμφωνα με την αρχή της “εγκαθιδρυμένης γνωστικής διαδικασίας και μάθησης” (situated cognition, situated learning) (Brown et al, 1989) η μάθηση δεν είναι μια ατομική διεργασία της νόησης, αλλά μια κοινωνικοπολιτισμική διεργασία που λαμβάνει χώρα μέσω της επικοινωνίας και της αλληλεπίδρασης με άλλους ανθρώπους. Οι δραστηριότητες ενός ατόμου, οι εργασίες που αναλαμβάνει αποτελούν μέρος ενός συστήματος σχέσεων εντός του οποίου αποκτούν νόημα. Αυτά τα συστήματα προκύπτουν, αναπαράγονται και αναπτύσσονται μέσα σε συγκεκριμένες κοινότητες, οι οποίες εν μέρει δεν είναι τίποτα άλλο παρά συστήματα σχέσεων μεταξύ των ατόμων. Τα άτομα προσδιορίζονται αλλά και προσδιορίζουν αυτές τις σχέσεις. Έτσι, η μάθηση περιλαμβάνει και τη δημιουργία συγκεκριμένης ταυτότητας εκ μέρους του δράντος υποκειμένου, καθώς εμπλέκεται σε συγκεκριμένες πρακτικές. Η συμμετοχή στις κοινότητες δράσης στηρίζεται σε μια ‘εντοπισμένη’ διαπραγμάτευση και επαναδιαπραγμάτευση νοημάτων, καταδεικνύοντας την αμοιβαία αλληλεξάρτηση δράντος ατόμου και κόσμου, δραστηριότητας και νοήματος, μάθησης και κατανόησης. Υπό αυτή την έννοια το περικείμενο δεν γίνεται πλέον αντιληπτό ως κάτι στατικό και αμετάβλητο, αλλά ως κάτι δυναμικό. Δεν περιβάλλει απλά την ανθρώπινη δραστηριότητα, αλλά διαπλέκεται με αυτή (Kynigos & Psycharis, 2009), εξελίσσεται μαζί με αυτή αλλά και την πλαισιώνει θεωρητικά.

Με το να θεωρείται όμως όλη η γνώση εγκαθιδρυμένη, αυτομάτως όλα τα γνωσιακά αντικείμενα – κατασκευάσματα καθίστανται μη ορατά (Bereiter, 1997). Έτσι, η έννοια της γνώσης που είναι στενά συνδεδεμένη με συγκεκριμένα πεδία και περικείμενα εγείρει το πρόβλημα της μεταφοράς της γνώσης. Ο Cole (1990) ισχυρίζεται ότι οι πηγές της γενίκευσης ενυπάρχουν σε ότι ήταν αρχικά περιορισμένο σε συγκεκριμένα περικείμενα, ενώ ο Crook (1994) πιστεύει ότι τα διάφορα κοινωνικά περιβάλλοντα μας παρέχουν τις διευκολύνσεις εκείνες (affordances) που είναι απαραίτητες για να γενικεύσουμε μέσω υποστηρικτικών παρεμβάσεων κοινωνιοπολιτισμικής φύσης. Γεφυρώνοντας την αφηρημένη γνώση με την εγκαθιδρυμένη μάθηση, οι Hoyles et al. (2004) θεωρούν ότι οι αφαιρετικές

διαδικασίες όσον αφορά στα μαθηματικά είναι ταυτόχρονα εντοπισμένες σε μια συγκεκριμένη περίπτωση και διαμορφώσιμες από τα διαθέσιμα εργαλεία αλλά και από τη σχέση που αναπτύσσει ο χρήστης με αυτά τα εργαλεία. Η Hoyles (2001) κάνει λόγο για την «εγκαθιδρυμένη αφαίρεση», ως μια διαδικασία που αναπτύσσεται στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων και διερευνά πώς η γνώση και η συμβολική τεχνολογία αμοιβαία λαμβάνουν υπόσταση μέσα από μια συλλογική κατασκευή και διαπραγμάτευση. Υπό αυτή την οπτική η αφαιρετική διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί κυρίως ως μια σταδιακή επίστροφή νοήματος παρά ως μια διαδικασία αντικατάστασης ενός νοήματος από ένα άλλο (Noss & Hoyles, 1996). Άλλωστε η γενικά εφαρμόσιμη και αποπλαισιωμένη γνώση και οι αφηρημένες αναπαραστάσεις αποκτήθηκαν σε συγκεκριμένα πλαίσια και είναι άχρηστες, αν δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε δεδομένες συνθήκες. Η δύναμη της αφαιρετικής διαδικασίας θεωρείται εντοπισμένη σε συγκεκριμένα άτομα και στην περιβάλλουσα κουλτούρα που την έκανε εφικτή.

Απ' την άλλη οι Nunez et al. (1999) θεωρούν ότι η εγκαθιδρυμένη φύση της μάθησης και της γνώσης δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή σε όλες τις διαστάσεις, αν εστιάσουμε μόνο σε κοινωνικούς, πολιτισμικούς παράγοντες ή στο περιεχόμενο, καθώς όλοι αυτοί οι παράγοντες είναι περαιτέρω εγκαθιδρυμένοι στην κοινή φυσιολογία και στις βασικές κινητικές εμπειρίες του ανθρώπινου είδους (Lakoff & Johnson, 1999). Οι διαδικασίες κατασκευής γνώσης υπόκεινται των περιορισμών που θέτουν οι ανθρώπινες βιολογικές λειτουργίες, οι οποίες εμπλέκονται στην προσπάθεια κατασκευής νοήματος με τη χρήση συγκεκριμένων μέσων. Η ανθρώπινη νόηση είναι λοιπόν ενσώματη (embodied cognition). Κατ' επέκταση η λογική και οι διάφορες επιστήμες δεν είναι καθαρές, αφηρημένες και προϊόντα του εξωτερικού κόσμου αλλά προϊόντα του ανθρώπινου νου και σώματος. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τους Lakoff & Nunez (1997) τα μαθηματικά δεν είναι περισσότερο ανεξάρτητα από την ανθρώπινη υπόσταση από όσο είναι η αντίληψη του χρώματος. Και τα δύο, χρώμα και μαθηματικά, αποτελούν δύο διαφορετικές πτυχές του ενσώματου νου.

Αναλύοντας τη δομή συγκεκριμένων μαθηματικών εννοιών οι Lakoff & Nunez (2000) προσπαθούν να καταδείξουν ότι πολλά από αυτά που θεωρούμε αφηρημένα στα μαθηματικά στηρίζονται στην εκτενή χρήση μεταφορών που με τη σειρά τους είναι θεμελιωμένες στην αισθησιοκινητική μας εμπειρία και δράση, στις ίδιες τις ενσώματες εμπειρίες μας. Οι εννοιολογικές δομές που αναπτύσσονται αρχικά από τον άνθρωπο στην προσπάθειά του να νοηματοδοτήσει τις κινητικές του εμπειρίες αποτελούν τη βάση για την επικοινωνία και την από κοινού κατασκευή νοημάτων. Εξαιτίας λοιπόν του ότι το ανθρώπινο σώμα και ο νους είναι σταθερά σημεία αναφοράς, ο τρόπος που γίνονται αντιληπτές οι διάφορες εμπειρίες έχει μια κοινή και στάθερη βάση για όλα τα ανθρώπινα πλάσματα.

Μολαταύτα η σημασία που δίνεται τελευταία από επιστημολογικής άποψης στις 'ενσώματες' διαστάσεις της νόησης δεν πρέπει να θεωρηθεί ως μια παραλλαγή του εμπειρισμού. Η γνώση δεν είναι απλά η αισθητηριακή εντύπωση του υλικού κόσμου. Οι αισθησιοκινητικές εμπειρίες έρχονται όμως να προστεθούν ως αναπόσπαστο

τμήμα των γνωστικών διαδικασιών (Radford et al, 2009). Κεντρικό είναι το ερώτημα ποια μέσα χρησιμοποιούνται και ποια υλικά, ποιες αισθήσεις εμπλέκονται. Ποιες διαφορετικές δυνατότητες αντίληψης και νόησης θέτονται σε λειτουργία με τη χρήση συγκεκριμένων υλικών και μέσων;

2.4 *Εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης της γνώσης*

Σύμφωνα με την κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση της μάθησης όλες οι υψηλού επιπέδου διανοητικές λειτουργίες θεωρούνται εσωτερικευμένες κοινωνικές σχέσεις, που έχουν προοδευτικά διαμορφώσει το εσωτερικό πεδίο της συνείδησης. Πώς όμως συνδέονται οι ατομικές ψυχολογικές λειτουργίες με το κοινωνικό περιβάλλον; Αν η εσωτερική των εξωτερικά αρχικά παραχθέντων κοινωνικών σχέσεων και πρακτικών δεν συνίσταται σε μια απλή ‘εγγραφή’, ποιοι οι μηχανισμοί που συντελούν στην απόδοση νοήματος στον κόσμο που μας περιβάλλει; Η αλληλόδραση του ατόμου με τον πραγματικό κόσμο φαίνεται ότι ορίζεται και διαμορφώνεται από τη χρήση συμβολικών αντικειμένων και πολιτισμικών εργαλείων. Η πρόσβαση που έχουμε στην πραγματικότητα παρέχεται μέσω των μορφών της πραγματικότητας που καθίστανται εφικτές από τα συμβολικά συστήματα τα οποία είναι διαθέσιμα σε συγκεκριμένα πολιτισμικά περιβάλλοντα. Ένα σημάδι- σύμβολο είναι αρχικά ένα μέσο που χρησιμοποιήθηκε για κοινωνικούς σκοπούς, ένα μέσο για να επηρεάσουμε τους άλλους και πολύ αργότερα γίνεται ένα μέσο προς επιρροή του ίδιου μας του εαυτού και του εσωτερικού κόσμου της συνείδησης (Vygotsky, 1978). Η χρήση των συμβόλων οδηγεί σε συγκεκριμένα μορφώματα συμπεριφοράς και δημιουργεί νέες φόρμες κοινωνικά βασισμένων ψυχολογικών διαδικασιών (Wertsch, 1985). Οργανώνουμε, λοιπόν, τον κόσμο και τις εμπειρίες με βάση τις επιλογές μας από την ποικιλία των διαθέσιμων σημειωτικών συστημάτων.

Η χρήση συγκεκριμένων υλικών, εργαλείων και συμβόλων θεωρείται ότι επηρεάζει βαθιά τόσο τη φύση των δεξιοτήτων και γνώσεων που αναπτύσσουν οι μαθητές όσο και τις ίδιες τις διαδικασίες μέσω των οποίων αυτές αναπτύσσονται. Τόσο η γλώσσα όσο και τα άλλα συμβολικά συστήματα δεν μπορούν να διαχωριστούν από τις διαδικασίες και το αντικείμενο μάθησης ή από την αντίληψη του ίδιου του υποκειμένου. Υπό μια έννοια όλοι είμαστε ‘σημειολόγοι’, καθώς σκεφτόμαστε, ακροαζόμαστε, μιλάμε, γράφουμε, διαβάζουμε και ερμηνεύουμε χρησιμοποιώντας μια ποικιλία συμβόλων. Γίνεται μάλιστα λόγος για κοινωνιο-σημειωτική κατασκευή της πραγματικότητας, καθώς μέσω της επεξεργασίας, ερμηνείας και κατασκευής σημείων-συμβόλων τοποθετούμαστε χωροχρονικά ως οντότητες σε συγκεκριμένα πολιτισμικά περιβάλλοντα (Radford, 2003).

Οι αναπαραστάσεις μας είναι πάντα το αποτέλεσμα μιας διαδικασίας αμοιβαίας διαδραστικής συν-δημιουργίας, του τι θέλουμε να αναπαραστήσουμε εκείνη τη στιγμή και από την άλλη των σημειωτικών μέσων αναπαράστασης που έχουμε στη διάθεσή μας και των δυνατοτήτων που αυτά μας προσφέρουν (Kress, 2002). Οι Cuoco & Curcio (2001) θεωρούν ότι οι αναπαραστάσεις είναι στην πραγματικότητα μια αντιστοίχιση. Υπό αυτή την προοπτική η αναπαράσταση δεν ταυτίζεται ούτε με το αναπαριστώμενο αντικείμενο ούτε με τον τρόπο που αυτό το αντικείμενο θα γίνει

αντιληπτό, αλλά με τη διαδικασία δημιουργίας αντιστοίχισης των παραπάνω. Ως αναπαράσταση θα μπορούσε να θεωρηθεί ταυτόχρονα τόσο η διαδικασία αυτής της αντιστοίχισης όσο και το προϊόν αυτής της διαδικασίας.

Σε κάθε περίπτωση κατασκευής αναπαραστάσεων, είτε πρόκειται για αναπαραστάσεις που έχουν μια υλική διάσταση για να διευκολύνουν την επικοινωνία με άλλους είτε πρόκειται για αναπαραστάσεις που απευθύνονται στον ενδοατομικό κόσμο της νόησης, οι αναπαραστάσεις δεν μπορούν να νοηθούν ανεξάρτητα από μια σημειωτική διαδικασία απόδοσης νοήματος (Morgan et al. 2009). Δεν υπάρχει καθαρή σκέψη που θα μπορούσε να εξαχθεί από τη μια συμβολική αναπαράσταση στην άλλη. Το ενδιαφέρον και οι προϋπάρχουσες εμπειρίες και γνώσεις μας καθοδηγούν την επιλογή του τι βλέπουμε κάθε φορά σε μια αναπαράσταση και τον βαθμό στον οποίο τη θεωρούμε αντιπροσωπευτική ενός αντικειμένου. Ταυτόχρονα, ως ενήλικα μέλη μιας συγκεκριμένης κουλτούρας χρησιμοποιούμε τα διαθέσιμα σύμβολα χωρίς να αντιλαμβανόμαστε τις κοινωνικές συμβάσεις και τους περιορισμούς που αυτά θέτουν. Τα παιδιά ιδίως των μικρότερων ηλικιών έχουν ταυτόχρονα περισσότερη και λιγότερη ελευθερία στην έκφραση: περισσότερη, γιατί δεν έχουν ακόμα μάθει να περιορίζουν την κατασκευή συμβόλων – σημάτων στα αποδεκτά κοινωνικά και πολιτισμικά διευκολυντικά μέσα και λιγότερη, γιατί δεν έχουν τα πολιτισμικά-σημειωτικά αποθέματα που είναι διαθέσιμα στους ενήλικες.

Πιο συγκεκριμένα και σύμφωνα με τους Kress & Leeuven (1996):

- Οι ανθρώπινες κοινωνίες χρησιμοποιούν ποικίλα είδη αναπαραστάσεων.
- Κάθε είδος αναπαράστασης έχει διαφορετικό αναπαραστασιακό δυναμικό στη διαδικασία απόδοσης νοήματος.
- Κάθε είδος αναπαράστασης αξιολογείται διαφορετικά από τις κοινωνικές ομάδες στα εκάστοτε κοινωνικά συμφραζόμενα.
- Διαφορετικό δυναμικό κατά τη διαδικασία κατασκευής νοήματος συνεπάγεται διαφορετικό δυναμικό στη διαμόρφωση της προσωπικότητας
- Τα διάφορα είδη αναπαράστασης δεν εσωτερικεύονται ούτε χρησιμοποιούνται ως διακριτά, διαχωρισμένα και αυτόνομα εργαλεία.

Η διδασκαλία και μάθηση δεν μπορούν πλέον να θεωρηθούν ως μια διαδικασία που διαμεσολαβείται αποκλειστικά ή κυρίως από τη γλώσσα. Έρευνες στα πλαίσια της τάξης έχουν δείξει (Kress et al, 2001) ότι η κατασκευή νοημάτων από μέρους των μαθητών εδράζεται στη χρήση όλων των διαθέσιμων μέσων και σημειωτικών συστημάτων. Αν και τα διάφορα μέσα σημειωτικής διαμεσολάβησης αποτελούν ένα ενοποιημένο σύστημα κατασκευής νοημάτων και δεν υπάρχουν σαφή όρια από το ένα σημειωτικό μέσο στο άλλο, παρακάτω θα αναφέρθουμε σε τέσσερα κυρίαρχα μέσα σημειωτικής διαμεσολάβησης: α) τα τεχνολογικά κατασκευάσματα β) τη φυσική

γλώσσα, γ) τις χειρονομίες και δ) τη γλώσσα των μαθηματικών, δίνοντας έμφαση στην ανασκόπηση ερευνών που έχουν να κάνουν με τη διδακτική των μαθηματικών και τις ψηφιακές τεχνολογίες.

2.4.1 Τεχνολογικά κατασκευάσματα και εργαλεία

Η κατασκευή με τη χρήση απλών ή σύνθετων εργαλείων φαίνεται πως είναι όχι μόνο χαρακτηριστικό της ανθρώπινης δραστηριότητας, αλλά και καθοριστικός παράγοντας στην κατασκευή νοημάτων και στην απόκτηση γνώσεων (Nunez, 1997). Ιδιαίτερα η χρήση συγκεκριμένων εργαλείων φαίνεται ότι γίνεται μέρος των δυνατοτήτων και δεξιοτήτων της ανθρώπινης νόησης. Αρχικά, τα εργαλεία λειτουργούν ως αγωγοί της ανθρώπινης δράσης στο αντικείμενο της δραστηριότητας. Εξωτερικά προσανατολισμένα είναι τα μέσα με τα οποία ο άνθρωπος προσπαθεί να επικρατήσει της φύσης. Η χρήση συγκεκριμένων εργαλείων μπορεί να αλλάξει τη δομή μιας δραστηριότητας και να οδηγήσει στην επιδίωξη νέων στόχων. Μια λειτουργία όμως που αρχικά αντιπροσωπεύει απλά μια εξωτερική δραστηριότητα μπορεί αναδομημένη να λειτουργήσει εσωτερικά προκαλώντας νέα είδη συμπεριφοράς. Η θέση του Luria – μετά από σειρά ερευνών στη μετεπαναστατική Ρωσία- είναι διαφωτιστική:

Οι έρευνες μας ... έδειξαν ότι, καθώς οι βασικές μορφές δραστηριοτήτων αλλάζουν, καθώς κατακτάται ο εγγραμματισμός, και ένα νέο στάδιο κοινωνικών και ιστορικών πρακτικών γίνεται εφικτό, μείζονες μεταβολές συμβαίνουν στην ανθρώπινη διανοητική δραστηριότητα. Δεν περιορίζονται απλά σε μια διεύρυνση των ανθρώπινων οριζόντων, αλλά περιλαμβάνουν τη δημιουργία νέων κινήτρων για δράση και ριζικά επηρεάζουν τη δομή των διανοητικών λειτουργιών (Luria, 1976,σελ. 161).

Έτσι, προσανατολισμένα στην ατομική εσωτερικότητα, τα τεχνολογικά κατασκευάσματα μετατρέπονται σε ψυχολογικά εργαλεία μέσω μιας διαδικασίας εσωτερίκευσης με στόχο τον διανοητικό και ψυχολογικό έλεγχο της συγκεκριμένης δράσης. Υπό αυτή την έννοια τα τεχνολογικά κατασκευάσματα αποκτούν μια συμβολική διάσταση, γίνονται εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης. Το νόημα που θα αποδοθεί σε ένα σημαίνον (signifier)- τεχνολογικό κατασκεύασμα εξαρτάται από τη υλικότητα του και την αλληλόδραση με την φυσιολογία του σώματος, από το αναπαραστασιακό του δυναμικό σύμφωνα με την πολιτισμική του ιστορία και από τον τρόπο που χρησιμοποιείται στη συγκεκριμένη περίπτωση, σύμφωνα με τα ενδιαφέροντα του πομπού και του δέκτη (Kress & Leeuwen, 2001, Kress, 2003). Περιοριζόμαστε, λοιπόν, στην έκφραση από τις ιδιαιτερότητες και ιδιότητες των εργαλείων που έχουμε στη διάθεσή μας ή πιο σωστά από τη σχέση που διαμορφώνεται με το εργαλείο μέσα από τη δράση που αναπτύσσουμε (Noss et al, 1997).

Αυτή ακριβώς η σχέση που διαμορφώνεται με το εργαλείο μέσα από τη δράση που αναπτύσσουμε θεωρείται κομβικής σημασίας στη διαδικασία κατασκευής της γνώσης. Οι Verillon και Rabardel (1995) τονίζουν ότι ένα τεχνολογικό κατασκευάσμα δε μετατρέπεται αυτόματα σε εργαλείο. Ο χρήστης του τεχνολογικού αυτού κατασκευάσματος ‘χτίζει’ τη σχέση του με αυτό αναπτύσσοντας συγκεκριμένες χρήσεις και τεχνικές αυτού του εργαλείου. Ένα εργαλείο δεν υπάρχει αφ’εαυτού, αλλά μόνο μέσα από την προοπτική της χρήσης του, δεν είναι κάτι σταθερό αλλά προκύπτει εξελικτικά. Σε διαφορετικές περιπτώσεις μπορούμε να μιλάμε για διαφορετικά εργαλεία, παρότι το τεχνολογικό κατασκευάσμα παραμένει το ίδιο. Το εργαλείο είναι μια σύνθετη οντότητα, εν μέρει τεχνολογικό κατασκευάσμα και εν μέρει γνωστικό σχήμα. Για ένα συγκεκριμένο άτομο, το τεχνολογικό κατασκευάσμα γίνεται εργαλείο μέσω μιας διαδικασίας που ονομάζεται ‘εργαλειακή γένεση’. Η εργαλειακή γένεση έχει διττό ρόλο: Αρχικά αναφέρεται στο τεχνολογικό κατασκευάσμα, προσδίδοντάς του συγκεκριμένες δυνατότητες και συγκεκριμένες χρήσεις. Στη συνέχεια η διαδικασία της εργαλειακής γένεσης προσανατολίζεται στο χρήστη οδηγώντας στην ανάπτυξη συγκεκριμένων σχημάτων χρήσης² που σταδιακά μετατρέπονται σε τεχνικές και επιτρέπουν την αποτελεσματική χρήση του εργαλείου σε συγκεκριμένες περιστάσεις (Artigue, 2002).

Αν και η θεωρία της εργαλειακής γένεσης αναπτύχθηκε από ψυχολόγους ανεξάρτητα από την κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση στα μέσα της δεκαετίας του 90, θεωρείται από πολλούς ερευνητές (Mariotti, 2002) ότι φωτίζει τη διαδικασία εσωτερίκευσης των εργαλείων και τη σημειωτική διαμεσολάβηση που αυτά επιτελούν. Παρόλα αυτά, στη διδασκαλία άλτο παραμένει το πρόβλημα της γεφύρωσης των επιστημονικά έγκυρων νοημάτων των διαφόρων γνωστικών πεδίων, π.χ. των μαθηματικών με τη φαινομενολογία των τεχνολογικών κατασκευασμάτων, π.χ. των υπολογιστών. Τα μαθηματικά νοήματα που θεωρούμε ότι ενσωματώνονται σε συγκεκριμένα τεχνολογικά κατασκευάσματα μπορεί να γίνουν προσβάσιμα μέσω της διαδικασίας εργαλειακής γένεσης, αλλά αυτό δεν πρέπει να το θεωρούμε πάντα δεδομένο. Η μετατροπή ενός τεχνολογικού κατασκευάσματος σε μαθηματικό εργαλείο πραγματοποιείται μέσω μιας περίπλοκης διαδικασίας η οποία δεν οδηγεί απαραίτητα σε βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών (Guin & Trouche, 1999), γεγονός που εξηγεί εν μέρει τις ανακολουθίες ανάμεσα στις προσδοκίες των δασκάλων και στις επιδόσεις των μαθητών.

Το γεγονός ότι η εξέλιξη των σχημάτων χρήσης (utilization schemes) επιτελείται στην πράξη καθιστά την εργαλειακή γένεση εξαρτώμενη από τις συγκεκριμένες εργασίες που ανατίθενται κάθε φορά στους μαθητές. Οι ενέργειες – δράσεις που εκτελούν οι μαθητές είναι ο ατομικός τρόπος αντίληψης της εργασίας (task) που τους έχει ανατεθεί. Αν και όλοι οι μαθητές μπορεί να θεωρηθούν ότι εργάζονται γύρω από

² Πρόκειται για παγιωμένες τεχνικές χρήσης του εργαλείου, που συνίστανται σε μια σταθερή αλληλουχία συμπεριφορών και ενεργειών που ορίζουν τη σχέση μεταξύ χρήστη και εργαλείου στα πλαίσια συγκεκριμένων στόχων (Drijvers et al, 2010).

το ίδιο θέμα, οι επιμέρους ενέργειες - δράσεις που θα αναλάβουν, για να φέρουν σε πέρας ένα συγκεκριμένο έργο, προφανώς οδηγούν στην κατασκευή διαφορετικών νοημάτων (Askew, 2004). Οι μαθητές είναι συνήθως προσανατολισμένοι στην επίτευξη συγκεκριμένων πρακτικών στόχων και γι' αυτό είναι πολύ δύσκολο να διακρίνουν ανάμεσα στην πρακτική- λειτουργική πλευρά μιας κατασκευής και στη θεωρητική πλευρά, η οποία συνίσταται στην αναγνώριση και τον εντοπισμό συγκεκριμένων ιδιοτήτων και σχέσεων. Για παράδειγμα, η κατασκευή ενός σχήματος σε ένα φύλλο χαρτί είναι μια πρακτική δραστηριότητα, της οποίας η ορθότητα αξιολογείται συχνά με πρακτικά και εμπειρικά κριτήρια από τους μαθητές. Η ίδια κατασκευή έχει όμως ένα θεωρητικό νόημα που ξεπερνά συγκεκριμένους πρακτικούς στόχους (Mariotti, 2002). Θα μπορούσε ίσως να γίνει διάκριση μεταξύ δύο ειδών νοημάτων: τα νοήματα που συνδέονται με πρακτικές και άμεσες χρήσεις των λειτουργικοτήτων που ενσωματώνονται σε ένα εργαλείο σε σχέση με την επίτευξη συγκεκριμένου έργου και σε αυτά τα νοήματα που σχετίζονται με τον εξορθολογισμό των σχημάτων χρήσης και την οργάνωσή τους σε θεωρητικά σχήματα. Πρέπει, λοιπόν, να προβληματιστούμε όσον αφορά στη σχέση που υπάρχει μεταξύ των νοημάτων που προκύπτουν από τη χρήση συγκεκριμένων εργαλείων και των νοημάτων που είναι πολιτισμικά αναγνωρίσιμα ως μαθηματικά.

Όσον αφορά στη διδακτική των μαθηματικών ο παραπάνω προβληματισμός παραπέμπει στην 'εργαλειακή ενορχήστρωση' (Trouche, 2004), στην εμπρόθετη δηλαδή και συστηματική οργάνωση των διαφόρων διαθέσιμων τεχνολογικών κατασκευασμάτων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων σε μια δεδομένη περίπτωση, με στόχο να καθοδηγηθεί η διαδικασία εργαλειακής γένεσης στην οποία εμπλέκονται οι μαθητές. Σύμφωνα με τους Drijvers et al, 2010, η εργαλειακή ενορχήστρωση έχει τρεις διαστάσεις:

- a. Τα διδακτικά μορφώματα (didactical configurations), τα οποία αφορούν την επιλογή κατασκευασμάτων (ψηφιακών ή μη) και τη διευθέτησή τους στο μαθησιακό περιβάλλον,
- b. Τους τρόπους αξιοποίησης (exploitation mode) αυτών των μέσων σύμφωνα με τους διδακτικούς στόχους. Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει αποφάσεις σχετικά με τον τρόπο που οι μαθητές θα εισαχθούν και θα δουλέψουν γύρω από κάποιο θέμα, σχετικά με το ρόλο των εργαλείων και σχετικά με τα σχήματα χρήσης και τις τεχνικές που αναμένεται να αναπτύξουν και να εμπεδώσουν οι μαθητές. Αυτή η ανάπτυξη τρόπων αξιοποίησης μπορεί να ιδωθεί στο πλαίσιο σχεδιασμού μιας υποθετικής μαθησιακής διαδρομής.
- c. Τη διδακτική πραγματοποίηση (didactical performance), η οποία περιλαμβάνει ad hoc αποφάσεις κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας σχετικά με τον τρόπο υλοποίησης και βέλτιστης αξιοποίησης όσων σχεδιάστηκαν στα δύο παραπάνω στάδια.

2.4.2 Γλώσσα

Η σημαντική θέση που κατέχει η γλώσσα στην κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση της νόησης εκκινεί από το γεγονός ότι η γλώσσα είναι ο κύριος διαμεσολαβητής της κοινωνικής αλληλόδρασης, καθώς και του ενδοατομικού κόσμου της νόησης. Αν και η γλώσσα θεωρείται ως ένα από τα πολλά, κοινωνικά κατασκευασμένα, συμβολικά συστήματα (Saussure, 1983), η αυτονομία της και ο πρωταρχικός ρόλος που διαδραματίζει της δίνουν τη δυνατότητα να λειτουργήσει ως υποδομή και για άλλα συστήματα, όπως ο γραπτός λόγος.

Οι δύο σημαντικότερες μορφές κοινωνικής συμπεριφοράς που εμφανίζονται κατά την παιδική ηλικία είναι η χρήση των εργαλείων και του ανθρώπινου λόγου. Η πιο σημαντική στιγμή στη διάρκεια της διανοητικής ανάπτυξης συμβαίνει όταν ο λόγος και η πρακτική δραστηριότητα, δύο αρχικά ανεξάρτητες λειτουργίες ανάπτυξης, συναντώνται. Για ένα παιδί ο λόγος είναι τόσο σημαντικός όσο και η πράξη στην επίτευξη ενός στόχου (Vygotsky, 1978). Όσο πιο περίπλοκη η δράση τόσο πιο σημαντικός είναι ο ρόλος που διαδραματίζει ο λόγος (speech). Ο λόγος δε διευκολύνει απλά την από μέρους του παιδιού αποτελεσματική διαχείριση των αντικειμένων, αλλά ελέγχει και την ίδια του τη συμπεριφορά. Τα αρχικά στάδια της γενίκευσης και τα αντίστοιχα επίπεδα ανάπτυξης στην κοινωνική αλληλόδραση στηρίζονται στη δεικτική (indicative) λειτουργία του λόγου (speech), ενώ πιο ανεπτυγμένα επίπεδα είναι πιθανά λόγω της συμβολικής λειτουργίας του λόγου. Η ικανότητα χρήσης της γλώσσας εφοδιάζει τα παιδιά με πρόσθετα εργαλεία κατά την επίλυση δύσκολων προβλημάτων, τους δίνει τη δυνατότητα να υπερπηδήσουν την αυθόρμητη (impulsive) δράση, να σχεδιάσουν μια λύση πριν την εκτελέσουν και να γίνουν κύριοι της συμπεριφοράς τους. Ο λόγος οδηγεί σε μια συγκεκριμένη οργάνωση της συμπεριφοράς και δημιουργεί νέες συνδέσεις ανάμεσα στις ψυχολογικές λειτουργίες. Η εξέλιξη της διαδικασίας εσωτερίκευσης του κοινωνικού λόγου είναι ταυτόχρονα η ιστορία της κοινωνικοποίησης της πρακτικής δραστηριότητας των παιδιών.

Ο Vygotsky (1986) αναλύοντας την αμφίδρομη σχέση ανάμεσα στη γλώσσα και τη σκέψη ισχυρίζεται ότι τα σύμβολα που χρησιμοποιούν τα άτομα για να εκφράσουν τις σκέψεις τους δε διαμορφώνονται μόνο από αυτές τις σκέψεις αλλά και τις διαμορφώνουν. Αφηρημένες έννοιες (concepts) είναι αδύνατες χωρίς τις λέξεις και σκέψη στηριγμένη σε έννοιες δεν υπάρχει πέρα από τη λεκτική σκέψη (verbal thinking). Για αυτό ακριβώς το λόγο κεντρικής σημασίας στη διαμόρφωση των εννοιών είναι η χρήση λέξεων ως λειτουργικών εργαλείων. Επιπρόσθετα, η γλώσσα διευκολύνει το διαλογισμό και την εσωτερική διευθέτηση, εφόσον οι δυσκολίες στη γλωσσική διατύπωση, κατά την προσπάθεια να περιγραφεί μια κατάσταση μπορούν να οδηγήσουν στην τροποποίηση της ανάλυσης αυτής της κατάστασης.

Η γλώσσα, το μέσο με το οποίο ο αναστοχασμός και η επεξεργασία της εμπειρίας πραγματοποιούνται, είναι μια άκρως προσωπική και ταυτόχρονα μια βαθιά κοινωνική διαδικασία (Vygotsky, 1978). Βασισμένες σε αυτή τη 'βυγκοτσική' θέωρηση της ενότητας λόγου και σκέψης (Vygotsky, 1986), οι θεωρίες της επικοινωνίας και του διαλόγου (discursive or communicational theories), που αναπτύχθηκαν τις τελευταίες δεκαετίες, θεωρούν ότι η σκέψη αποτελεί μια τροποποιημένη ιδιωτική εκδοχή της διαπροσωπικής επικοινωνίας. Γίνεται μάλιστα διάκριση ανάμεσα στο δημόσιο λόγο (discourse), που θεωρείται ως συμπεριφορά, και στον ιδιωτικό λόγο, που θεωρείται σκέψη (Harre & Gillete, 1994). Αν δεχτούμε ότι ο κοινωνικός λόγος προηγείται της σκέψης και ότι η σκέψη δεν είναι τίποτα άλλο παρά επικοινωνία με τον εαυτό μας τότε η διερεύνηση της επικοινωνίας με τους άλλους μπορεί να είναι το καλύτερο μέσο για την ανακάλυψη των μηχανισμών της σκέψης και μάθησης (Sfard, 2000).

Εκλαμβάνοντας τη σκέψη ως επικοινωνία μπορούμε να επιτύχουμε συμπληρωματικότητα μεταξύ των γνωστικών θεωριών, οι οποίες βλέπουν τη μάθηση ως ατομικό απόκτημα, και των κοινωνιοπολιτισμικών θεωριών που εκλαμβάνουν τη μάθηση ως συμμετοχή. Αυτό που ενδιαφέρει είναι ο τρόπος που οι διαφορές ανάμεσα στις θέσεις των συμμετεχόντων λειτουργούν και το πώς επιτρέπουν στους μαθητές να κατασκευάσουν από κοινού τη γνώση. Οι μάθηση που λαμβάνει χώρα καθώς επικοινωνούμε με τους άλλους μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα όχι τόσο γνωστικών, αλλά επικοινωνιακών συγκρούσεων. Η ιδέα της επικοινωνιακής (ή κοινωνιογνωστικής (discursive)) σύγκρουσης τονίζει την ανάγκη της επικοινωνίας ως καθοριστικής γνωστικής ώθησης που προκύπτει από την επιθυμία να προσαρμόσουμε την επικοινωνιακή χρήση των λέξεων σε αυτή των άλλων γύρω μας, αποτελώντας έτσι ένα από τα βασικά κίνητρα για μάθηση.

Σύμφωνα με τον Ernest (1991) ως αντικειμενική γνώση δεν μπορούμε να θεωρήσουμε μόνο τον κόσμο της συνειδητής μας εμπειρίας αλλά και όλη τη γνώση που είναι διυποκειμενική και κοινωνικά διαμοιρασμένη, ακόμα και όταν παραμένει λανθάνουσα. Η αντικειμενικότητα της γνώσης είναι κοινωνική και βασίζεται στη χρήση συγκεκριμένων γλωσσικών κανόνων, οι οποίοι επιτρέπουν την επικοινωνία και την ανταλλαγή της γνώσης. Η κοινωνική αποδοχή και η διυποκειμενική συμφωνία οδηγεί στην ανεξάρτητη ύπαρξη των γνωστικών αντικειμένων μέσα από τον προσδιορισμό των ιδιοτήτων τους. Αναδεικνύεται έτσι και τονίζεται για άλλη μια φορά η λεκτική βάση της αντικειμενικότητας της γνώσης, η οποία βασίζεται στην κοινή γνώση της φυσικής γλώσσας, καθώς και στη γλωσσική βάση της λογικής.

Η θέση σχετικά με τη λεκτική βάση της γνώσης γενικότερα και της μαθηματικής γνώσης ειδικότερα έχει γίνει αντικείμενο κριτικής, κυρίως γιατί μπορεί να θεωρηθεί ότι προσδίδει στην αντικειμενική γνώση ένα χαρακτήρα σχετικότητας και αυθαιρεσίας. Αν και οι συμβάσεις της γλώσσας, του συμβολισμού και της επικοινωνίας μπορεί να έχουν αυτά τα χαρακτηριστικά, το ζητούμενο της επικοινωνίας και η προσπάθεια λειτουργικής απόδοσης νοήματος και λεπτομερούς περιγραφής του κόσμου που μας περιβάλλει θεωρείται ότι τα περιορίζουν. Ειδικότερα

η λεκτική βάση των μαθηματικών παρέχει ερμηνευτικές συνδέσεις με φαινόμενα του πραγματικού κόσμου και συγκεκριμένες εφαρμογές, ενώ η φυσική γλώσσα μπορεί να λειτουργήσει και ως μέτα-γλώσσα για την αναπλαισίωση μαθηματικών συμβολικών αναπαραστάσεων. Τα τελευταία χρόνια τα μαθηματικά προσεγγίζονται και ως μια λεκτική πρακτική (discursive practice), η οποία πέρα από την κατασκευή νοημάτων συνδέεται με συγκεκριμένες κειμενικές μεταλειτουργίες που άπτονται της κοινωνικής ταυτότητας του ομιλητή και των διαπροσωπικών σχέσεων των ομιλητών (Ernest, 1999, Morgan, 2003).

2.4.3 Χειρονομίες και κίνηση του σώματος

Οι χειρονομίες ορίζονται ως οι κινήσεις του χεριού (από τον καρπό και κάτω), οι οποίες είναι στενά συγχρονισμένες με τη ροή του λόγου (McNeil, 1992). Ο λόγος και οι χειρονομίες θεωρείται ότι αποτελούν ένα ενιαίο σύστημα στο οποίο κάθε διαφορετικός τρόπος (modality) επιτελεί τη δική του λειτουργία, ενώ και οι δύο μαζί (λόγος και χειρονομία) είναι αμοιβαία αλληλοϋποστηριζόμενοι. Ο λόγος είναι δομημένος ιεραρχικά, χαρακτηρίζεται από γραμμικότητα και μπορεί να αναλυθεί σε επιμέρους τμήματα, εν αντιθέσει με τις χειρονομίες που εκτυλίσσονται χωροχρονικά, είναι ολιστικές και μη αποσυνδέσιμες. Στα πλαίσια γλωσσολογικών κυρίως μελετών έχουν προταθεί διάφορες κατηγοριοποιήσεις του είδους και των λειτουργιών που επιτελούν οι χειρονομίες (δες π.χ. Krauss et al., 2000, McNeil 1992). Όσον αφορά στο ρόλο των χειρονομιών μπορούμε να διακρίνουμε δύο διαστάσεις: την εξωτερική - επικοινωνιακή, το ρόλο δηλαδή που επιτελούν στα πλαίσια της διαπροσωπικής επικοινωνίας και την εσωτερική - γνωστική, το ρόλο δηλαδή των χειρονομιών στα πλαίσια την κατασκευής νοημάτων. Οι Alibali et al (2000) θεωρούν ότι οι χειρονομίες επηρεάζουν τις νοερές αναπαραστάσεις των ομιλητών εστιάζοντας την προσοχή τους σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της εκάστοτε περίπτωσης. Για παράδειγμα, οι δεικτικές χειρονομίες διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην διαπραγμάτευση, επίτευξη και διατήρηση ενός κοινού σημείου εστίασης σε διάφορες φάσεις της επικοινωνίας. Ο McNeil (1992) κάνει λόγο και για αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες, στις περιπτώσεις που ο ομιλητής δείχνει σε ένα φαινομενικά κενό χώρο. Αυτές οι αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες υποδηλώνουν μια μεταφορική χρήση του χώρου, όπου οι έννοιες αποκτούν χωρικές ιδιότητες. Συνοπτικά θα μπορούσε να ειπωθεί ότι οι χειρονομίες αντικατοπτρίζουν νοερές αναπαραστάσεις, ότι εμπλέκονται στο νοερό σχεδιασμό του μηνύματος που θα εκφραστεί κατόπιν λεκτικά καθώς και ότι συμβάλλουν στην οργάνωση και κωδικοποίηση πληροφοριών.

Οι χειρονομίες αποτελούν ένα τρόπο συμβολικής επικοινωνίας, ενώ εμπλέκονται στον τρόπο, με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε τον κόσμο, παρέχοντας ένα επεξηγηματικό πλαίσιο χωρίς το οποίο τα λεγόμενα θα ερμηνεύονταν με δυσκολία (McNeil, 2000). Όταν η επικοινωνία γίνεται προβληματική ή όταν οι εμπλεκόμενες έννοιες είναι δύσκολο να εξηγηθούν λεκτικά, οι χειρονομίες χρησιμοποιούνται συχνά για να σηματοδοτήσουν αυτή τη δυσκολία ή για να συμβάλουν στην επεξεργασία των μηνυμάτων. Μια χειρονομία μπορεί να μεταφέρει ένα ιδιαίτερα περίπλοκο μήνυμα

αποδίδοντας πτυχές σχετικά με τη χωρική διευθέτηση, το σχήμα, την ταχύτητα και το ρυθμό, πληροφορίες που είναι δύσκολο να αποδοθούν με λέξεις. Ιδιαίτερης σημασίας φαίνεται να είναι ο ρόλος των χειρονομιών στις περιπτώσεις που εμπλέκονται χωρικές σχέσεις (Ozyurek, 2000, Alibali et al, 2000), στην προσπάθεια λεκτικής διατύπωσης των οποίων έντονη είναι η χρήση ‘εικονικών’ ή ‘αναπαραστασιακών’ χειρονομιών, όπου υπάρχει κάποιος βαθμός ισομορφισμού μεταξύ του σχήματος της χειρονομίας και της οντότητας στην οποία αναφέρεται. Όσο δυσκολότερη μάλιστα είναι η έκφραση χωροκινητικών γεγονότων με λέξεις, τόσο αυξάνεται η χρήση χειρονομιών.

Αν και αρχικά οι έρευνες στα πλαίσια της διδακτικής των μαθηματικών φαίνεται να είναι ιδιαίτερα επηρεασμένες από τις γλωσσολογικές έρευνες και να δίνουν περισσότερο βαρύτητα σε μια περιγραφική ανάλυση του είδους των χειρονομιών που παρατηρούνται, σταδιακά αρχίζει να ερευνάται ο ρόλος των χειρονομιών στην κατασκευή συλλογικών νοημάτων στα πλαίσια ομάδων (Reynolds & Reeves, 2002). Οι χειρονομίες θεωρείται ότι παρέχουν μια πλούσια πηγή δεδομένων, εφάμιλλη της γλώσσας. Όπως έχει προτείνει και ο McNeil (2000) και έχει ήδη αρχίσει να ερευνάται, η χειρονομίες στα πλαίσια των μαθηματικών αποκτούν μια νέα διάσταση σε σημείο που να μπορούμε να μιλάμε για νέα ήδη χειρονομιών και νέες λειτουργίες. Οι χειρονομίες ερευνώνται ως μέσο ανάδειξης υποσυνείδητων παραγόντων κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων, ενώ θεωρείται ότι συνδέονται στενά με τις ‘ενσώματες’ μεταφορές που υπόκεινται των αφηρημένων μαθηματικών νοημάτων. Έρευνες έχουν γίνει σχετικά με το ρόλο των χειρονομιών κατά την αρίθμηση, τον τρόπο που χρησιμοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς (Edwards, 2003), το ρόλο τους στην προσπάθεια κατανόησης των γραφημάτων και γενικότερα στην επίλυση προβλημάτων (Herbert & Pierce, 2007).

Πρόσφατα στα πλαίσια της διδακτικής των μαθηματικών οι χειρονομίες εξετάζονται στη σημειωτική τους διάσταση, στο πώς λειτουργούν ως σημεία – σύμβολα στα πλαίσια κοινωνικών πρακτικών των μαθηματικών (Sabena, 2004, Radford, 2005). Από τη στιγμή που τα χέρια υποκαθιστούν κάτι άλλο γίνονται σημεία-σύμβολα, τα οποία σε αντίθεση με τα γραπτά σημεία μπορούν να κινηθούν στο χώρο και το χρόνο. Σύμφωνα με τον Vygotsky (1997):

‘Μια χειρονομία είναι σαφώς το αρχικό σημείο –σύμβολο στο οποίο περιέχεται η μελλοντική γραφή του παιδιού, όπως ακριβώς περιέχεται μια μελλοντική βελανιδιά στο σπόρο. Η χειρονομία είναι γραφή στον αέρα και το γραπτό σημείο-σύμβολο είναι πολύ συχνά απλώς μια καθορισμένη χειρονομία (p. 133)

Οι χειρονομίες υπό το πρίσμα μιας σημειωτικής- πολιτισμικής προσέγγισης μπορούν να θεωρηθούν σύμβολα με την ίδια μαθηματική βαρύτητα με τα παραδοσιακά αλφαριθμητικά σύμβολα, ενώ αποτελούν μέσο αντικειμενοποίησης (objectification) της γνώσης, μέσο που επιτρέπει δηλαδή στους μαθητές να συνειδητοποιήσουν εννοιολογικές πτυχές των μαθηματικών αντικειμένων (Edwards, 2005, Radford,

2003). Οι χειρονομίες αφενός θεμελιώνουν την κατασκευή της γνώσης στα περικείμενα της μαθηματικής δραστηριότητας, αφετέρου της επιτρέπουν να αποκτήσει κάποιο βαθμό γενικότητας. Στις έρευνες που έκανε η Sabena (2008) παρατήρησε ότι άλλαξε το είδος των χειρονομιών που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές ανάλογα με το σημείο εστίασης της διαδικασίας κατασκευής της γνώσης. Έτσι όταν το σημείο εστίασης ήταν χαρακτηριστικά του περικειμένου της δραστηριότητας οι χειρονομίες που χρησιμοποιούνταν ήταν κατά βάση δεικτικές, ενώ όταν το σημείο εστίασης περιελάμβανε νοερές εικόνες και συλλογισμούς ή είχε κάποιο βαθμό γενικότητας οι χειρονομίες γίνονταν στον αέρα και είχαν εικονικά ή αφηρημένα χαρακτηριστικά. Παράλληλα φαίνεται ότι οι εικονικές χειρονομίες δημιουργούν ένα εικονικό χώρο μπροστά από τον ομιλητή, στον οποίο τα διάφορα αναπαραστώμενα αντικείμενα ‘τοποθετούνται’ και γίνονται αντικείμενα επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης. Ο εικονικός αυτός χώρος προσθέτει μια χειροπιαστή δομή στις χειρονομίες (Sabena et al., 2009) και αποτελεί μια ενδιάμεση σημειωτική πηγή που διευκολύνει τη σύνδεση μεταξύ λεκτικών και εικονικών αναπαραστάσεων (Yoo et al, 2009).

Υποστηρίζοντας μια πολύ-σημειωτική οπτική της κατασκευής της γνώσης ο Radford (2009) θεωρεί τις χειρονομίες ως ένα είδος κίνησης του σώματος και δίνει ιδιαίτερη έμφαση στο ρόλο τους στη διαδικασία απόδοσης νοήματος στο γύρω μας κόσμο στα πλαίσια κοινωνικών πρακτικών. Οι χειρονομίες δε φωτίζουν απλά τις διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στο νου, ούτε αποτελούν μόνο ενδείξεις για την ερμηνεία των διανοητικών λειτουργιών, αλλά συστατικά στοιχεία της ίδιας της σκέψης (Arzarello et al, 2009). Αν και η κίνηση στο χώρο και το χρόνο θεωρείται ως πρωταρχική πηγή δημιουργίας μηνυμάτων (Lemke, 2003), ελάχιστες είναι οι έρευνες, που περιλαμβάνουν στην ανάλυσή τους όχι μόνο χειρονομίες αλλά και το ρόλο που διαδραματίζει εν γένει η κίνηση του σώματος στη ανάπτυξη νοημάτων (Noble et al, 2001, Arzarello & Robutti, 2001, Ferrara & Nemirovsky, 2005).

Ιδιαίτερης σημασίας είναι και οι έρευνες που αφορούν στη χρήση των χειρονομιών στο πλαίσιο της χρήσης ψηφιακών τεχνολογιών, καθώς συγκεκριμένες ενέργειες ισοδυναμούν κατά κάποιο τρόπο με νέα είδη χειρονομιών, για παράδειγμα η ιχνηλασία με το ποντίκι ή το σύρσιμο ‘θερμών’ σημείων στα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας (Karut, 2005). Πρόσφατες έρευνες σε δισδιάστατα και τρισδιάστατα περιβάλλοντα Logo έχουν αναδείξει το ρόλο τόσο των χειρονομιών όσο και της κίνησης του σώματος κατά την κατασκευή γεωμετρικών αναπαραστάσεων. Έτσι, εξετάζεται ο βαθμός στον οποίο η μεταφορά του συντονισμού του σώματος με τη χελώνα συντελεί στην κατασκευή της γνώσης και το πώς διαμεσολαβείται από κινήσεις του σώματος και των χεριών (Clements & Burns, 2000). Επιπρόσθετα εξετάζεται ο βαθμός στον οποίο οι χειρονομίες αποκτούν μια μεταβατική αναπαραστασιακή λειτουργία μεταξύ πραγματικών και υπολογιστικά διαχειρίσιμων αντικειμένων (Kynigos & Latsi, 2007). Παράλληλα αναδεικνύεται ο διαφορετικός ρόλος που μπορεί να διαδραματίζουν οι ίδιες χειρονομίες, όταν εκτελούνται από δασκάλους και μαθητές. Στην έρευνα των Morgan & Alshwaikh (2009) οι

χειρονομίες που χρησιμοποίησαν οι εκπαιδευτικοί, για να αποδώσουν τις εντολές κίνησης μιας τριδιάστατης χελώνας σε περιβάλλον τρισδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας φαίνεται ότι είχαν μια πιο έντονα αναπαραστασιακή διάσταση αποδίδοντας το συντονισμό του χεριού με τη χελώνα που με τη σειρά του θεμελιωνόταν σε καθημερινές κινητικές εμπειρίες. Εν αντιθέσει οι μαθητές χρησιμοποιούσαν τις ίδιες χειρονομίες με μια έντονα δεικτική κατά κύριο λόγο διάσταση, προσπαθώντας να καταδείξουν το ταξίδι της χελώνας από τη σκοπιά ενός εξωτερικού παρατηρητή, ενώ η μεταφορά του συντονισμού του σώματος με τη χελώνα στο τριδιάστατο εικονικό περιβάλλον φάνηκε προβληματική.

2.4.4 Η πολυσημειωτική γλώσσα των Μαθηματικών

Τα μαθηματικά αποτελούν τη βάση μιας επιστημονικής αναδόμησης της πραγματικότητας, η οποία καθίσταται δυνατή μέσα από την ανάπτυξη του μαθηματικού σημειωτικού-συμβολικού συστήματος, το οποίο όμως είναι έτσι σχεδιασμένο, ώστε να λειτουργεί σε στενή συνεργασία με τη φυσική γλώσσα και με ειδικές μορφές οπτικών εικόνων (ο'Halloran, 2005). Η επιτυχία του μαθηματικού σημειωτικού συστήματος έγκειται ακριβώς σε αυτή του την ικανότητα να συνδυάζει το δυναμικό διαφορετικών σημειωτικών συστημάτων. Το μαθηματικό σημειωτικό σύστημα ενσωμάτωσε κυρίαρχα χαρακτηριστικά τόσο της φυσικής γλώσσας (π.χ. τις συνταγματικές σχέσεις, τη διαδοχική και σειριακή τοποθέτηση) όσο και των οπτικών-εικονικών σημειωτικών συστημάτων (π.χ. τη χωρική διευθέτηση, τον προσανατολισμό και το σχετικό μέγεθος των συμβόλων, τη χρήση εικονογραμμάτων και λογογραμμάτων κλπ (Pimm, 1987)). Ο ο'Halloran (2005) θεωρεί ότι ο μαθηματικός λόγος είναι πολυσημειωτικός και ότι για την πραγμάτωσή του απαιτείται μια ενδοσημειωτική και μια διασημειωτική δραστηριότητα. Ενδοσημειωτική με την έννοια ότι πρέπει να γίνουν συγκεκριμένες επιλογές εντός του κάθε σημειωτικού συστήματος και διασημειωτική, καθώς πρέπει να γίνουν επιλογές μεταξύ των διαφόρων σημειωτικών συστημάτων για την απόδοση και την επικοινωνία μαθηματικών νοημάτων. Κατ' επέκταση η μάθηση των μαθηματικών συνίσταται στην απόκτηση άνεσης σε ένα είδος λόγου που θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μαθηματικός από ειδήμονες συνομιλητές (Kieran et al, 2001).

Αν και τα μαθηματικά σημεία -σύμβολα³ δεν εμπεριέχουν μαθηματικά νοήματα και έννοιες, θεωρούνται 'εργαλεία' όχι μόνο για την κωδικοποίηση, αναπαράσταση και επικοινωνία της μαθηματικής γνώσης αλλά και για το χειρισμό και τη γενίκευση της. Καθώς μαθαίνουμε 'θεμελιώνουμε' σχέσεις ανάμεσα στα σύμβολα και τα μαθηματικά αντικείμενα και 'οδηγούμαστε' σε συγκεκριμένους τρόπους ανάγνωσης

³ Με τον όρο μαθηματικό σημείο-σύμβολο αναφερόμαστε σε οτιδήποτε μπορεί να υποκαταστήσει κάτι άλλο με έναν νέο τρόπο. Έτσι με αυτόν τον όρο δεν αναφερόμαστε μόνο στα συμβατικά και κοινώς αναγνωρίσιμα μαθηματικά σύμβολα αλλά και σε, αυτοσχέδιους ιδιοσυγκρασιακούς μαθηματικούς συμβολισμούς, σχέδια κλπ, εφόσον στοχεύουν στην κωδικοποίηση, αναπαράσταση και επικοινωνία μαθηματικής γνώσης.

και ερμηνείας των συμβόλων. Για τους μαθητές τα σημεία-σύμβολα αποκτούν μαθηματικό νόημα μόνο μέσω μιας διαρκούς διαδικασίας μετάφρασης σε διαφορετικά μαθηματικά περικείμενα, ενώ για τους διδάσκοντες τα ίδια σημάδια έχουν ήδη μετατραπεί σε σύμβολα με αφαιρετικά χαρακτηριστικά. Τα μαθηματικά σύμβολα δεν είναι απλά ονόματα ή συντομεύσεις μαθηματικών αντικειμένων, είναι φορείς γνώσης και επικοινωνίας, εμπεριέχουν δομές και σχέσεις και είναι εργαλεία για την παραγωγή νέας γνώσης. Ο Steinbring (2006) διακρίνει δύο ειδών λειτουργίες σε ένα μαθηματικό σημείο-σύμβολο:

I. Η επιστημολογική λειτουργία του συμβόλου, η οποία αναφέρεται στο ρόλο του επιστημολογικού σημείου- συμβόλου στο πλαίσιο της επιστημολογικής συγκρότησης της μαθηματικής γνώσης

II. Η σημειωτική λειτουργία του συμβόλου, η οποία έγκειται στο ρόλο του μαθηματικού συμβόλου ως μορφή αναπαράστασης, ως κάτι δηλαδή που αντικαθιστά κάτι άλλο

Οι σημειωτικά διαμεσολαβημένες αναπαραστάσεις είναι κεντρικής σημασίας για τα μαθηματικά, καθώς τα μαθηματικά δεν είναι 'αντικείμενα' που μπορούμε άμεσα να τα αντιληφθούμε με τις αισθήσεις μας ή να τα παρατηρήσουμε με τη βοήθεια άλλων επιστημονικών οργάνων. Αυτό που συμβαίνει συνήθως, όταν ένας τρόπος αναπαράστασης εισαχθεί στη μαθηματική κουλτούρα, είναι ότι σπάνια αντιλαμβανόμαστε την αναπαράσταση αυτή καθαυτή ξεχωριστά από την έννοια την οποία αναπαριστά. Ένα μαθηματικό αντικείμενο, για παράδειγμα μια εξίσωση, δεν υφίσταται ανεξάρτητα από τους πιθανούς τρόπους αναπαράστασής του, όπως αυτοί διαμεσολαβούνται από συγκεκριμένα σύμβολα και περικείμενα αναφοράς. Δεν υπάρχουν 'καθαρές' έννοιες που μπορούν να εξαχθούν από τις εκάστοτε συμβολικές αναπαραστάσεις. Αντίθετα, φαίνεται ότι οι συμβολικές αναπαραστάσεις που κάθε φορά χρησιμοποιούνται αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα των εννοιών που διαμεσολαβούν (Vergnaud, 1988). Ταυτόχρονα όμως ένα μαθηματικό αντικείμενο ή μια έννοια δεν πρέπει να συγγέεται και να εξαντλείται στα πλαίσια συγκεκριμένων αναπαραστάσεων.

Με βάση τα παραπάνω ο Duval (2006) θέτει δύο κεντρικά ερωτήματα: α) Πώς είναι δυνατόν να διακρίνουμε το μαθηματικό 'αντικείμενο' από τη σημειωτική του αναπαράσταση, αν δεν είναι δυνατόν να έχουμε πρόσβαση σε αυτό το 'αντικείμενο' ανεξάρτητα από την οποιαδήποτε αναπαράσταση; β) Επιπλέον, αν για κάθε μαθηματικό αντικείμενο μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά είδη σημειωτικών συστημάτων πώς οι μαθητές μπορούν να αναγνωρίσουν το ίδιο αναπαριστώμενο 'αντικείμενο'; Αυτό που προτείνεται είναι η ιδιαίτερη προσοχή στα αναπαραστασιακά χαρακτηριστικά και δυνατότητες όχι μεμονωμένων αναπαραστάσεων αλλά εν γένει των σημειωτικών συστημάτων που χρησιμοποιούνται κάθε φορά. Εξετάζοντας τις ιδιότητες ενός σημειωτικού συστήματος εν γένει μπορεί να γίνει αντιληπτή και η λειτουργία μεμονωμένων συμβόλων για τα μαθηματικά. Παράλληλα η εξοικείωση με τα διάφορα συστήματα αναπαράστασης και η χρήση

τους για την αναπαράσταση ενός μαθηματικού αντικειμένου μπορεί να οδηγήσει σταδιακά στην αποσύνδεση του περιεχομένου από τη συγκεκριμένη μαθηματική αναπαράσταση. Η διαδικασία όμως αυτή είναι αρκετά περίπλοκη και πηγή επιπλέον δυσκολιών για τους μαθητές.

Αν και ο μαθηματικός λόγος θεωρείται πολυσημειωτικός, στη βιβλιογραφία υπάρχουν αντικρουόμενες απόψεις σχετικά με το αναπαραστασιακό κεφάλαιο και το ρόλο εικονικών και περισσότερο συμβολικών σημειωτικών συστημάτων, όσον αφορά τόσο στην επιστήμη όσο και στη διδακτική των μαθηματικών. Παραδοσιακά τα μαθηματικά θεωρούνται μια κατεξοχήν συμβολική δραστηριότητα, ενώ η χρήση εικόνων συχνά συνδέεται με μια διαισθητική αντίληψη της πραγματικότητας και δε θεωρείται εργαλείο κατάλληλο για τη θεμελίωση έγκυρων μαθηματικών αποδείξεων. Οι οπτικές εικόνες θεωρείται ότι θέτουν περιορισμούς στην παράσταση (presenting) της μαθηματικής γνώσης, ενώ συχνά μπορεί να οδηγήσουν σε αβάσιμες υποθέσεις που εξαρτώνται από τον τρόπο παρουσίασης τους (Dreufus, 1991). Οι εικόνες σχετίζονται με τον πραγματικό κόσμο των άμεσων αισθήσεων ενώ ο συμβολισμός με τις αφηρημένες έννοιες. Άρα, ο συμβολισμός είναι και το καταλληλότερο εργαλείο για τη μαθηματική οργάνωση της πραγματικότητας.

Απ' την άλλη η εξεικόνιση⁴ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υποστήριξη και διαφώτιση συμβολικών αποτελεσμάτων καθώς και για την επίλυση συγκρούσεων μεταξύ συμβολικών λύσεων και διαισθήσεων. Τέλος, μπορεί να διαδραματίσει κεντρικό ρόλο στη νοερή σύλληψη μιας λύσης στα πλαίσια ευριστικών διαδικασιών, καθοδηγώντας την αναλυτική ανάπτυξη της. Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι οπτικές εικόνες συμπεριλαμβάνονται στα πιο ισχυρά διαμεσολαβητικά εργαλεία για την κατανόηση των τυπικών μαθηματικών και για αυτό το λόγο πολλοί ερευνητές πιστεύουν ότι πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στη χρήση του οπτικού συλλογισμού (visual reasoning) στα μαθηματικά (Singlair, 2003, Duval, 1999, Presmeg, 2006). Επιπρόσθετα, ιδιαίτερα σπουδαίος φαίνεται να είναι ο ρόλος των οπτικών εικόνων για τομείς των μαθηματικών, όπως η Γεωμετρία. Οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις χωρικές ιδιότητες της καθημερινής μας εμπειρίας, και υπό αυτή την προοπτική οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με οπτικές εικόνες (Mariotti, 1995).

Το σχέδιο λειτουργεί ως διαμεσολαβητικό εργαλείο ανάμεσα στο συγκεκριμένο και στο θεωρητικό κόσμο των μαθηματικών. Όπως επισημαίνει και ο Fishbein (1993) η γεωμετρική σκέψη εδράζεται πάνω σ' αυτή τη συνύπαρξη εννοιών και σχημάτων. Από τη μια δεν είναι δυνατό να εισάγουμε μια γεωμετρική έννοια χωρίς να

⁴ Η εξεικόνιση (visualisation) δε συνδέεται απλά με την εικονογράφηση, αλλά θεωρείται η ικανότητα, η διαδικασία και το προϊόν της δημιουργίας, μετάφρασης, χρήσης και αναστοχασμού εικόνων, ειδώλων, διαγραμμάτων στο νου ή στο χαρτί με στόχο την αναπαράσταση ή την επικοινωνία πληροφοριών (Arcavi, 2003).

χρησιμοποιήσουμε σχήματα ή μοντέλα ως παράδειγμα και από την άλλη αυτά τα ίδια τα παραδείγματα μπορεί να περιορίσουν τη νοερή σύλληψη της έννοιας. Έτσι, ενώ η συνιστώσα σχέδιο ενεργοποιεί νέες κατευθύνσεις στη σκέψη, τα λογικά - εννοιολογικά εμπόδια είναι αυτά που ελέγχουν την τυπική ακρίβεια της διαδικασίας. Σημαντική εδώ είναι η διάκριση μεταξύ σχήματος (figure) και σχεδίου (drawing). Ενώ το σχήμα είναι ένα αντικείμενο που προέρχεται από τη θεωρία, το σχέδιο είναι το σημαίνον, το μοντέλο του σχήματος στο χαρτί, στην άμμο ή στην οθόνη του υπολογιστή (Duvall, 1995). Το σχήμα αντιστοιχεί σε μια κλάση αντικειμένων που έχει συγκεκριμένες σταθερές ιδιότητες. Η πολυπλοκότητα των σχημάτων προέρχεται ακριβώς από αυτή τη λανθάνουσα γενικότητα. Το σχήμα δεν αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο αλλά σε άπειρα αντικείμενα. Έτσι ένα γεωμετρικό σχήμα είναι ταυτόχρονα ένα πραγματικό αντικείμενο και η αναπαράστασή του, είναι ταυτόχρονα το σημαίνον και το σημαινόμενο (Piaget & Inhelder, 1956). Γι' αυτό ακριβώς το λόγο και έχει επισημανθεί η ανάγκη (Mariotti, 1999) ανάπτυξης μιας ευέλικτης αλληλόδρασης μεταξύ σχημάτων/εικόνων και εννοιών. Μολαταύτα, το θεωρητικό μήνυμα μιας γεωμετρικής κατασκευής, για παράδειγμα η σχέση της με μια μαθηματική έννοια, είναι περιπλοκή και όχι εύκολα προσβάσιμη από τους μαθητές, ενώ συχνά η ίδια η φύση των προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στα πλαίσια των κλασικών γεωμετρικών κατασκευών τους εμποδίζει από το να προσεγγίσουν την κατασκευή από μια θεωρητική σκοπιά.

Αν και η αναφορά σε συγκεκριμένα περικείμενα και μαθηματικά αντικείμενα προηγείται χρονικά και λογικά της χρήσης σχημάτων ή συμβόλων, σταδιακά η αυτονομία που αποκτούν τα σχήματα ή τα σύμβολα από τα πλαίσια αναφοράς τους μας δίνει τη δυνατότητα να τα χρησιμοποιήσουμε για να δράσουμε πάνω σε αυτά τα πλαίσια και να προβάλουμε σε αυτά συγκεκριμένες δομές και προοπτικές ερμηνείας. Εδώ όμως εστιάζεται και το πρόβλημα ιδίως για τους μικρούς μαθητές, οι οποίοι δεν έχουν ακόμα εσωτερικεύσει και νοηματοδοτήσει -μέσα από τη ενασχόληση τους με το συγκεκριμένο- τις τυπικές και αφηρημένες σε μεγάλο βαθμό μαθηματικές αναπαραστάσεις. Η αποσύνδεση μιας συγκεκριμένης εξωτερικής αναπαράστασης ή ενός συμβόλου από το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται συνεπάγεται απώλεια νοήματος. Έρευνες έχουν δείξει ότι πολλές από τις δυσκολίες που βιώνουν τα παιδιά στη μάθηση των σχολικών μαθηματικών (Hughes, 1996), οφείλονται στην αφηρημένη και τυπική μορφή με την οποία τα μαθηματικά διδάσκονται στο σχολείο, η οποία απέχει κατά πολύ από τα διαισθητικά και άτυπα μαθηματικά που αποκτούν μέσα από την καθημερινή τους εμπειρία. Ο ορθός φορμαλιστικός ορισμός μιας έννοιας δεν οδηγεί στην ανάληψη των σωστών ενεργειών, αν δεν συνοδεύεται από κατάλληλες νοητικές εικόνες (Tall & Vinner, 1981), ενώ η επιτυχία επίλυσης ενός λεκτικού προβλήματος απαιτεί αφενός την εικονική αναπαράστασή του, αφετέρου ικανότητα μετάβασης από το ένα σύστημα σημειωτικής διαμεσολάβησης στο άλλο (Danesi, 2003). Ο Ernest (2006) πιστεύει πως πολλές δυσκολίες των μαθητών σχετικά

με τα σημειωτικά συστήματα αναπαράστασης⁵ θα μπορούσαν να παρακαμφθούν, αν αναπλαισιωμένη ακολουθούνταν κατά τη διδασκαλία και μάθηση η πορεία της ιστορικής και μαθηματικής εξέλιξης των σημειωτικών συστημάτων, από τις τελείως εικονικές αναπαραστάσεις στις μεταβατικές ημισυγκεκριμένες-ημιαφηρημένες έως τις καθαρά συμβολικές.⁶

Ο ψηφιακές τεχνολογίες φαίνεται ότι αλλάζουν τον τρόπο με τον οποίο γίνεται αντιληπτός ο ρόλος των διαφόρων σημειωτικών συστημάτων (ο'Halloran, 2005), καθώς αλλάζει αφενός ο τρόπος πρόσβασης και διαχείρισης του καθενός από αυτά αφετέρου οι δυνατότητες άμεσης αλληλοδιασύνδεση αυτών. Αυτές ακριβώς τις αλλαγές όσον αφορά στο αναπαραστασιακό δυναμικό και το διαμεσολαβητικό ρόλο των διαφόρων σημειωτικών συστημάτων ως άμεση συνάρτηση των δυνατοτήτων των ψηφιακών τεχνολογιών πραγματεύεται η επόμενη ενότητα.

2.4.5 Σημειωτική διαμεσολάβηση και ψηφιακά εργαλεία

Η ανάπτυξη της επιστήμης των μαθηματικών είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη διαθέσιμη τεχνολογία, η οποία μέχρι τις αρχές του 20^ο αιώνα περιοριζόταν στο χαρτί και το μολύβι αλλά και στα έντυπα μέσα. Καθώς το σημειωτικό κεφάλαιο των διαφόρων σημειωτικών συστημάτων πραγματώνεται με τελείως διαφορετικούς τρόπους μέσω των ψηφιακών τεχνολογιών, φαίνεται ότι επεκτείνονται και οι δυνατότητες αυτών των σημειωτικών συστημάτων όσον αφορά στην κατασκευή μαθηματικών νοημάτων. Ο Crook (1994) αναφέρει ότι η νέου τύπου διαμεσολάβηση της ανθρώπινης εμπειρίας που πραγματώνεται μέσω του υπολογιστή μάς παρέχει εκτεταμένες πηγές τελείως νέων συνδυασμών διανοητικής 'εμπλοκής', επιδρώντας συνεπώς στον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε τον κόσμο. Μέσα από την ταυτόχρονη παράθεση, την αλληλοδιασύνδεση και το δυναμικό χειρισμό διαφορετικών μορφών αναπαραστάσεων, τα διάφορα συστατικά στοιχεία της μαθηματικής γλώσσας γίνονται περισσότερο από ποτέ μέχρι σήμερα ένα δυναμικό σύνολο για τη διαμεσολάβηση της επιστημονικής εκδοχής της πραγματικότητας.

⁵ Ένα σημειωτικό σύστημα αναπαράστασης επιτρέπει τριών ειδών λειτουργίες: το σχηματισμό αναπαραστάσεων, το χειρισμό αυτών των αναπαραστάσεων στα πλαίσια του συγκεκριμένου συστήματος, και τη μετατροπή της αναπαράστασης σε άλλο σημειωτικό σύστημα (Artigue, 2009)

⁶ Αν και μια αναπαράσταση, όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγική ενότητα αυτού του κεφαλαίου δεν μπορεί να νοηθεί ανεξάρτητα από τη σημειωτική διαδικασία απόδοσης σε αυτή νοήματος, οπτικές θεωρούνται οι αναπαραστάσεις που έχουν μια κάποια φυσική ομοιότητα και μια αντιστοιχία με το σημειωμένο αντικείμενο, ενώ συμβολικές θεωρούνται οι αναπαραστάσεις που η σχέση μεταξύ σημαίνοντος και σημεινομένου είναι τελείως αφηρημένη. Οι οπτικές εικόνες στα μαθηματικά θεωρούνται ειδικοί τύποι οπτικών αναπαραστάσεων, που συνδέονται τόσο με την άμεσα αντιληπτή πραγματικότητα, π.χ. τα γεωμετρικά σχήματα, όσο και με τον αφηρημένο συμβολικό κόσμο των μαθηματικών, π.χ. μέσω διαφόρων μορφών γραφημάτων και διαγραμμάτων

Ιδιαίτερα εντυπωσιακές είναι οι αλλαγές που παρατηρούνται αναφορικά με τα εικονικά σημειωτικά συστήματα. Οι οπτικές εικόνες έχουν αλλάξει τελείως μέσω του δυναμικού τρόπου παρουσίασής τους στις οθόνες των υπολογιστών, όπου μπορούν να γίνουν αντικείμενο διαχείρισης με έναν τρόπο ανάλογο με αυτόν που τα μαθηματικά σύμβολα είχαν γίνει αντικείμενο διαχείρισης στην εποχή των έντυπων μέσων. Έτσι μέσω της ψηφιοποίησης δεδομένων και πληροφοριών, οι οπτικές εικόνες μπορούν να αποδώσουν ταυτόχρονα χωρικές και χρονικές- διαδικαστικές πτυχές μιας έννοιας. Οι οπτικές εικόνες δεν αποτελούν πια διακριτά χρονικά στιγμιότυπα, αλλά μπορούν να ξεδιπλωθούν μέσα από διαδοχικά βήματα στη διάρκεια του χρόνου (ο'Halloran, 2005) και να γίνουν αντικείμενο σειριακής επεξεργασίας. Καθώς οι οπτικές εικόνες αποκτούν σταδιακά ένα δυναμικό ανάλογο του μαθηματικού συμβολισμού, μπορεί να ειπωθεί ότι αυτό το σημειωτικό μέσο μπορεί να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο για μια διαισθητική προσέγγιση της μαθηματικής γνώσης αλλά και στα πλαίσια πειραματισμών και λογικών αποδείξεων. Αν στο παρελθόν η βήμα προς βήμα θεμελίωση της αλήθειας μιας πρότασης μπορούσε να γίνει μόνο μέσω της γλώσσας και αφηρημένων μαθηματικών συμβόλων, σήμερα αυτή η βήμα προς βήμα ανάπτυξη των λογικών ισχυρισμών φαίνεται να είναι δυνατή και μέσω των οπτικών σημειωτικών συστημάτων. Όπως αναφέρει και ο ο'Halloran (2005) μένει να δούμε, αν αυτά τα σημειωτικά μέσα θα εξελιχθούν σε συστήματα φορμαλιστικής απόδοσης της λογικής.

Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας. Τα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας ανανέωσαν το ενδιαφέρον για γεωμετρικές κατασκευές καθώς μια πληθώρα γεωμετρικών προβλημάτων μπορεί να προσεγγιστεί με νέους τρόπους και μέσω της εφαρμογής νέων ευριστικών μεθόδων (Gomes & Vergnaud, 2004). Η Δυναμική Γεωμετρία δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια απλά νέα διεπιφάνεια για ευκλείδειες κατασκευές. Ευθύγραμμα τμήματα που αυξομειώνονται ή που μετακινούνται σε σχέση με άλλα δεν είναι απλά τα ίδια αντικείμενα που χειριζόμασταν μέχρι σήμερα και αυτό με τη σειρά του υποδεικνύει νέους τρόπους συλλογισμού (Holzl, 1996). Αν μάλιστα –σε αντίθεση με την πλατωνική απόψη– θεωρήσουμε την ανθρώπινη δραστηριότητα και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια γεωμετρικών δραστηριοτήτων ως τμήμα της ίδιας της γεωμετρίας, πρέπει να παραδεχτούμε ότι η ίδια η γεωμετρία αλλάζει με τη χρήση των εν λόγω περιβαλλόντων (Holzl, 1996, Strasser, 2001).

Διαμεσολαβώντας τις ενέργειες των μαθητών και κατέχοντας μια θέση μεταξύ των μαθητών και του κόσμου των μαθηματικών (Laborde 1992, 2002) τα χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας επιδρούν στις διαδικασίες επίλυσης προβλήματος, γεγονός που υποδεικνύει την ανάγκη διερεύνησης της φαινομενολογίας της διεπιφάνειας και των πιθανών της επιπτώσεων στον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονται τις εμπλεκόμενες έννοιες. Έχει υποστηριχτεί ότι η εμπλοκή των μαθητών με αυτά τα περιβάλλοντα μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη διαισθήσεων και νοημάτων που δεν μπορούν να επιτευχθούν μέσω των συμβατικών μέσων (Artigue, 2002), καθώς οι μαθητές μπορούν να αναπτύξουν μια νέα προοπτική

επίλυσης προβλημάτων μέσω μιας διαδικασίας πειραματισμού, μοντελοποίησης, ελέγχου εικασιών (που γεννώνται εν μέρει και από την εμπλοκή με τα συγκεκριμένα υπολογιστικά περιβάλλοντα), ερμηνείας και γενίκευσης.

Οι εικόνες που παράγονται στην οθόνη του υπολογιστή δεν μπορούν να θεωρηθούν ως ουδέτερες αναπαραστάσεις, καθώς πρόκειται για γραφικά σχήματα με τη δική τους εσωτερική λογική, η οποία εξαρτάται από τη διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή τους. Στα περισσότερα περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας οι χρήστες αλληλεπιδρούν άμεσα μέσω του ποντικιού με τα διαθέσιμα εργαλεία έτσι, ώστε να κατασκευάσουν, χειριστούν και διερευνήσουν γεωμετρικά σχήματα. Ιδιαίτερης σημασίας είναι η λειτουργικότητα του συρσίματος, η οποία θεωρείται ότι φέρνει στο προσκήνιο τη σχέση μεταξύ σχεδίου και σχήματος. Με το σύρσιμο διατηρούνται οι σχέσεις που ορίζουν τις παραμέτρους της κατασκευής και για αυτό ακριβώς το λόγο το σύρσιμο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα εξωτερικό σημείο (sign), ως ένα παράθυρο μέσω του οποίου οι μαθητές μπορούν να προσεγγίσουν τις θεωρητικές πτυχές της γεωμετρίας. Σύμφωνα με την Laborde (2002) η δυνατότητα συρσίματος διαμεσολαβεί την ιδέα της μεταβολής και της μεταβλητής που αποτελούν την ουσία των μαθηματικών, καθώς οι μαθηματικές ιδιότητες μπορούν να ιδωθούν ως αμετάβλητες στα πλαίσια της αλλαγής, ενώ ο Holzl (1996) τονίζει: *‘Είναι δύσκολο να δούμε πώς η διδασκαλία με περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας μπορεί να είναι αποτελεσματική χωρίς τη ρητή συμπερίληψη της μετά-δραστηριότητας της ελεγχόμενης μεταβολής’*.

Μολαταύτα από άλλους ερευνητές (Love, 1995) έχει εκφραστεί ένας σκεπτικισμός όσον αφορά στη συμβολή των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας στη νοερή σύλληψη των γεωμετρικών εννοιών, ενώ έρευνες των Healy και Hoyles (2001) έδειξαν πώς το ίδιο περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει κάποιους μαθητές να φτάσουν σε λογικά αφαιρετικά συμπεράσματα και κάποιους άλλους να τους εμποδίσει στη διαδικασία επίλυσης και στην έκφραση ορθών μαθηματικά ιδεών. Όσον αφορά στα λάθη που κάνουν οι μαθητές στα πλαίσια των περιβαλλόντων δυναμικής γεωμετρίας οι Ballacheff & Kaput (1996) τονίζουν ότι τα λάθη των μαθητών μπορεί να είναι ένα μείγμα λαθών που έχουν να κάνουν με τη γεωμετρία και λαθών που σχετίζονται με τον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονται τη συμπεριφορά και τα χαρακτηριστικά του ίδιου του υπολογιστικού περιβάλλοντος.

Η κρίσιμη διαφορά μεταξύ προγραμματιστικών περιβαλλόντων και περιβαλλόντων δυναμικής γεωμετρίας επικεντρώνεται στο είδος της αλληλόδρασης με το υπολογιστικό περιβάλλον. Στην 1^η περίπτωση ο χρήστης ελέγχει το περιβάλλον μέσω συμβολικού κώδικα, ενώ στη δεύτερη το ελέγχει οπτικά. Οι υποστηρικτές των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας έχουν ισχυριστεί ότι (δες Laborde & Laborde, 1995) η προσπάθεια που πρέπει να καταβληθεί στα προγραμματιστικά περιβάλλοντα για να ακολουθηθούν οι περιορισμοί της συντακτικής δομής μπορεί να είναι τόσο μεγάλη ώστε τα γεωμετρικά προβλήματα να περιορίζονται σε προβλήματα με τη συμβολική γλώσσα που χρησιμοποιείται κάθε φορά. Από την άλλη έχει τονιστεί η

ανάγκη διερεύνησης του τρόπου που ο προγραμματισμός -και η ευελιξία και η δυναμική στην έκφραση μαθηματικών εννοιών που παρέχει- θα μπορούσε να συνδυαστεί με τα χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας (Eisenberg, 1995, Sherin, 2002), καθώς και του τρόπου με τον οποίο αυτό θα μπορούσε να επιδράσει στην αναπαράσταση οικείων μαθηματικών εννοιών. Στην προσπάθεια γεφύρωσης του χάσματος μεταξύ οπτικού και συμβολικού ελέγχου, έχουν αναπτυχθεί υπολογιστικά περιβάλλοντα που συνδυάζουν τις συμπληρωματικές δυνατότητες των περιβαλλόντων άμεσου χειρισμού και των προγραμματιστικών περιβαλλόντων. Χαρακτηριστικά είναι τα περιβάλλοντα του Χελωνόκοσμου και του MaLT που αναπτύχθηκαν από το Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας του Πανεπιστημίου Αθηνών και τα οποία χρησιμοποιούνται στην παρούσα διατριβή. Σε αυτά τα περιβάλλοντα οι γεωμετρικές κατασκευές αναπαρίστανται αρχικά ως διαδικασίες με χρήση της συμβολικής γλώσσας Logo, ενώ ο χειρισμός και ο πειραματισμός με το γραφικό αποτέλεσμα διευκολύνονται από τη χρήση ειδικών εικονικών εργαλείων μεταβολής.

Οι αλλαγές που φέρνουν οι ψηφιακές τεχνολογίες απαιτούν την επανεξέταση των ειδών των διδακτικών ακολουθιών και ιεραρχιών της γνώσης που θεωρούνται κατάλληλα στα διάφορα μαθησιακά περιβάλλοντα προς όφελος εναλλακτικών και πιθανότατα πιο εύκολα προσπελάσιμων αναπαραστάσεων. Γενικότερα, χρήζει διερεύνησης η επιλογή συγκεκριμένων σημειωτικών συστημάτων (π.χ. συμβολικών ή εικονικών), καθώς και ο τρόπος που 'αναπαριστώνται' στα υπολογιστικά εργαλεία τα χαρακτηριστικά, οι ρόλοι καθώς και οι δυνατότητες αλληλόδρασης μεταξύ χρήστη και λογισμικού ή μεταξύ χρηστών. Για παράδειγμα τι περιθώρια κατασκευής αναπαραστάσεων από τους ίδιους τους μαθητές υπάρχουν, ποιος ο ρόλος του εργαλείου όσον αφορά στην επικύρωση-αξιολόγηση των αναπαραστάσεων που οι μαθητές θα κατασκευάσουν; Σε ποιο βαθμό ο μαθητής – χρήστης έχει τη δυνατότητα να ακολουθήσει τα δικά του 'μονοπάτια'; Ποια σημειωτικά συστήματα και ποιες πτυχές του γνωστικού αντικειμένου φαίνεται να μη συμπεριλήφθηκαν στο σχεδιασμό του εκάστοτε υπολογιστικού εργαλείου;

Αν και η υπολογιστική δύναμη των ψηφιακών τεχνολογιών έχει χρησιμοποιηθεί κατά κύριο λόγο για να καταστήσει τη μαθηματική γνώση λιγότερο ορατή και εμφανή -και άρα να μας απελευθερώσει από κοπιαστική εργασία (emancipatory software)-, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για το σχεδιασμό μαθηματικών διδακτικών περιβαλλόντων, τα οποία θα καλλιεργούν τις μεταγνωστικές ικανότητες καθιστώντας τη μαθηματική γνώση περισσότερο διακριτή και ορατή, άρα και πιο άμεσα διαχειρίσιμη (Noss 2001). Το ερώτημα που προκύπτει στη συνέχεια είναι: Πόσο πραγματικά ορατό και πόσο διαχειρίσιμο μπορεί να γίνει ένα συγκεκριμένο περιβάλλον; Σε ποιες ηλικίες και σε ποιο βαθμό; Αν το πέρασμα από μια «ορατή» δομή προηγείται μιας απρόσκοπτης, διαπερατής χρήσης, μήπως αυτό συνεπάγεται και ιδιαίτερο γνωστικό φόρτο απ' την πλευρά των μαθητών;

2.5 Η έννοια της γωνίας ως αντικείμενο διδασκαλίας

2.5.1 Πτυχές της έννοιας της γωνίας

Η γωνία είναι μια έννοια που έχει οριστεί με διάφορους τρόπους στο πέρασμα των αιώνων και ανάλογα με τη μαθηματική σκοπιά από την οποία τη βλέπουμε μπορεί να αποκτήσει διαφορετικό νόημα. Η ίδια η ιστορική εξέλιξη της έννοιας δείχνει την πολυπλοκότητά της καθώς και τους περιορισμούς που θέτει στην έννοια κάθε ορισμός (Keiser, 2004, Matos, 1990). Η φύση της έννοιας της γωνίας εξακολουθεί και σήμερα να αποτελεί σημείο προβληματισμού (Matos, 1991), ενώ η ύπαρξη πολλών ορισμών πιθανότατα οφείλεται στην εμφάνιση της έννοιας αυτής σε διαφορετικά περικείμενα (είτε πρόκειται για φυσικά περικείμενα είτε για διάφορους κλάδους των μαθηματικών και φυσικών επιστημών). Απ' την άλλη το γεγονός ότι ένας ορισμός δε φαίνεται να αντιστοιχεί σε όλα τα περικείμενα στα οποία εμφανίζεται η έννοια τονίζει τη δυσκολία δημιουργίας ενός γενικού ορισμού της (Michelmores & White, 1998). Ο Freudenthal (1973) θεωρεί ότι υπάρχουν περισσότερες από μια έννοιες της γωνίας, ενώ τρεις είναι πρακτικά και διδακτικά σημαντικές, καθώς σχετίζονται άμεσα με τις καθημερινές μας εμπειρίες:

- *Η βασική γεωμετρική γωνία (Elementary Geometry angle):* Πρόκειται για τη γωνία ενός μη διατεταγμένου ζεύγους ημιευθειών στο μη προσανατολισμένο επίπεδο, οριζόμενη μεταξύ 0 και 180° . Η μέτρηση αυτού του είδους της γωνίας συνίσταται στον υπολογισμό της κλίσης που οι δύο ημιευθείες έχουν η μια σε σχέση με την άλλη.
- *Η γωνιομετρική γωνία (Goniometry angle):* Πρόκειται για ένα διατεταγμένο ζεύγος ακτινών στο προσανατολισμένο επίπεδο, οριζόμενο ως ισούπόλοιπο 2π . Πρόκειται για επίκεντρη γωνία σε ένα μοναδιαίο κύκλο, η οποία στο προσανατολισμένο επίπεδο μετράται με φορά αντίθετη της φοράς του ρολογιού. Εδώ η γωνία αντιστοιχεί στο μήκος τόξου κύκλου με μοναδιαία ακτίνα. Σε αυτού του είδους τη γωνία είναι δυνατή η διάκριση μεταξύ $\pi/2$ και $3\pi/2$.
- *Η αναλυτική γωνία (Analytic angle):* Δημιουργείται από μια άπειρη επανάληψη του συστήματος των γωνιομετρικών γωνιών και μπορεί να πάρει τιμές στο διάστημα $+\infty -\infty$.

Σύμφωνα με τον Freudenthal και οι τρεις παραπάνω πτυχές της έννοιας της γωνίας πρέπει να γίνουν αντικείμενο διδασκαλίας ταυτόχρονα και χωρίς. Τόσο ο Freudenthal (1983) όσο και άλλοι ερευνητές (Skemp, 1986, Vinner, 1991) επισημαίνουν ότι η έννοια της γωνίας δεν αναπτύσσεται μέσω του οποιοδήποτε ορισμού, αλλά σε συγκεκριμένα περικείμενα. Καθώς οι γωνίες εμφανίζονται με ποικίλους τρόπους ο

Freudenthal (1983) θεωρεί ότι οι γωνίες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με βάση τα φαινομενολογικά τους χαρακτηριστικά. Σε αυτή την κατηγοριοποίηση το κρίσιμο στοιχείο είναι το κατά πόσο τα συστατικά τους στοιχεία, δηλαδή οι πλευρές και το τμήμα του επιπέδου ή του χώρου που περικλείουν -αν πρόκειται για στατικές γωνίες- ή η στροφή -αν πρόκειται για δυναμικές γωνίες-, είναι σαφή και ευδιάκριτα ή υπονοούνται και ο μαθητής πρέπει να χρησιμοποιήσει τη φαντασία του, για να τα αντιληφθεί. Σε μια αντίστοιχη προσπάθεια οι Mitchelmore & White (2000) διέκριναν περιπτώσεις καθημερινών εμπειριών στις οποίες εμφανίζεται η έννοια της γωνίας, τις οποίες στη συνέχεια ομαδοποίησαν σε περικείμενα, ανάλογα με τα κοινά τους φαινομενολογικά χαρακτηριστικά (π.χ. αν είναι εμφανής η μια ή δύο πλευρές της γωνίας, αν πρόκειται για περιορισμένη ή για συνεχόμενη περιστροφή κλπ) και τέλος σε δύο πεδία, ανάλογα με το αν πρόκειται για δυναμικά ή στατικά περικείμενα (δες πίνακα 1).

<i>Πεδίο</i>	<i>Φυσικά περικείμενα που εμφανίζεται η γωνία</i>	<i>Ενδεικτικές περιπτώσεις</i>
1	διασταύρωση γωνία (corner) κάμψη	σταυροδρόμι, ψαλίδι, δείκτες ρολογιών τραπέζι, κυβάκια, μύτη μολυβιού, στροφή δρόμου, μπούμενρανκ, λυγισμένο μέλος σώματος
2	κλίση περιορισμένη περιστροφή	σκεπή, λόφος Πόρτα, υαλοκαθαριστήρες, κρουρός
	συνεχόμενη περιστροφή	ανεμιστήρας, περιστρεφόμενη πόρτα, η δέσμη φωτός του φάρου

Πίνακας 1: Υποθετικά παραδείγματα των πεδίων της αφηρημένης έννοιας της γωνίας ενός μαθητή (Mitchelmore & White, 2000, p. 217)

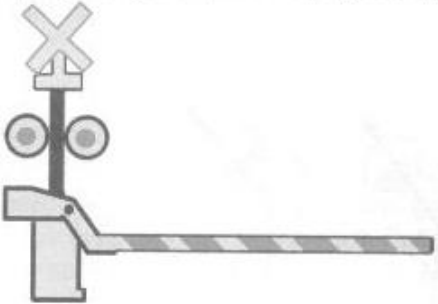
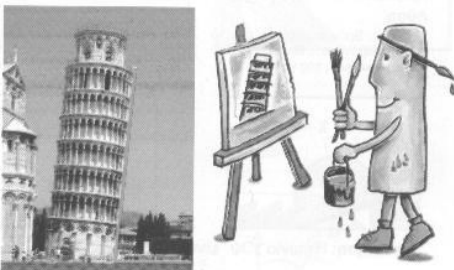
Τα δυναμικά φυσικά περικείμενα συνδέονται με τη γωνιομετρική και αναλυτική γωνία, με βάση τους ορισμούς του Freudenthal που παρουσιάστηκαν παραπάνω, ενώ τα στατικά περικείμενα με τη βασική γεωμετρική γωνία. Με βάση την κατηγοριοποίηση των Mitchelmore & White, στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται συνοπτικά τα φυσικά/ρεαλιστικά περικείμενα⁷, που αναπαρίστανται στα βιβλία των μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου αναφορικά με την έννοια της γωνίας (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2006).

⁷ Αξίζει να σημειωθεί ότι ακόμα και στις περιπτώσεις που γίνεται αναφορά σε δυναμικά περικείμενα αυτό γίνεται μέσω των στατικών αναπαραστάσεων του σχολικού βιβλίου.

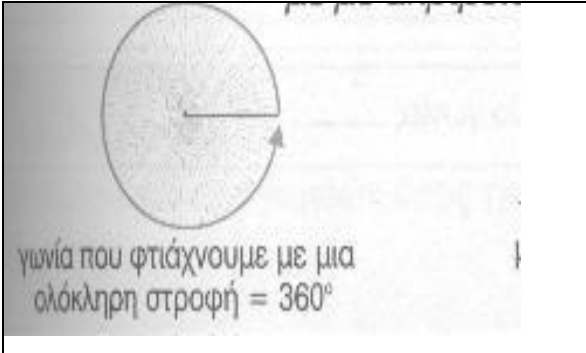
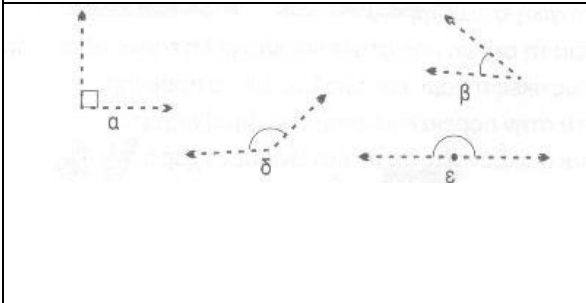
	Δυναμικά φυσικά περικείμενα	Στατικά φυσικά περικείμενα
Β' Δημοτικού		Δείκτες αναλογικού ρολογιού
Γ' Δημοτικού	Κινούμενα αυτοκίνητα, βραχιόνες διαβήτη, ρολόι, ψαλίδι	Σταυροδρόμι, κεραία τηλεόρασης,
Δ' Δημοτικού		Σταυροδρόμι
Ε' Δημοτικού	Βεντάλιες, δείκτες αναλογικού ρολογιού	
Στ' Δημοτικού	Μπάρες τρένου, πορεία πλοίου,	Στέγη, κόκαλα λεκάνης, πύργος Πίζας

Πίνακας 2: Τα φυσικά/ρεαλιστικά περικείμενα που χρησιμοποιούνται στα σχολικά βιβλία για τη διδασκαλία της γωνίας στο Δημοτικό Σχολείο (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2006)

Τέλος, ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει ενδεικτικά μερικές αναπαραστάσεις της γωνίας στα βιβλία του Δημοτικού, οι οποίες κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το αν αναφέρονται σε φυσικά/ρεαλιστικά περικείμενα ή σε πιο αφηρημένα/μαθηματικά και ανάλογα με τον ορισμό της γωνίας στον οποίο παραπέμπουν. Αξίζει σε αυτό σημείο να επισημανθεί ότι στα βιβλία του Δημοτικού δε δίνεται ορισμός για την έννοια της γωνίας, παρότι η εν λόγω έννοια αποτελεί στόχο του αναλυτικού προγράμματος από τη Β' Δημοτικού και μέχρι το τέλος της συγκεκριμένης σχολικής βαθμίδας⁸.

	<p>Μπάρα τρένου Τάξη: Στ' Περικείμενο: Δυναμικό ρεαλιστικό Συναφής ορισμός: Γωνιομετρική γωνία</p>
	<p>Ο πύργος της Πίζας Τάξη: Στ' Περικείμενο: Στατικό ρεαλιστικό Συναφής ορισμός: Βασική γεωμετρική γωνία</p>

⁸ Δες ΔΕΠΣ και ΑΠΣ Πρωτοβάθμιας στην ηλ.διεύθυνση: <http://www.pi-schools.gr/programs/depps>

	<p>Γωνίες Τάξη: Ε' Δημοτικού Περιεχόμενο: αφηρημένο – μαθηματικό Συναφής ορισμός: Γωνιομετρική γωνία</p>
	<p>Γωνίες Τάξη: Ε' Δημοτικού Περιεχόμενο: αφηρημένο – μαθηματικό Συναφής ορισμός: Βασική γεωμετρική γωνία</p>

Πίνακας 3: Παράδειγμα αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούνται για τη διδασκαλία της γωνίας στο Δημοτικό Σχολείο (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2006)

2.5.2 Η γωνία ως αντικείμενο διδασκαλίας

Οι έρευνες σχετικά με τα νοήματα που αναπτύσσουν μαθητές Δημοτικού γύρω από την έννοια της γωνίας είτε στα πλαίσια των καθημερινών τους εμπειριών είτε στα πλαίσια της συστηματικής διδασκαλίας στη σχολική τάξη τονίζουν δύο σημεία: α) η γωνία, αν και μια από τις βασικές γεωμετρικές ιδιότητες του χώρου που μας περιβάλλει δεν είναι τόσο ευδιάκριτη, δεν εντοπίζεται εύκολο, γι' αυτό και συχνά οι μαθητές τη συγχέουν με άλλες γεωμετρικές έννοιες, π.χ. με την έννοια του μήκους, β) οι γωνίες εμφανίζονται σε μια ποικιλία φυσικών περιεχόμενων τα οποία και δεν συσχετίζονται εύκολα μεταξύ τους (Mitchelmore & White, 1995). Για παράδειγμα η έννοια της γωνίας χρησιμοποιείται για να περιγράψει τις γωνιακές ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος, να ορίσει την κατεύθυνση της κίνησης, την κατεύθυνση/προσανατολισμό ενός αντικειμένου, το μέγεθος της περιστροφής ή την κλίση μιας πλαγιάς. Γι' αυτό ακριβώς το λόγο πολλοί ερευνητές (Kieran et al, 1986, Freudenthal, 1983, Mitchelmore & White, 2000) κατηγοριοποιούν τις γωνίες και τους συναφείς ορισμούς σε δυο μεγάλες κατηγορίες με βάση τις 'φυσικές' τους ιδιότητες και τα φαινομενολογικά τους χαρακτηριστικά, κάνοντας διάκριση μεταξύ δυναμικών και στατικών πτυχών της έννοιας. Οι ορισμοί που θεωρούνται ως δυναμικοί δίνουν έμφαση στην γωνία ως αποτέλεσμα κίνησης και στροφής, ενώ οι ορισμοί που θεωρούνται στατικοί δίνουν έμφαση στη γωνία ως σταθερό γεωμετρικό σχήμα. Και στις δύο περιπτώσεις η ποσοτικοποίηση της σχέσης μεταξύ των δυο στατικών πλευρών ενός γεωμετρικού σχήματος ή μεταξύ δύο διαδοχικών ενδείξεων/προσανατολισμών, το μέγεθος, δηλαδή της γωνίας, αποτελεί μια ιδιαίτερη πτυχή της εν λόγω έννοιας (Henderson & Taimina, 2005).

Η γωνία ως γεωμετρικό σχήμα:

Χαρακτηριστικά στοιχεία των στατικών γωνιών είναι οι πλευρές τους και το τμήμα του επιπέδου το οποίο ορίζουν. Πέρα από τις ‘ευδιάκριτες’ γωνίες των γεωμετρικών σχημάτων σε αυτή την πτυχή της έννοιας αντιστοιχεί μια ποικιλία φυσικών περικειμένων, π.χ. οι γωνίες ενός δωματίου, οι γωνίες που σχηματίζονται από τη διασταύρωση δύο οδών, κλπ. Ιδιαίτερης σημασίας για την αναγνώριση της γωνίας ως γεωμετρικού σχήματος είναι το κατά πόσον και οι δυο πλευρές της είναι ευδιάκριτες (Mitchelmore & White, 2000, Freudenthal, 1983). Ακόμα όμως και στις περιπτώσεις που και οι δυο πλευρές της γωνίας είναι ορατές, οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες, καθώς άλλες γωνίες είναι οριζόντιες (οι γωνίες ενός τραπεζιού), άλλες είναι κάθετες (οι γωνίες ενός παραθύρου), άλλες συμπαγείς και άλλες αποτελούνται μόνο από το περίγραμμα.

Εστιάζοντας στα πιο ‘χειροπιαστά’ χαρακτηριστικά των αναπαραστάσεων της γωνίας, οι μαθητές συχνά συγχέουν το μέγεθος της γωνίας με το εμβαδόν της τριγωνικής επιφάνειας που περικλείεται από τις πλευρές της (Lehrer et al., 1998). Σε άλλες περιπτώσεις πάλι αντιλαμβάνονται τη γωνία ως δύο τεμνόμενες ημιευθείες και όχι ως ένα τμήμα του επιπέδου. Ο χώρος που περιβάλλει το σχήμα γίνεται αντιληπτός ως κενός και περιορισμένος από τις γραμμές των σχημάτων. Η γωνία σε αυτή την περίπτωση ταυτίζεται με τις πλευρές της και κατά συνέπεια οι μαθητές θεωρούν ότι το μέγεθος της γωνίας εξαρτάται από το μήκος αυτών των πλευρών ή ότι εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των δύο πλευρών της (από σημεία που ισαπέχουν συνήθως από την κορυφή της (Clements & Battista, 1989)). Συσχετίζοντας τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν δωδεκάχρονοι μαθητές αναφορικά με την έννοια της γωνίας με τις δυσκολίες που αντιμετωπίστηκαν στο πέρασμα των αιώνων για τον ορισμό της εν λόγω έννοιας, ο Keiser (2004) παρατήρησε ότι πολλοί μαθητές αντιλαμβάνονται τη γωνία ως ποιότητα (με την Αριστοτελική έννοια του όρου). Έτσι κάποιο σχήμα μπορεί να είναι περισσότερο ή λιγότερο γωνία. Όσο πιο αιχμηρή είναι μια γωνία, τόσο πιο γωνία θεωρείται. Μια τέτοια αντίληψη δημιουργεί δυσκολίες στην προσέγγιση του μεγέθους των γωνιών, καθώς αφενός δεν αναδεικνύει την ανάγκη μέτρησης, αφετέρου δημιουργείται ‘σύγκρουση’ μεταξύ των οξείων γωνιών που θεωρούνται πιο ‘γωνίες’ και των αμβλειών που έχουν μεγαλύτερο μέγεθος.

Όταν αναφέρονται σε γωνίες οι μαθητές έχουν συνήθως στο νου οξείες και δεξιόστροφες γωνίες με ορατές και τις δύο πλευρές. Αυτές οι γωνίες φαίνεται να έχουν μετωνυμικές ιδιότητες, οι οποίες αντιπροσωπεύουν κάθε είδους γωνία. Οι περισσότερες γωνίες που σχεδιάζονται από τους μαθητές έχουν τη μια πλευρά οριζόντια, κυρίως λόγω του ότι οι μαθητές έχουν ως σημείο αναφοράς το οριζόντιο επίπεδο. Οι Clements & Battista (1992) κάνουν επιπλέον λόγο για τον ‘παράγοντα της βαρύτητας’, σύμφωνα με τον οποίο οι μικροί μαθητές θεωρούν ότι ένα γεωμετρικό σχήμα είναι σταθερό, μόνο αν έχει μια πλευρά οριζόντια. Μια επιπλέον εξήγηση για αυτή την προτίμηση των μαθητών πιθανόν να είναι και το γεγονός ότι οι μαθητές έρχονται σε επαφή με ένα περιορισμένο αριθμό γωνιακών αναπαραστάσεων όπου η

μια πλευρά είναι πάντα οριζόντια. Σε κάθε περίπτωση ο προσανατολισμός της γωνίας στο επίπεδο ή στο χώρο επηρεάζει την αναγνώρισή της ως γεωμετρικό σχήμα και ιδιαίτερα την αναγνώριση του μεγέθους της, π.χ. οι μαθητές δύσκολα αναγνωρίζουν μια ορθή γωνία, αν η μία της πλευρά δεν είναι οριζόντια.

Η γωνία ως μια δυναμική έννοια

Η γωνία ως στροφή είναι σύμφωνα με τον Freudenthal (1973) η πιο φυσική, η πιο ενστικτώδης πτυχή της έννοιας, καθώς ‘αποτυπώνει’ τη διαδικασία αλλαγής κατεύθυνσης στο επίπεδο ή τον τρισδιάστατο χώρο. Στις γωνίες που αποδίδουν αυτή την πτυχή της έννοιας είναι ευδιάκριτη η κορυφή (ως το κέντρο της περιστροφής) ενώ όσον αφορά στις πλευρές είναι συνήθως ορατή είτε μόνο η μια πλευρά (π.χ. κατά την περιστροφή μιας ακτίνας που διαγράφει συγκεκριμένο τόξο) ή και καμία (π.χ. η γωνία που προκύπτει από την περιστροφή ενός κατσαβιδιού). Σε αυτή την πτυχή της έννοιας ιδιαίτερη σημασία έχει και ο προσανατολισμός της στροφής, ένας παράγοντας που προξενεί νέες δυσκολίες στου μαθητές. Για παράδειγμα οι μαθητές δυσκολεύονται να αντιληφθούν ότι στροφές διαφορετικών μεγεθών και προσανατολισμού μπορούν να έχουν το ίδιο αποτέλεσμα (π.χ. δεξιά 210 και αριστερά 150) (Yakimanskaya, 1991). Κατά την κίνηση στον τρισδιάστατο χώρο η έννοια της γωνίας είναι ακόμα πιο δυσδιάκριτη καθώς η στροφή συνήθως συνδυάζεται με κίνηση προς τα εμπρός ή πίσω, ενώ παράλληλα δεν αφήνει ίχνος και η αρχική/τελική ένδειξη - προσανατολισμός πρέπει ανακληθεί από τη μνήμη. Τέλος, η στροφή ως μια συνεχής κίνηση γίνεται δύσκολα αντιληπτή ως μια γωνιακή σχέση, καθώς δεν μπορεί εύκολα να συσχετιστεί με κάποιο στατικό γεωμετρικό σχήμα (Mitchelmore, 1997).

Σε μια μακροχρόνια έρευνα των Lehrer et al (1998) διαπιστώθηκε ότι στα πλαίσια δυναμικών περικειμένων, που περιελάμβαναν στροφές, κυκλική κίνηση και τόξα, τα παιδιά σπάνια περιέγραφαν αυτά τα περικείμενα χρησιμοποιώντας την έννοια της γωνίας ή γωνιακές αναπαραστάσεις. Για παράδειγμα, όταν τους ζητήθηκε να μετρήσουν το άνοιγμα μιας πόρτας, τα παιδιά στην πλειοψηφία τους χρησιμοποίησαν το μήκος, για να μετρήσουν την απόσταση μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης της πόρτας. Οι δυσκολίες νοερής σύλληψης της γωνίας ως μιας δυναμικής έννοιας επιτείνονται και από το γεγονός ότι στο σχολείο αυτή η πτυχή της έννοιας (π.χ. ως το μέγεθος της στροφής μιας ακτίνας γύρω από ένα σημείο ή ως περιστροφή στον τρισδιάστατο χώρο) –όταν δεν παραγκωνίζεται- προσεγγίζεται με στατικά μέσα.

Αν και τα παιδιά δυσκολεύονται να συλλάβουν τη γωνία ως αποτέλεσμα περιστροφής (Keiser, 2004, Cope & Simmons, 1991, Matos, 1999) και να τη συσχετίσουν με στατικές γωνίες (Mitchelmore & White, 1998, Mitchelmore & White, 2000), η έννοια της στροφής συμβάλλει όχι μόνο στην κατανόηση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας εν γένει, αλλά και στην καλύτερη κατανόηση ακόμα και πτυχών της γωνίας ως στατικό γεωμετρικό σχήμα, π.χ. κατά τη σύγκριση στατικών γωνιών (Matos, 1999). Οι στροφές των 180° , 90° και 360° αποτελούν συχνά σημεία αναφοράς με βάση τα οποία τα παιδιά χαρακτηρίζουν όλες τις υπόλοιπες γωνίες.

Η γωνία ως μέγεθος

Οι Piaget et al (1960) θεωρούν ότι ανεξάρτητα από το πώς θα ορίσουμε τη γωνία, η μέτρηση της γωνίας συνεπάγεται ένα ιδιαίτερο είδος συντονισμού μεταξύ του μήκους των πλευρών και της απόστασης που τις χωρίζει, γεγονός που δημιουργεί πολλά προβλήματα στους μαθητές (Mitchelmore, 1997). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι μαθητές δυσκολεύονται να αποδεχτούν ότι το μέγεθος μιας γωνίας παραμένει σταθερό όσο και αν επιμηκύνουμε τις ημιευθείες που την ορίζουν ή όσο και αν αλλάξει το εμβαδόν της τριγωνικής επιφάνειας που ορίζεται από τις πλευρές της. Ένας πρόσθετος λόγος που η μέτρηση των γωνιών αποτελεί πηγή δυσκολιών είναι ότι η μέτρησή τους με το μοιρογνωμόνιο εισάγεται χωρίς να γίνει πρώτα κατανοητή η λειτουργία του. Το ίδιο το μοιρογνωμόνιο είναι ένα από τα δυσκολότερα κατανοητά όργανα μέτρησης, καθώς η μονάδα μέτρησης, η μοίρα είναι πάρα πολύ μικρή, ενώ η αρίθμηση που εμφανίζεται συνήθως ακολουθεί τόσο τη φορά των δεικτών του ρολογιού όσο και την αντίθετη φορά κατά μήκος των σημαδεμένων άκρων. Έτσι οι μαθητές προβληματίζονται σχετικά με το ποια φορά πρέπει να ακολουθήσουν. Πρόσθετες δυσκολίες δημιουργεί το γεγονός ότι στα κλασικά μοιρογνωμόνια δεν υπάρχουν εμφανείς γωνίες αλλά μικρά σημαδάκια γύρω από το εξωτερικό άκρο του μοιρογνωμονίου (Van deWalle, 2005). Έρευνες έχουν δείξει ότι τα φυσικά περικείμενα που περιλαμβάνουν στροφές διευκολύνουν την εισαγωγή στη μέτρηση της γωνίας (White & Mitchelmore, 2001b). Η ικανότητα να μεταφράζεται μια στροφή σε σχέση μεταξύ δύο γραμμών και παράλληλα η αναγνώριση της γωνιακής ομοιότητας μεταξύ μιας στροφής και μιας στατικής γωνίας αποτελεί προαπαιτούμενο για τη μέτρηση των γωνιών με μοιρογνωμόνιο.

Σε πρόσφατες έρευνες σχετικά με την προσέγγιση της έννοια της γωνίας δίνεται ιδιαίτερη έμφαση: α) στην ‘ενσώματη’ (embodied) διάσταση των δραστηριοτήτων και β) στην αξιοποίηση μιας ποικιλίας φυσικών περικειμένων. Σύμφωνα με τον Matos (1999) το νόημα που αποδίδουν οι μαθητές στη λέξη γωνία δεν αναφέρεται σε μια αφηρημένη έννοια άσχετα από την ανθρώπινη εμπειρία. Πρόκειται για ‘ενσώματα’ (embodied) νοήματα που προέρχονται από τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές σχετίζονται με τον υλικό κόσμο και τον κοινωνικό τους περίγυρο. Για παράδειγμα, η αντίληψη της γωνίας ως στροφής εδράζεται στις ενσώματες κινητικές εμπειρίες μας. Για αυτό ακριβώς το λόγο και οι μαθητές συχνά χρησιμοποιούν την κίνηση του σώματός τους για να αποδώσουν το νόημα των γωνιών - στις περιπτώσεις που την προσεγγίζουν ως μια δυναμική έννοια. Η ‘ενσώματη’ διάσταση’ δεν παρέχει απλά ένα πλαίσιο ερμηνείας των αντιλήψεων των μαθητών, αλλά χρησιμοποιείται ιδιαίτερα και στα πλαίσια του διδακτικού σχεδιασμού για την προσέγγιση της έννοιας της γωνίας. Σε μια έρευνα της Fyhn (2008) η δραστηριότητα της ορειβασίας από δωδεκάχρονους μαθητές αποτέλεσε το υποστηρικτικό πλαίσιο για την ανάπτυξη της έννοιας της γωνίας, ενώ ο Douek (1998) χρησιμοποίησε τη γεωμετρική μοντελοποίηση του φαινομένου των σκιών του σώματος των μαθητών για να προσεγγίσει την έννοια της γωνίας ως κλίση.

Καθεμιά από τις πτυχές της γωνίας που προσεγγίστηκε παραπάνω σχετίζεται με διαφορετικά φυσικά περικείμενα, στα οποία και εμφανίζεται η έννοια της γωνίας, γεγονός που αναδεικνύει τη δυσκολία σχηματισμού μιας γενικευμένης και αφαιρετικής έννοιας. Η μεγαλύτερη δυσκολία έγκειται στο να αναγνωρίσουν οι μαθητές ότι η ίδια έννοια είναι παρούσα σε διαφορετικές περιστάσεις και περικείμενα, γι' αυτό και πρέπει να έρθουν σε επαφή με μια ποικιλία τέτοιων περιστάσεων και περικειμένων. Οι White & Mitchelmore (2001a) θεωρούν ότι οι αφαιρετικές διαδικασίες αναφορικά με την έννοια της γωνίας μπορούν να διευκολυνθούν, αν ο δάσκαλος εστιάσει την προσοχή των μαθητών στα κοινά χαρακτηριστικά όλων των γωνιών: τις πλευρές (ορατές ή μη), την κορυφή και το άνοιγμα των πλευρών.

2.5.3 Η γωνία στα πλαίσια της Γεωμετρίας της Χελώνας

Η έννοια του μονοπατιού και της στροφής είναι βασικές για την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων στη Γεωμετρία της Χελώνας. Η εσωγενής γεωμετρία των μονοπατιών συνδέεται στενά με πραγματικές εμπειρίες όπως το βάδισμα και μπορεί να αποβεί ιδιαίτερα αποτελεσματική για την κατανόηση της γωνίας ως στροφής με ένα διαισθητικό και βιωματικό τρόπο. Στη Γεωμετρία της Χελώνας η γωνία μπορεί να οριστεί ως η περιστροφή που χρειάζεται για την αλλαγή της κατεύθυνσης μιας ευθείας πορείας. Η γωνία είναι προσανατολισμένη - καθώς έχει σημασία το αν πρόκειται για δεξιά ή αριστερή στροφή - και παίρνει τιμές από $+\infty$ $-\infty$.

Οι Magina & Hoyles (1997) παρατηρούν ότι η πλειοψηφία των δυσκολιών και των λανθασμένων αντιλήψεων των μαθητών σχετικά με την έννοια της γωνίας που καταγράφονται στη βιβλιογραφία φαίνεται να συνδέεται περισσότερο με τη γωνία ως σχήμα που αποτυπώνεται στο χαρτί. Τα αποτελέσματα των ερευνών με μολύβι και χαρτί έρχονται σε αντίθεση με αυτά που παρατηρούνται, όταν οι μαθητές δουλεύουν με τη Γεωμετρία της Χελώνας. Για παράδειγμα, σε έρευνα με μαθητές της 4^{ης} Δημοτικού οι Clements & Battista (1990) διαπίστωσαν ότι οι μαθητές που αφιέρωσαν επιπλέον χρόνο σε δουλειά με Logo έπαψαν να συνδέουν το μέγεθος της γωνίας με το μήκος των πλευρών της. Μολαταύτα η προσέγγιση της έννοιας της γωνίας μέσω περιβαλλόντων Γεωμετρίας της Χελώνας εγείρει νέα προβλήματα και προβληματισμούς, που μπορούν συνοπτικά να συσχετιστούν με: α) τις ιδιαιτερότητες της σύνδεσης της έννοιας της στροφής με αυτή της γωνίας, β) το σχεδιασμό γωνιών ως αποτέλεσμα πλοήγησης μιας οντότητας που αφήνει ίχνος κατά την κίνησή της, γ) το συντονισμό του σώματος με τη χελώνα και την εναλλαγή πλαισίων αναφοράς, δ) τις ιδιαιτερότητες και τα τεχνικά χαρακτηριστικά των διαφόρων περιβαλλόντων Γεωμετρίας της Χελώνας.

Ιδιαιτερότητες της σύνδεσης της έννοιας της γωνίας με αυτή της στροφής

Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές έχουν να κάνουν καταρχάς με τις ιδιαιτερότητες των δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας, όπου έχει επισημανθεί

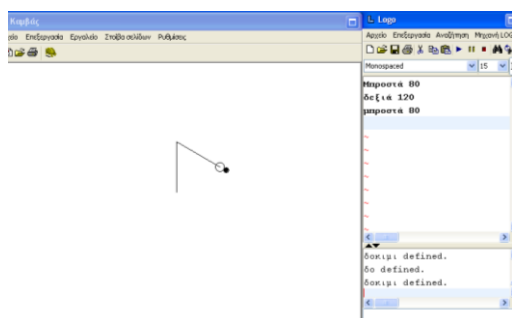
επανελημμένα η δυσκολία ανάδειξης της σχέσης μεταξύ γωνίας και στροφής. Στηριζόμενοι στην καθημερινή εμπειρία, όπου οι στροφές δεν είναι ευδιάκριτες, καθώς ακολουθούνται αυτόματα από κίνηση προς τα εμπρός, οι μαθητές συχνά παραλείπουν εντολές που αφορούν στροφές, όταν δουλεύουν με τη χελώνα. Η χρήση εντολών στροφής προϋποθέτει τη διάκριση μεταξύ στροφής και κίνησης προς τα εμπρός ή πίσω. Κατόπιν πρέπει να καθοριστεί ο προσανατολισμός της στροφής, ενώ η διατύπωση της ανάλογης εντολής προς τη χελώνα απαιτεί αφενός τη λεκτική ανάλυση των χωρικών κινήσεων αφετέρου τον προσδιορισμό του μεγέθους της στροφής.

Η στροφή στη Γεωμετρία της Χελώνας αναπαριστά τη σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών προσανατολισμών της χελώνας, έτσι δεν είναι ευδιάκριτες οι πλευρές της γωνίας που διαγράφει η χελώνα αλλά μόνο η κορυφή αυτής της γωνίας ως το κέντρο περιστροφής. Πρέπει σε αυτό το σημείο να τονιστεί ότι στα περισσότερα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας οι εντολές στροφής της χελώνας δεν έχουν ως αποτέλεσμα κάποια ευδιάκριτη κίνηση, καθώς αυτή πραγματοποιείται αυτόματα και δεν αφήνει κάποιο ίχνος. Αυτός πιθανόν να είναι και ένας από τους λόγους που οι μαθητές καθυστερούν να συσχετίσουν το νόημα των αριθμητικών εισόδων (inputs) στις εντολές δεξιά/αριστερά με τη δυναμική πτυχή της έννοιας της γωνίας ως στροφής και να αποδώσουν νόημα σε στροφές με μέγεθος μεγαλύτερο των 360 μοιρών (Geva & Cohen, 1987). Επιπρόσθετα έχει βρεθεί ότι τόσο η αρχική θέση της χελώνας όσο και ο προσανατολισμός της στροφής επηρεάζει το βαθμό επιτυχίας σχηματισμού συγκεκριμένων γωνιών από τους μαθητές. Έτσι οι μαθητές μπορούν πιο εύκολα να οδηγήσουν τη χελώνα τους να διαγράψει συγκεκριμένες γωνίες, όταν αυτή βρίσκεται σε κάθετη ή οριζόντια θέση και όταν η στροφή είναι δεξιόστροφη.

Πολλοί ερευνητές υπογραμμίζουν τη δυσκολία εφαρμογής των γνώσεων που έχουν οι μαθητές σχετικά με τη στατική αναπαράσταση της γωνίας σε δραστηριότητες που περιλαμβάνουν σχηματισμό γωνιών ως αποτέλεσμα στροφής της χελώνας, αλλά και το αντίστροφο, τη δυσκολία μεταφοράς των γνώσεων που αποκτήθηκαν από την ενασχόληση με τη Γεωμετρία της Χελώνας σε άλλα περικείμενα (Clements and Battista, 1989, Cope et al., 1992; Hoyles and Sutherland, 1989, Noss, 1987). Για παράδειγμα σε έρευνα των Kieran et al (1986) φάνηκε ότι οι μαθητές υπολόγιζαν το μέγεθος της στροφής της χελώνας με βάση δύο στρατηγικές που βασίζονταν στην εμπειρία τους με στατικές γωνίες στα πλαίσια της τυπικής διδασκαλίας: α) τη στρατηγική των 45° και 90° και β) τη στρατηγική του μοιρογνωμονίου. Έτσι στην 1^η περίπτωση για κάθε λοξή γραμμή χρησιμοποιούσαν την τιμή 45 στην αντίστοιχη στροφή και για κάθε κάθετη ή οριζόντια γραμμή την τιμή 90. Στην περίπτωση της στρατηγικής του μοιρογνωμονίου οι μαθητές υπολόγιζαν το μέγεθος της στροφής της χελώνας έχοντας κατά νου το μοιρογνωμόνιο στην συνήθη οριζόντια θέση και άσχετα με τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας.

Σχεδιασμός γωνιών ως αποτέλεσμα πλοήγησης μιας οντότητας

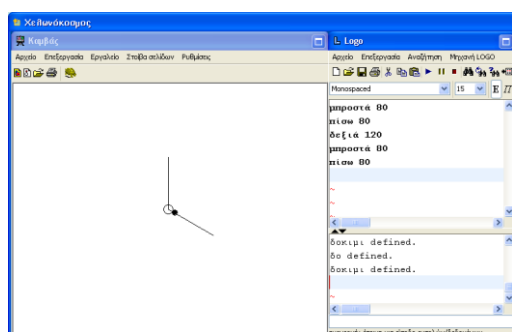
Αν και η στροφή της χελώνας πραγματοποιείται γύρω από το ίδιο σημείο ή τον ίδιο άξονα, η πλοήγηση της χελώνας απαιτεί μετατόπιση και στροφή σε διαφορετικά σημεία ή άξονες. Όταν μια οντότητα κινείται σε κάποιο μονοπάτι που αποτελείται από διαφορετικά ευθύγραμμα τμήματα, η γωνία που συνδέεται με τη στροφή που διαγράφει η κινούμενη οντότητα μπορεί να μην συμπίπτει με τη γωνία που διαγράφεται από δύο διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα. Για παράδειγμα με τις εντολές *μπροστά 80 δεξιά 120 μπροστά 80* δε σχεδιάζεται μια γωνία 120° αλλά μια γωνία 60 μοιρών. Το γραφικό αποτέλεσμα είναι τελείως διαφορετικό αν χρησιμοποιηθεί μετά από κάθε *Μπροστά* η εντολή *Πίσω* (δες εικόνα 1)



Μπροστά 80

Δεξιά 120

Μπροστά 80



Μπροστά 80

Πίσω 80

Δεξιά 120

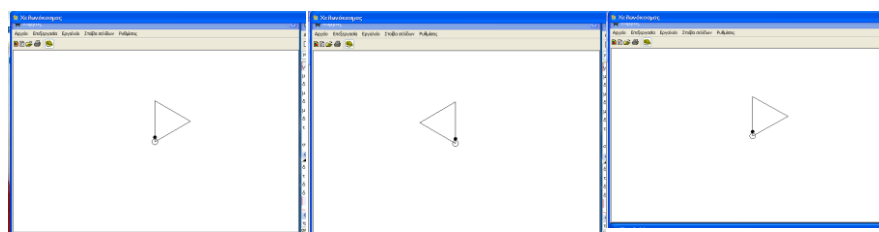
Μπροστά 80

Πίσω 80

Εικόνα 1: Σχεδιάζοντας μια γωνία 60 και μια γωνία 120 μοιρών

Από μαθηματική σκοπιά το πλαίσιο της πλοήγησης είναι πιο περίπλοκο από την περιστροφή, καθώς η περιστροφή είναι μια από τις δράσεις που περιλαμβάνονται στην πλοήγηση (Magina, 1995). Οι μαθητές πρέπει λοιπόν να κάνουν διάκριση μεταξύ του κέρσορα και της γραμμής που σχεδιάζει, μεταξύ της οντότητας και του γραφικού αντικειμένου (Fein et al., 1987). Αυτή η ανάγκη συνεχούς εναλλαγής του σημείου εστίασης από τον προσανατολισμό της χελώνας στη σχέση που συνδέει τις δύο γραμμές που σχεδιάστηκαν από τη χελώνα και αντίστροφα μπορεί να αυξήσει τη σύγχυση των μαθητών όσον αφορά στις γωνίες που διαγράφονται (Simmons & Core, 1990). Έτσι αν και οι μαθητές, όταν δουλεύουν με Logo, μαθαίνουν ότι συγκεκριμένα μεγέθη γωνιών έχουν συγκεκριμένα γραφικά αποτελέσματα στην οθόνη, οι Core & Simmons (1991) αναρωτιούνται αν συσχετίζουν το συγκεκριμένο γραφικό αποτέλεσμα περισσότερο με τις εσωτερικές παρά με τις εξωτερικές γωνίες.

Σε ένα τετράγωνο, για παράδειγμα, τόσο η εσωτερική όσο και η εξωτερική γωνία είναι 90 μοιρών. Είναι λοιπόν πιθανόν οι μαθητές να ζωγραφίσουν ένα τετράγωνο χρησιμοποιώντας τη Logo ακόμα και στις περιπτώσεις που θεωρούν ότι με τη συγκεκριμένη εντολή στροφής της χελώνας διαγράφεται η εσωτερική γωνία. Γωνίες με μεγάλη διάφορα των 90° φαίνεται ότι είναι προβληματικά, καθώς απαιτούν βαθύτερη γνώση του τρόπου με τον οποίο κατασκευάζονται οι γωνίες στη Logo. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο, παραδείγματος χάριν, με εσωτερική γωνία 60 μοιρών μπορεί να κατασκευαστεί με διάφορες τιμές στροφής της χελώνας, ενώ είναι ιδιαίτερα δύσκολο για τους μαθητές να εντοπίσουν σε ποια κίνηση της χελώνας -και αντίστοιχα σε ποια γωνία- αντιστοιχεί καθεμιά από αυτές (δες εικόνα 2).



για τρίγωνο :α
 μπροστά 100
 δεξιά :α
 μπροστά 100
 δεξιά :α
 μπροστά 100
 δεξιά :α
 τέλος

Εικόνα 2 : Τρία ισόπλευρα τρίγωνα που σχηματίστηκαν με τιμές της μεταβλητή :α 120, 240 και 480 αντίστοιχα

Σε κάθε περίπτωση, η διαδικασία κατασκευής γωνιών με τη Logo δεν είναι απλή καθώς προϋποθέτει συνδυασμό γνώσεων που αναφέρονται στο γνωστικό αντικείμενο, π.χ. την έννοια της γωνίας, στο χειρισμό της γλώσσας προγραμματισμού και στις ιδιαιτερότητες του γραφικού περιβάλλοντος. Για τους παραπάνω λόγους οι Core & Simmons (1991) αμφιβάλουν για το αν η πολυπλοκότητα της Γεωμετρίας της Χελώνας την καθιστά το κατάλληλο περιβάλλον για την απόκτηση γνώσης όσον αφορά στη σχέση που συνδέει τη γωνία με τη στροφή.

Συντονισμός του σώματος με τη χελώνα και εναλλαγή πλαισίων αναφοράς

Σύμφωνα με τον Papert (1988) η χρήση της μεταφοράς της χελώνας είναι πολύ πιο σημαντική από την ίδια τη γλώσσα Logo, καθώς η χελώνα γίνεται ένα μαθηματικό αντικείμενο με το οποίο ο χρήστης μπορεί εύκολα να ταυτιστεί. Μολαταύτα ο τρόπος που η μεταφορά της χελώνας μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με βαθιά ριζωμένες διαισθήσεις σχετικά με το χώρο και την κίνηση σε αυτόν για την προσέγγιση γεωμετρικών εννοιών εξακολουθεί να προβληματίζει. Ο Roberts (1984) διακρίνει 3 στάδια στην προσπάθεια των παιδιών να συντονιστούν με τη χελώνα: α) διάκριση του δεξιά/αριστερά σε σχέση με τον εαυτό τους, το οποίο όμως δεν μπορούν

να εφαρμόσουν στη χελώνα, β) ένα εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς, όπου οι εντολές δεξιά/αριστερά χρησιμοποιούνται σωστά, όταν ο προσανατολισμός της χελώνα ταυτίζεται με τον προσανατολισμό του σώματος του χρήστη, γ) η χελώνα και ειδικότερα ο προσανατολισμός της στο χώρο χρησιμοποιείται ως πλαίσιο αναφοράς. Στην τελευταία περίπτωση έχει ιδιαίτερη σημασία να είναι ευδιάκριτα τα χωρικά χαρακτηριστικά της χελώνας, δηλαδή το εμπρός/πίσω και το δεξιά/αριστερά.

Σε έρευνα των Clements et al (1996) οι μαθητές της Γ' Δημοτικού χρησιμοποίησαν την περιστροφή του δικού τους σώματος για να μπορέσουν να νοηματοδοτήσουν την κίνηση της χελώνας και προσέγγισαν το μέγεθος της στροφής μέσω συγκεκριμένων σημείων αναφοράς (benchmarks), ιδιαίτερα με βάση τη γωνία των 90 μοιρών και αυτή των 30, η οποία και αποτέλεσε ένα είδος μονάδας περιστροφής για τον υπολογισμό των γωνιών. Επιπλέον, οι Clements & Burns (2000) αναφέρουν ότι, καθώς οι μαθητές αποκτούσαν εμπειρία σχετικά με τη στροφή της χελώνας, παρατηρήθηκε ένα σταδιακό πέρασμα από κινήσεις ολόκληρου του σώματος των μαθητών, καθώς προσπαθούσαν να συντονιστούν με τη χελώνα, σε κινήσεις του βραχίονα, της παλάμης και των δακτύλων. Οι κινήσεις του βραχίονα, της παλάμης και των δακτύλων φαίνεται ότι αποτέλεσαν ένα μεταβατικό εργαλείο στην προσπάθεια μετάβασης από το εγωκεντρικό πλαίσιο στο πλαίσιο αναφοράς της χελώνας. Και οι δύο παραπάνω έρευνες καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι κομβικής σημασίας για την κατανόηση των στροφών και των γωνιών στη Γεωμετρία της Χελώνας είναι ο συνδυασμός δύο σχημάτων (Clements & Burns 2000): α) της γωνίας ως στροφής μέσα από το συντονισμό του σώματος με τη χελώνα και β) της γωνίας ως στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος.

Όσον αφορά στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, κάποιες μικρής κλίμακας έρευνες (Kynigos & Latsi, 2007) έχουν δείξει ότι, παρότι ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα εξακολουθεί να είναι κριτικής σημασίας, πρέπει να συνδυαστεί με άλλα – συχνά αντικρουόμενα – πλαίσια αναφοράς⁹, γεγονός που επιδρά και στον τρόπο οπτικοποίησης της γωνίας. Όπως προέκυψε, η πλοήγηση της χελώνας συνδέεται στενά με το σύστημα αναφοράς της ‘οθόνης’, το σύστημα αναφοράς του ‘οχήματος’ και αυτό της ‘κεφαλής – προσώπου’. Με άλλα λόγια για να πλοηγηθούν στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο περιβάλλον οι μαθητές πρέπει να συντονίσουν τον τρόπο θέασης της δισδιάστατης οθόνης με το όχημα’ της κίνησης, τη χελώνα, της οποίας το κεφάλι- πρόσωπο¹⁰ έχει ιδιαίτερη σημασία, καθώς η χελώνα μπορεί να κινηθεί στις τρεις διαστάσεις, προβάλλοντας παράλληλα σε αυτήν τη γνώση που έχουν για τα σώματά τους και τον τρόπο που κινούνται στον πραγματικό χώρο. Έτσι

⁹ Ένα πλαίσιο αναφοράς περιγράφει τη θέση στο χώρο και τον προσανατολισμό μιας οντότητας. Αν η οντότητα βρίσκεται σε κίνηση, το πλαίσιο αναφοράς περιγράφει τις αλλαγές στη θέση και κίνηση της οντότητας. Οι προδιαγραφές των παραμέτρων ενός χωρικού συστήματος συντεταγμένων προσδιορίζουν και το πλαίσιο αναφοράς του συστήματος (Wickens et al., 2005).

¹⁰ Στην κίνηση της δισδιάστατης χελώνας προσοχή δίνεται μόνο στην κεφαλή της χελώνας, ενώ στην τρισδιάστατη προσοχή πρέπει να δοθεί στο ‘πρόσωπο’ της χελώνας, καθώς η χελώνα μπορεί να περιστραφεί γύρω από τον άξονά της.

για παράδειγμα, όταν οι μαθητές θελήσουν να στρίψουν τη χελώνα δεξιά, πρέπει να ξεκαθαρίσουν δεξιά ως προς τι, ως προς τον κορμό της χελώνας, ως προς τη θέση που βρίσκονται αυτοί ως παρατηρητές, ως προς τη σταθερή θέση της οθόνης κλπ. και στη συνέχεια να δώσουν την κατάλληλη εντολή ως προς τη θέση που έχει το ‘πρόσωπο’ της χελώνας.

Πρέπει επίσης να επισημανθεί ότι στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο τα πλαίσια αναφοράς του ‘κόσμου’ όπου το πάνω και το κάτω είναι δεδομένα, καθώς επίσης και το γεγονός ότι κινούμαστε σε ένα οριζόντιο δισδιάστατο επίπεδο τίθενται υπό αμφισβήτηση. Ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα πρέπει να εφαρμοστεί σε μια τρισδιάστατη χελώνα που μπορεί να αλλάζει επίπεδα και προσανατολισμό χωρίς κανένα περιορισμό. Αντίστοιχοι προβληματισμοί εκφράζονται και από τους Morgan & Alshwaik (2009) οι οποίοι υπογραμμίζουν την αναντιστοιχία μεταξύ της κίνησης στο φυσικό χώρο και της κίνησης της χελώνας στον προσομοιούμενο τρισδιάστατο χώρο, ενώ παράλληλα τονίζουν την ανάγκη εξοικείωσης με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται. Η μεταφορά που ταιριάζει καλύτερα στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο θεωρούν ότι δεν είναι αυτή της κίνησης της χελώνας αλλά αυτή ενός αεροσκάφους που επιτελεί ακροβατικά ή της υποβρύχιας κίνησης.

Τεχνικές ιδιαιτερότητες των περιβαλλόντων της Γεωμετρίας της Χελώνας

Την εμφάνιση του πρώτου υπολογιστικού περιβάλλοντος Γεωμετρίας της Χελώνας πριν 30 και πλέον χρόνια ακολούθησαν διάφορες εκδόσεις με επεκτάσεις όσον αφορά στις λειτουργικότητες και στα τεχνικά χαρακτηριστικά ανάλογα με τα αποτελέσματα των ερευνών και τις προθέσεις των σχεδιαστών. Όσον αφορά στην έννοια της γωνίας τρεις παράμετροι έχουν αναφερθεί ιδιαίτερα στη βιβλιογραφία: α) Το κατά πόσο είναι ευδιάκριτη η στροφή της χελώνας, β) η ανατροφοδότηση που παρέχεται από το υπολογιστικό περιβάλλον και γ) ο δυναμικός χειρισμός του μεγέθους της γωνίας.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στα περισσότερα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας η στροφή πραγματοποιείται αυτόματα με αποτέλεσμα να δυσκολεύονται οι μαθητές να συλλάβουν νοερά την κίνηση της χελώνας και τη γωνία στην οποία αυτή αντιστοιχεί. Σε κάποιες εκδόσεις της Γεωμετρίας της Χελώνας αυτή η ‘φτωχή’ εξεικόνιση έχει αντιμετωπιστεί με μια αργή στροφή της χελώνας, ενώ οι Clements et al. (1999) έδωσαν έμφαση στο μέγεθος της γωνίας και στις δυναμικές πτυχές της με την αναπαράσταση ακτινών με κέντρο τη θέση της χελώνας, ο αριθμός των οποίων αυξανόταν ανάλογα με το μέγεθος της περιστροφής.

Όσον αφορά στην ανατροφοδότηση οι Cope & Simons (1991) θεωρούν ότι η αμεσότητα με την οποία παρέχεται στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας μπορεί να εμποδίσει τη χρήση πιο αναλυτικών στρατηγικών. Οι μαθητές δε χρησιμοποιούν απαραίτητα ‘γεωμετρικές’ έννοιες, όταν δουλεύουν σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας, καθώς συχνά περιορίζονται στη χρήση στοιχείων της άμεσης αντίληψής τους για να αποφασίσουν σχετικά με το πώς θα αλλάξουν τη θέση της χελώνας στην οθόνη. Για το λόγο αυτό συχνά ακολουθούν μια στρατηγική

σταδιακών προσαρμογών, δοκιμάζουν μια μικρή τιμή περιστροφής και ανάλογα με το γραφικό αποτέλεσμα αυξάνουν ή μειώνουν σταδιακά αυτή την τιμή (Simmons & Core, 1993). Έτσι, στο τέλος δεν έχουν μια ξεκάθαρη εικόνα αναφορικά με το σύνολο της στροφής που διέγραψε η χελώνα. Το ίδιο παρατηρεί και η Morgan (2008) σε ένα περιβάλλον τρισδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας όπου υπήρχε η δυνατότητα επανεκτέλεσης μιας εντολής με το πάτημα ενός πλήκτρου, χωρίς να χρειάζεται η επαναπληκτρολόγηση της εντολής. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να χρησιμοποιηθούν συγκεκριμένες εντολές ως δομικοί λίθοι, π.χ. η εντολή δεξιά 90, στην προσπάθεια σχεδιασμού συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων. Το γεγονός όμως ότι δεν υπήρχαν καταγεγραμμένες οι εντολές δεν επέτρεψε στους μαθητές να αναστοχαστούν πάνω στο συμβολικό κώδικα που χρησιμοποίησαν. Αν και τέτοιου είδους χαρακτηριστικά των περιβαλλόντων μπορούν να αντιμετωπιστούν στο επίπεδο σχεδιασμού και ανάπτυξης του εργαλείου, αυτό που προέχει είναι ο τρόπος διδακτικής αξιοποίησής τους.

Ελάχιστες, τέλος, είναι οι έρευνες (Kynigos, 1997) που προσεγγίζουν την έννοια της γωνίας μέσα από τη χρήση εργαλείων που συνδυάζουν το δυναμικό χειρισμό συμβολικών και γραφικών αναπαραστάσεων. Σε έρευνα που διεξήχθη από τον Kynigos (1997) με δωδεκάχρονους μαθητές και ένα περιβάλλον Γεωμετρίας της Χελώνας στο οποίο είχαν ενσωματωθεί και εργαλεία δυναμικού χειρισμού των τιμών των μεταβλητών των προγραμμάτων σε Logo φάνηκε ότι η γωνία μπορεί να προσεγγιστεί όχι μόνο ως ένα στατικό γεωμετρικό σχήμα που προκύπτει δυναμικά ως αποτέλεσμα περιστροφής της χελώνας, αλλά να γίνει η ίδια ένα δυναμικό γεωμετρικό αντικείμενο, που 'κινείται' και αλλάζει συνεχώς ως αποτέλεσμα της αλλαγής του μεγέθους της περιστροφής. Έτσι οι μαθητές μπόρεσαν ευκολότερα να προσεγγίσουν ζητήματα όπως το μέγεθος της γωνίας ως ισοϋπόλοιπο 360, το εύρος των τιμών της περιστροφής ή αρνητικές και θετικές τιμές του μεγέθους της γωνίας. Σε έρευνες που ακολούθησαν, με χρήση ενός τρισδιάστατου περιβάλλοντος Γεωμετρίας της Χελώνας, όπου και πάλι υπήρχε η δυνατότητα δυναμικού χειρισμού του μεγέθους της γωνίας, αναφέρεται η σταδιακή νοερή σύλληψη της γωνίας (conceptualisation) ως μιας δυναμικής οντότητας, η οποία συνδέθηκε με τη νοερή εξεικόνιση του χώρου τόσο όσον αφορά στον προσανατολισμό και την κίνηση σε διαφορετικά επίπεδα, αλλά και όσον αφορά στη γωνία που σχηματίζουν δύο δισδιάστατα γεωμετρικά σχήματα (Psycharis & Kynigos, 2008, Kynigos et al., 2009).

2.6 Σύνοψη

2.6.1 ‘Μεγάλες’ θεωρίες και ενδιάμεσα θεωρητικά πλαίσια

Λαμβάνοντας υπόψη τη διαρκώς αυξανόμενη πολυπλοκότητα της μαθησιακής διαδικασίας ως αποτέλεσμα της ανάδειξης παραγόντων που εμπλέκονται στις διαδικασίες συλλογισμού, μάθησης, δράσης και επικοινωνίας η ερευνήτρια θεώρησε αναπόφευκτη την ανάγκη – ανάγκη, που έχει επισημανθεί και από άλλους ερευνητές (Karut, 2005, Drijvers et al, 2010, Artigue, 2009)- για επέκταση και διασύνδεση του ρεπερτορίου των τεχνικών και των θεωρητικών πλαισίων. Η κατανόηση των ατόμων και της πραγματικότητάς τους δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί στα πλαίσια μιας και μόνης θεωρητικής προσέγγισης, ανεξάρτητα από το πόσο ορθά είναι δομημένη. Η βιβλιογραφική ανασκόπηση που προηγήθηκε εστίασε αρχικά σε δύο ‘μεγάλες θεωρίες’ (grand theories), σύμφωνα με τον όρο που χρησιμοποιούν οι diSessa & Cobb (2004), αυτές που θεμελιώθηκαν από τον Piaget και τον Vygotsky.

Ο κονστρουκτιβισμός και η κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση είχαν διαφορετικά σημεία εκκίνησης και συνεπώς εστίασαν σε διαφορετικές πτυχές της μάθησης και της γνωστικής ανάπτυξης. Φαίνεται ότι στην προσπάθειά του να διερευνήσει τη νόηση ο Vygotsky εκκίνησε από την κοινωνία και τη διαμορφωτική της επίδραση στα φυσικά δεδομένα, ενώ ο Piaget εκκίνησε απ’ το δυναμικό των ‘φυσικών δεδομένων’, για να διερευνήσει και να ενσωματώσει πτυχές του περιβάλλοντος. Πολλά έχουν ειπωθεί σχετικά με τις ομοιότητες και τις διαφορές των δύο θεωριών και έχουν γίνει προσπάθειες συγκερασμού τους κάτω από το γενική χρήση του όρου κοινωνικός κονστρουκτιβισμός με τους διάφορους ερευνητές να τοποθετούνται περισσότερο στη μια ή στην άλλη άκρη της διελκυστίνδας. Και οι δύο θεωρήσεις έχουν επεκταθεί και τροποποιηθεί τις τελευταίες δεκαετίες και οι σύγχρονες προσεγγίσεις έχουν άμεσα ή έμμεσα αναγνωρίσει τη συμπληρωματική τους υπόσταση και την ανάγκη ενσωμάτωσης στοιχείων και από τις δυο (π.χ. Papert, 1987, Crook, 1992, Ernest, 1993). Πέρα από τους περιορισμούς των πολωτικών αντιδράσεων σχετικά με την αφετηρία της νόησης και της μάθησης, θα ήταν συνετότερο να δοθεί προσοχή στα σημαντικά ζητήματα που εγείρονται, καθώς φαίνεται πως τα κενά και οι αβεβαιότητες της μιας θεώρησης είναι τα ισχυρά σημεία της άλλης. Τόσο η υποκειμενική όσο και η κοινωνική διάσταση της νεοπαραχθείσας γνώσης θεωρούνται μορφές της ίδιας γνώσης που συνδέονται σε ένα δημιουργικό κύκλο (Ernest, 1991). Φαίνεται λοιπόν ότι τόσο η σκέψη όσο και η μάθηση αποτελούν μια ‘γνωστική ιστορική πράξη’ (Radford, 2009).

Παρότι και οι δύο παραπάνω θεωρίες έχουν επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό τη σύγχρονη παιδαγωγική επιστήμη, δεν έχουν αναπτυχθεί με στόχο να δώσουν συγκεκριμένες απαντήσεις σε θέματα που αφορούν το διδακτικό σχεδιασμό. Για το λόγο αυτό μια

σειρά ενδιάμεσων θεωρητικών πλαισίων χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή, για να διαμεσολαβήσει την επίδραση των δύο μεγάλων θεωριών του κονστρουκτιβισμού και της κοινωνιοπολιτισμικής θεώρησης στη διδακτική ενός συγκεκριμένου γνωστικού πεδίου –εδώ των μαθηματικών– μέσα από τη χρήση υπολογιστικών εργαλείων (Ruthven et al., 2009, diSessa & Cobb, 2004). Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα του κονστρουκτιβισμού, ο οποίος εκκινώντας από τις θεωρητικές αρχές του κονστρουκτιβισμού εστιάζει στο σχεδιασμό εκπαιδευτικών περιβαλλόντων και υποδεικνύει συγκεκριμένους στόχους και δράσεις όσον αφορά στη διδασκαλία. Αντίστοιχα το ενδιάμεσο θεωρητικό πλαίσιο της εγκαθιδρυμένης μάθησης και των κοινοτήτων δράσης, το οποίο εντάσσεται στο ευρύτερο πλαίσιο της κοινωνιοπολιτισμικής θεώρησης της μάθησης, μας επιτρέπει να εστιάσουμε στα στενότερα πλαίσια δράσης του ατόμου, στις συγκεκριμένες ομάδες και κοινότητες στις οποίες το άτομο συμμετέχει, στις ‘εντοπισμένες’ διαδικασίες διαπραγμάτευσης και επαναδιαπραγμάτευσης νοημάτων. Εστιάζοντας ακόμα περισσότερο, το ενδιάμεσο θεωρητικό πλαίσιο της σημειωτικής διαμεσολάβησης έρχεται να φωτίσει τις διαδικασίες εσωτερίκευσης των εξωτερικά αρχικά παραχθέντων κοινωνικών σχέσεων και πρακτικών. Η αλληλόδραση του ατόμου με τον πραγματικό κόσμο φαίνεται ότι ορίζεται και διαμορφώνεται από τη χρήση συμβολικών αντικειμένων και πολιτισμικών εργαλείων. Η πρόσβαση που έχουμε στην πραγματικότητα παρέχεται μέσω των μορφών της πραγματικότητας που καθίστανται εφικτές από τα συμβολικά συστήματα, τα οποία είναι διαθέσιμα σε συγκεκριμένα πολιτισμικά περικείμενα.

Κατά την αναλυτική παρουσίαση των ενδιάμεσων θεωρητικών πλαισίων έγινε προσπάθεια να φανεί το πώς συγκεκριμένα θεωρητικά πλαίσια και δομήματα όχι απλά διαμεσολάβησαν την εφαρμογή ευρύτερων θεωριών εξειδικεύοντάς τις ή φωτίζοντας συγκεκριμένες πτυχές, αλλά και πώς γεφυρώνουν τις δύο θεωρήσεις. Για παράδειγμα οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι, η οποίοι στηρίζονται στον κονστρουκτιβισμό έχουν αρχίσει να γίνονται αντιληπτοί από πολλούς ερευνητές ως ένα ‘βελτιώσιμο οριακό’ αντικείμενο (boundary object), που μπορεί να προαγάγει την επικοινωνία μεταξύ των μελών της ίδιας ομάδας ή ακόμα και μεταξύ των μελών διαφορετικών ομάδων, π.χ. μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών (Hoyles et al. , 2004, Kynigos & Psycharis, 2009). Υπό αυτό το πρίσμα οι μικρόκοσμοι θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως μια ‘μεταβατική’ έννοια μεταξύ του κονστρουκτιβισμού και της της εγκαθιδρυμένης μάθησης στα πλαίσια κοινοτήτων δράσης. Από την άλλη ακόμη και η θεώρηση της εγκαθιδρυμένης μάθησης θα μπορούσε να εκληφθεί ως μια μεταβατική έννοια, μια γέφυρα μεταξύ των θεωριών της μάθησης που δίνουν έμφαση στις γνωστικές λειτουργίες και σ’ εκείνες που δίνουν έμφαση στις κοινωνικές πρακτικές, καθώς εστιάζει στο άτομο ως μέλος μιας κοινωνιοπολιτισμικής κοινότητας.

Η προοδευτική εστίαση σε θέματα που καθοδήγησαν τις παιδαγωγικές, διδακτικές και ερευνητικές επιλογές της παρούσας διατριβής ολοκληρώθηκε με τη βιβλιογραφική ανασκόπηση ερευνών που αφορούν στην έννοια της γωνίας, ως αντικείμενο διδασκαλίας τόσο σε συμβατικά περιβάλλοντα όσο και σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας

της Χελώνας. Έτσι εξετάστηκαν αφενός οι διάφορες πτυχές της έννοιας σε σχέση με τα περιεχόμενα και τις αναπαραστάσεις με τις οποίες συνδέονται, αφετέρου οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην προσέγγιση καθεμιάς από αυτές, καθώς και στην ανάπτυξη μιας γενικευμένης και αφαιρετικής έννοιας της γωνίας. Παράλληλα εξετάστηκε ο ρόλος συγκεκριμένων διαμεσολαβητικών εργαλείων, π.χ. του μοιρογνωμονίου ως οργάνου μέτρησης ή των περιβαλλόντων της Γεωμετρίας της Χελώνας ως περιβαλλόντων για την εμπλοκή των μαθητών με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας.

2.6.2 Θεωρητική πλαισίωση και ερευνητική διαδικασία

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, στόχος του όλου προβληματισμού, στη βάση του οποίου έγινε η βιβλιογραφική ανασκόπηση που προηγήθηκε, δεν ήταν η δημιουργία ενός πολυδιάστατου θεωρητικού πλαισίου, αλλά η αναστοχαστική θεώρηση της σχέσης μεταξύ θεωρητικών προβληματισμών και ερευνητικών-μεθοδολογικών επιλογών, έτσι ώστε οι θεωρητικοί προβληματισμοί και οι θεωρητικές τοποθετήσεις να εξελιχθούν σε ένα καινοτόμο, διερευνητικό και επεξηγηματικό εργαλείο στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Αν και στα κεφάλαια που ακολουθούν υπάρχουν σαφείς αναφορές στις διάφορες θεωρίες και στα ενδιάμεσα θεωρητικά πλαίσια στα οποία εδράζεται η παρούσα διατριβή, η ερευνήτρια θεώρησε χρήσιμο κλείνοντας αυτή την ανασκόπηση να παρουσιάσει συνοπτικά το πώς τα επιμέρους δομήματα επηρέασαν τις διάφορες φάσεις της ερευνητικής διαδικασίας.

Κατά τη φάση του σχεδιασμού της ερευνητικής διαδικασίας η θεωρία του κονστρουκτιονισμού ανέδειξε τη σημασία επιλογής υπολογιστικών εργαλείων που θα παρείχαν στους μαθητές αυξημένες δυνατότητες να εμπλακούν σε διαδικασίες κατασκευής. Επιπρόσθετα η επιλογή συγκεκριμένων εργαλείων έπρεπε να εξεταστεί μέσα από το πρίσμα της διαμοιρασμένης νόησης και της σημειωτικής διαμεσολάβησης. Τα υπολογιστικά περιβάλλοντα έπρεπε δηλαδή να εξεταστούν και ως πολιτισμικά προϊόντα και εργαλεία που ενσωματώνουν συγκεκριμένη γνώση και εμπειρία, έχουν συγκεκριμένο αναπαραστασιακό δυναμικό και προάγουν συγκεκριμένους τρόπους χρήσης. Στη συνέχεια τα δομήματα της εργαλειακής ενορχήστρωσης και της Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξης κατηύθυναν τόσο την ανάπτυξη των υπολογιστικών μικρόκοσμων όσο και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων. Τόσο οι μικρόκοσμοι όσο και οι δραστηριότητες θα έπρεπε να ήταν έτσι σχεδιασμένοι, ώστε να επεκτείνουν τις αναπτυξιακές δυνατότητες των μαθητών και παράλληλα να κατευθύνουν εργαλειακή γένεση με στόχο την κατασκευή νοημάτων που θα είναι πολιτισμικά αναγνωρίσιμα ως μαθηματική γνώση.

Κατά την εφαρμογή της έρευνας, η κοινωνιοπολιτισμική θεώρηση και ειδικότερα οι θεωρίες της εγκαθιδρυμένης μάθησης και των κοινοτήτων δράσης κατηύθυνε την επιλογή του εμπειρικού πεδίου, δηλαδή την επιλογή διεξαγωγής έρευνας τάξης, ως του κατεξοχήν 'φυσικού' κοινωνικού περιεχόμενου στο οποίο λαμβάνει χώρα η

συστηματική διδασκαλία και μάθηση. Επιπρόσθετα η κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης στηρίχτηκε στις αρχές της κοινωνιοπολιτισμικής θεώρησης. Έτσι δόθηκε έμφαση στο διάλογο και τη συνεργασία, στη διδακτική εκμετάλλευση των επικοινωνιακών συγκρούσεων, καθώς και στο ρόλο του δασκάλου ως πιο ικανού συνεργάτη στη Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης και ως κοινωνικού διαμεσολαβητή σε γνωστικό και μεταγνωστικό επίπεδο. Παράλληλα και σύμφωνα με τη θεωρία της εργαλειακής γένεσης, τα υπολογιστικά εργαλεία χρησιμοποιήθηκαν ως τεχνολογικά κατασκευάσματα που θα μετατρέπονταν σε εργαλεία ανάλογα με τα σχήματα χρήσης που θα ανέπτυσσαν οι μαθητές, πράγμα που σήμαινε ότι ήταν ενδεχόμενο να διαμεσολαβήσουν τη μαθητική δραστηριότητα και τα απορρέοντα νοήματα με τελείως διαφορετικό τρόπο από τον αναμενόμενο. Σε κάθε περίπτωση όμως τα υπολογιστικά εργαλεία χρησιμοποιήθηκαν ως ένα ‘ένα οριακό αντικείμενο’ (boundary object), ως ένα κοινό σημείο αναφοράς και προβληματισμού που διευκόλυνε την επικοινωνία τόσο μεταξύ των μαθητών, όσο και μεταξύ μαθητών και ερευνητριας.

Θεωρώντας τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων ως μια διαδικασία απόδοσης νοήματος σε σημεία-σύμβολα, κατά τη συλλογή των δεδομένων ήταν σαφές ότι δεν θα είχε νόημα να δοθεί προσοχή σε ένα μόνο μέσο σημειωτικής διαμεσολάβησης, π.χ. στις λεκτικές ανταλλαγές των μαθητών. Κάτι τέτοιο δεν θα είχε απλά ως αποτέλεσμα την ελλιπή καταγραφή δεδομένων, αλλά θα αποτύγχανε συνολικά να αποδώσει τη μαθησιακή διαδικασία (Kress et. al, 2001), οδηγώντας ενδεχομένως και σε λανθασμένα συμπεράσματα. Έτσι τόσο κατά τη συλλογή όσο και κατά την ανάλυση των δεδομένων το μαθησιακό γεγονός που έλαβε χώρο στα πλαίσια της παρούσας ερευνητικής παρέμβασης εξετάστηκε με βάση το πρίσμα της ‘πολυτροπικότητας’, λαμβάνοντας δηλαδή υπόψη όλο το φάσμα των διαθέσιμων μέσων που οι μαθητές χρησιμοποίησαν καθώς δουλεύουν στα πλαίσια συνεργατικών διερευνήσεων, π.χ. γραπτή και προφορική γλώσσα, μαθηματικά σύμβολα, χειρονομίες, κίνηση του σώματος, χειραπτικά ή υπολογιστικά αντικείμενα, τεχνολογικά κατασκευάσματα. Παράλληλα, θεωρώντας ότι τα μαθηματικά νοήματα εδράζονται στον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές χειριστήκαν και ερμήνευσαν μαθηματικά αντικείμενα και αναπαραστάσεις, καθώς διαπραγματεύονταν με τους συμμαθητές τους, στόχος δεν ήταν η διερεύνηση των νοημάτων που κατασκευάστηκαν ατομικά και ‘μέσα’ στο μυαλό των μαθητών, αλλά η κατασκευή νοημάτων ως μια συλλογική δραστηριότητα.

3 Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

3.1 Εισαγωγή

Παρόλο τον ενθουσιασμό που επικρατεί σχετικά με τις συνεχώς αυξανόμενες δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών και τις διδακτικές τους προεκτάσεις (Clements et al., 2008), έντονος είναι και ο προβληματισμός σχετικά με την επιστημολογική εγκυρότητα των μαθηματικών υπολογιστικών περιβαλλόντων (Hollebrands et al., 2008), αλλά και σχετικά με το πώς αλλάζει η ίδια η γεωμετρία μέσα από τη χρήση αυτών. Υπό αυτό το πρίσμα αδήριτη παραμένει η ανάγκη αφενός για ένα προσεκτικό διδακτικό σχεδιασμό υπολογιστικών περιβαλλόντων και δραστηριοτήτων στη βάση συγκεκριμένων επιστημολογικών, παιδαγωγικών και διδακτικών επιλογών, αφετέρου επιπλέον έρευνας, η οποία θα επιτρέψει να εμβαθύνουμε στις διάφορες παραμέτρους της μαθησιακής διαδικασίας. Η παρούσα έρευνα εστιάζει στην αναζήτηση ενδείξεων για τον τρόπο που η διδασκαλία της έννοιας της γωνίας στο Δημοτικό Σχολείο, θα μπορούσε να αξιοποιήσει τις δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών στη βάση των πορισμάτων σύγχρονων ερευνών της παιδαγωγικής επιστήμης και σύμφωνα προς το θεωρητικό πλαίσιο που παρουσιάστηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Στο παρόν κεφάλαιο αρχικά παρουσιάζεται συνοπτικά η πιλοτική έρευνα και οι επιπτώσεις που αυτή είχε στο σχεδιασμό και στη διεξαγωγή της κυρίως έρευνας. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η ποιοτική ερευνητική μέθοδος που ακολουθήθηκε και η οποία επιλέχθηκε λαμβάνοντας υπόψη το θεωρητικό πλαίσιο, τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας, το αντικείμενο της έρευνας και τη φύση των ερευνητικών ερωτημάτων, τα οποία δεν είχαν να κάνουν με τον έλεγχο υποθέσεων αλλά με την κατανόηση και ερμηνεία των διαδραματισθέντων στο συγκεκριμένο χώρο και χρόνο που έλαβε χώρα η έρευνα.

Κατόπιν παρουσιάζεται και αναλύεται ο σχεδιασμός ψηφιακών εργαλείων και δραστηριοτήτων όχι απλά ως μέσο εργαλειακής ενορχήστρωσης της μαθησιακής διαδικασίας (Trousche, 2004), αλλά ως το κατεξοχήν ερευνητικό εργαλείο, δεδομένου ότι τα όποια ευρήματα της έρευνας είναι προϊόν της αλληλόδρασης μεταξύ του σχεδιασμού και της εφαρμογής του σε συγκεκριμένα περικείμενα (Hoadly, 2004). Θεωρώντας το περικείμενο όχι ως κάτι στατικό και αμετάβλητο, αλλά ως κάτι δυναμικό που διαπλέκεται με την ανθρώπινη δραστηριότητα (Kynigos & Psycharis, 2009), εξελίσσεται μαζί με αυτή αλλά και την πλαισιώνει και θεωρητικά, γίνεται προσπάθεια να συνδυαστεί η κατανόηση του νοήματος που έχουν για τους συμμετέχοντες οι συγκεκριμένες εκπαιδευτικές εμπειρίες με την ερμηνεία αυτών και τη λεπτομερή περιγραφή του περικειμένου.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος ανάλυσης των δεδομένων. Έμφαση δίνεται αρχικά στις επιλογές της ερευνήτριας όσον αφορά στη μετεγγραφή (transcription) των δεδομένων και στο πώς αυτή καθοδηγήθηκε από συγκεκριμένες θεωρητικές επιλογές. Στην παρούσα έρευνα επιχειρήθηκε μια πολυτροπική ‘μετεγγραφή’ (multimodal transcription) των δεδομένων (Kress et al, 2001), η οποία θεωρήθηκε ως απαραίτητη συνθήκη για την προσέγγιση του πολυδιάστατου των νοημάτων που κατασκεύασαν οι μαθητές, ενώ ως μονάδα ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε το ‘πολυτροπικό’ επεισόδιο. Οι φάσεις που ακολούθησε η ανάλυση, ως μια διαδικασία σταδιακής εστίασης στις αναδυόμενες πτυχές και θέματα, περιγράφονται στη σχετική ενότητα λεπτομερώς. Θεωρώντας τα γεγονότα που συνέβησαν στη συγκεκριμένη τάξη που έλαβε χώρα η έρευνα ως παραδειγματικές περιπτώσεις ευρύτερων θεμάτων, στόχος της ανάλυσης υπήρξε η ανάπτυξη μιας λειτουργικής ερμηνείας, η οποία παρότι εντοπισμένη σε συγκεκριμένα περικείμενα, αναδεικνύει κριτικής σημασίας θέματα και μπορεί να λειτουργήσει ως πλαίσιο αναφοράς, για την εφαρμογή του σχεδιασμού των συγκεκριμένων υπολογιστικών περιβαλλόντων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων σε αντίστοιχα ή διαφορετικά περικείμενα. Τέλος, στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται μια σειρά ζητημάτων δεοντολογίας της έρευνας, που άπτονται της συνειδητής συναίνεσης των εμπλεκόμενων φορέων, καθώς και της διασφάλισης της ανωνυμίας των συμμετεχόντων.

3.2 Η πιλοτική έρευνα

Η πιλοτική έρευνα της παρούσας διατριβής αποτελεί μέρος των πιλοτικών ερευνών που έγιναν για την προετοιμασία μιας μεγάλης κλίμακας έρευνας με χρήση του περιβάλλοντος τριδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας MaLT2, σε δημόσια ελληνικά σχολεία κατά την ακαδημαϊκή χρονιά 2007-08, στα πλαίσια του έργου ReMath. Στην έρευνα συμμετείχαν τέσσερις μαθητές της έκτης τάξης ενός δημόσιου Δημοτικού Σχολείου της Αθήνας, οι οποίοι χωρίστηκαν σε ζεύγη και απασχολήθηκαν για έξι ώρες το καθένα. Η έρευνα έλαβε χώρα στο εργαστήριο υπολογιστών του σχολείου, ενώ η επιλογή των μαθητών έγινε με βάση το ενδιαφέρον τους για συμμετοχή σε αυτή. Ως μεθοδολογικό πλαίσιο υιοθετήθηκε η μελέτη περίπτωσης (Cohen & Manion, 1994) που περιελάμβανε σχεδίαση πειράματος (Cobb et al., 2003) και συμμετοχική παρατήρηση δύο ερευνητριών για την καταγραφή των δραστηριοτήτων των μαθητών σε πραγματικό χρόνο.

Οι δραστηριότητες: Οι δραστηριότητες διαρθρώθηκαν σε δύο φάσεις, την εισαγωγική και τη φάση της κατασκευής ορθογωνίων. Κατά την εισαγωγική φάση, μετά από τη συνοπτική παρουσίαση των εντολών κίνησης και στροφής της χελώνας, ζητήθηκε από παιδιά να μετακινήσουν τη χελώνα σε διαφορετικά σημεία του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου και ακολούθως να προσπαθήσουν να την επαναφέρουν στο αρχικό σημείο χρησιμοποιώντας απλές εντολές. Στην επόμενη φάση έγινε εισαγωγή στην έννοια της διαδικασίας στη Logo και τα παιδιά κλήθηκαν να κατασκευάσουν ορθογώνια σε διαφορετικά επίπεδα του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου. Στο τελευταίο μέρος των δραστηριοτήτων ζητήθηκε από τα παιδιά η χρήση μεταβλητών για την κατασκευή και το δυναμικό χειρισμό ορθογωνίων διαφορετικών μεγεθών στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Όλες οι συναντήσεις βιντεοσκοπήθηκαν και απομαγνητοφωνήθηκαν για την ανάλυση. Η ερευνήτρια δεν έλαβε μέρος στην εφαρμογή των παραπάνω δραστηριοτήτων, είχε όμως την κύρια ευθύνη κατά το σχεδιασμό, καθώς και κατά την απομαγνητοφώνηση και ανάλυση των δεδομένων, ως μέλος της ερευνητικής ομάδας του Εργαστηρίου Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας.

Ενδεικτική παρουσίαση των ευρημάτων:

Τα βασικά σημεία της παραπάνω έρευνας (για μια πιο αναλυτική παρουσίαση δεξ Kyriagos & Latsi, 2007) μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω:

- Η γωνία ως μια δυναμική έννοια στον τριδιάστατο χώρο

Η κατασκευή γεωμετρικών αναπαραστάσεων στο MaLT2 φάνηκε ότι μπορεί να φέρει στο προσκήνιο έννοιες που συνδέονται με την οπτικοποίηση του τριδιάστατου χώρου, όπως αυτή της γωνίας. Η έννοια της γωνίας προσεγγίστηκε περισσότερο ως μια

διαδικασία αλλαγής κατεύθυνσης και επιπέδων στον τριδιάστατο χώρο, ενώ υπήρξε κεντρική κατά την πλοήγηση της χελώνας και κατά το δυναμικό χειρισμό διςδιάστατων σχημάτων μέσω ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2.

- ο Η μεταφορά της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο

Αν και κατά την πλοήγηση της χελώνας θεωρείται ότι οι μαθητές μπορούν να αντλήσουν από τις δικές τους ενσώματες εμπειρίες από την κίνηση στον πραγματικό τρισδιάστατο χώρο, η πλοήγηση της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο φάνηκε ότι δημιουργεί πρόσθετα προβλήματα στους μαθητές, καθώς απαιτεί το συντονισμό διαφορετικών πλαισίων αναφοράς (Wickens et al, 2005), τα οποία σε πολλά σημεία αντικρούουν το ένα το άλλο. Για παράδειγμα ο προσανατολισμός του πάνω και του κάτω στον πραγματικό κόσμο είναι σταθερός, ενώ στον προσομοιούμενο χώρο εξαρτάται από τον προσανατολισμό της χελώνας. Στην προσπάθεια τους να συντονιστούν με τη χελώνα και να νοηματοδοτήσουν τις διάφορες εντολές στροφής, οι μαθητές χρησιμοποίησαν κινήσεις του σώματος, χειρονομίες αλλά και άλλα τρισδιάστατα αντικείμενα. Έτσι, η μεταφορά της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο αναδείχτηκε ως ένα από τα κεντρικά θέματα προβληματισμού.

- ο Ο δυναμικός χειρισμός μεταβλητών γωνιακών μεγεθών

Η δυνατότητα δυναμικού χειρισμού των τιμών γωνιακών μεγεθών μέσω ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων μεταβολής φάνηκε ότι διαμεσολάβησε τη σχέση μεταξύ οπτικών/εικονικών αναπαραστάσεων από τη μια και μαθηματικού φορμαλισμού και μαθηματικών εννοιών από την άλλη με ένα τελείως ξεχωριστό τρόπο. Το σύρσιμο μιας μπάρας και η σειριακή αλλαγή των τιμών συγκεκριμένων γωνιών στροφής παρείχε ένα πλαίσιο δράσης και συμβολισμού που επέδρασε στον τρόπο που η γωνία έγινε αντιληπτή ως στροφή στον τρισδιάστατο χώρο.

- ο Οι τρισδιάστατες αναπαραστάσεις και οι συμβάσεις που χρησιμοποιούνται στα ψηφιακά μέσα

Οι κατασκευαστικές στρατηγικές των μαθητών φάνηκε ότι ήταν αναπόσπαστα συνδεδεμένες με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνταν για την απόδοση τρισδιάστατων αναπαραστάσεων σε ένα διςδιάστατο μέσο, όπως η οθόνη του υπολογιστή. Η προτίμηση των μαθητών να σχεδιάζουν αρχικά σε ένα διςδιάστατο επίπεδο παράλληλο με την οθόνη του υπολογιστή είχε να κάνει, ανάμεσα στα άλλα, και με τη δυσκολία εκτίμησης των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται στο MaLT2, π.χ. τη χρήση ενός σημείου φυγής στη γραμμή του ορίζοντα του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου, για να αποδοθεί η αίσθηση του βάθους.

3.2.1 Η επιρροή της πιλοτικής στην κυρίως έρευνα

Στην πιλοτική έρευνα δημιουργήθηκε η εντύπωση στην ερευνήτρια ότι το MaLT2 μπορεί να αποτελέσει ένα ενδιαφέρον πεδίο για κατασκευαστικές δραστηριότητες, όπου ο μαθηματικός φορμαλισμός της τρισδιάστατης γεωμετρίας και η γραφική αναπαράσταση αντικειμένων μπορούν να συνδυαστούν με ενδιαφέροντες τρόπους. Όσον αφορά στο σχεδιασμό της κυρίως έρευνας, η πιλοτική έρευνα ανέδειξε τα παρακάτω θέματα:

- Έμφαση στην ανάπτυξη δραστηριοτήτων και μικροκόσμων ως ερευνητικών εργαλείων.

Τα δεδομένα της πιλοτικής έρευνας υπέδειξαν την σημασία της εργαλειακής ενορχήστρωσης, του προσεκτικού σχεδιασμού τόσο των εργαλείων, όσο και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων, ώστε οι μαθητές να κατασκευάσουν νοήματα σχετικά με την προς διερεύνηση έννοια. Για παράδειγμα τόσο η πρώτη όσο και η δεύτερη δραστηριότητα της πιλοτικής έρευνας δεν ήταν αρκετά σαφείς και δεν έθεταν την πλοήγηση της χελώνας σε ένα ρεαλιστικό πλαίσιο. Η προσεκτική εργαλειακή ενορχήστρωση στα πλαίσια της παρούσας έρευνας αποκτά ιδιαίτερη σπουδαιότητα για τον πρόσθετο λόγο ότι η ανάπτυξη εργαλείων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων αποτελεί ταυτόχρονα ένα από τα βασικά ερευνητικά εργαλεία, καθώς στόχος δεν είναι απλά η διερεύνηση της μαθησιακής διαδικασίας σε ‘νατουραλιστικά’ περικείμενα, αλλά η διερεύνηση των επιπτώσεων που θα έχει μια συγκεκριμένη παρέμβαση στη μαθησιακή διαδικασία.

- Έμφαση στη συλλογή πολυτροπικών δεδομένων

Στην προσπάθειά τους να νοηματοδοτήσουν το ταξίδι της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο οι μαθητές που έλαβαν μέρος στην πιλοτική έρευνα χρησιμοποίησαν ιδιαίτερα κινήσεις του σώματος, χειρονομίες, ακόμα και χειραπτικά αντικείμενα. Πολλές φορές μάλιστα η σημασία των απομαγνητοφωνημένων διαλόγων δεν μπορούσε να γίνει αντιληπτή, αν δεν συνδυαζόταν με τις βιντεοσκοπημένες εικόνες που κατέγραφαν τις κινήσεις των μαθητών. Έτσι η ερευνήτρια θεώρησε ότι η καταγραφή και ανάλυση πολυτροπικών δεδομένων θα ήταν απαραίτητη όχι μόνο για να φωτιστούν τα λεχθέντα των μαθητών, αλλά για να προσεγγιστεί η ίδια η μαθησιακή διαδικασία και τα νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές, τα οποία δεν μπορούν να διαχωριστούν από το σύνολο των σημειωτικών εργαλείων που τα διαμεσολάβησαν.

- Προσέγγιση της έννοιας της γωνίας ως στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος αρχικά στο δισδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου

Η γωνία ως αποτέλεσμα πλοήγησης μιας κινούμενης οντότητας στον τρισδιάστατο χώρο είναι μια σύνθετη έννοια, καθώς περιλαμβάνει τόσο τη γωνία ως στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος όσο και τη μετατόπιση - άρα και τη στροφή σε διαφορετικά σημεία ή άξονες. Η δυσκολία των παιδιών να κινηθούν και στις τρεις διαστάσεις του

προσομοιούμενου χώρου, καθώς και η προτίμησή τους στο να σχεδιάζουν σε ένα επίπεδο παράλληλο προς την οθόνη του υπολογιστή προβληματίσει την ερευνήτρια όσον αφορά στη διάρθρωση των δραστηριοτήτων, καθώς, ανάμεσα στα άλλα, αυτή η προτίμηση μπορεί να ερμηνευθεί ως μια ανάγκη των μαθητών να δουλέψουν αρχικά σε ένα απλοποιημένο δισδιάστατο επίπεδο. Για αυτό ως εισαγωγική δραστηριότητα αποφασίστηκε να σχεδιαστεί μια σειρά μικροκόσμων που στόχο θα είχαν να εξοικειώσουν αρχικά τους μαθητές με τις κινήσεις της χελώνας στο δισδιάστατο επίπεδο του χελωνόκοσμου δίνοντας έμφαση στην έννοια της γωνίας ως στροφή με συγκεκριμένο μέγεθος και όχι τόσο στη γωνία ως εργαλείο για τη σχεδίαση δισδιάστατων σχημάτων.

- ο Έρευνα σε πραγματικές συνθήκες τάξης

Αν και η πιλοτική έρευνα με δύο ομάδες μαθητών έφερε στην επιφάνεια ενδιαφέροντα θέματα προβληματισμού, θεωρείται ότι η συμβολή της είναι ιδιαίτερα περιορισμένη ερευνητικά όχι μόνο λόγω της έκτασης της ή του ελλιπούς σχεδιασμού των δραστηριοτήτων, αλλά και γιατί έλαβε χώρα εκτός σχολικής τάξης, η οποία θεωρείται ως το κατεξοχήν ερευνητικό πεδίο μελέτης της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών (Goodchild & English, 2004). Η έρευνα μελέτης περίπτωσης μιας ομάδας μαθητών – ή και περισσότερων – εκτός σχολικής τάξης δεν μπορεί να καταγράψει τον πλούτο της μαθησιακής διαδικασίας και την πολυπλοκότητα των παραγόντων που εμπλέκονται σε αυτή στα πλαίσια μιας πραγματικής τάξης. Λαμβάνοντας υπόψη τη σημασία των κοινωνιοπολιτισμικών πτυχών της μάθησης, η τάξη εκλαμβάνεται όχι μόνο ως πλαίσιο δραστηριότητας αλλά ως σύνολο δράσεων, αλληλοδράσεων και ερμηνειών. Θεωρώντας το περικείμενο όχι ως κάτι στατικό και αμετάβλητο, αλλά ως κάτι δυναμικό που διαπλέκεται με την ανθρώπινη δραστηριότητα (Kynigos & Psycharis, 2009), εξελίσσεται μαζί με αυτή αλλά και την πλαισιώνει και θεωρητικά, η ερευνήτρια αποφάσισε να διερευνήσει τη μαθησιακή διαδικασία στον κατεξοχήν φυσικό της χώρο, στην τάξη, και μάλιστα σε ένα δημόσιο σχολείο, όπου η διερευνητική μάθηση με χρήση ψηφιακών μέσων θα ήταν μια καινοτόμα πρακτική τόσο σε σχέση με τις πτυχές της έννοιας της γωνίας που θα προσεγγίζονταν όσο και σε σχέση με τις μαθησιακές διαδικασίες που θα ακολουθούσαν: π.χ. ομαδοσυνεργατική και ανακαλυπτική μάθηση, έμφαση στη διαδικασία της μάθησης, στον πειραματισμό, στην έκφραση και τον έλεγχο υποθέσεων και όχι στη διεκπεραίωση εργασιών.

3.3 Η επιλογή ερευνητικής μεθόδου

Για την επιλογή της ερευνητικής μεθόδου καθοριστική υπήρξε η επίδραση τριών παραγόντων: α) του θεωρητικού πλαισίου στο οποίο στηρίχτηκε η παρούσα διατριβή β) του αντικειμένου της έρευνας και γ) της φύσης των ερευνητικών ερωτημάτων. Η βιβλιογραφική ανασκόπηση που προηγήθηκε αναδεικνύει αφενός την πολλαπλότητα των παραγόντων που εμπλέκονται στις διαδικασίες συλλογισμού, μάθησης, δράσης και επικοινωνίας, αφετέρου υποδεικνύει την επιλογή ποιοτικών ερευνητικών μεθόδων στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος. Όπως αναφέρουν οι Cohen & Manion (1994, σελ. 61): *«Από μια ερμηνευτική σκοπιά, η ελπίδα για μια καθολική θεωρία που χαρακτηρίζει την κανονιστική αντίληψη, εκπίπτει σε πολυπρισματικές εικόνες της ανθρώπινης συμπεριφοράς, οι οποίες έχουν τόσες παραλλαγές όσες και οι καταστάσεις και τα πλαίσια που τις υποβαστάζουν»*. Αυτό που ενδιαφέρει, λοιπόν, είναι η κατανόηση των διαδραματισθέντων στο συγκεκριμένο χώρο και χρόνο που έλαβε χώρα η παρούσα έρευνα.

Το ερευνητικό ενδιαφέρον της παρούσας διατριβής εστιάζεται στη μελέτη μιας εκπαιδευτικής δραστηριότητας στο φυσικό της χώρο, τη σχολική τάξη, η οποία εμπεριέχει το στοιχείο της καινοτομίας, καθώς διαφοροποιείται σημαντικά σε επίπεδο σχεδιασμού, υλοποίησης, εκπαιδευτικών πρακτικών και μέσων από τα ισχύοντα στην ελληνική εκπαίδευση (Kontogiannopoulou-Polydorides, 1998), παρότι οι έννοιες που προσεγγίζονται συνδέονται άμεσα με το αναλυτικό πρόγραμμα της συγκεκριμένης εκπαιδευτικής βαθμίδας. Έτσι, η ποιοτική μέθοδος έχει επιλεγεί για να διερευνήσει μια περιοχή για την οποία λίγα είναι γνωστά. Αντίστοιχα, τα ερευνητικά ερωτήματα της παρούσας διατριβής εστιάζουν στο πώς και τι, με στόχο τη λεπτομερή ερμηνεία της μαθησιακής διαδικασίας σε φυσικά περικείμενα (Creswell, 2003) και όχι τον έλεγχο προϋπαρχουσών υποθέσεων.

Η ποιοτική ερευνητική μέθοδος που χρησιμοποιείται εδώ συνδυάζει στοιχεία δύο μεθόδων που εντάσσονται στα πλαίσια της ποιοτικής ερευνητικής μεθοδολογίας: α) της Έρευνας Σχεδιασμού (Design Research) (Cobb et al, 2003) και β) της Θεμελιωμένης στα Δεδομένα Θεωρίας (Grounded Theory, Strauss & Corbin, 1998). Η μέθοδος της έρευνας σχεδιασμού (Van den Akker et al., 2006) επιλέχτηκε για να μελετηθεί τόσο η διαδικασία κατασκευής νοημάτων όσο και τα μέσα που υποστήριξαν αυτή τη διαδικασία. Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της έρευνας σχεδιασμού είναι ο έντονα παρεμβατικός της χαρακτήρας και η ιδιαίτερη έμφαση που δίνεται στο σχεδιασμό εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων και υποστηρικτικών εργαλείων ως μέρος της ερευνητικής μεθόδου. Η παρέμβαση που επιτελείται στην μαθησιακή διαδικασία μέσω της έρευνας σχεδιασμού έχει ως στόχο την εμπλοκή του ερευνητή σε μια ανατροφοδοτική διαδικασία σε πραγματικά εκπαιδευτικά περικείμενα, η οποία επιδρά τόσο στο σχεδιασμό της παρέμβασης όσο και στην ανάπτυξη τρόπων θέασης και εξέτασης της ίδιας της παρέμβασης (Bannan - Ritland,

2003, Joseph, 2004). Σύμφωνα με τη μέθοδο της έρευνας σχεδιασμού, η οποία εκπαιδευτική παρέμβαση πρέπει να εδράζεται σε συγκεκριμένες θεωρητικές θέσεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία και να συνδυάζει την προσπάθεια κατανόησης του νοήματος που έχουν για τους συμμετέχοντες οι συγκεκριμένες εκπαιδευτικές εμπειρίες με την ερμηνεία αυτών και τη λεπτομερή περιγραφή του περιεχομένου (υλικού και πολιτισμικού). Στόχος δεν είναι απλά η τελειοποίηση κάποιου προϊόντος, π.χ. ενός υπολογιστικού εργαλείου, ή απλά και μόνο να γίνει κατανοητό τι συμβαίνει και γιατί όπως π.χ. στις εθνογραφικού τύπου έρευνες, αλλά ο προβληματισμός σχετικά με τη φύση της μάθησης και το ρόλο του περιεχομένου, η διερεύνηση των δυνατοτήτων δημιουργίας καλύτερων μαθησιακών περιβαλλόντων, η ανάπτυξη θεωριών μάθησης που συνδέονται με συγκεκριμένα περιεχόμενα (Design based research collective, 2003).

Με βάση τον παραπάνω προβληματισμό, στόχος της παρούσας διατριβής υπήρξε αρχικά η ανάπτυξη του λογισμικού και των δραστηριοτήτων έτσι, ώστε να βελτιωθούν οι εκπαιδευτικές διαδικασίες και να προκληθούν νέες μορφές μάθησης στη βάση προηγούμενων ερευνών και του θεωρητικού προβληματισμού που παρουσιάστηκε. Στη συνέχεια, η προσπάθεια επικεντρώθηκε όχι στην πιστοποίηση ή απόρριψη θεωριών και ερευνητικών υποθέσεων, αλλά στη βαθμιαία κατανόηση της μαθησιακής διαδικασίας και των παραμέτρων της. Το ενδιαφέρον εστιάστηκε σταδιακά σε ολοένα και πιο συγκεκριμένες πτυχές των ερευνητικών ερωτημάτων, η μελέτη των οποίων επέτρεψε στην ερευνήτρια όχι τόσο να δώσει οριστικές και αυταπόδεικτες απαντήσεις, αλλά να εστιάσει καλύτερα και να εκλεπτύνει αυτά τα ίδια τα ερωτήματα (LeCompte & Preissle, 2003). Καθώς κεντρικός στόχος της παρούσας διατριβής υπήρξε η θεωρητικά θεμελιωμένη κατανόηση και ερμηνεία της μαθησιακής διαδικασίας στη βάση μιας διαλεκτικής – αναστοχαστικής σχέσης μεταξύ δεδομένων και θεωρητικού πλαισίου, η ερευνήτρια στηρίχτηκε κατά την ανάλυση των δεδομένων στη μέθοδο των Strauss & Corbin (1998), η οποία είναι γνωστή με τον όρο Θεμελιωμένη στα Δεδομένα Θεωρία (Grounded Theory). Η ποιοτική μέθοδος ανάλυσης που προτείνεται από τη συγκεκριμένη μέθοδο πραγματοποιείται με στόχο την ανακάλυψη εννοιών και σχέσεων στα δεδομένα και την οργάνωσή τους σε ένα θεωρητικό ερμηνευτικό σχήμα.

Οι ποιοτικές μέθοδοι έρευνας κρίνονται για τον υποκειμενισμό των αποτελεσμάτων τους και θεωρείται ότι στερούνται της εγκυρότητας, της ακρίβειας και της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων των ποσοτικών ερευνών. Οι θεωρίες που προκύπτουν είναι περιορισμένες ως προς τη δυνατότητα επανάληψης του ερευνητικού πλαισίου για την επιβεβαίωση των ευρημάτων και ως προς τη δυνατότητα γενίκευσης των ερευνητικών πορισμάτων (Brown & Dowling, 1998), καθώς τα δείγματα που χρησιμοποιούνται είναι ιδιαίτερα μικρά και σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να θεωρηθούν αντιπροσωπευτικά. Δεδομένου ότι το ενδιαφέρον των ποιοτικών ερευνών δεν εστιάζεται στη διατύπωση κανόνων με γενική εφαρμογή ή αρχών καθολικού κύρους, το ζητούμενο -αλλά και η μόνη εφικτή πιθανότητα για ένα ερευνητή στα πλαίσια των ποιοτικών ερευνών- είναι να παράσχει όχι μια οριστική εξήγηση-δικαιολόγηση αλλά

μια πειστική ερμηνεία, η οποία και αποτελεί μια επιλεκτική αναπαράσταση των φαινομένων ως αποτέλεσμα μιας επαγωγικής και αφαιρετικής διαδικασίας.

Η εγκυρότητα και το 'γενικεύσιμο' κάθε ποιοτικής έρευνας εδράζεται ακριβώς στη λεπτομερή περιγραφή και ανάλυση της μοναδικότητάς της (Brown & Dowling, 1998). Όταν χτίζεται μια θεωρία με ένα επαγωγικό τρόπο, το κύριο μέλημα είναι το κατά πόσο η έννοιες που ανακύπτουν είναι αντιπροσωπευτικές και ποιες είναι οι διαστάσεις τους, ενώ η εγκυρότητα της συνδέεται περισσότερο με τη δυνατότητα παρακολούθησης της διαδικασίας που οδήγησε στην εξαγωγή των συγκεκριμένων συμπερασμάτων (Gravemeijer & Cobb, 2006). Ο βαθμός 'γενίκευσης' μιας ποιοτικής μεθόδου αυξάνεται, όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος της έρευνας σχεδιασμού, καθώς τα οποιαδήποτε ευρήματα αποτελούν το προϊόν της αλληλόδρασης μεταξύ του σχεδιασμού και της εφαρμογής του σε συγκεκριμένα περικείμενα, είναι προϊόν δηλαδή της αλληλόδρασης μεταξύ του γενικού και του ειδικού (Hoadly, 2004). Η διαδικασία σχεδιασμού των μέσων και μεθόδων μάθησης και διδασκαλίας παρέχει στον ερευνητή ένα μέτρο ελέγχου σε σχέση με τις καθαρά νατουραλιστικές έρευνες (Cobb et al., 2003). Κατά την προσπάθεια υποστήριξης συγκεκριμένης μαθησιακής διαδικασίας ο ερευνητής είναι πιο πιθανό να εντοπίσει σχετικούς παράγοντες που επιδρούν στη μαθησιακή διαδικασία και τον τρόπο που αυτοί αλληλοσυσχετίζονται.

Σύμφωνα με τους Barab & Squire (2004) η έρευνα σχεδιασμού δεν πραγματοποιείται μόνο για να καλύψει τοπικά και χρονικά περιορισμένες ανάγκες ή για να αποκαλύψει, διερευνήσει και επιβεβαιώσει θεωρητικές σχέσεις σε ένα συγκεκριμένο περικείμενο, αλλά ταυτόχρονα για να αναδείξει τη σχέση που μπορεί να έχουν αυτά τα ευρήματα σε άλλα περικείμενα. Από θεωρητική σκοπιά, ο στόχος είναι ο εντοπισμός συγκεκριμένων επαναλαμβανόμενων προτύπων (patterns) και κανονικοτήτων στον τρόπο που οι μαθητές δημιουργούν νοήματα και ο συσχετισμός αυτών των προτύπων με τα μέσα που τα κατέστησαν εφικτά. Η πρόκληση στην έρευνα σχεδιασμού (Barab & Squire, 2004) είναι η ανάπτυξη μιας ευέλικτης και ευπροσάρμοστης θεωρίας, η οποία παραμένει χρήσιμη, ακόμα και όταν εφαρμοστεί σε διαφορετικά περικείμενα.

Καθώς στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν ποιοτικές ερευνητικές μέθοδοι, τα πορίσματα της έρευνας δεν έχουν γενική ισχύ ανεξάρτητα από το συγκεκριμένο περιβάλλον στο οποίο έλαβαν χώρα. Η εγκυρότητα (validity) της παρούσας έρευνας συνδέεται με το γεγονός ότι οι διαστάσεις της έρευνας που αναλύονται είναι τόσο στενά συνδεδεμένες με τα δεδομένα, που είναι πολύ πιθανό το θεωρητικό δόμημα που προέκυψε να είναι σύμφωνο προς την εμπειρική παρατήρηση. Μολαταύτα ένας βαθμός γενίκευσης παραμένει δυνατός, καθώς, παρά την ιδιαιτερότητα και τη μοναδικότητα της συγκεκριμένης εκπαιδευτικής διαδικασίας, μπορούν να βρεθούν κοινά σημεία και συνέχειες μεταξύ διαφορετικών εκπαιδευτικών περιβαλλόντων του συγκεκριμένου εμπειρικού πεδίου. Θεωρώντας τα γεγονότα που συμβαίνουν στην τάξη ως παραδειγματικές περιπτώσεις ευρύτερων θεμάτων στόχος της παρούσας έρευνας υπήρξε:

- η ανάπτυξη μιας λειτουργικής θεωρίας, η οποία παρότι εντοπισμένη σε συγκεκριμένα περικείμενα, αναδεικνύει κριτικής σημασίας θέματα και μπορεί να λειτουργήσει ως πλαίσιο αναφοράς, για την εφαρμογή του σχεδιασμού σε αντίστοιχα ή διαφορετικά περικείμενα.

- η θεμελίωση ενός τρόπου ερμηνείας και κατανόησης συγκεκριμένων περιπτώσεων, οι οποίες και διατηρούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους.

3.4 Ο σχεδιασμός μικροκόσμων και δραστηριοτήτων ως εργαλείο έρευνας

Η παρούσα διατριβή ακολουθώντας τη μέθοδο της έρευνας σχεδιασμού εστιάζει στην αναζήτηση ενδείξεων για τον τρόπο που η διδασκαλία στο Δημοτικό σχολείο της έννοιας της γωνίας θα μπορούσε να αξιοποιήσει τις δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών. Με αυτό το στόχο σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε μια σειρά δραστηριοτήτων και υποστηρικτικών εργαλείων στη βάση συγκεκριμένων θεωρητικών θέσεων σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία. Στην παρούσα έρευνα ο σχεδιασμός εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων και υποστηρικτικών μέσων αποκτά προσιθέμενη ερευνητική αξία, καθώς μπορεί να θεωρηθεί ως το κατεξοχήν ερευνητικό εργαλείο, δεδομένου ότι τα όποια ευρήματα της έρευνας είναι προϊόν της αλληλόδρασης μεταξύ του σχεδιασμού και της εφαρμογής του σε συγκεκριμένα περικείμενα (Hoadly, 2004).

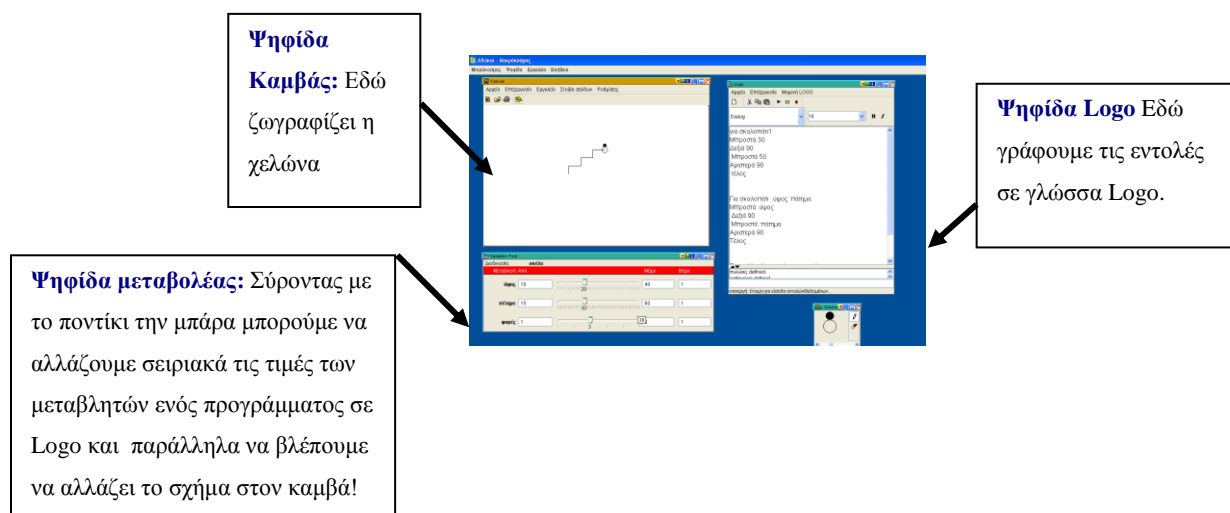
Για την προσέγγιση της έννοιας της γωνίας δεν ακολουθήθηκε η παραδοσιακή διδακτική ακολουθία, δηλαδή πρώτα η παρουσίαση της έννοιας και στη συνέχεια η παρουσίαση υλικού που συγκεκριμενοποιεί αυτή την έννοια. Η ερευνήτρια αναζήτησε πρώτα τα φαινόμενα που αναγκάζουν το μαθητή να συγκροτήσει το νοητό αντικείμενο που μαθηματικοποιείται από τη συγκεκριμένη έννοια. Οι δραστηριότητες σχεδιάστηκαν με στόχο να διασυνδέσουν τα 'φαινόμενα' της δράσης και των κατασκευών των μαθητών με την έννοια της γωνίας (Freudenthal, 1973) αξιοποιώντας τις δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών. Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζεται τόσο το σκεπτικό επιλογής υπολογιστικών πλατφορμών όσο και το σκεπτικό ανάπτυξης συγκεκριμένων υπολογιστικών περιβαλλόντων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων.

3.4.1 Οι υπολογιστικές πλατφόρμες

Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν δύο υπολογιστικές πλατφόρμες, ο Χελωνόκοσμος και το MaLT2. Τόσο ο Χελωνόκοσμος όσο και το MaLT2 θεωρούνται μικρόκοσμοι (Papert, 1980, Harel & Papert, 1991, Kafai & Resnick, 1996, Kynigos et al., 1997) για κατασκευές μέσω προγραμματισμού στο δισδιάστατο και στον τρισδιάστατο γεωμετρικό χώρο αντίστοιχα. Ο Χελωνόκοσμος είναι ένας μικρόκοσμος Γεωμετρίας της Χελώνας, ο οποίος επιτρέπει τη χρήση συμβολικής έκφρασης σε γλώσσα προγραμματισμού Logo για τη δημιουργία και επεξεργασία δισδιάστατων μοντέλων και πειραματισμών με αυτά. Όπως όλοι οι μικρόκοσμοι της Γεωμετρίας της Χελώνας¹¹, ο Χελωνόκοσμος ενσωματώνει ένα σύστημα

¹¹ Για μια αναλυτικότερη παρουσίαση της προσιθέμενης μαθησιακής αξίας των περιβαλλόντων Γεωμετρίας της χελώνας δες ενότητα 2.2.2.3.

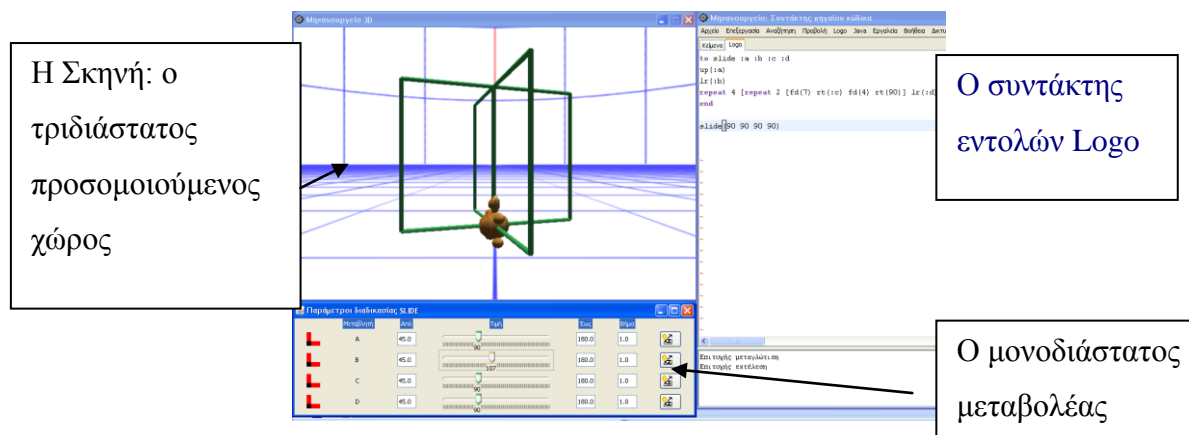
αποτελούμενο από συγκεκριμένες θεωρητικές αρχές (Abelson & diSessa, 1980): η χελώνα ορίζεται από τη θέση και την διεύθυνσή της, οι οποίες μπορεί να αλλάξουν μέσω εντολών Logo. Ο Χελωνόκοσμος είναι ένα υπολογιστικό περιβάλλον διερευνητικής μάθησης το οποίο στοχεύει στο να εμπλέξει τους μαθητές στο 'να κάνουν οι ίδιοι μαθηματικά' μέσω μιας διαδικασίας, η οποία περιλαμβάνει έκφραση των διαισθητικών ιδεών των μαθητών με τη χρήση συμβόλων, άμεση παρατήρηση των γραφικών αποτελεσμάτων αυτής της δράσης στην οθόνη του υπολογιστή και σύγκριση αυτών των αποτελεσμάτων με αυτό που οι μαθητές επεδίωκαν αρχικά και ανέμεναν να εμφανιστεί στην οθόνη. Απώτερος στόχος είναι ο αναστοχασμός των μαθητών σχετικά με τους κανόνες, με βάση τους οποίους δημιουργούνται οι γραφικές αναπαραστάσεις. Έτσι, ο σχεδιασμός και η κατασκευή αντικειμένων στον υπολογιστή διαδραματίζει το ρόλο ενός 'διανοητικού καθρέφτη', ενός 'νοητικού εργαλείου' (Jonassen, 2000), το οποίο οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν για να ελέγξουν διαισθήσεις και προϋπάρχουσες ιδέες, να πειραματιστούν και να κατασκευάσουν νοήματα.



Εικόνα 3: Η υπολογιστική πλατφόρμα 'Χελωνόκοσμος'

Το MaLT2 επεκτείνει τη Γεωμετρία της Χελώνας του 'Χελωνόκοσμου' στον τρισδιάστατο γεωμετρικό χώρο. Για αυτό ακριβώς το λόγο στο MaLT2 έχουν ενσωματωθεί τέσσερις νέες εντολές στροφής της χελώνας: κλίση_πάνω/κάτω n μοίρες' ('*uppitch-downpitch n degrees*' ή '*up-dp n degrees*') και 'περιστροφή_αριστερά/δεξιά n μοίρες' ('*leftroll-rightroll n degrees*' ή '*lr-rr n degrees*'). Στο MaLT2 η πλοήγηση στο χώρο συνδυάζεται με την οπτικοποίηση τρισδιάστατων γεωμετρικών αντικειμένων, τα οποία είτε κατασκευάζονται μέσω της γλώσσας προγραμματισμού Logo είτε εισάγονται έτοιμα από μια σχετική βιβλιοθήκη. Και τα δύο περιβάλλοντα, Χελωνόκοσμος και MaLT, έχουν σχεδιαστεί με στόχο την κάλυψη ενός μεγάλου κενού στις γεωμετρικές εμπειρίες των παιδιών προάγοντας την ιδέα της ενοποίησης του προγραμματισμού και του δυναμικού χειρισμού των γραφικών αναπαραστάσεων (Κυπρίγος, 2004). Μέσω ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων ο μαθηματικός φορμαλισμός και η γραφική αναπαράσταση αντικειμένων

διαπλέκονται δυναμικά με ενδιαφέροντες τρόπους παρέχοντας νέες δυνατότητες για τη δημιουργία νοημάτων (Κυνηγός, 2006). Τόσο στο Χελωνόκοσμο όσο και στο MaLT η εκφραστική δύναμη του χρήστη διευρύνεται μέσα από τον άμεσο, δυναμικό χειρισμό των τιμών των μεταβλητών κατασκευής των γεωμετρικών σχημάτων. Ο μεταβολέας –εργαλείο που υπάρχει και στα δύο περιβάλλοντα- επιτρέπει στο χρήστη να μεταβάλλει σειριακά τις αριθμητικές τιμές των μεταβλητών μέσα από το σύρσιμο μιας μπάρας και ταυτόχρονα να παρατηρεί στην οθόνη ‘τη συμπεριφορά’ των γεωμετρικών σχημάτων, τι είναι δηλαδή αυτό που αλλάζει και τι παραμένει σταθερό κάθε φορά.



Εικόνα 4: Η υπολογιστική πλατφόρμα MaLT

Στο MaLT2 ο δυναμικός χειρισμός αλληλεπιδραστικών γραφικών αναπαραστάσεων έχει επεκταθεί και περιλαμβάνει και τον καθορισμό της γωνίας θέασης του τρισδιάστατου χώρου μέσω ποντικιού και πλήκτρων του πληκτρολογίου. Ανοίγοντας το MaLT2 ο χρήστης βλέπει μια προκαθορισμένη τρισδιάστατη πρόσοψη του προσομοιούμενου χώρου και των αντικειμένων που έχουν σχεδιαστεί μέσα σε αυτόν. Χρησιμοποιώντας τα πλήκτρα με τα βέλη η θέση της κάμερας θέασης του τρισδιάστατου χώρου παραμένει σταθερή, ενώ μεταβάλλεται η κατεύθυνση της πάνω/κάτω και δεξιά/αριστερά. Χρησιμοποιώντας το ποντίκι η κάμερα έχει μια σταθερή κατεύθυνση, αλλά αλλάζει θέση στο χώρο μετακινούμενη κατά μήκος των τριών αξόνων του προσομοιούμενου χώρου. Πατώντας το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού και κινώντας το ποντίκι πάνω/κάτω η κάμερα κινείται κατά μήκος του άξονα των Y, ενώ κινώντας το ποντίκι αριστερά/δεξιά η κάμερα κινείται κατά μήκος του άξονα των X. Πατώντας το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού και κινώντας το ποντίκι πάνω/κάτω η κάμερα κινείται κατά μήκος του άξονα των Z.

Συνοπτικά, η σύζευξη προγραμματισμού και δυναμικού χειρισμού φαίνεται ότι μπορεί να συμβάλει:

1. στη χρήση των γραφικών αναπαραστάσεων στον υπολογιστή ως ‘υπολογιστικών χειραπτικών αντικειμένων’

2. στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος-γραφικής αναπαράστασης
3. στην αντιστοίχιση χαρακτηριστικών του προγράμματος με αυτά της γεωμετρικής κατασκευής και έτσι στη διάκριση μεταξύ σχεδίου και γεωμετρικού σχήματος
4. στη διάκριση μεταξύ μεταβλητών μεγεθών και σταθερών αμετάβλητων ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων
5. στη καλλιέργεια μιας διερευνητικής προσέγγισης της γεωμετρίας
6. στην οπτικοποίηση και νοερή σύλληψη του προσομοιούμενου χώρου, όσον αφορά στο περιβάλλον MaLT2

Τόσο οι γραφικές αναπαραστάσεις στο χελωνόκοσμο όσο και στο MaLT2 λειτουργούν εν μέρει και ως ‘υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα’ (cybernetic manipulatives (Karut, 1995)). Η εξεικόνιση που επιτυγχάνεται, αν και πιο απομακρυσμένη από τα πραγματικά αντικείμενα, βρίσκεται εγγύτερα σημασιολογικά και διαδικαστικά στις μαθηματικές έννοιες που προσεγγίζονται κάθε φορά. Ο άμεσος χειρισμός των τιμών των μεταβλητών των προγραμμάτων σε Logo μέσω του μεταβολέα υποστηρίζει την αλληλόδραση μεταξύ του χωρικού-γραφικού πεδίου και του θεωρητικού πεδίου και επιτρέπει στους μαθητές να αντιληφθούν την κατασκευή όχι ως στατικό σχέδιο αλλά ως ομάδα σχεδίων με κάποια μεγέθη μεταβλητά και κάποια σταθερά και αμετάβλητα, πράγμα που προσεγγίζει το θεωρητικό ορισμό των γεωμετρικών σχημάτων.

Σύμφωνα με τον Duval (1995) είναι ιδιαίτερα σημαντική η διάκριση- αποσύνδεση μεταξύ της πρόθεσης κατασκευής, η οποία εδώ υλοποιείται μέσω της συνύπαρξης προγραμματισμού-δυναμικού χειρισμού και της υλοποίησης της κατασκευής, η οποία πραγματοποιείται από τον υπολογιστή ως γραφική αναπαράσταση. Η μεταβολή των γεωμετρικών σχημάτων με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα γίνεται αντιληπτή όχι ως μια σειρά συγκεκριμένων εκφάνσεων των γεωμετρικών σχημάτων αλλά ως εξέλιξη αυτών. Αν και ο άμεσος χειρισμός του μεταβολέα μέσω του ποντικιού δεν απαιτεί φορμαλισμούς, θεωρείται ότι μέσω του πειραματισμού και της διασύνδεσής του με τον κώδικα σε γλώσσα Logo προάγει όχι μόνο την κατανόηση των ιδιοτήτων συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων, όπως γίνεται στα άλλα περιβάλλοντα της δυναμική γεωμετρίας αλλά και το μαθηματικό φορμαλισμό παρέχοντας ένα μέσο πρόσβασης στη βαθιά δομή, στον τρόπο δηλαδή που κατασκευάστηκε η συγκεκριμένη γεωμετρική αναπαράσταση. Οι μαθητές ‘ενδυναμώνονται’ όχι μόνο στο να κάνουν διάκριση μεταξύ του τι είναι μεταβλητό και αμετάβλητο σε μια συγκεκριμένη κατασκευή, αλλά είναι αυτοί που μπορούν να ορίσουν τι πρέπει να μείνει μεταβλητό και τι σταθερό, για να έχουν συγκεκριμένα γραφικά αποτελέσματα στην οθόνη τους. Έτσι αναδεικνύεται η σχέση μεταξύ συμβολικών εντολών και των

οπτικών τους αποτελεσμάτων και διευκολύνεται η γενίκευση και η αφαίρεση συγκεκριμένων μαθηματικών δομών.

Επιπρόσθετα, στο περιβάλλον του MaLT2 η οπτικοποίηση και νοερή σύλληψη του χώρου και των τρισδιάστατων γραφικών αναπαραστάσεων διευκολύνεται α) από τη δυνατότητα καθορισμού της θέσης και του προσανατολισμού τόσο της χελώνας όσο και των τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων στο χώρο μέσω προγραμματισμού σε Logo, β) από τη δυνατότητα περιστροφής των γραφικών αντικειμένων και τη δημιουργία της εντύπωσης της κίνησης μέσα από το δυναμικό χειρισμό των μεταβλητών των διαδικασιών που κατασκεύασαν τα συγκεκριμένα γραφικά αντικείμενα και γ) από τη δυνατότητα δυναμικού χειρισμού της κάμερας θέασης του τρισδιάστατου χώρου. Μέσω των πολλαπλών οπτικών εικάζεται ότι ο χρήστης του περιβάλλοντος διευκολύνεται στο να διασυνδέσει όλες τις πιθανές οπτικές και τις γραφικές αναπαραστάσεις που μπορούν να αποδοθούν σε ένα γεωμετρικό αντικείμενο, διαδικασία που θεωρείται απαραίτητη για να συλλάβει κανείς σε ένα αφαιρετικότερο επίπεδο τις ιδιότητες και τη δομή ενός τρισδιάστατου αντικειμένου (Yakimaskaya et al, 1991).

Έτσι, συνοπτικά, θα μπορούσε να ειπωθεί ότι η συμβολή τόσο του Χελωνόκοσμου όσο και του MaLT2 στη διδασκαλία της Γεωμετρίας συνδέεται με α) τη διαδραστικότητα, β) τις πολλαπλές αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις, γ) το δυναμικό χειρισμό και τη δυναμική εξεικόνιση. Οι νέους είδους αναπαραστάσεις αλλά και η διαφορετικού είδους πρόσβαση σε συμβατικές αναπαραστάσεις παρέχουν νέες δυνατότητες και θέτουν νέες προκλήσεις αναφορικά με το διδακτικό σχεδιασμό μαθησιακών δραστηριοτήτων που τις αξιοποιούν. Παράλληλα, έντονο είναι τα ερευνητικό ενδιαφέρον που γεννάται τόσο όσον αφορά στα νοήματα όσο και όσον αφορά στις διαδικασίες στα πλαίσια των οποίων οι μαθητές κατασκευάζουν νοήματα, όταν χρησιμοποιούν τέτοιου είδους υπολογιστικά εργαλεία.

3.4.2 *Ανάλυση δραστηριοτήτων: Προσεγγίζοντας δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας*

Οι μικρόκοσμοι και οι δραστηριότητες που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια αναπτύχθηκαν με στόχο να έρθουν στο προσκήνιο και να διερευνηθούν τα νοήματα που θα κατασκευάσουν οι μαθητές:

- 1 Αναφορικά με την έννοια της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους στο επίπεδο. Για την προσέγγιση αυτής της πτυχής χρησιμοποιήθηκε τόσο η μεταφορά της μέτρησης της ώρας όσο και η μεταφορά της χελώνας.
2. Αναφορικά με την έννοια της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο κατά την πλοήγηση μιας κινούμενης οντότητας, της χελώνας. Το πλαίσιο της πλοήγησης περιλαμβάνει την έννοια της μετατόπισης και του προσανατολισμού και συνεπώς την έννοια της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους σε διαφορετικά σημεία ή άξονες.

Στο πλαίσιο των παραπάνω στόχων, οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι και οι συνοδευτικές δραστηριότητες έπρεπε να είναι αρκετά ανοιχτοί, ώστε αφενός να επιτρέπουν στους μαθητές να εκφράσουν και να ελέγξουν μια ποικιλία ιδεών και διαισθήσεων αφετέρου να περιορίζουν τους μαθητές με τέτοιο τρόπο, ώστε να εστιάζουν την προσοχή τους στις προς διερεύνηση έννοιες. Με βάση το παραπάνω σκεπτικό κατά το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων τόσο ο χελωνόκοσμος όσο και το MaLT2 χρησιμοποιήθηκαν και σαν αυτόνομο λογισμικό και σαν πλατφόρμα δημιουργίας πιο εξειδικευμένων μικροκόσμων (Κυπρίγος, 2002). Στις περισσότερες δραστηριότητες οι μαθητές ήρθαν αρχικά σε επαφή με έναν ειδικά σχεδιασμένο μικρόκοσμο. Κάθε μικρόκοσμος αποτελείτο από ένα παραμετρικό πρόγραμμα το οποίο δινόταν από την αρχή στους μαθητές με στόχο να διαμεσολαβήσει τη διανοητική εμπλοκή των μαθητών με την προς διερεύνηση έννοια και να συμβάλει στην ανάπτυξη και εξέλιξη της επικοινωνία μεταξύ της ερευνήτριας και των μαθητών. Ειδικότερα, οι μικρόκοσμοι που αναπτύχθηκαν είχαν ως στόχο:

- να αποτελέσουν την αφόρμηση κάθε δραστηριότητας και να λειτουργήσουν ως γεννήτρια ιδεών
- να προβληματίσουν τους μαθητές αναφορικά με το μαθηματικό μοντέλο που ενσωματώνουν
- να επιτρέψουν στους μαθητές να εξωτερικεύσουν και να ελέγξουν διαισθήσεις και προϋπάρχουσες αντιλήψεις, στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων.

- Να επικεντρώσουν την προσοχή των μαθητών σε ορισμένους μόνο παράγοντες κάθε φορά, μειώνοντας αφενός το επίπεδο πολυπλοκότητας και παρέχοντας αφετέρου εκτεταμένες δυνατότητες πειραματισμού

Οι μικρόκοσμοι αυτοί δεν παρουσιάστηκαν ως ‘έτοιμα’ κλειστά περιβάλλοντα τα οποία οι μαθητές όφειλαν να χρησιμοποιήσουν. Στην πλειοψηφία τους ήταν ‘μισοψημένοι’ μικρόκοσμοι (Kynigos, 2007, Κυνηγός, κ.α., 2006), ημιτελείς, δηλαδή, εκ προθέσεως μικρόκοσμοι, οι οποίοι - και αυτό είναι το κύριο διαφοροποιητικό στοιχείο των ‘μισοψημένων’ μικροκόσμων - ήταν κατάλληλα σχεδιασμένοι ώστε να γίνουν αντικείμενο ‘εργαλειοποίησης’ (Verillon & Rabardel, 1995). Ως στόχο είχαν:

- να λειτουργήσουν ως δομημένη προ-κατασκευή που προσφέρεται από τον ερευνητή ως βάση για την ανάλυση των ιδεών που βρίσκονται πίσω από τη διαδικασία κατασκευής τους
- να αποτελέσουν αντικείμενο ‘κοινής θέας’ και διαπραγμάτευσης στα πλαίσια των ομάδων με στόχο την τροποποίηση και ‘βελτιστοποίηση’ των παραμετρικών διαδικασιών
- να διευκολύνουν την πρόσβαση στη βαθιά δομή των μικροκόσμων λειτουργώντας παράλληλα και ως δομικοί λίθοι, τους οποίους οι μαθητές θα μπορούν να αλλάξουν, να αποσυνδέσουν και να ανασυνδέσουν στη συνέχεια με στόχο την ανάπτυξη δικών τους μικροκόσμων.

Η ανάπτυξη των μικροκόσμων και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων έγινε στα πλαίσια μιας προσπάθειας ‘εργαλειακής εννοχρήστρωσης’ (Trouche, 2004, Drijvers et al., 2010), καθοδήγησης, δηλαδή, της διαδικασίας εργαλειακής γένεσης, στην οποία εμπλέκονται οι μαθητές. Στις ενότητες που ακολουθούν στο παρόν κεφάλαιο περιγράφονται με λεπτομέρεια τόσο τα ψηφιακά μέσα που χρησιμοποιήθηκαν όσο και οι πιθανοί τρόποι αξιοποίησης αυτών με τη μορφή μιας υποθετικής μαθησιακής διαδρομής. Έμφαση δίνεται αρχικά στη φαινομενολογία της οθόνης και στα σημειωτικά συστήματα που χρησιμοποιούνται και στην ανάλυσή τους σε σχέση με τις πτυχές της έννοιας που έρχονται στο προσκήνιο. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο πρακτικός στόχος της δραστηριότητας, δηλαδή τι ζητήσαμε από τα παιδιά να κάνουν, αλλά και ο ερευνητικός, δηλαδή με ποιες πτυχές της έννοιας και πώς επιδιώκαμε να εμπλακούν οι μαθητές. Σε αυτή τη φάση της ανάλυσης των δραστηριοτήτων εξετάζονται και οι δυνατότητες αλληλόδρασης με το λογισμικό, δηλαδή οι λειτουργικότητες των μικροκόσμων σε συνδυασμό με το αν οι μαθητές καλούνταν να πειραματιστούν, να κάνουν επεμβάσεις στο λογισμικό ή να αναπτύξουν δικές τους κατασκευές.

3.4.2.1 Η γωνία ως στροφή μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας

Πριν περάσουμε στη λεπτομερή περιγραφή και ανάλυση των δραστηριοτήτων που αφορούν την προσέγγιση της έννοιας της γωνίας ως στροφής μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας στο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου, θα πρέπει να απαντηθούν δύο ερωτήματα: α) Γιατί χρησιμοποιείται η μεταφορά της ώρας και β) Γιατί αυτό συμβαίνει στα πλαίσια του λογισμικού ‘Χελωνόκοσμος’.

Γιατί χρησιμοποιείται η μεταφορά της ώρας;

Οι μεταφορές χρησιμοποιούνται στη μαθηματική εκπαίδευση στο στάδιο της ανάπτυξης εννοιών, καθώς θεωρείται ότι μπορούν να διευκολύνουν τη μαθηματική σκέψη. Η δύναμη τους έγκειται στον τρόπο με τον οποίο γίνεται αντιληπτό ένα νοητικό πεδίο σε σχέση με κάποιο άλλο ήδη γνωστό (English, 1997), για αυτό και είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για την ανάπτυξη και κατανόηση αφηρημένων μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών (Sfard, 1997). Στην παρούσα έρευνα τα ρολόγια επιλέχτηκαν, γιατί αποτελούν μια κοινωνικά διαμεσολαβημένη καθημερινή εμπειρία των παιδιών και γιατί ο τρόπος που ο χρόνος αναπαρίσταται και μετράται σε ένα αναλογικό ρολόι μπορεί να θεωρηθεί ανάλογος και να διασυνδεθεί με την έννοια της μέτρησης γωνιών μέσω στροφής. Η μέτρηση της ώρας στα αναλογικά ρολόγια μας παρέχει ένα πλαίσιο για την κατανόηση της περιστροφής και μια ποικιλία σημείων/συμβόλων που επιτρέπουν τη σύνδεση της έννοιας της γωνίας ως μια χωρική έννοια με τη μέτρηση και τους αριθμούς.

Σύμφωνα με τον Freudenthal (1973) πολύ σημαντικός για την εισαγωγή της έννοιας της γωνίας είναι ο προσανατολισμός του επιπέδου με έναν απλό τρόπο και μέσα από την αίσθηση της στροφής. Ταυτόχρονα για να περάσουμε από τη γωνία ως στροφή στη γωνία ως γεωμετρικό σχήμα που ορίζεται από δύο ημιευθείες και αντίστροφα, ένα ενδιάμεσο μοντέλο θεωρείται η περίπτωση κατά την οποία η μια πλευρά της γωνίας στρέφεται προς την άλλη. Το αναλογικά ρολόγια μας παρέχουν ένα πλαίσιο όπου αισθητοποιούνται και τα δύο παραπάνω, η στροφή είναι προσανατολισμένη δεξιόστροφα, ενώ ο δείκτης διαγράφει μια γωνία, το γεωμετρικό σχήμα της οποίας ορίζεται από την αρχική και τελική θέση του δείκτη. Σε κάθε περίπτωση είναι ορατή η μια πλευρά της γωνίας που διαγράφεται, καθώς και το κέντρο της περιστροφής ως το κέντρο του ρολογιού. Μολαταύτα η ανάπτυξη μιας έννοιας ολοκληρώνεται, όταν η μεταφορά σταδιακά ‘σβήσει’, όταν δηλαδή ο μαθητής είναι ικανός να σκεφτεί και να χρησιμοποιήσει την έννοια ως μια ανεξάρτητη οντότητα (Sfard, 1997). Όσον αφορά στην παιδαγωγική αξία της συγκεκριμένης μεταφοράς πρέπει να προβληματιστούμε σχετικά με το βαθμό δυσκολίας των μαθητών να κάνουν την αντιστοίχιση μεταξύ των δομών των αναλογικών ρολογιών και των διαφόρων πτυχών της έννοιας της γωνίας, την πιθανότητα τα παιδιά να περιοριστούν από τη δομή της μεταφοράς και

να αναπτύξουν μια ελλιπή κατανόηση, καθώς και την πιθανότητα να υπεργενικεύσουν τη χρήση της μεταφοράς και έτσι να οδηγηθούν σε παρανοήσεις.

Γιατί χρησιμοποιείται η υπολογιστική πλατφόρμα 'Χελωνόκοσμος'

Πέρα από τη γενικότερα προστιθέμενη παιδαγωγική αξία του λογισμικού χελωνόκοσμος το ερώτημα που ανακύπτει είναι γιατί να χρησιμοποιηθεί ο χελωνόκοσμος για να εκμεταλλευτούμε ερευνητικά και παιδαγωγικά τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας. Δεν θα μπορούσε π.χ. να χρησιμοποιηθεί ένα πραγματικό αναλογικό ρολόι ή ένα απλοποιημένο μοντέλο ρολογιού, σαν αυτά που χρησιμοποιούνται για την εκμάθηση της ώρας στα νηπιαγωγεία; Για την επιλογή της χρήσης του χελωνόκοσμου για την προσέγγιση της έννοιας της γωνίας ως στροφή και ως μετρήσιμη ποσότητα μέσα από τη μεταφορά της ώρας συνυπολογίστηκαν τα παρακάτω:

- Το αναλογικό ρολόι ως υπολογιστικό χειραπτικό αντικείμενο

Η εξεικόνιση του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αν και αναπαραστασιακά πιο φτωχή από ένα πραγματικό ρολόι, βρίσκεται εγγύτερα σημασιολογικά και διαδικαστικά προς τη μαθηματική έννοια η οποία αποτελεί αντικείμενο διερεύνησης. Για παράδειγμα ο καθορισμός της θέσης των δεικτών των ρολογιών δεν πραγματοποιείται άμεσα μέσα από την περιστροφή των δεικτών με το χέρι ή το 'κούρδισμα' του ρολογιού, αλλά μέσα από τον ορισμό των μοιρών περιστροφής του δείκτη. Έτσι γίνεται διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος/γραφικής αναπαράστασης, γεγονός που συντελεί στην ανάδειξη της αναλογίας μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της γωνίας ως στροφής .

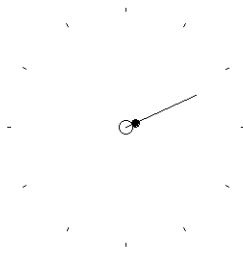
- Η δυναμική αλληλόδραση μεταξύ του χωρικού-γραφικού πεδίου και του αριθμητικού

Σύμφωνα με τους Clements et al. (1996) οι στατικές αναπαραστάσεις στροφών, οσοδήποτε καλά σχεδιασμένες και αν είναι μπορεί να είναι όχι απλώς ανεπαρκείς αλλά και να καθυστερήσουν την ανάπτυξη δυναμικών εννοιών της στροφής και του μεγέθους της, καθώς και το συσχετισμό αυτών με συγκεκριμένα γεωμετρικά σχήματα. Στα μοντέλα των ρολογιών που αναπτύχθηκαν στο χελωνόκοσμο δεν έχουμε στατικές αναπαραστάσεις αναλογικών ρολογιών, όπως συμβαίνει στα βιβλία του δημοτικού, αλλά δυναμικές. Τόσο ο προγραμματισμός σε Logo όσο και τα εργαλεία μεταβολής προσεγγίζουν το μέγεθος της γωνίας ως ένα διαχειρίσιμο αντικείμενο, ενώ συνήθως γίνεται αντιληπτό ως μια σταθερή και αμετάβλητη ιδιότητα των φυσικών αντικειμένων. Η διασύνδεση της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμη ποσότητας γίνεται με ένα λειτουργικό τρόπο, καθώς απαιτείται ο προσδιορισμός της γωνιακής σχέσης για να ρυθμιστεί η ώρα. Η δυνατότητα πειραματισμού μέσω του μεταβολέα με το μέγεθος της γωνίας μέσα από τον αριθμητικό του καθορισμό και την παρακολούθηση των αντίστοιχων μεταβολών στη γραφική αναπαράσταση μπορεί να συμβάλει στη σύνδεση χωρικών και αριθμητικών

πτυχών. Για τους παραπάνω λόγους ο δυναμικός χειρισμός συμβολικών και γραφικών γωνιακών αναπαραστάσεων θεωρήθηκε ως ένα ενδιαφέρον σχεδιαστικά χαρακτηριστικό για την ανάπτυξη μικροκόσμων που θα έχουν να κάνουν με την έννοια της γωνίας (δες επίσης Kynigos, 1997).

- Η πρόσβαση στη βαθειά δομή και η υποκείμενη μεταφορά της χελώνας

Ο δείκτης των ρολογιών σχηματίζεται και περιστρέφεται στη βάση εντολών της Γεωμετρίας της Χελώνας. Η χελώνα είναι αυτή που ζωγραφίζει το δείκτη, ενώ ο δείκτης φαίνεται ως προέκταση του σώματος της χελώνας, αισθητοποιώντας έτσι καλύτερα τόσο τη θέση όσο και τον προσανατολισμό της (δες εικόνα 5). Οι μαθητές δε βλέπουν μόνο το δείκτη να περιστρέφεται και να αλλάζει θέση, αλλά και την ίδια τη χελώνα. Παράλληλα στην ψηφίδα Logo βλέπουν ότι αυτό προέκυψε ως αποτέλεσμα της εντολής ‘δεξιά’. Πέρα λοιπόν από την αισθητοποίηση της στροφής έχουμε και τη λεκτική αναπαράσταση αυτής της διαδικασίας.



Εικόνα 5: Η γραφική αναπαράσταση ενός αναλογικού ρολομέτρου στο ‘Χελωνόκοσμο’

Από την άλλη, η χρήση της μεταφοράς του δείκτη ενός αναλογικού ρολογιού που περιστρέφεται και ο οποίος ζωγραφίζεται από τη χελώνα μπορεί να δράσει ως μεταβατικό μοντέλο για την ίδια τη Γεωμετρία της Χελώνας, καθώς:

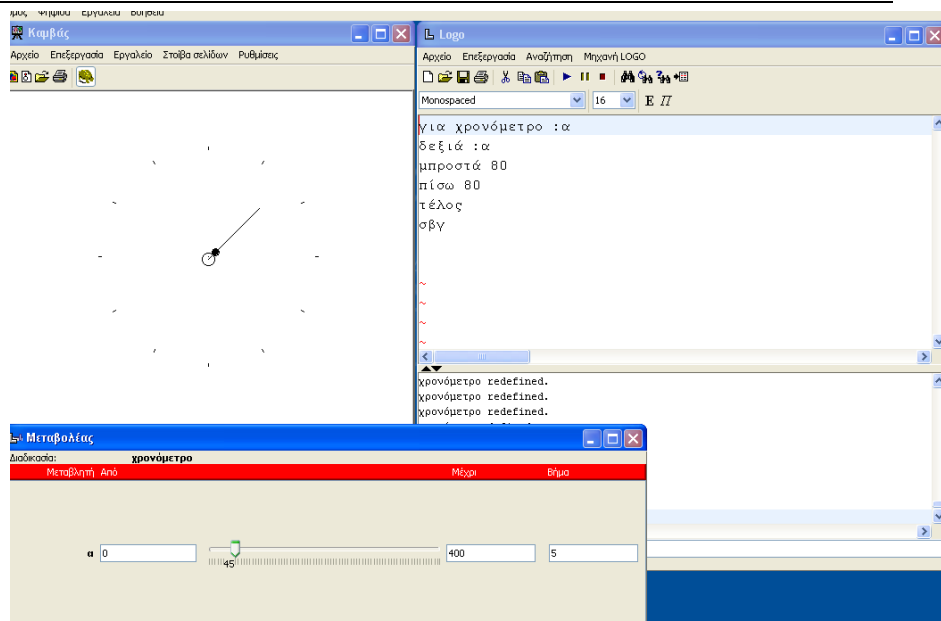
1. Η στροφή της χελώνας είναι πιο ευδιάκριτη, καθώς η θέση της και ο προσανατολισμός της αισθητοποιούνται και από το δείκτη. Είναι πάντα ορατή η μια πλευρά της γωνίας που διαγράφει η χελώνα, ενώ η άλλη μπορεί πιο εύκολα να ανακληθεί από τη μνήμη, καθώς έχει αισθητοποιηθεί με την αρχική θέση του δείκτη.
2. Υπάρχουν ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου που μπορούν να λειτουργήσουν ως σημεία αναφοράς για τον υπολογισμό του μεγέθους της γωνίας.
3. Υπάρχει ένα σταθερό σημείο εκκίνησης για τη μέτρηση των γωνιών που διαγράφει ένα ρολόι, το οποίο και συμπίπτει με την αρχική θέση της χελώνας στην οθόνη. Η χελώνα ξεκινάει από μια κάθετη θέση και κινείται δεξιόστροφα, γεγονός που όπως έχει αναφερθεί στη

βιβλιογραφία (Clements et al, 1996) διευκολύνει τους μαθητές στον υπολογισμό του μεγέθους της γωνίας.

4. Διευκολύνεται ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα. Ο αρχικός προσανατολισμός της χελώνας- η θέση της όταν το ρολό δείχνει 0:00- με βάση τον οποίο υπολογίζονται οι μοίρες περιστροφής, συμπίπτει με τον προσανατολισμό του σώματος του χρήστη.
5. Έμφαση δίνεται στη στροφή της χελώνας και όχι στη γωνία μεταξύ δύο ευθυγράμμων τμημάτων που προέκυψαν από τη μετατόπιση της χελώνας, η οποία μπορεί να είναι και διαφορετική από τη γωνία περιστροφής της χελώνας. Με άλλα λόγια, η γωνία που διαγράφει κάθε φορά ο δείκτης του ρολογιού συμπίπτει με τη γωνία περιστροφής της χελώνας.

3.4.2.1.1 Το 'χρονόμετρο': Κινώντας μόνο τον ένα δείκτη

Ο μικρόκοσμος: Με το μικρόκοσμο 'χρονόμετρο', ο οποίος θα δοθεί αρχικά στους μαθητές, αναπαριστάται στον καμβά ο δείκτης ενός αναλογικού χρονομέτρου. Κατά το σχεδιασμό εκ προθέσεως δε χρησιμοποιήθηκαν αριθμοί, αλλά ενδείξεις/ευθύγραμμα τμήματα στην περιφέρεια του κύκλου, για να μην υποδειχθεί η σύνδεση συγκεκριμένων θέσεων με συγκεκριμένα μετρικά συστήματα, π.χ. με τις μονάδες μέτρησης της ώρας. Η χελώνα είναι εμφανής ενώ η αρχική της θέση ταυτίζεται με το κέντρο του ρολογιού. Στην ψηφίδα Logo είναι εμφανείς οι τρεις εντολές με βάση τις οποίες σχεδιάζεται και κινείται ο δείκτης. Η χελώνα στρίβει δεξιά ανάλογα με την τιμή που δίνουμε κάθε φορά στη μεταβλητή :α, σχεδιάζει το δείκτη και επιστρέφει στο κέντρο του ρολογιού (δες κώδικα Logo στην εικόνα 6). Στο μεταβολέα το αρχικό εύρος των τιμών που μπορεί να πάρει η μεταβλητή :α, η οποία και ορίζει το μέγεθος της περιστροφής του δείκτη, έχει ρυθμιστεί από 0 έως 400, με στόχο αφενός να επιτρέπει στο δείκτη να πραγματοποιήσει περιστροφή μεγαλύτερη της πλήρους γωνίας, αφετέρου να έχει ένα τέτοιο εύρος που να διευκολύνει τον κιναισθητικό χειρισμό, π.χ. ένα ιδιαίτερα μεγάλο εύρος τιμών κολλάει το πρόγραμμα και δυσκολεύει την εξαγωγή συμπερασμάτων. Σε κάθε περίπτωση το εύρος των τιμών πειραματισμού μπορεί να μεταβληθεί πολύ εύκολα και από τους ίδιους τους μαθητές.



Εικόνα 6: Ο μικρόκοσμος ‘Χρονόμετρο1’

Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης του δείκτη και αντίστοιχα μεταξύ του αρχικού και τελικού προσανατολισμού της χελώνας συμπίπτει με τις κλασικές σχολικές αναπαραστάσεις που έχουν οι μαθητές για τις γωνίες ως προς τον προσανατολισμό στο επίπεδο (π.χ δεξιόστροφη γωνία), διαφέρει όμως:

- ως προς τη διαδικασία σχηματισμού της: Προκύπτει ως αποτέλεσμα περιστροφής του δείκτη, ο οποίος με τη σειρά του προκύπτει ως αποτέλεσμα περιστροφής της χελώνας. Όπως προαναφέρθηκε, η διασύνδεση της έννοιας της γωνίας με αυτή της στροφής γίνεται μέσω δύο μεταφόρων, της υπερκείμενης μεταφοράς της ώρας και της υποκείμενης μεταφοράς της χελώνας. Παράλληλα για το σχεδιασμό της εν λόγω γωνίας δε χρησιμοποιούνται τα κλασικά μέσα, π.χ. χάρακας και μοιρογνωμόνιο, αλλά εντολές της Γεωμετρίας της Χελώνας, ενώ η γεωμετρική αναπαράσταση της γωνίας συνδέεται λειτουργικά με τη μέτρηση του μεγέθους της, καθώς είναι δυνατόν να σχεδιαστεί, μόνο αφού προσδιοριστεί αριθμητικά το μέγεθος της περιστροφής.
- ως προς τη φύση της: Πρόκειται για τη γωνία ως μια δυναμική οντότητα, η οποία μπορεί να μεταβάλλεται συνεχώς και όχι για τις κλασικές στατικές και αμετάβλητες γωνίες που έχουμε με χαρτί και μολύβι.
- ως προς τη γεωμετρική της αναπαράσταση: Είναι ορατά μόνο το κέντρο περιστροφής και η μια πλευρά της γωνίας, ενώ η άλλη πλευρά ταυτίζεται με την θέση που έχει το ευθύγραμμο τμήμα/δείκτης στις 0 μοίρες και η οποία πρέπει να ανακληθεί από τη μνήμη.

Σε σχέση με την κατηγοριοποίηση των ορισμών της γωνίας που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.5.1, η γωνία που αναπαρίσταται θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί στην γωνιομετρική γωνία, σύμφωνα με τον ορισμό του Freudenthal (1973), καθώς πρόκειται για επίκεντρη και προσανατολισμένη γωνία με τη διαφορά ότι δε μετράται αριστερόστροφα, όπως υποδεικνύεται στο γωνιομετρικό ορισμό. Επιπρόσθετα μπορεί να πάρει τιμές από πλην άπειρο έως συν άπειρο, άρα αντιστοιχεί καλύτερα στην αναλυτική γωνία, η οποία σύμφωνα με τον Freudenthal προκύπτει ως άπειρη επανάληψη γωνιομετρικών γωνιών. Οι μεγαλύτερες των 360° γωνίες που διαγράφονται από το δείκτη του χρονομέτρου αντιστοιχούν σε μια αρχική γωνία ως ισούπολοιπα των 360° , για παράδειγμα ο δείκτης θα βρεθεί στην ίδια θέση για τιμές μεγέθους περιστροφής 40, 400, 760, 1120...

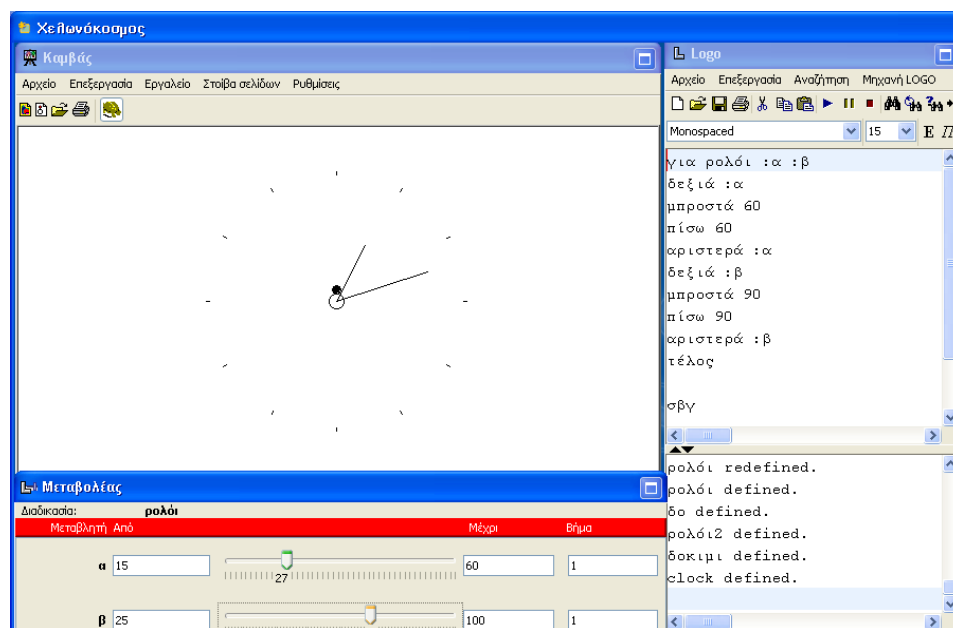
Δυνατότητες αξιοποίησης – μαθησιακή διαδρομή: Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν συγκεκριμένο φύλλο εργασίας (δες παράρτημα) το οποίο και καθοδηγεί τη διερεύνησή τους. Η μαθησιακή διαδικασία ακολουθεί τρία στάδια: α) το στάδιο του προβληματισμού αναφορικά με το πώς σχεδιάζεται ο δείκτης και το ρόλο του μεταβολέα, β) το στάδιο της πρόβλεψης συγκεκριμένων γωνιακών τιμών περιστροφής του δείκτη, ώστε αυτός να δείχνει συγκεκριμένο αριθμό δευτερολέπτων, αλλά και το αντίστροφο, δηλαδή την αντιστοίχιση συγκεκριμένων γωνιακών τιμών με συγκεκριμένες θέσεις του δείκτη και γ) το στάδιο του ελέγχου των προβλέψεων μέσω του μικρόκοσμου. Οι μαθητές μπορούν να κινήσουν το μεταβολέα και να αλλάξουν τις τιμές των μεταβλητών που καθορίζουν τη γωνιακή σχέση μεταξύ του ευθύγραμμου τμήματος που αναπαριστά το δείκτη του χρονομέτρου και του σημείου μηδέν του χρονομέτρου, το οποίο συμπίπτει με την αρχική θέση της χελώνας. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να ρυθμίσουν έτσι το χρονόμετρο, ώστε να δείχνει συγκεκριμένο αριθμό δευτερολέπτων (υποθέτοντας ότι το εν λόγω χρονόμετρο μετρά δευτερόλεπτα).

Η προσπάθεια σχηματισμού ένδειξης συγκεκριμένου αριθμού δευτερολέπτων, π.χ. 15 δευτερόλεπτα, 45 δευτερόλεπτα κλπ., αλλά και το αντίστροφο, η προσπάθεια αντιστοίχισης αριθμού μοιρών με συγκεκριμένο αριθμό δευτερολέπτων αναμένεται να φέρει στο προσκήνιο μια σειρά ζητήματα, όπως:

1. προβληματισμό σχετικά με τον προσδιορισμό στη γεωμετρική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή της γωνίας α , της οποίας είναι ορατή η μια μόνο πλευρά.
2. προβληματισμό σχετικά με το μέγεθος της στροφής που απαιτείται για να έχουμε μια πλήρη περιστροφή, μισή περιστροφή, $\frac{1}{4}$ περιστροφής του δείκτη κλπ.
3. προβληματισμό σχετικά με την αντιστοίχιση συγκεκριμένου αριθμού μοιρών με συγκεκριμένες γεωμετρικές αναπαραστάσεις της γωνίας και συνεπώς με συγκεκριμένες θέσεις του δείκτη του χρονομέτρου.

3.4.2.1.2 Ρυθμίζοντας την ώρα: Κινώντας το λεπτοδείκτη και τον ωροδείκτη

Ο μικρόκοσμος: Με το μικρόκοσμο ‘ρολόι’ αναπαρίστανται στον καμβά ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης ενός αναλογικού ρολογιού. Κατά το σχεδιασμό εκ προθέσεως δε χρησιμοποιήθηκαν και πάλι αριθμοί, αλλά ενδείξεις/ευθύγραμμα τμήματα στην περιφέρεια του κύκλου, για να μην υποδειχθεί η σύνδεση συγκεκριμένων θέσεων με συγκεκριμένα μετρικά συστήματα, π.χ. με τις μονάδες μέτρησης της ώρας. Η χελώνα είναι εμφανής ενώ η αρχική της θέση ταυτίζεται με το κέντρο του ρολογιού. Στην ψηφίδα Logo είναι εμφανείς οι οκτώ εντολές με βάση τις οποίες σχεδιάζονται και κινούνται οι δείκτες (δες εικόνα 7). Η χελώνα στρίβει δεξιά ανάλογα με την τιμή που δίνουμε κάθε φορά στη μεταβλητή :α, σχεδιάζει τον ωροδείκτη και επιστρέφει στην αρχική της θέση. Στη συνέχεια στρίβει δεξιά ανάλογα με την τιμή που δίνουμε κάθε φορά στη μεταβλητή :β, σχεδιάζει το λεπτοδείκτη και επιστρέφει στην αρχική της θέση. Στο μεταβολέα φαίνονται τώρα δύο μπάρες/αριθμογραμμές, οι οποίες αντιστοιχούν στο εύρος των τιμών των δύο μεταβλητών.



Εικόνα 7: Ο μικρόκοσμος ‘Ρολόι’

Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης του ωροδείκτη και αντίστοιχα μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης του λεπτοδείκτη συμπίπτει με τις κλασικές σχολικές αναπαραστάσεις που έχουν οι μαθητές για τις γωνίες ως προς τον προσανατολισμό στο επίπεδο, (π.χ δεξιόστροφη γωνία διαφέρει όμως:

- ως προς τη διαδικασία σχηματισμού της: Προκύπτει ως αποτέλεσμα περιστροφής του δείκτη, ο οποίος με τη σειρά του προκύπτει ως αποτέλεσμα περιστροφής της χελώνας. Όπως προαναφέρθηκε, η διασύνδεση της έννοιας της γωνίας με αυτή της στροφής γίνεται μέσω δύο μεταφόρων, της

υπερκείμενης μεταφοράς της ώρας και της υποκείμενης μεταφοράς της χελώνας. Παράλληλα για το σχεδιασμό της εν λόγω γωνίας δε χρησιμοποιούνται τα κλασικά μέσα, π.χ. χάρακας και μοιρογνωμόνιο, αλλά εντολές της Γεωμετρίας της Χελώνας, ενώ η γεωμετρική αναπαράσταση της γωνίας συνδέεται λειτουργικά με τη μέτρηση του μεγέθους της, καθώς είναι δυνατόν να σχεδιαστεί μόνο αφού προσδιοριστεί αριθμητικά το μέγεθος της περιστροφής.

- ο ως προς τη φύση της: Πρόκειται για τη γωνία ως μια δυναμική οντότητα, η οποία μπορεί να μεταβάλλεται συνεχώς και όχι για τις κλασικές στατικές και αμετάβλητες γωνίες που έχουμε με χαρτί και μολύβι
- ο ως προς τη γεωμετρική της αναπαράσταση: Είναι ορατά μόνο το κέντρο της περιστροφής και η μια πλευρά της γωνίας, ενώ η άλλη πλευρά ταυτίζεται με την θέση που έχει το ευθύγραμμο τμήμα/δείκτης στις 0 μοίρες και η οποία πρέπει να ανακληθεί από τη μνήμη.

Σε σχέση με την κατηγοριοποίηση των ορισμών της γωνίας που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.5.1., οι γωνίες που αναπαρίστανται θα μπορούσαν να θεωρηθούν ότι αντιστοιχούν στην γωνιομετρική γωνία, σύμφωνα με τον ορισμό του Freudenthal (1973), καθώς πρόκειται για επίκεντρες και προσανατολισμένες γωνία με τη διαφορά ότι δε μετρώνται αριστερόστροφα, όπως υποδεικνύεται στο γωνιομετρικό ορισμό. Επιπρόσθετα μπορούν να πάρουν τιμές από πλην άπειρο έως συν άπειρο, άρα αντιστοιχούν καλύτερα στην αναλυτική γωνία, η οποία σύμφωνα με τον Freudenthal προκύπτει ως άπειρη επανάληψη γωνιομετρικών γωνιών. Οι μεγαλύτερες των 360° γωνίες που διαγράφονται από το δείκτη του χρονομέτρου αντιστοιχούν σε μια αρχική γωνία ως ισούπόλοιπα των 360° , για παράδειγμα ο δείκτης θα βρεθεί στην ίδια θέση για τιμές μεγέθους περιστροφής 40, 400, 760, 1120...

Η δραστηριότητα αυτή αποτελεί επέκταση της προηγούμενης δραστηριότητας, όπου ο χρόνος μετριόταν με το δείκτη ενός χρονομέτρου. Θεωρήθηκε όμως απαραίτητο να ξαναϊδωθεί το πώς τα παιδιά μπορούν να χειριστούν νοερά την αντιστοίχιση μέτρησης χρόνου με τη μέτρηση της γωνίας ως στροφής, έχοντας προηγούμενη εμπειρία στη χρήση του εργαλείου, τις διαθέσιμες λειτουργικότητες και τις διαθέσιμες φαινομενολογικές ενδείξεις. Πρέπει να τονιστεί ότι η ταυτόχρονη αναπαράσταση λεπτοδείκτη και ωροδείκτη είναι πολύ πιο περίπλοκη τόσο σε συμβολικό και γεωμετρικό επίπεδο όσο και σε σχέση με την αναλογία που υπάρχει μεταξύ μέτρησης του χρόνου και της γωνίας ως στροφής στο επίπεδο. Ειδικότερα:

- ο Σε συμβολικό και κιναισθητικό επίπεδο οι μαθητές πρέπει να χειριστούν δύο μεταβλητές.
- ο Η αντιστοίχιση ανάμεσα στις λεκτικές εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της ώρας σε ένα συμβατικό αναλογικό ρολόι με τις μοίρες της γωνίας περιστροφής είναι περίπλοκη. Για παράδειγμα, ενώ στη δραστηριότητα με το

χρονόμετρο η δεξιόστροφη γωνία 90° αντιστοιχούσε στη μέτρηση 15 δευτερολέπτων εδώ αντιστοιχεί και στο τρεις για τον ωροδείκτη και στο και τέταρτο για το λεπτοδείκτη.

- Η γραφική αναπαράσταση της ώρας στον καμβά αποτελείται από δύο ευθύγραμμα τμήματα με κοινή αρχή, μια αναπαράσταση δηλαδή γωνίας που ορίζεται από τους δυο δείκτες, γεγονός που μπορεί τόσο να μπερδέψει τους μαθητές και να τους αποπροσανατολίσει σε σχέση με την πραγματοποίηση συγκεκριμένων εργασιών, όσο και να αποτελέσει σημείο προβληματισμού και γόνιμου διαλόγου σχετικά με το πώς σχηματίστηκε αυτή η γωνία και ποιο είναι το μέγεθός της.

Δυνατότητες αξιοποίησης – μαθησιακή διαδρομή: Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν συγκεκριμένο φύλλο εργασίας (δες παράρτημα) το οποίο και καθοδηγεί τη διερεύνησή τους. Η μαθησιακή διαδικασία ακολουθεί τρία στάδια: α) το στάδιο του προβληματισμού αναφορικά με το πώς σχεδιάζονται οι δείκτες και το ρόλο του μεταβολέα, β) το στάδιο της πρόβλεψης συγκεκριμένων γωνιακών τιμών περιστροφής των δεικτών ώστε να δείχνουν συγκεκριμένες ώρες, δηλαδή την αντιστοίχιση συγκεκριμένων γωνιακών τιμών με συγκεκριμένες θέσεις των δεικτών και γ) το στάδιο του ελέγχου των προβλέψεων μέσω του μικρόκοσμου. Οι μαθητές μπορούν να κινήσουν το μεταβολέα και να αλλάζουν τις τιμές των μεταβλητών που καθορίζουν τη γωνιακή σχέση μεταξύ του ευθύγραμμου τμήματος που αναπαριστά τον κάθε δείκτη του ρολογιού και του σημείου μηδέν, το οποίο και συμπίπτει με την αρχική θέση της χελώνας. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να ρυθμίσουν έτσι το ρολόι, ώστε να δείχνει συγκεκριμένο αριθμό ωρών και λεπτών.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι πρόκειται για ένα απλοποιημένο μοντέλο ρολογιού το οποίο δε μετράει την ώρα, αλλά το οποίο μπορούμε να ρυθμίσουμε ώστε να δείχνει συγκεκριμένες ώρες και συγκεκριμένα λεπτά. Σε αυτό το απλοποιημένο πλαίσιο ακολουθήθηκε μια επιπλέον σύμβαση: οι δείκτες τοποθετούνταν ακριβώς στη θέση που αντιστοιχούσε στο συγκεκριμένο ψηφίο που περιγραφόταν λεκτικά, για παράδειγμα για να ρυθμιστεί η ένδειξη δύο και μισή, ο ωροδείκτης τοποθετήθηκε ακριβώς στη θέση που έχει το ψηφίο δύο στην περιφέρεια ενός αναλογικό ρολογιού, ενώ στην πραγματικότητα, όταν ένα αναλογικό ρολόι δείχνει δύο και μισή ο ωροδείκτης βρίσκεται στο ενδιάμεσο μεταξύ των ψηφίων δύο και τρία.

Εκκινώντας και πάλι από την προσπάθεια σχηματισμού συγκεκριμένων ωρών αναμένεται να προκύψουν μια σειρά ζητήματα σχετικά με το μέγεθος των γωνιών και τις γωνιακές σχέσεις που αναπαριστούν, όπως:

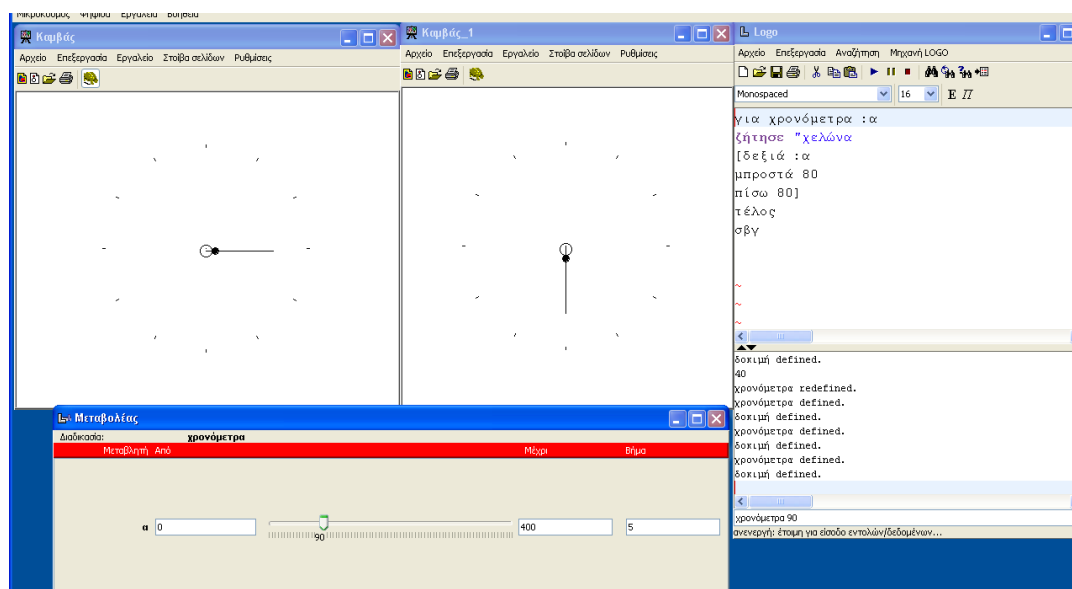
- Προβληματισμός σχετικά με τον προσδιορισμό στη γεωμετρική αναπαράσταση στον καμβά των γωνιών α και β , των οποίων είναι ορατή μόνο η μια πλευρά,

- Προβληματισμός σχετικά με το μέγεθος της στροφής που απαιτείται για να έχουμε μια πλήρη περιστροφή, μισή περιστροφή, $\frac{1}{4}$ περιστροφής τόσο του λεπτοδείκτη όσο και του ωροδείκτη,
- Προβληματισμός σχετικά με τα μέγεθος των γωνιών που πρέπει να ορίσουν, ώστε το ρολόι τους να δείχνει συγκεκριμένες ώρες,
- Προβληματισμός σχετικά με τις διαφορετικές γωνιακές τιμές που μπορούν να δοθούν, ώστε οι δείκτες να βρεθούν στην ίδια θέση, καθώς και για τη διαδικασία σχηματισμού γωνιών ως ισοϋπόλοιπο 360.

3.4.2.1.3 Δύο χρονόμετρα

Ο μικρόκοσμος: Στην ομάδα μικροκόσμων ‘Δύο χρονόμετρα’ ανήκουν πέντε μικρόκοσμοι. Σε κάθε έναν από αυτούς αναπαρίστανται στην οθόνη του υπολογιστή δύο καμβάδες, ο καθένας από τους οποίους έχει σχεδιασμένο ένα χρονόμετρο με διαφορετική ένδειξη δευτερολέπτων. Ειδικότερα:

- Μικρόκοσμος 1: στο πρώτο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 0 δευτερόλεπτα και στο δεύτερο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 15 δευτερόλεπτα.
- Μικρόκοσμος 2: στο πρώτο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 15 δευτερόλεπτα και στο δεύτερο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 30 δευτερόλεπτα.



Εικόνα 8: Ο μικρόκοσμος ‘Δύο Χρονόμετρα’ 2

- Μικρόκοσμος 3: στο πρώτο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 30 δευτερόλεπτα και στο δεύτερο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 45 δευτερόλεπτα.

- Μικρόκοσμος 4: στο πρώτο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 45. δευτερόλεπτα και στο δεύτερο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 0/60 δευτερόλεπτα
- Μικρόκοσμος 5: στο πρώτο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 0/60 δευτερόλεπτα και στο δεύτερο χρονόμετρο ο δείκτης είναι στο 45 δευτερόλεπτα.

Η ανάλυση που μπορεί να γίνει σχετικά με την αναπαράσταση του κάθε χρονόμετρου ξεχωριστά τόσο όσον αφορά στα φαινομενολογικά στοιχεία της όσο και σε σχέση με τις πτυχές της έννοιας που αναδεικνύονται συμπίπτει στο μεγαλύτερο μέρος της με αυτή που έγινε στην παράγραφο 3.4.2.1.1. Η διαφορά εδώ έγκειται στα εξής: Η αναπαράσταση του 2^{ου} χρονόμετρου δεν είναι διαχειρίσιμη, πρόκειται για τη στατική αναπαράσταση ενός χρονόμετρου. Οι μαθητές δηλαδή δεν μπορούν να τη χειριστούν ούτε προγραμματιστικά ούτε δυναμικά μέσω του μεταβολέα. Επιπλέον δεν έχουν καμιά αριθμητική ένδειξη όσον αφορά στο μέγεθος της γωνίας περιστροφής του δείκτη. Στην οθόνη είναι εμφανείς ο μεταβολέας και η ψηφίδα Logo. Στην ψηφίδα Logo είναι εμφανής ο κώδικας κατασκευής του πρώτου χρονόμετρου (ο οποίος και συμπίπτει με τον κώδικα κατασκευής του ενός χρονόμετρου στην πρώτη δραστηριότητα), ενώ με το μεταβολέα μπορεί να γίνει δυναμικός χειρισμός της αριθμητικής τιμής της μεταβλητής που αντιστοιχεί στο μέγεθος περιστροφής δεξιόστροφα του δείκτη του 1^{ου} χρονόμετρου.

Δυνατότητες αξιοποίησης- Μαθησιακή Διαδρομή:

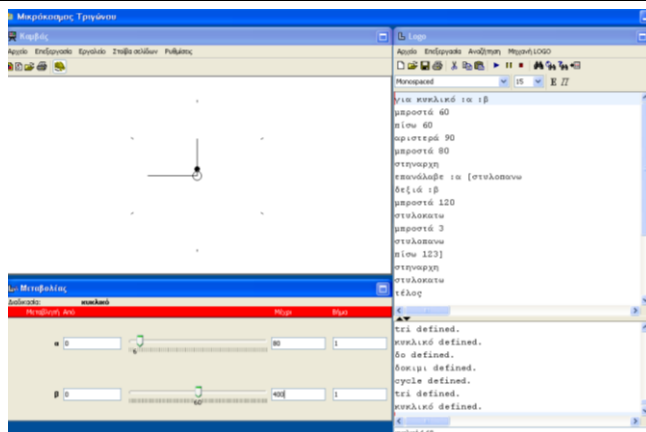
Ο πρακτικός στόχος ενασχόλησης με τους εν λόγω μικροκόσμους αφορά στην πρόβλεψη και κατόπιν στον έλεγχο του πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει η χελώνα για να ζωγραφίσει το δείκτη του πρώτου χρονόμετρου στην ίδια θέση με αυτή του δεύτερου. Στα πλαίσια αυτής της ομάδας μικροκόσμων και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων (δες και φύλλα εργασίας στο παράρτημα) οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τρεις διαφορετικές γωνίες: α) τη γωνία περιστροφής από τη θέση 0 έως την αρχική θέση του δείκτη του 1^{ου} χρονόμετρου β) τη γωνία περιστροφής από τη θέση 0 έως τη δεύτερη θέση του δείκτη του 1^{ου} χρονόμετρου, η οποία και θα πρέπει να ταυτίζεται με αυτή του δείκτη του 2^{ου} χρονόμετρου, γ) τη γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων του δείκτη. Αξίζει να σημειωθεί ότι η γωνία στην οποία εστιάζουμε δεν μετράται σε σχέση με ένα σταθερό σημείο αναφοράς, όπως συνέβαινε στις προηγούμενες δραστηριότητες, και το οποίο συνέπιπτε αφενός με την ένδειξη 0 στο χρονόμετρο, αφετέρου με γωνία 0 μοιρών σε σχέση με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη του υπολογιστή. Η γωνία στην οποία εδώ εστιάζουμε προκύπτει ως σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών κατευθύνσεων – ενδείξεων του δείκτη, καθεμιά από τις οποίες είναι αποτέλεσμα στροφής. Με άλλα λόγια η μέτρηση της στροφής σχετίζεται με το μετασχηματισμό που πραγματοποιήθηκε σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη θέση.

Εκκινώντας και πάλι από την προσπάθεια σχηματισμού συγκεκριμένων ενδείξεων στο 1^ο χρονόμετρο αναμένεται να προκύψουν μια σειρά ζητήματα σχετικά με το μέγεθος των γωνιών και τις γωνιακές σχέσεις που αναπαριστούν, όπως:

- Προβληματισμός σχετικά με τη γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων του δείκτη, καθεμιά από τις οποίες είναι αποτέλεσμα περιστροφής. Με την ερώτηση ‘πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει η χελώνα για να σχεδιάσει το δείκτη στη σωστή θέση’ οι μαθητές πρέπει να βρουν το συμπλήρωμα της περιστροφής που απαιτείται για να φτάσει ο δείκτης στη νέα θέση. Έτσι, θα πρέπει να εκτελέσουν και πράξεις μεταξύ δύο γωνιών.
- Και στους πέντε μικρόκοσμους η γωνία που πρέπει να σχηματιστεί μεταξύ των δύο θέσεων του δείκτη, της αρχικής και της επιθυμητής, είναι 90 μοιρών. Όμως προβληματισμός αναμένεται να προκύψει τόσο από τον προσανατολισμό των εν λόγω γωνιών στο επίπεδο – δεν πρόκειται για την κλασική δεξιόστροφη αναπαράσταση της ορθής, η οποία σχηματίζεται από οριζόντιες και κάθετες γραμμές ως προς το οριζόντιο επίπεδο της οθόνης του υπολογιστή– όσο και από το γεγονός ότι οι συγκεκριμένες γωνίες είναι αποτέλεσμα περιστροφών διαφορετικού μεγέθους.

3.4.2.1.4 Ζωγραφίζοντας το κυκλικό περίβλημα ενός ρολογιού

Ο μικρόκοσμος: Ανοίγοντας το μικρόκοσμο ‘Κυκλικό περίβλημα’ ο χρήστης βλέπει σχεδιασμένο στον καμβά του χελωνόκοσμου ένα ρολόι με ευδιάκριτους τον ωροδείκτη και τον λεπτοδείκτη. Στην περιφέρεια του νοητού κύκλου υπάρχουν ενδείξεις/ευθύγραμμα τμήματα, οι οποίες δεν αντιστοιχούν στις θέσεις που υπάρχουν συνήθως ενδείξεις σε ένα αναλογικό ρολόι (δες εικόνα 9). Στην ψηφίδα Logo φαίνεται η διαδικασία από την οποία προέκυψε το συγκεκριμένο σχέδιο. Η χελώνα ζωγράφησε τους δείκτες του ρολογιού σε συγκεκριμένες θέσεις, ενώ οι ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου σχεδιάζονται ανάλογα με τις τιμές που δίνονται στις μεταβλητές α και β (Δες κώδικα Logo εικόνα 9). Η μεταβλητή α ορίζει πόσα σημεία θα γράψει η χελώνα στην περιφέρεια ενός νοητού κύκλου γύρω από το σημείο εκκίνησης της (που ταυτίζεται με το κέντρο του ρολογιού) και η μεταβλητή β ορίζει το μέγεθος της γωνίας που θα διαγράψει η χελώνα, πριν γράψει ένα νέο σημείο στο νοητό κύκλο γύρω από το σημείο εκκίνησής της. Επίσης υπάρχει ενεργοποιημένος ο μεταβολέας, με τον οποίο μπορεί να γίνει δυναμικός χειρισμός των τιμών των μεταβλητών α και β .



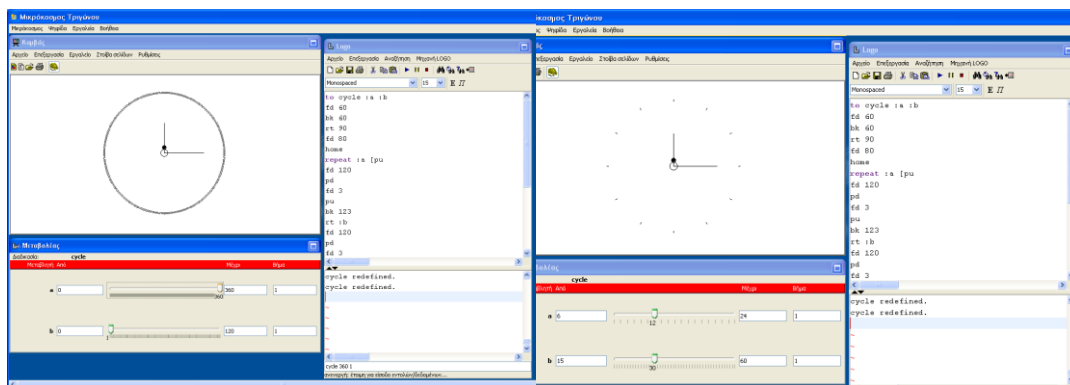
Εικόνα 9: Ο μικρόκοσμος ‘Κυκλικό περίβλημα’ και ο αντίστοιχος κώδικας σε Logo

για κυκλικό :α :β
 μπροστά 60
 πίσω 60
 αριστερά 90
 μπροστά 80
 στηναρχη
 επανάλαβε :α [στυλοπανω
 δεξιά :β
 μπροστά 120
 στυλοκατω
 μπροστά 3
 στυλοπανω
 πίσω 123]
 στηναρχη
 στυλοκατω
 τέλος

Η γωνία που σχηματίζεται ως αποτέλεσμα των τιμών που δίνονται στη μεταβλητή β διαφέρει από τις γωνίες που διαγράφονταν στις προηγούμενες δραστηριότητες ως προς τα εξής:

- ως προς τη διαδικασία σχηματισμού της: Προκύπτει ως αποτέλεσμα περιστροφής της χελώνας και δεν αισθητοποιείται και μέσω της περιστροφής του δείκτη, όπως συνέβαινε στις προηγούμενες δραστηριότητες. Παράλληλα, καθώς η γωνία επαναλαμβάνεται ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής α, μετά την 1^η επανάληψη το μέγεθος της γωνίας δεν ορίζεται σε σχέση με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη αλλά σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη θέση και τον προσανατολισμό της. Η εσωγενής γεωμετρία της χελώνας αρχίζει να έρχεται στο προσκήνιο.
- ως προς τη γεωμετρική της αναπαράσταση: Είναι ορατό μόνο το κέντρο της περιστροφής και όχι οι πλευρές της γωνίας που αντιστοιχούν στην περιστροφή της χελώνας κάθε φορά. Παράλληλα δεν υπάρχουν ενδείξεις που θα μπορούσαν να θεωρηθούν υποβοηθητικές στον υπολογισμό του μεγέθους περιστροφής, π.χ. δεν υπάρχουν δεδομένες ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου, όπως στις προηγούμενες δραστηριότητες, καθώς αυτές οι ενδείξεις είναι σε αυτή τη δραστηριότητα το αντικείμενο της διαπραγμάτευσης.
- ως προς τη σύνδεση της γεωμετρικής αναπαράστασης και του αριθμητικού μεγέθους της γωνίας. Στις προηγούμενες δραστηριότητες το αριθμητικό μέγεθος της συνολικής στροφής των δεικτών οριζόταν σε σχέση

με το σημείο 0 του ρολογιού ή αλλιώς σε σχέση με την αρχική θέση της χελώνας στην οθόνη. Παράλληλα, η τιμή αυτή ήταν εμφανής στο μεταβολέα. Εδώ η συνολική περιστροφή της χελώνας ή αλλιώς το τόξο το οποίο διαγράφει προκύπτει ως συναρτησιακή σχέση του μεγέθους της γωνίας και του αριθμού των επαναλήψεων της. Ο τρόπος που διαγράφεται το κυκλικό περίβλημα του ρολογιού θα μπορούσε να θεωρηθεί ως ένα ενδιάμεσο μοντέλο μεταξύ εσωγενούς και εξωγενούς γεωμετρίας: τα σημεία τοποθετούνται στην περιφέρεια του κύκλου σε σχέση με την προηγούμενη θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας (η εσωγενής γεωμετρία της χελώνας), η θέση όμως της χελώνας πριν εκτελέσει την επόμενη κίνηση είναι σταθερή και ταυτίζεται με ένα εξωτερικό της περιφέρειας του κύκλου σημείο αναφοράς, αυτό του κέντρου του κύκλου.



Εικόνα 10: Δύο διαφορετικά στιγμιότυπα του μικρόκοσμου ‘Κυκλικό περίβλημα’

Δυνατότητες αξιοποίησης- Μαθησιακή διαδρομή Από τους μαθητές θα ζητηθεί να ρυθμίσουν έτσι τις δυο μεταβλητές, ώστε τα σημεία που σχεδιάζονται στην κυκλική περιφέρεια να αντιστοιχούν πρώτα στο ακριβώς το και τέταρτο το και μισή και το παρά τέταρτο, κατόπιν στις ώρες και τέλος στα λεπτά .

Προβληματισμός αναμένεται να προκύψει:

1. αναφορικά με το τι ορίζει καθεμιά μεταβλητή,
2. αναφορικά με τη συγκεκριμένη γωνία που πρέπει να στρίψει κάθε φορά η χελώνα για να ζωγραφίσει τα τέταρτα, τα λεπτά και στη συνέχεια της ώρες,
3. αναφορικά με το πόσες φορές πρέπει να επαναληφθεί μια συγκεκριμένη στροφή για να διαγράψει η χελώνα ένα πλήρη κύκλο,
4. αναφορικά με τη σχέση που συνδέει τις μεταβλητές α και β .

3.4.2.2 Διαγράφοντας γωνίες ως αποτέλεσμα πλοήγησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο

Η προσέγγιση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2 έχει ερευνητικό και παιδαγωγικό ενδιαφέρον καθώς είναι εφικτή:

- η λειτουργική σύνδεση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας με την κίνηση στον προσομοιούμενο χώρο,
- η ρεαλιστικότερη αναπαράσταση και η πιο άμεση σύνδεση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας με καθημερινές εμπειρίες από τον πραγματικό τρισδιάστατο χώρο,
- η λειτουργική σύνδεση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας με την οπτικοποίηση και τη νοερή σύλληψη του χώρου.

Η γωνία ως αποτέλεσμα πλοήγησης μιας κινούμενης οντότητας στον τρισδιάστατο χώρο είναι μια σύνθετη έννοια, καθώς περιλαμβάνει τόσο τη γωνία ως στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος όσο και τη μετατόπιση - άρα και τη στροφή σε διαφορετικά σημεία ή άξονες. Η πλοήγηση της χελώνας στον προσομοιούμενο τρισδιάστατο γεωμετρικό χώρο φέρνει έντονα στο προσκήνιο την εσωγενή γεωμετρία των μονοπατιών, η οποία συνδέεται στενά με πραγματικές εμπειρίες, π.χ. το βάδισμα στον πραγματικό χώρο. Μέσα από το συντονισμό του σώματος του χρήστη με την κινούμενη οντότητα, τη χελώνα, η έννοια της γωνίας ως στροφής μπορεί να συνδεθεί εν πολλοίς και να αντλήσει από τις ανθρώπινες ενσώματες κινητικές εμπειρίες και να γίνει αντιληπτή με ένα διαισθητικό και βιωματικό τρόπο.

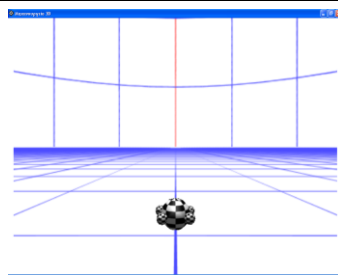
Στη βάση των διαθέσιμων αναπαραστάσεων και λειτουργικοτήτων του MaLT2, οι δραστηριότητες έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε να συνδέουν καθημερινές εμπειρίες των παιδιών με τη γεωμετρική τους αναπαράσταση. Στόχος δεν είναι η πιστή αναπαράσταση αντικειμένων του περιβάλλοντος χώρου αλλά η ανάδειξη της γεωμετρικής έννοιας της γωνίας, η οποία λανθάνει στις άμεσες επαφές μας με τα αντικείμενα. Η σχεδίαση στο MaLT2 αντικειμένων που συναντούμε καθημερινά, όπως για παράδειγμα μια περιστρεφόμενη πόρτα, προϋποθέτει την αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων και χαρακτηριστικών της δομής των αντικειμένων σε συνδυασμό με την αναγνώριση χωρικών σχέσεων, μέσω μιας διαδικασίας που είναι αναπόφευκτα επιλεκτικής φύσης, έχοντας ως στόχο την απόδοση συγκεκριμένων σημάνσεων κυρίως παρά την πιστή οπτική αναπαράσταση. Η μετάβαση βέβαια από την αναπαράσταση πραγματικών αντικειμένων του περιβάλλοντος χώρου σε μια γεωμετρική αναπαράσταση περιλαμβάνει την ανάπτυξη κατάλληλων τεχνικών και μεθόδων για τη δημιουργία συμβατικών τρόπων αναπαράστασης, η οποία εδώ

διαμεσολαβείται από τη μεταφορά μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας, της χελώνας.

Σύμφωνα με τους Mitchelmore & White (2000) η έννοια της γωνίας στην αφαιρετική της μορφή μπορεί να προκύψει μόνο ως αποτέλεσμα μιας συστηματικής προσπάθειας μαθηματικής διερεύνησης του περιβάλλοντος χώρου. Θεωρώντας ότι η έννοια της γωνίας είναι αναπόσπαστα συνδεδεμένη με την αντίληψη του χώρου και τον προσανατολισμό σε αυτόν (Clements & Burns, 2000) και ότι πολλές από τις λανθασμένες αντιλήψεις των μαθητών οφείλονται ακριβώς στο γεγονός ότι η έννοια δε προσεγγίζεται σε αυτό το πλαίσιο, οι μικρόκοσμοι και οι δραστηριότητες που παρουσιάζονται στη συνέχεια έχουν σχεδιαστεί έτσι, ώστε να μελετήσουν την έννοια της γωνίας ως άμεση συνάρτηση της οπτικοποίησης και νοερής σύλληψης του τρισδιάστατου γεωμετρικού χώρου στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων. Η 'τοποθέτηση' γεωμετρικών σχημάτων στον τρισδιάστατο χώρο μέσω προσδιορισμού γωνιακών σχέσεων, η εντύπωση της αίσθησης της κίνησης των τρισδιάστατων μοντέλων μέσα από το δυναμικό χειρισμό των τιμών των μεταβλητών των γωνιακών σχέσεων που όριζαν τη θέση της χελώνας και των σχημάτων στο χώρο, καθώς και η δυνατότητα αλλαγής γωνίας θέασης έδωσαν τη δυνατότητα στην ερευνητήρια να διασυνδέσει λειτουργικά την έννοια της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους όχι μόνο με την κατασκευή συγκεκριμένων στατικών γωνιών, αλλά με την αντίληψη του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου συνολικότερα.

3.4.2.2.1 Η ιπτάμενη χελώνα

Ο μικρόκοσμος: Στην δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν το MaLT2 ως αυτόνομο μικρόκοσμο. Όταν ανοίγει η αρχική οθόνη του MaLT2, ο χρήστης έχει την εντύπωση ότι κοιτάζει κατευθείαν εμπρός τον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Η αίσθηση του χώρου δημιουργείται μέσω της προοπτικής προβολής. Αυτό σημαίνει ότι το μέγεθος των αντικειμένων μειώνεται όσο προχωράμε προς το εσωτερικό του χώρου, στο βάθος του οποίου φαίνεται η γραμμή του ορίζοντα. Σε ένα σημείο της γραμμής του ορίζοντα, το λεγόμενο «σημείο φυγής», συγκλίνουν οι παράλληλες μεταξύ τους ευθείες οι οποίες είναι κάθετες στη γραμμή του ορίζοντα. Έτσι δημιουργείται και η πλακόστρωση του δαπέδου (δες εικόνα 11). Η θέαση του χώρου από διαφορετικές γωνίες μπορεί να καθοριστεί μέσα από τη ρύθμιση της θέσης της κάμερας θέασης μέσω πλήκτρων του πληκτρολογίου και του ποντικιού. Έτσι, η κάμερα θέασης μπορεί να στραφεί πάνω/κάτω και δεξιά/αριστερά ή να μετακινηθεί υπό σταθερή γωνία κατά μήκος των τριών αξόνων που ορίζουν τον εικονικό τρισδιάστατο χώρο (δες και ενότητα 3.4.1.).



Εικόνα 11: Η αρχική οθόνη του MaLT2

Ταυτόχρονα, είναι ενεργοποιημένη η καρτέλα Logo όπου γράφονται εντολές και διαδικασίες που ορίζουν την κίνηση της χελώνας, ενώ ο μεταβολέας μπορεί να ενεργοποιηθεί μόνο, εφόσον εκτελεστεί κάποια παραμετρική διαδικασία.

Δυνατότητες αξιοποίησης – Μαθησιακή διαδρομή Σε αυτήν την πρώτη εισαγωγικού χαρακτήρα και εξοικείωσης με το περιβάλλον δραστηριότητα οι μαθητές προσπαθούν να κινήσουν την χελώνα στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2.

Προσπαθούν να κινήσουν τη χελώνα με τέτοιο τρόπο, ώστε να προσομοιώσουν την απογείωση, το ταξίδι και την προσγείωση ενός αεροπλάνου (δες φύλλο εργασίας). Αυτή η μεταφορά της ιπτάμενης χελώνας επιλέχτηκε καθώς, όπως αναφέρεται στη βιβλιογραφία (Morgan & Alshwaik, 2009) υπάρχει αναντιστοιχία μεταξύ της κίνησης στο φυσικό χώρο και της κίνησης της χελώνας στον προσομοιούμενο τρισδιάστατο χώρο. Η μεταφορά της ιπτάμενης χελώνας δεν περιορίζει την κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο-δάπεδο της σκηνής του MaLT2, αλλά επιτρέπει την κίνηση σε διαφορετικά επίπεδα του χώρου, χωρίς τους περιορισμούς που θέτει η βαρύτητα στο φυσικό κόσμο.

Σε αυτή τη δραστηριότητα η πτυχή της έννοιας της γωνίας που έρχεται στο προσκήνιο συνάδει με την ‘αναλυτική’ γωνία, σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση του Freudenthal (1973), η οποία και παρουσιάζεται στην ενότητα 2.5.1. Η γωνία στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της χελώνας αντιστοιχεί στη στροφή που χρειάζεται για την αλλαγή κατεύθυνσης μιας ευθείας πορείας, είναι προσανατολισμένη - καθώς έχει σημασία το αν πρόκειται για δεξιά ή αριστερή στροφή - και παίρνει τιμές από $+\infty$ $-\infty$. Ενώ η κάθε στροφή μπορεί να πάρει άπειρες τιμές, ο προσανατολισμός της χελώνας προκύπτει ως ισούπόλοιπο των 360° . Η γωνία που διαγράφει η χελώνα, καθώς περιστρέφεται, δεν έχει ορατές πλευρές, ενώ ορατή είναι μόνο η κορυφή της γωνίας ως το κέντρο της περιστροφής. Ταυτόχρονα η γωνία περιστροφής της χελώνας μπορεί να διαφέρει από τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων που έχουν σχεδιαστεί ως αποτέλεσμα της πλοήγησης της χελώνας.¹² Στην παρούσα δραστηριότητα, αναμένεται να προκύψει προβληματισμός σχετικά με την έννοια της γωνίας:

¹² Οι ιδιαιτερότητες της γωνίας ως στροφής στα πλαίσια της Γεωμετρίας της Χελώνας από παιδαγωγική σκοπιά έχουν παρουσιαστεί εκτενώς στην ενότητα 2.5.3..

1. ως στροφή γύρω από τους τρεις άξονες που ορίζουν την κίνηση στον τρισδιάστατο χώρο,
2. ως αλλαγή κατεύθυνσης και ως σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών κατευθύνσεων,
3. ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης της χελώνας στο χώρο.

3.4.2.2.2 Το εικονικό δωμάτιο

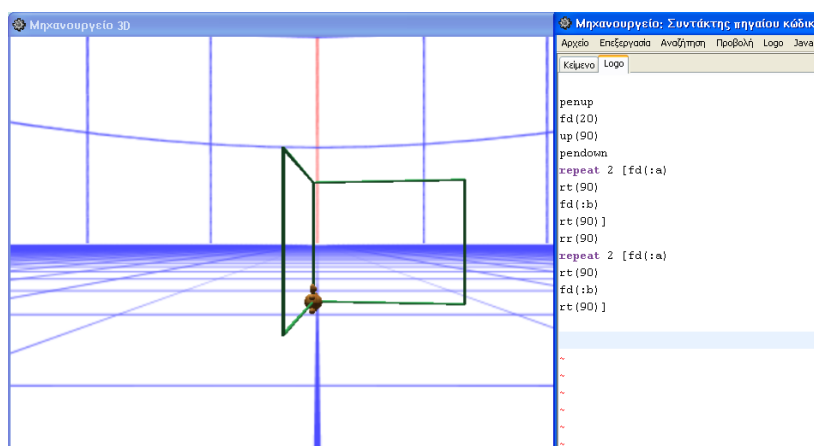
Ο μικρόκοσμος. Σε αυτή τη δραστηριότητα το MaLT2 χρησιμοποιείται ως αυτόνομος μικρόκοσμος. Στην οθόνη ο χρήστης βλέπει την προσομοίωση του τρισδιάστατου χώρου, ενώ παράλληλα είναι ενεργοποιημένη η καρτέλα Logo, όπου γράφονται οι εντολές και οι διαδικασίες που ορίζουν την κίνηση της χελώνας. Όταν ανοίγει η αρχική οθόνη του MaLT22, ο χρήστης έχει την αίσθηση ότι κοιτάζει κατευθείαν εμπρός. Η αίσθηση του χώρου δημιουργείται μέσω της προοπτικής προβολής. Αυτό σημαίνει ότι το μέγεθος των αντικειμένων μειώνεται όσο προχωράμε προς το εσωτερικό του χώρου, στο βάθος του οποίου φαίνεται η γραμμή του ορίζοντα. Σε ένα σημείο της γραμμής του ορίζοντα, το λεγόμενο «σημείο φυγής», συγκλίνουν οι παράλληλες μεταξύ τους ευθείες οι οποίες είναι κάθετες στη γραμμή του ορίζοντα. Έτσι δημιουργείται και η πλακόστρωση του δαπέδου (δες εικόνα παραπάνω). Η θέαση του χώρου από διαφορετικές οπτικές μπορεί να καθοριστεί μέσα από τη ρύθμιση της θέσης και του προσανατολισμού της κάμερας θέασης μέσω πλήκτρων του πληκτρολογίου και του ποντικιού. Έτσι η κάμερα θέασης μπορεί να στραφεί πάνω/κάτω και δεξιά/αριστερά ή να μετακινηθεί υπό σταθερή γωνία κατά μήκος των τριών αξόνων που ορίζουν τον εικονικό τριδιάστατο χώρο (δες και ενότητα 3.4.1.). Επιπλέον, ο μεταβολέας μπορεί να ενεργοποιηθεί, μόνο εφόσον εκτελεστεί κάποια παραμετρική διαδικασία.

Δυνατότητες αξιοποίησης- Μαθησιακή Διαδικασία: Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές προσπαθούν να κατασκευάσουν δύο διαδοχικούς τοίχους ενός εικονικού δωματίου. Σε αυτή τη δραστηριότητα η πτυχή της έννοιας της γωνίας που έρχεται στο προσκήνιο συνάδει με την ‘αναλυτική’ γωνία, σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση του Freudenthal (1973), η οποία και παρουσιάζεται στην ενότητα 2.5.1. Η γωνία στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της χελώνας αντιστοιχεί στη στροφή που χρειάζεται για την αλλαγή κατεύθυνσης μιας ευθείας πορείας, είναι προσανατολισμένη - καθώς έχει σημασία το αν πρόκειται για δεξιά ή αριστερή στροφή - και παίρνει τιμές από $+\infty$ $-\infty$. Ενώ η κάθε στροφή μπορεί να πάρει άπειρες τιμές, ο προσανατολισμός της χελώνας προκύπτει ως ισοϋπόλοιπο των 360° . Η γωνία που διαγράφει η χελώνα, καθώς περιστρέφεται, δεν έχει ορατές πλευρές, ενώ ορατή είναι μόνο η κορυφή της γωνίας ως το κέντρο της περιστροφής. Ταυτόχρονα, η γωνία περιστροφής της χελώνας

μπορεί να διαφέρει από τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ δύο ευθύγραμμων τμημάτων που έχουν σχεδιαστεί ως αποτέλεσμα της πλοήγησης της χελώνας.¹³

Η διαφορά σε σχέση με την προηγούμενη δραστηριότητα έγκειται στο ότι εδώ το σημείο εστίασης μεταφέρεται από την πλοήγηση της χελώνας στη σχεδίαση μέσω της πλοήγησης. Έτσι έμφαση πρέπει να δοθεί και στη γωνιακή σχέση μεταξύ των ευθυγράμμων τμημάτων του ίχνους της χελώνας, κάτι που αναμένεται να προξενήσει πρόσθετες δυσκολίες στους μαθητές. Ειδικότερα, αναμένεται να προκύψει προβληματισμός σχετικά με την έννοια της γωνίας:

1. ως στροφή γύρω από τους τρεις άξονες που ορίζουν την κίνηση στον τρισδιάστατο χώρο,
2. ως αλλαγή κατεύθυνσης και ως σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών κατευθύνσεων,
3. ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης της χελώνας στο χώρο.
4. ως συστατικό στοιχείο δισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων. Θέλοντας να δοθεί περισσότερη έμφαση στη διασύνδεση της έννοια της γωνίας με την οπτικοποίηση του χώρου και όχι στην εσωτερική γωνία επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων που σχεδιάζονται από τη χελώνα (κάτι που έχει γίνει πολλάκις αντικείμενο ερευνών, π.χ. δεξ Cope et al, 1992), κατά την ανάπτυξη της δραστηριότητας επιλέχθηκε η εστίαση σε ένα πολύ απλό γεωμετρικό σχήμα, αυτό του ορθογωνίου παραλληλογράμου.
5. ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο,
6. ως σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών επιπέδων που ορίζονται από δύο διαδοχικά γεωμετρικά σχήματα.

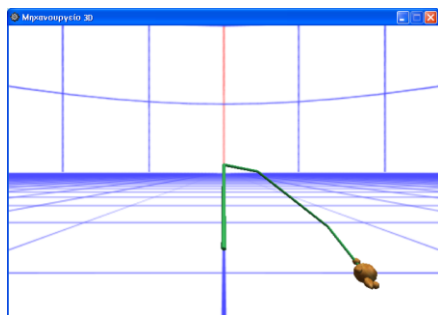


Εικόνα 12: Δύο διαδοχικοί τοίχοι στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2

¹³ Οι ιδιαιτερότητες της γωνίας ως στροφής στα πλαίσια της Γεωμετρίας της Χελώνας από

3.4.2.2.3 Κατασκευάζοντας το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει

Ο μισοψημένος μικρόκοσμος: Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2 οι μαθητές βλέπουν μια τεθλασμένη γραμμή (δες εικόνα 13), η οποία έχει προκύψει από την εκτέλεση της παραμετρικής διαδικασίας του ‘μισοψημένου’ μικρόκοσμου movedoor με τυχαίες τιμές. Στη διαδικασία movedoor μεταβλητά είναι όλα τα μεγεθθ που αφορούν στον καθορισμό γωνιακών σχέσεων (δες κώδικα εικόνα 14). Παράλληλα είναι ενεργοποιημένος ο μεταβολέας.



Εικόνα 13: Η τεθλασμένη γραμμή που δημιουργείται από τη διαδικασία Movedoor με τιμές μεταβλητών $a=30$, $b=40$ και $c=50$ στο MaLT2 2.

Δυνατότητες αξιοποίησης – Μαθησιακή Διαδικασία: Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές προσπαθούν να κατασκευάσουν το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει. Αρχικά οι μαθητές χειρίζονται δυναμικά τις τιμές των μεταβλητών της παραμετρικής διαδικασίας του μισοψημένου μικρόκοσμου ‘Movedoor’, η οποία έχει εκ προθέσεως περισσότερες μεταβλητές από αυτές που χρειάζονται για να δημιουργηθεί το μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας. Οι μαθητές πειραματίζονται και καταλήγουν σε συγκεκριμένα συμπεράσματα αναφορικά με το ρόλο και τις τιμές που πρέπει να πάρει κάθε μεταβλητή, για να δημιουργηθεί το μοντέλο (δες φύλλο εργασίας).

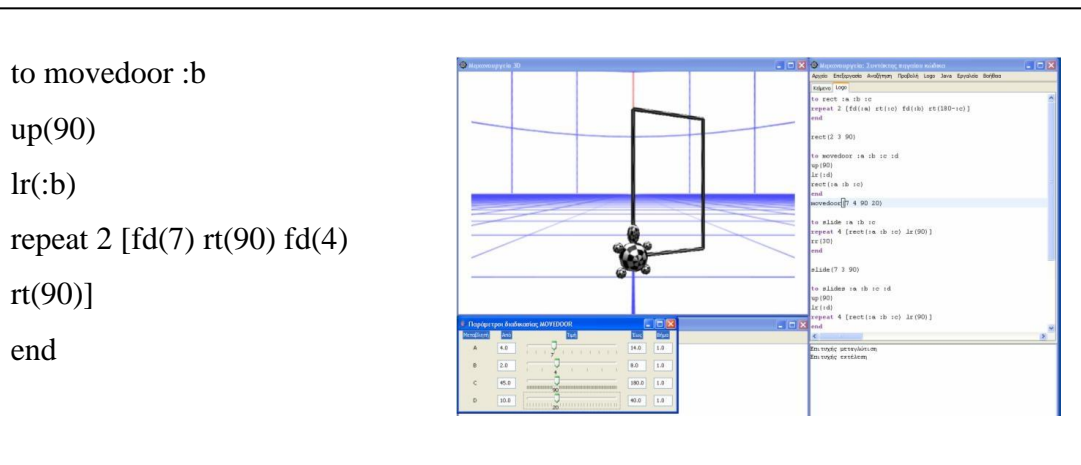
```

to movedoor :a :b :c
  up(:a)
  lr(:b)
  repeat 2 [fd(7) rt(:c) fd(4) rt(:c)]
end

```

Εικόνα 14: Η παραμετρική διαδικασία για την κατασκευή του μοντέλου μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει

Κατόπιν, οι μαθητές διορθώνουν την παραμετρική διαδικασία, έτσι ώστε να μείνει μόνο η μεταβλητή που χρειάζεται, για να δίνεται η εντύπωση της κίνησης στο μοντέλο της πόρτας.



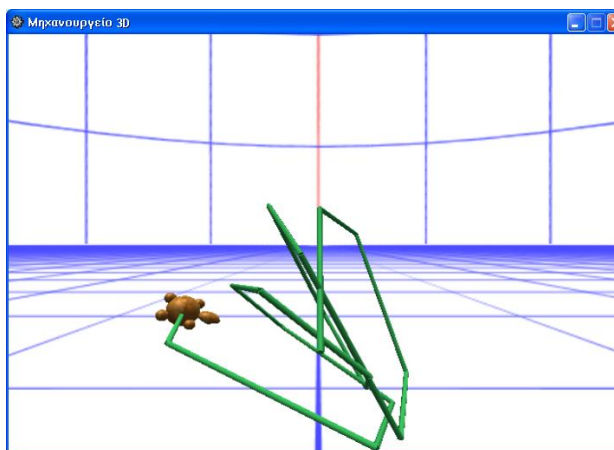
Εικόνα 15 : Η παραμετρική διαδικασία για την κατασκευή του μοντέλου μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει με τις λιγότερες δυνατές μεταβλητές

Προβληματισμός αναμένεται να προκύψει σχετικά με την έννοια της γωνίας στον τρισδιάστατο γεωμετρικό χώρο:

- ως αλλαγή κατεύθυνσης και ως σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών κατευθύνσεων,
- ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης της χελώνας στο χώρο,
- ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο,
- ως μεταβλητό στοιχείο κατά την μετατόπιση γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο,
- ως σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών επιπέδων που ορίζονται από δύο διαδοχικές θέσεις ενός γεωμετρικού σχήματος,
- ως συστατικό στοιχείο επιπέδων γεωμετρικών σχημάτων. Θέλοντας να δοθεί περισσότερη έμφαση στη διασύνδεση της έννοια της γωνίας με την οπτικοποίηση του χώρου και όχι στην εσωτερική γωνία επιπέδων γεωμετρικών σχημάτων που σχεδιάζονται από τη χελώνα (κάτι που έχει γίνει πολλάκις αντικείμενο ερευνών, π.χ. δεξ Core et al, 1992), κατά την ανάπτυξη του μισοψημένου μικρόκοσμου χρησιμοποιήθηκε ένα πολύ απλό γεωμετρικό σχήμα, αυτό του ορθογωνίου παραλληλογράμου.

3.4.2.2.4 Κατασκευάζοντας το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας

Ο μισοψημένος μικρόκοσμος: Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2 οι μαθητές βλέπουν μια τεθλασμένη γραμμή (δες εικόνα 16), η οποία έχει προκύψει από την εκτέλεση της παραμετρικής διαδικασίας revolving με τυχαίες τιμές. Στη διαδικασία revolving μεταβλητά είναι όλα τα μεγέθη που αφορούν στον καθορισμό των γωνιακών σχέσεων (δες εικόνα 17). Παράλληλα, είναι ενεργοποιημένος ο μεταβολέας.



Εικόνα 16: Η τεθλασμένη γραμμή που δημιουργείται από τη διαδικασία revolving με τιμές μεταβλητών $a=40$, $b=60$, $c=60$ και $d=20$ στο MaLT2 2.

Δυνατότητες αξιοποίησης – Μαθησιακή Διαδρομή:

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές προσπαθούν να κατασκευάσουν το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας. Αντλώντας και από την εμπειρία που απέκτησαν στην αμέσως προηγούμενη δραστηριότητα, οι μαθητές πρέπει να χειριστούν τις τέσσερις μεταβλητές της διαδικασίας revolving με στόχο να τοποθετήσουν τέσσερα ορθογώνια παραλληλόγραμμα σε διαδοχικά ίσα διαστήματα γύρω από τον νοητό άξονα των X και να δημιουργήσουν το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας. Αφού πειραματιστούν με το μεταβολέα, οι μαθητές καταλήγουν σε συγκεκριμένα συμπεράσματα αναφορικά με το ρόλο και τις τιμές που πρέπει να δοθούν σε κάθε μεταβλητή, για να δημιουργηθεί το μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας (δες φύλλα εργασίας).

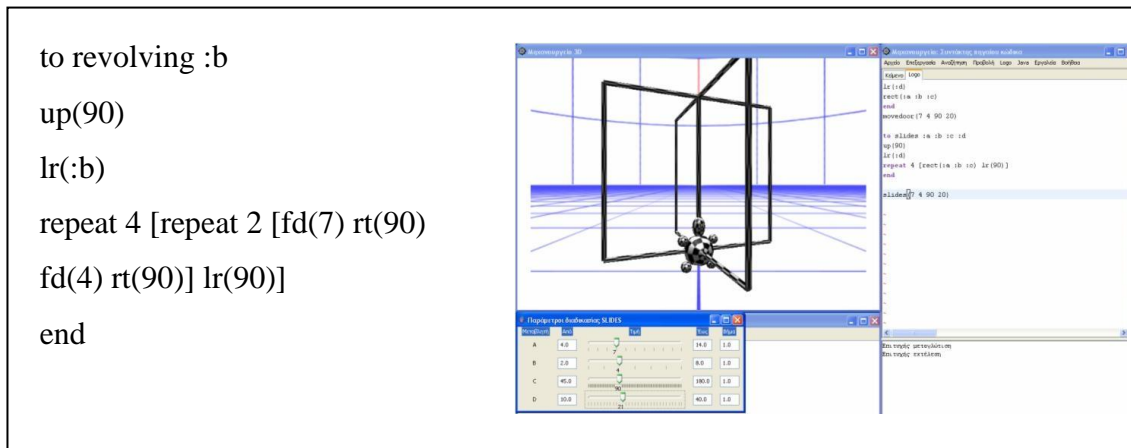
```

to revolving :a :b :c :d
up(:a)
lr(:b)
repeat 4 [repeat 2 [fd(7) rt(:c) fd(4)
rt(:c)] lr(:d)]
end

```

Εικόνα 17: Η παραμετρική διαδικασία για την κατασκευή της κυλιόμενης πόρτας

Κατόπιν οι μαθητές καλούνται να διορθώσουν την παραμετρική διαδικασία, ώστε να μείνει μόνο η μεταβλητή που χρειάζεται για να δημιουργείται η εντύπωση της κίνησης στο μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας (δες εικόνα 18).



Εικόνα 18: Η παραμετρική διαδικασία για την κατασκευή του μοντέλου της κυλιόμενης πόρτας με τις λιγότερες δυνατές μεταβλητές

Προβληματισμός αναμένεται να προκύψει σχετικά με την έννοια της γωνίας στον τρισδιάστατο γεωμετρικό χώρο:

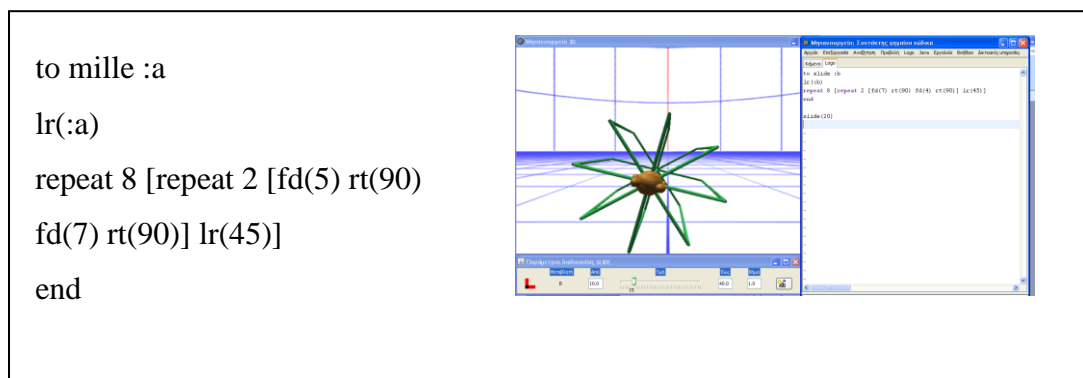
- ως αλλαγή κατεύθυνσης και ως σχέση μεταξύ δύο διαφορετικών κατευθύνσεων,
- ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης της χελώνας στο χώρο,
- ως σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων της χελώνας στο χώρο,
- ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο, για παράδειγμα μέσα από την τοποθέτηση των παραλληλογράμμων σε διαδοχικές θέσεις γύρω από τον άξονα των x ,
- ως μεταβλητό στοιχείο κατά την μετατόπιση γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο,
- ως σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών επιπέδων που ορίζονται από δύο διαδοχικές θέσεις ενός γεωμετρικού σχήματος,
- ως σχέση μεταξύ δυο διαφορετικών γεωμετρικών σχημάτων που ορίζουν δύο διαφορετικά επίπεδα,
- ως συστατικό στοιχείο επιπέδων γεωμετρικών σχημάτων. Θέλοντας να δοθεί περισσότερη έμφαση στη διασύνδεση της έννοια της γωνίας με την

οπτικοποίηση του χώρου και όχι στην εσωτερική γωνία επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων που σχεδιάζονται από τη χελώνα (κάτι που έχει γίνει πολλάκις αντικείμενο ερευνών, π.χ. δες Core et al, 1992), κατά την ανάπτυξη του μισοψημένου μικρόκοσμου χρησιμοποιήθηκε ένα πολύ απλό γεωμετρικό σχήμα, αυτό του ορθογωνίου παραλληλογράμου.

3.4.2.2.5 Κατασκευάζοντας το μοντέλο της φτερωτής ενός ανεμόμυλου

Ο μισοψημένος μικρόκοσμος: Στη σκηνή του MaLT2 φαίνεται το μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας, το οποίο έχει προκύψει από τις αλλαγές στον κώδικα *revolving* που έκαναν οι μαθητές στην προηγούμενη δραστηριότητα. Αναμένεται να έχει προκύψει μια νέα διαδικασία με μια μόνο μεταβλητή, αντί για τρεις, και να είναι παράλληλα ενεργοποιημένος και ο μεταβολέας (δες εικόνα 18).

Δυνατότητες αξιοποίησης – Μαθησιακή διαδικασία: Οι μαθητές προσπαθούν να κατασκευάσουν το μοντέλο της φτερωτής ενός ανεμόμυλου. Στη δραστηριότητα αυτή θα ζητηθεί αρχικά από τους μαθητές να κάνουν εκείνες τις αλλαγές στη διαδικασία ‘*revolving*’ ώστε το μοντέλο που κατασκευάζεται να μοιάζει όχι με μια περιστρεφόμενη πόρτα, αλλά με τη φτερωτή ενός ανεμόμυλου. Αυτό δηλαδή που θα ζητηθεί είναι να αλλάξουν τον προσανατολισμό του μοντέλου στο χώρο και αντί να κατασκευαστούν τα παραλληλόγραμμα γύρω από τον νοητό άξονα των *X* να κατασκευαστούν γύρω από τον άξονα των *Z*. Στη συνέχεια θα ζητηθεί από τους μαθητές να προσπαθήσουν να κάνουν εκείνες τις αλλαγές στον κώδικα, ώστε να προστεθούν περισσότερα παραλληλόγραμμα – πτερύγια στον ανεμόμυλό τους (δες φύλλα εργασίας) και παράλληλα να δοθεί στο μοντέλο η αίσθηση της κίνησης (δες εικόνα 19).



Εικόνα 19: Η έλικα του νερόμυλου με οκτώ παραλληλόγραμμα γύρω από τον άξονα των *Z*.

Η διαφορά της συγκεκριμένης δραστηριότητας σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη έγκειται στην εστίαση γύρω από τον άξονα των *Z* ή *Y*. Αυτό απαιτεί διαφορετικών ειδών στροφές, ενώ έχει επιπτώσεις και στον τρόπο θέασης των αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2, γεγονός που είναι πιθανόν να έχει επιδράσεις στις

αποφάσεις των μαθητών σχετικά με τον τρόπο που θα κινήσουν την χελώνα.

Επιπλέον, ο αριθμός των παραλληλογράμμων που πρέπει να τοποθετηθούν γύρω από αυτούς τους άξονες είναι μεγαλύτερος του τέσσερα με αποτέλεσμα να διαφέρουν οι γωνιακές σχέσεις μεταξύ των παραλληλογράμμων.

Όσον αφορά στην έννοια της γωνίας αναμένεται να επεκταθεί ο προβληματισμός που θα έχει ήδη αναπτυχθεί στην προηγούμενη δραστηριότητα. Ειδικότερα, αναμένεται να προκύψει προβληματισμός σχετικά με την έννοια της γωνίας στον τρισδιάστατο γεωμετρικό χώρο:

- ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης της χελώνας στο χώρο,
- ως σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών θέσεων της χελώνας στο χώρο,
- ως στοιχείο προσδιορισμού της θέσης γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο, για παράδειγμα μέσα από την τοποθέτηση των παραλληλογράμμων σε διαδοχικές θέσεις γύρω από τον άξονα των Y ή Z ,
- ως μεταβλητό στοιχείο κατά την μετατόπιση γεωμετρικών σχημάτων στο χώρο,
- ως σχέση μεταξύ δύο διαδοχικών επιπέδων που ορίζονται από δύο διαδοχικές θέσεις ενός γεωμετρικού σχήματος. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να διατηρηθεί στην μνήμη η αρχική θέση του γεωμετρικού σχήματος.
- ως σχέση μεταξύ δυο διαφορετικών γεωμετρικών σχημάτων που ορίζουν δύο διαφορετικά επίπεδα.

3.5 Η κυρίως έρευνα

3.5.1 Το περιεχόμενο της έρευνας

3.5.1.1 Το σχολείο

Η παρούσα έρευνα έλαβε χώρα στο 2^ο Δημοτικό Σχολείο Αγίας Παρασκευής Αττικής κατά το σχολικό έτος 2008-2009. Η ερευνήτρια επέλεξε να πραγματοποιηθεί η έρευνα σε ένα δημόσιο σχολείο, ώστε το περιεχόμενο της έρευνας να είναι όσο το δυνατόν εγγύτερα στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα (Kontogiannopoulou-Polydorides, 1996) τη δεδομένη στιγμή που πραγματοποιήθηκε η έρευνα. Αν και η ερευνήτρια δεν μπορεί να ισχυριστεί ότι το συγκεκριμένο σχολείο, στο οποίο έλαβε χώρα η έρευνα, είναι αντιπροσωπευτικό των ελληνικών δημόσιων δημοτικών σχολείων, δεν υπάρχει αμφιβολία ότι έχει πολλά κοινά με τα λοιπά δημόσια δημοτικά σχολεία της χώρας, π.χ. ως προς τα αναλυτικά και ωρολόγια προγράμματα που εφαρμόζονται, ως προς το ρόλο της διεύθυνσης και τον τρόπο επιλογής του προσωπικού, ως προς τις διδακτικές μεθόδους που εφαρμόζονται κλπ., που θα επέτρεπαν στην παρούσα έρευνα να λειτουργήσει ως πλαίσιο αναφοράς για παρόμοιες εφαρμογές του σχεδιασμού και σε άλλα δημόσια σχολεία.

Το συγκεκριμένο σχολείο επιλέχτηκε, καθώς ήταν το μοναδικό δημόσιο σχολείο, απ' όσα γνώριζε η ερευνήτρια¹⁴, που είχε εργαστήριο εξοπλισμένο με υπολογιστές οι οποίοι διέθεταν τουλάχιστον 1MB μνήμη RAM, η οποία ήταν απαραίτητη για να τρέξουν οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι σε συνδυασμό με το πρόγραμμα καταγραφής οθόνης, που χρησιμοποιήθηκε, χωρίς ιδιαίτερα προβλήματα. Όπως σε όλα τα δημόσια σχολεία τη συγκεκριμένη σχολική χρονιά οι υπολογιστές δε διδάσκονταν ούτε ως ξεχωριστό γνωστικό αντικείμενο ούτε είχαν εισαχθεί στα πλαίσια της διδασκαλίας των διαφόρων γνωστικών θεμάτων με συστηματικό τρόπο, καθώς κάτι τέτοιο δεν προβλεπόταν στο επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα. Μολαταύτα οι εκπαιδευτικοί του σχολείου ήταν ελεύθεροι να χρησιμοποιήσουν το εργαστήριο του σχολείου, όποτε και με όποιο τρόπο επιθυμούσαν. Το εργαστήριο επίσης χρησιμοποιούνταν στα πλαίσια του ολοήμερου σχολείου από όσους μαθητές παρέμεναν μετά το πέρας των υποχρεωτικών μαθημάτων. Στα πλαίσια του ολοήμερου οι υπολογιστές προσεγγίζονταν ως διακριτό γνωστικό αντικείμενο με ευθύνη του καθηγητή Πληροφορικής.

¹⁴ Αξίζει να σημειωθεί ότι η ερευνήτρια είχε ζητήσει στοιχεία από την υπηρεσία ΠΛΗΝΕΤ για όλα τα σχολεία της Δυτ. Αττικής. Από τα στοιχεία αυτά αλλά και μετά από προσωπικές επαφές της ερευνήτριας πρόκυψε ότι τη χρονιά που πραγματοποιήθηκε η έρευνα κανένα Δημοτικό σχολείο της Δυτικής Αττικής δεν πληρούσε τις παραπάνω προϋποθέσεις.

3.5.1.2 Η τάξη

Η τάξη ως μια οριοθετημένη περίπτωση αποτελεί το εμπειρικό περιβάλλον (empirical setting) της παρούσας έρευνας με στόχο τη λεπτομερή και σε βάθος συλλογή δεδομένων για να μπορέσουν να απαντηθούν τα ερευνητικά ερωτήματα. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε και στα δύο τμήματα της ΣΤ' Δημοτικού του δημόσιου δημοτικού σχολείου, που αναφέρθηκε παραπάνω. Η ΣΤ' Δημοτικού επιλέχθηκε για τρεις λόγους: α) οι μαθητές σε αυτή την τάξη έχουν κάποια πρότερη σχολική γνώση όσον αφορά στην έννοια της γωνίας¹⁵, γεγονός που δίνει τη δυνατότητα στην ερευνήτρια να εφαρμόσει δραστηριότητες που δε θα είναι εισαγωγικού χαρακτήρα, αλλά θα εμβαθύνουν στην έννοια της γωνίας, β) οι μαθητές της ΣΤ' δημοτικού, που έχουν διδαχτεί τη γωνία με τον προβλεπόμενο στα αναλυτικά προγράμματα τρόπο, δεν έχουν έρθει σε επαφή με δυναμικές αναπαραστάσεις της έννοιας της γωνίας στα πλαίσια της τυπικής διδασκαλίας και συνεπώς η παρέμβαση που σχεδιάστηκε διατηρεί τα καινοτόμα χαρακτηριστικά της και το συναφές ερευνητικό ενδιαφέρον και γ) η έννοια της γωνίας εξακολουθεί να είναι κεντρική στα πλαίσια της διδασκαλίας της Γεωμετρίας στη ΣΤ' Δημοτικού¹⁶. Συνεπώς, καθώς η ενασχόληση με τη συγκεκριμένη έννοια συνάδει με τους μαθησιακούς στόχους των εκπαιδευτικών, θα ήταν ευκολότερη η αποδοχή της εφαρμογής της καινοτομίας από μέρους των εμπλεκόμενων φορέων, διεύθυνσης, εκπαιδευτικών της τάξης, γονέων, κλπ.

3.5.1.3 Οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί

Στην έρευνα πήραν μέρος 46 μαθητές, 24 από το ΣΤ1 και 22 από το ΣΤ2. Οι 40 από τους 46 μαθητές δήλωσαν ότι είχαν υπολογιστή στο σπίτι, στον οποίο είχαν και πρόσβαση. Οι μαθητές δεν είχαν καμιά προηγούμενη εμπειρία με Logo στο σχολείο, ενώ το εργαστήριο υπολογιστών είχε χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια των πρωινών υποχρεωτικών μαθημάτων μόνο για προβολές με προτζέκτορα ταινιών ή πολυμεσικού υλικού. Στην έρευνα που παρουσιάζεται εδώ οι μαθητές δούλεψαν στο εργαστήριο του σχολείου σε ομάδες των δύο ή τριών μπροστά από ένα υπολογιστή.

Ο ένας εκ των δύο εκπαιδευτικών με δέκα και πλέον χρόνια υπηρεσίας είχε πιστοποίηση Α' επιπέδου όσον αφορά στη χρήση υπολογιστών, ενώ την προηγούμενη σχολική χρονιά είχε παρακολουθήσει την επιμόρφωση Β' επιπέδου, που είχε ως στόχο την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών αναφορικά με τον τρόπο που θα μπορούσαν να αξιοποιήσουν διδακτικά τις ψηφιακές τεχνολογίες. Μολαταύτα δεν είχε μέχρι την έναρξη της έρευνας αξιοποιήσει το εργαστήριο, ενώ ήταν ιδιαίτερα θετικός ως προς την πραγματοποίηση της έρευνας, καθώς θα αποκτούσε πρακτική

¹⁵ Στα πλαίσια της Ε' Δημοτικού οι μαθητές έχουν εισαχθεί στην έννοια της γωνίας ως στροφής μέσω περιορισμένων στατικών αναπαραστάσεων του βιβλίου, καθώς και στην έννοια μέτρησης των γωνιών και έτσι υπάρχει κάποια πρότερη γνώση για τις διάφορες πτυχές της έννοιας (η γωνία ως γεωμετρικό σχήμα, η γωνία ως στροφή και η γωνία ως μετρήσιμο μέγεθος).

¹⁶ Δες ΔΕΠΣ και ΑΠΣ Πρωτοβάθμιας στην ηλ.διεύθυνση: <http://www.pi-schools.gr/programs/depps>

εμπειρία και θα έβλεπε την εφαρμογή καινοτόμων δράσεων στο σχολικό εργαστήριο στα πλαίσια ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας. Κατά τη διάρκεια της έρευνας ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν κατά βάση επικουρικός, συνέβαλε στην επίλυση τεχνικών προβλημάτων, βοηθούσε τις ομάδες που είχαν προβλήματα με τον υπολογιστή, π.χ. επανεκκίνηση προγράμματος κ.λπ.

Η άλλη εκπαιδευτικός είχε πολυετή εκπαιδευτική εμπειρία, αλλά καμιά εξοικείωση με τις ψηφιακές τεχνολογίες. Ήταν θετική στη διεξαγωγή της έρευνας, καθώς τα παιδιά θα αποκτούσαν καινούριες εμπειρίες και θα αξιοποιούνταν οι ώρες της ευέλικτης ζώνης¹⁷, χωρίς να χαθεί διδακτικός χρόνος από τα άλλα μαθήματα. Κατά τη διάρκεια της έρευνας η εκπαιδευτικός καθόταν στο πίσω μέρος της τάξης και εμπλεκόταν μόνο στις περιπτώσεις που προέκυπταν διαδικαστικά προβλήματα, π.χ. αντιδικία μεταξύ των μαθητών των διαφόρων ομάδων.

3.5.2 Η συλλογή δεδομένων

3.5.2.1 Η διάρκεια της έρευνας

Η έρευνα διήρκησε συνολικά τέσσερις μήνες, από τις 15 Δεκεμβρίου έως τις 20 Μαρτίου. Κάθε τμήμα μετείχε στην έρευνα που ελάμβανε χώρα στο εργαστήριο υπολογιστών για ένα δίωρο την εβδομάδα στα πλαίσια της ευέλικτης ζώνης. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 12 δίωρες συναντήσεις.

3.5.2.2 Ο ρόλος του ερευνητή

Οι επιλογές ενός παρατηρητή ποικίλουν από την πλήρη συμμετοχή έως τη μη συμμετοχή του στη μαθησιακή διαδικασία, ενώ αναγνωρίζεται (Brown & Dowling, 1998) ότι και τα δύο άκρα αυτής της διεκυστίνδας είναι προβληματικά. Έτσι, προβληματίσε αρχικά την ερευνήτρια ο βαθμός εμπλοκής της στην ερευνητική διαδικασία: θα είχε το ρόλο του ‘αδαούς’ παρατηρητή ή αυτόν του συμμετέχοντος παρατηρητή; Μολαταύτα πρακτικά και μεθοδολογικά προβλήματα κατά τη διεξαγωγή της έρευνας της επέβαλαν να έχει έναν ακόμα πιο ενεργητικό ρόλο. Λόγω της ιδιαιτερότητας της φύσης της έρευνας σχεδιασμού, η ερευνήτρια είχε ταυτόχρονα την ευθύνη για το σχεδιασμό, τη διεξαγωγή της παρέμβασης και της έρευνας (Joseph, 2004).

Καθώς η μία εκπαιδευτικός δεν είχε καμιά πρότερη εμπειρία στη χρήση ψηφιακών εργαλείων, ενώ ο άλλος δεν είχε καμιά εμπειρία στη χρήση υπολογιστικών περιβαλλόντων και μάλιστα ανοικτών και διερευνητικών, όπως ο Χελωνόκοσμος και το MaLT2, στην τάξη, η ερευνήτρια θεώρησε ότι τη δεδομένη στιγμή η διεξαγωγή

¹⁷ Ένας πλήρης οδηγός για την εφαρμογή της Ευέλικτης Ζώνης στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση είναι διαθέσιμος από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο στην παρακάτω ηλ. Διεύθυνση: http://www.pi-schools.gr/download/programs/EuZin/books/odigos_eveliktis_daskalos.pdf

της παρέμβασης από τους εκπαιδευτικούς των τάξεων θα δημιουργούσε σοβαρά πρακτικά προβλήματα. Επιπρόσθετα, μετά από συζήτηση με του εκπαιδευτικούς, η ερευνήτρια σχημάτισε την άποψη ότι ο ρόλος που είχαν και οι δύο εκπαιδευτικοί στην τάξη ήταν αυτός του δασκάλου μεταδότη γνώσεων. Σε αυτό το πλαίσιο οι διδακτικές πρακτικές τους έδιναν περισσότερο έμφαση στη αξιολόγηση του αποτελέσματος της μάθησης παρά στη μάθηση ως μια διαδικασία κατασκευής νοήματος. Έτσι η ερευνήτρια φοβήθηκε ότι, αν οι εκπαιδευτικοί αναλάμβαναν πιο ενεργό ρόλο, πέρα από τα πρακτικά προβλήματα, θα έδιναν έμφαση στη διεκπεραίωση των δραστηριοτήτων και όχι στην ανάδυση των καινοφανών στοιχείων της μαθησιακής διαδικασίας, π.χ. μέσα από τη διατύπωση ερωτήσεων που θα παρακινούσαν τους μαθητές να εκφράσουν τις σκέψεις τους, να πειραματιστούν και να εξηγήσουν τις διαδικασίες που ακολούθησαν για να φτάσουν σε συγκεκριμένα συμπεράσματα. Δεδομένου του παρεμβατικού χαρακτήρα της παρούσας έρευνας, η ερευνήτρια έκρινε ότι οι στόχοι της έρευνας θα προσεγγίζοταν παραγωγικότερα, αν η ίδια μπορούσε να επηρεάσει τις μαθησιακές καταστάσεις και όχι απλώς να τις καταγράψει ή να τις παρατηρήσει, φροντίζοντας παράλληλα να οξύνει τη δεκτικότητά της όσον αφορά σε μη αναμενόμενα φαινόμενα, τα οποία ανακύπτουν συχνά σε καταστάσεις καινοτομίας.

3.5.2.3 *Είδη ερευνητικών δεδομένων*

Η απόφαση σχετικά με το τι αποτελεί δεδομένο αντανακλά τα πρακτικά και θεωρητικά ενδιαφέροντα του εκάστοτε ερευνητή (Flewitt et al., 2009, Gravenmeier & Cobb, 2006). Στην παρούσα έρευνα η συλλογή των δεδομένων καθοδηγήθηκε από την αντίληψη της μαθησιακής διαδικασίας ως μια πολυτροπικής δραστηριότητας. Σύμφωνα με τον Jewitt (2009) η πολυτροπικότητα μπορεί να θεωρηθεί ως μια θεωρία, ως μια προοπτική, ως ένα πεδίο έρευνας ή ως μια μεθοδολογική εφαρμογή. Στην παρούσα έρευνα η πολυτροπικότητα, στην κοινωνιοσημειωτική της διάσταση, λειτούργησε ως μεθοδολογικό εργαλείο και καθοδήγησε τη συλλογή δεδομένων. Η πολυτροπική προσέγγιση που ακολουθείται εδώ δίνει έμφαση στο σύνολο των επικοινωνιακών μέσων που οι άνθρωποι χρησιμοποιούν και στη σχέση μεταξύ αυτών (Jewitt, 2009). Οι άνθρωποι κατασκευάζουν νοήματα μέσα από την επιλογή και το συνδυασμό συγκεκριμένων τρόπων (mode) έκφρασης, διαδικασίες που με τη σειρά τους καθορίζονται από τα κίνητρα και τα ενδιαφέροντα τους (Kress et al, 2001). Ο λόγος, οι γραπτές εκφράσεις, οι γραφικές αναπαραστάσεις και τα άλλα συμβολικά μέσα θεωρούνται ως εργαλεία στα χέρια των δρώντων υποκειμένων για την εξωτερίκευση και αντικειμενοποίηση εμπειριών και την επικοινωνία σχετικά με αυτές (Ivarsson et al., 2009). Σύμφωνα με τη θεωρία της κοινωνιο-σημειωτικής (social-semiotics) κατά την ανάλυση της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων δεν πρέπει να εστιάζουμε τόσο στην εξέταση του συστήματος των διαθέσιμων πηγών, όπως συμβαίνει με άλλες προσεγγίσεις της πολυτροπικότητας (O'Halloran, 2005), όσο στον τρόπο που οι άνθρωποι χειρίζονται αυτά τα σύμβολα και τις διαθέσιμες λειτουργικότητες, για να κατασκευάσουν νοήματα (Charman, 2003).

Στην παρούσα έρευνα τα σημεία-σύμβολα που οι μαθητές χρησιμοποιούν δε θεωρούνται ως απλές ενδείξεις της γνωστικής δραστηριότητας του ατόμου, αλλά μέρος της διαδικασίας συλλογισμού, η οποία διαμεσολαβείται από τις αισθήσεις και τα σύμβολα και αποκτά υλική διάσταση μέσω των δράσεων, των χειρονομιών και των κατασκευασμάτων του ατόμου. Κατά τη συλλογή δεδομένων έμφαση δόθηκε στο να καταγραφούν οι επιλογές των μαθητών από τα διαθέσιμα σημειωτικά μέσα καθώς και ο τρόπος που αυτές οι επιλογές συνδέονται με την κατασκευή νοημάτων. Έτσι η συλλογή δεδομένων δεν περιορίστηκε στο τελικό προϊόν της δουλειάς των μαθητών, ούτε σε δεδομένα που αφορούν αποκλειστικά και μόνο τη λεκτική επικοινωνία, αλλά περιέλαμβανε χειρονομίες, κινήσεις του σώματος, καθώς και τα διάφορα στάδια της εξέλιξης της δουλειάς των μαθητών με τον υπολογιστή κλπ. Αν και συχνά η διαδικασία συλλογής δεδομένων μέσω πολλαπλών τεχνικών (Strauss & Corbin, 1998) θεωρείται ένα είδος τριγωνοποίησης των δεδομένων, στην παρούσα διατριβή θεωρείται ως απαραίτητη συνθήκη για την προσέγγιση του πολυδιάστατου των νοημάτων που κατασκεύασαν οι μαθητές.

3.5.2.4 Μέσα συλλογής δεδομένων

Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν τα παρακάτω μέσα:

- Βιντεοσκόπηση

Η σημασία που δίνεται στην παρούσα έρευνα στη συλλογή πολυτροπικών δεδομένων επέβαλε τη χρήση περισσότερων της μιας καμερών. Έτσι, για τη βιντεοσκόπηση της μαθησιακής διαδικασίας χρησιμοποιήθηκαν τρεις βιντεοκάμερες. Οι δύο είχαν μια σταθερή θέση σε τρίποδο καθ' όλη τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας. Η μία εκ των δύο καμερών ήταν στραμμένη στην ίδια ομάδα κάθε τμήματος καθ' όλη τη διάρκεια της παρέμβασης και η άλλη ήταν προσανατολισμένη σε μια διαφορετική ομάδα σε κάθε δίωρη συνάντηση, ώστε ανά συνάντηση να καταγράφεται η πλήρως η δραστηριότητα και μιας άλλης ομάδας πέραν της ομάδας εστίασης. Την τρίτη κάμερα τη χειριζόταν η ερευνήτρια και κατέγραφε οποιοδήποτε περιστατικό ανέκυπτε και φαινόταν να έχει ερευνητικό ενδιαφέρον.

Η επιλογή της βιντεοσκόπησης μια σταθερής ομάδας καθόλη τη διάρκεια της παρέμβασης προκρίθηκε, έτσι ώστε να υπάρχει εικόνα για το σύνολο των δράσεων μιας τουλάχιστον ομάδας. Η επιλογή της ομάδας εστίασης της βιντεοσκόπησης τέθηκε από την ερευνήτρια στην ενημερωτική συνάντηση που είχε με τους εκπαιδευτικούς, πριν την πραγματοποίηση της έρευνας. Τα κριτήρια επιλογής της ομάδας εστίασης και στα δύο τμήματα υπήρξαν:

- Να μην βρίσκονται οι μαθητές στα άκρα της κλίμακας σχολικής επίδοσης.
- Να έχουν σχετική άνεση στη χρήση υπολογιστικών εργαλείων.

- ο Να συνεργάζονται και να επικοινωνούν στην ομάδα τους εκφράζοντας ανοιχτά τις σκέψεις και τις ιδέες τους.

Οι εκπαιδευτικοί υπέδειξαν κάποιες ομάδες με τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, ενώ η επιλογή συγκεκριμενοποιήθηκε μετά την πρώτη συνάντηση. Στο ΣΤ1 την ομάδα εστίασης της βιντεοσκόπησης αποτελούσαν 3 αγόρια και στο Στ2 1 αγόρι και δύο κορίτσια.

Κατά τη βιντεοσκόπηση, η θέση των σταθερών καμερών ήταν απέναντι από την οθόνη, για να καταγράφονται οι χειρονομίες και οι κινήσεις των μαθητών, τα δεδομένα της οθόνης και η χρήση άλλου υλικού, π.χ. χαρτιού και μολυβιού ή άλλων χειραπτικών αντικειμένων. Στόχος ήταν η κάμερα, να βρίσκεται εκτός του οπτικού πεδίου των μαθητών, ώστε να μην είναι η παρουσία της τόσο έντονη και να επηρεάζει όσο το δυνατόν λιγότερο τη συμπεριφορά των μαθητών.

- Καταγραφή της οθόνης του υπολογιστή

Καθώς το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιαζόταν όχι μόνο στο τελικό αποτέλεσμα της δουλειάς των μαθητών στον υπολογιστή, αλλά σε όλα τα στάδια της μαθησιακής διαδικασίας χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Hypercam που παρέχει τη δυνατότητα καταγραφής των δράσεων των μαθητών στον υπολογιστή σε συνδυασμό με καταγραφή της ομιλίας τους σε αρχεία τύπου *.avi.

- Σημειώσεις της ερευνήτριας

Μετά το πέρας κάθε συνάντησης η ερευνήτρια κρατούσε σημειώσεις που αφορούσαν την εξέλιξη της όλης δραστηριότητας, ιδέες και παρατηρήσεις που ανέκυπταν, καθώς και καταγραφή στοιχείων που δεν ήταν δυνατόν για πρακτικούς λόγους να βιντεοσκοπηθούν.

Μέσο συλλογής	Βιντεοκάμερα	Πρόγραμμα καταγραφής οθόνης (Hypercam)	Παρατηρήσεις ερευνήτριας
Είδος δεδομένων	Αρχεία τύπου *.avi	Αρχεία τύπου *.avi	Χειρόγραφες σημειώσεις
Ποσότητα δεδομένων	4 αρχεία των 60 λεπτών	16 αρχεία των 45 λεπτών	1-2 σελίδες A4

Πίνακας 4: Μέσο, είδος και ποσότητα δεδομένων ανά δίωρη συνάντηση

Μέσο συλλογής	Βιντεοκάμερα	Πρόγραμμα καταγραφής οθόνης (Hypercam)	Παρατηρήσεις ερευνήτριας
Είδος δεδομένων	Αρχεία τύπου *.avi	Αρχεία τύπου *.avi	Χειρόγραφες σημειώσεις
Ποσότητα δεδομένων	96 αρχεία των 60 λεπτών	338 αρχεία των 45 λεπτών	20 σελίδες A4

Πίνακας 5: Μέσο, είδος και ποσότητα δεδομένων συνολικά.

3.6 Μέθοδος ανάλυσης

Στις ποιοτικού τύπου έρευνες δεν υπάρχει κάποια φόρμουλα ή ‘συνταγή’ για την ανάλυση των δεδομένων, ούτε μια προκαθορισμένη διαδικασία που να μπορεί να εγγυηθεί την επιτυχία (Hammersley & Atkinson, 2007). Η ανάλυση των δεδομένων είναι πάντα το αποτέλεσμα της αλληλόδρασης μεταξύ του ερευνητή και των δεδομένων (Strauss & Corbin, 1998), ενώ θεωρείται ότι ξεκινά παράλληλα με τη συλλογή δεδομένων, καθώς ο ερευνητής αρχίζει να εντοπίζει κεντρικά θέματα της ανάλυσης.

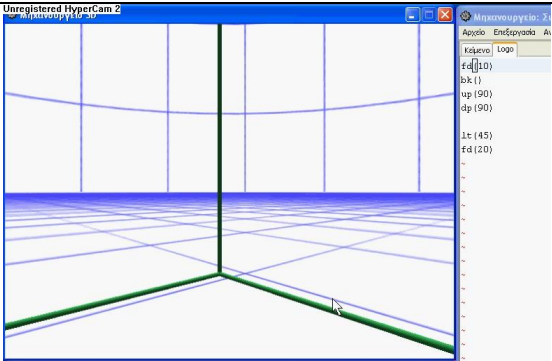

3.6.1 Η μετεγγραφή των δεδομένων

Κατά τη διάρκεια συλλογής των δεδομένων, ο ερευνητής πρέπει να αποφασίσει και πώς θα ‘μετεγγράψει’ (transcribe) τα δεδομένα του, πώς π.χ. θα ‘απομαγνητοφωνήσει’ τους διαλόγους, αν πρόκειται για ηχητικά δεδομένα ή θα ‘αποβιντεοσκοπήσει’ τα ηχητικά και εικονικά δεδομένα, αν πρόκειται για βιντεοσκοπημένα δεδομένα. Σε κάθε περίπτωση η όποια μετεγγραφή (transcription) των δεδομένων καθοδηγείται από τις θεωρητικές επιλογές του ερευνητή, ενώ αποτελεί μια περιορισμένη εκδοχή της παρατηρούμενης πραγματικότητας, όπου κάποιες πτυχές έρχονται στο προσκήνιο και κάποιες παραμένουν αφανείς.

Στην παρούσα ανάλυση θα επιχειρηθεί μια πολυτροπική ‘μετεγγραφή’ (multimodal transcription) των δεδομένων (Kress et al, 2001), η οποία θεωρήθηκε ως απαραίτητη συνθήκη για την προσέγγιση του πολυδιάστατου των νοημάτων που κατασκεύασαν οι μαθητές. Θεωρώντας τη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης –ανάμεσα στα άλλα- ως μια πολυτροπική¹⁸ σημειωτική δραστηριότητα, κατά τη μετεγγραφή των δεδομένων δεν καταγράφηκαν μόνο οι λεκτικές ανταλλαγές των μαθητών, αλλά και οι χειρονομίες και εν γένει η κίνηση του σώματος, οι οπτικές εικόνες (είτε με τη μορφή σχεδίων των μαθητών είτε ως γραφικές αναπαραστάσεις στον υπολογιστή) και η συμβολική δραστηριότητα (είτε μέσω Logo είτε μέσω χαρτιού και μολυβιού). Προσπαθώντας να ξεπεράσει τους περιορισμούς της σειριακής αποτύπωσης των λεχθέντων και να αποδώσει την πολυτροπικότητα των τεκταινομένων η ερευνήτρια χρησιμοποίησε πίνακες με στήλες. Όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα η πρώτη στήλη είναι αριθμημένη, ώστε η ερευνήτρια να μπορεί ευκολότερα να έχει πρόσβαση και να παραπέμπει σε συγκεκριμένες στιγμές της μαθησιακής διαδικασίας. Στη δεύτερη στήλη αναφέρεται κωδικοποιημένο το όνομα του μαθητή της κάθε ομάδας. Χρησιμοποιούνται η συντομογραφίες M1, M2 και M3, για να γίνει αναφορά σε κάθε

¹⁸ Οι Kress & Van Leeuwen (2001) ορίζουν την πολυτροπικότητα ως τη χρήση διαφορετικών σημειωτικών τρόπων (modes) για το σχεδιασμό σημειωτικών προϊόντων ή γεγονότων, καθώς και τον τρόπο συνδυασμού αυτών.

μαθητή της ομάδας. Στην τρίτη στήλη καταγράφονται οι λεκτικές ανταλλαγές των μαθητών. Αλλαγή σειράς γίνεται εφόσον αλλάξει το πρόσωπο που μιλάει. Στην τρίτη στήλη η ερευνήτρια εισάγει α) επιλεγμένα βιντεοσκοπημένα στιγμιότυπα, β) επιλεγμένα στιγμιότυπα από τη δουλειά των μαθητών στον υπολογιστή, τα οποία μπορεί να περιλαμβάνουν ολόκληρη την οθόνη του υπολογιστή ή τμήματα αυτής και γ) σχόλια της ερευνήτριας με στόχο να αποδοθεί καλύτερα το τι συνέβαινε τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Μολαταύτα και μόνο το γεγονός ότι η γραπτή γλώσσα τοποθετείται στα αριστερά των πινάκων θεωρείται ότι προκρίνεται έναντι των εικονικών – σχηματικών δεδομένων που μπαίνουν στη δεξιά στήλη (Flewitt, 2009) τόσο χρονικά, καθώς ο αναγνώστης θα επεξεργαστεί πρώτα τη γραπτή γλώσσα όσο και από πλευράς σπουδαιότητας. Έτσι, αν και όχι το μόνο, στην παρούσα διατριβή η γλώσσα εξακολουθεί να προσεγγίζεται ως το κυρίαρχο διαμεσολαβητικό εργαλείο.

1.	ερ	Είναι δύο τοίχοι έτσι; Θέλω να μου πείτε τι γωνία σχηματίζεται μεταξύ των δύο τοίχων;	
2.	M3	Αυτές που έκανε η χελώνα;	
3.	Ερ	Στο σχήμα, αν βλέπεις κάτι	
4.	M3	Αυτές που σχηματίζουν οι τρεις γραμμές;	
5.	M2	Ορθή	
6.	Ερ	Γιατί είναι ορθή;	
7.	M1	Όχι οξεία	
8.	M2	Τι οξεία;	
9.	M1	Όχι, αμβλεία αμβλεία.	
10.	M2	Πού την είδες τη αμβλεία;	
11.	M1	Αυτή δε λέτε; Αμβλεία είναι.	
12.	M2	Παιδί μου η αμβλεία είναι έτσι.	Δείχνει με τις παλάμες της. 
13.	M1	Αμβλεία είναι	
14.	M2	Πού την είδες την αμβλεία;	Δείχνει με το ποντίκι

Πίνακας 6: Παράδειγμα πολυπρωπικού επεισοδίου

Η πορεία που ακολουθήθηκε κατά τη μετεγγραφή των δεδομένων ήταν η εξής: α) απομαγνητοφώνηση των λεκτικών ανταλλαγών των μαθητών που είχαν καταγραφεί με το υπολογιστικό πρόγραμμα hypercam, β) εντοπισμός και καταγραφή ενδιαφερόντων εικονικών στιγμιότυπων από την καταγραφή της οθόνης του υπολογιστή, καθώς δούλευαν οι μαθητές, με το πρόγραμμα hypercam, γ) συσχέτιση αυτών των στιγμιότυπων με τα λεχθέντα των μαθητών δ) σημειώσεις της ερευνήτριας στην τέταρτη στήλη, που φώτιζαν την κατασκευαστική διαδικασία, π.χ. αν χρησιμοποιούσαν το ποντίκι για να δείξουν, ποιες εντολές επανεκτελούσαν, πώς κινούσαν τις κάμερες του προσομοιούμενου χώρου κλπ, ε) παρακολούθηση των βιντεοσκοπήσεων, στ) εντοπισμός και καταγραφή ενδιαφερόντων εικονικών στιγμιότυπων σχετικά με χειρονομίες, κινήσεις των μαθητών, χρήση χειραπτικών αντικειμένων κλπ. ι) συσχέτιση των στιγμιότυπων από τις βιντεοσκοπήσεις με τα λεχθέντα των μαθητών και ια) σημειώσεις στην τέταρτη στήλη που φώτιζαν τη δράση των μαθητών γύρω από τον υπολογιστή, π.χ. αν χρησιμοποίησαν χαρτί και μολύβι, αν χρησιμοποίησαν ολόκληρο το σώμα τους για να αναπαραστήσουν την κίνηση της χελώνας κλπ.

3.6.2 Το πολυτροπικό επεισόδιο ως μονάδα ανάλυσης της μαθησιακής διαδικασίας

Ως μονάδα ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε το ‘πολυτροπικό’ επεισόδιο¹⁹. Τα καταγεγραμμένα πολυτροπικά δεδομένα χωρίστηκαν σε επεισόδια τα οποία αποτελούν ευδιάκριτα τμήματα της δράσης και αλληλόδρασης των μαθητών με ένα σαφές και διακριτό σημείο εστίασης (Noss & Hoyles, 1996, p. 148). Ένα σημείο εστίασης μπορεί να σχετίζεται με ένα διαφορετικό είδος δραστηριότητας ή με ένα διαφορετικό θέμα προβληματισμού των μαθητών. Στην παρούσα έρευνα προκρίθηκε η χρήση του όρου ‘πολυτροπικό’ επεισόδιο, καθώς ο όρος επεισόδιο έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς ως μονάδα ανάλυσης στα πλαίσια ποιοτικών ερευνών, ενώ ο όρος πολυτροπικό χρησιμοποιείται για να τονιστεί ότι τα επεισόδια δε βασίζονται αποκλειστικά και μόνο στο γραπτό ή προφορικό λόγο, αλλά περιλαμβάνουν χειρονομίες, κίνηση στο χώρο, στιγμιότυπα της δουλειάς των μαθητών στον υπολογιστή, συμπληρωματικές περιγραφές ως προς τις ενέργειες των μαθητών από την ερευνήτρια κλπ.

Στο πλαίσιο της παρούσας έρευνας η παρουσίαση των δεδομένων στο κεφάλαιο της ανάλυσης θα βασιστεί σε ‘πολυτροπικά αποσπάσματα’. Ένα *πολυτροπικό απόσπασμα* αποτελεί μέρος της αλληλεπίδρασης των μαθητών με ή χωρίς τον υπολογιστή και η

¹⁹ Πρόσφατα στις έρευνες που χρησιμοποιούν πολυτροπικά δεδομένα έχουν χρησιμοποιηθεί οι όροι ‘σημειωτικός κόμβος’ (semiotic node) (Radford et al., 2003), για να γίνει αναφορά σε τμήματα της σημειωτικής δραστηριότητας των μαθητών για την απόδοση νοήματος σε έννοιες και αναπαραστάσεις, καθώς και ο όρος ‘σημειωτική δέσμη’ (semiotic bundle) (Arzarello et al., 2009) για να γίνει αναφορά στο σύνολο των σημειωτικών συστημάτων που χρησιμοποιούν οι μαθητές.

έκτασή του δεν ταυτίζεται πάντοτε με την έκταση ενός επεισοδίου, αλλά αποτελεί μέρος του. Στην ανάλυση η αναφορά σε ένα επεισόδιο γίνεται μέσα από ένα διαλογικό απόσπασμα. Σε ελάχιστες περιπτώσεις χρησιμοποιείται και δεύτερο διαλογικό απόσπασμα από το ίδιο επεισόδιο, όταν κρίνεται αναγκαίο να γίνει εμφανής η εξέλιξη μιας διαδικασίας.

3.6.3 Οι φάσεις της ανάλυσης

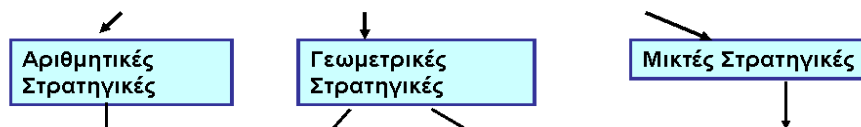
Κατά την ανάλυση των δεδομένων, το σημείο εστίασης δεν ήταν η κατασκευή της ατομικής γνώσης, αλλά η διαδικασία δημιουργίας και ανάπτυξη μιας διαμοιρασμένης στην κοινότητα των συνεργαζομένων γνώσης, καθώς, σύμφωνα με τη θεωρητική πλαισίωση της παρούσας διατριβής, τα μαθηματικά της τάξης δεν υπάρχουν ούτε στο εσωτερικό των εγκεφάλων ούτε έξω από αυτούς, αλλά στη συλλογική δραστηριότητα μαθητών και εκπαιδευτικών (Nemirovsky & Noble, 1997). Ταυτόχρονα, με βάση το παραπάνω σκεπτικό δεν εξετάστηκε η μαθησιακή διαδικασία ως κάτι διακριτό από ομάδα σε ομάδα ή ακόμα και από τμήμα σε τμήμα, ούτε έγινε κάποια προσπάθεια σύγκρισης ή αντιπαράθεσης μεταξύ της διαδικασίας που ακολουθήθηκε ή του μαθησιακού αποτελέσματος μεταξύ των ομάδων ή των διαφορετικών τμημάτων. Καθώς στόχος υπήρξε η ανάπτυξη ενός ερμηνευτικού πλαισίου που θα αναδείκνυε τους κεντρικούς παράγοντες που επέδρασαν στην εξέλιξη της μαθησιακής διαδικασίας, τα καταγεγραμμένα δεδομένα προσεγγίστηκαν ως όλον. Μολαταύτα κατά την ανάλυση των δεδομένων αναφέρεται λεπτομερώς τόσο το τμήμα όσο και η ομάδα από την οποία προέρχονται τα δεδομένα, καθώς έτσι ο αναγνώστης μπορεί εν μέρει να παρακολουθήσει και εγκάρσια την εξέλιξη των κατασκευαστικών διαδικασιών που ακολούθησαν συγκεκριμένες ομάδες, παρότι αυτός δεν είναι ο στόχος της παρούσας διατριβής.

Η διαδικασία της ανάλυσης ακολούθησε μια πορεία σταδιακής εστίασης στις αναδυόμενες πτυχές και θέματα, μια διαδικασία που μπορεί να ενταχθεί στα πλαίσια της Θεμελιωμένης στα Δεδομένα Θεωρίας (Corbin & Strauss, 1998). Στόχος της ανάλυσης δεν ήταν να δώσει απλά τα αποτελέσματα με έναν εύκολα αντιληπτό και κατανοητό τρόπο, αλλά να το κάνει αυτό με έναν αναλυτικό τρόπο, ο οποίος θα παρέχει καινούριες προοπτικές θέασης των φαινομένων που την απασχολούν, χτίζοντας πάνω σε προηγούμενες σχετικές έρευνες. Η διαδικασία της ανάλυσης των δεδομένων θα μπορούσε συνοπτικά να διαχωριστεί στις παρακάτω φάσεις:

- ο Ανοιχτή κωδικοποίηση: Σε αυτή την αρχική φάση της ανάλυσης στόχος ήταν να εντοπιστούν στα δεδομένα οι κεντρικές έννοιες, οι ιδιότητές τους και οι διαστάσεις τους. Αρχικά τα δεδομένα προσεγγίστηκαν χρονολογικά και χωρίστηκαν σε ευδιάκριτα επεισόδια, οι κεντρικές έννοιες καταγράφονταν στο πλάι κάθε επεισοδίου, ενώ στη συνέχεια ελέγχονταν σε σχέση με τα επόμενα επεισόδια. Στόχος αυτής της διαρκούς σύγκρισης των αναδυόμενων εννοιών και των σχέσεών τους με τα δεδομένα ήταν να αποφασιστεί κατά πόσο αυτές μπορούν να παραμείνουν κεντρικές ή πρέπει να αναθεωρηθούν (Strauss & Corbin, 1996). Στο τέλος αυτής της διαδικασίας η

ερευνήτρια κατέληξε σε μια σειρά από κεντρικά θέματα προς περαιτέρω ανάλυση, τα οποία συνδέονταν με συγκεκριμένα επεισόδια.

Στρατηγικές καθορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφή

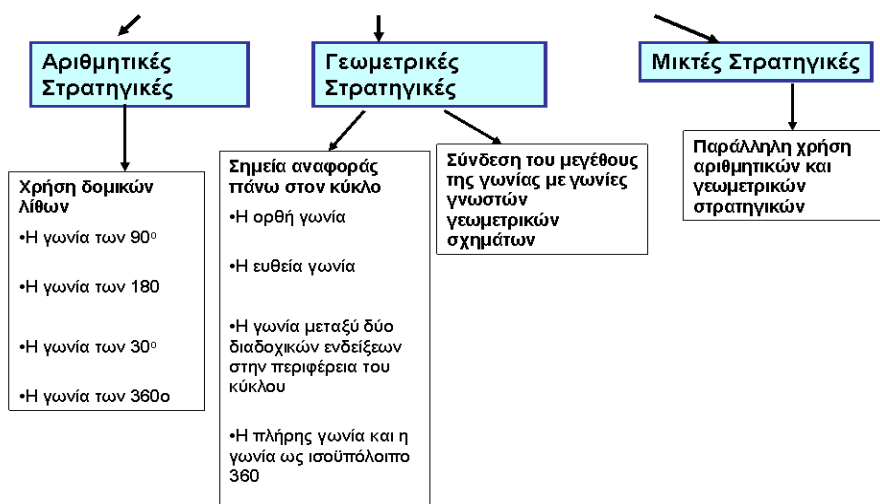


Πίνακας 7: Παράδειγμα κεντρικών εννοιών που ανέκυψαν κατά τη φάση της ανοικτής κωδικοποίησης των δεδομένων από τη δραστηριότητα των μαθητών με το υπολογιστικό περιβάλλον ‘Χελωνόκοσμος’.

ο Ταξινόμηση δεδομένων σύμφωνα με τις προεπιλεγμένες ιδιότητες και τις διαστάσεις τους. Σε αυτή τη φάση το σύνολο των επεισοδίων ταξινομήθηκε με βάση τα κεντρικά θέματα, που είχαν ανακύψει στην προηγούμενη φάση.

ο Αξονική κωδικοποίηση (Axial coding): Στη φάση αυτή της ανάλυσης αναζητήθηκαν υποκατηγορίες σε κάθε κεντρικό θέμα, ενώ παράλληλα εξετάστηκε αν μπορούν να δημιουργηθούν ευρύτερες κατηγορίες. Έγινε διεξοδική επεξεργασία των επιλεγμένων επεισοδίων με σκοπό να επιλεγούν τα πιο χαρακτηριστικά, τα οποία και αναλύθηκαν διεξοδικότερα. Κατά την αξονική κατηγοριοποίηση οι κατηγορίες συνδέθηκαν με τις υποκατηγορίες τους για να δημιουργήσουν μια πιο ακριβή και ολοκληρωμένη ερμηνεία των γεγονότων.

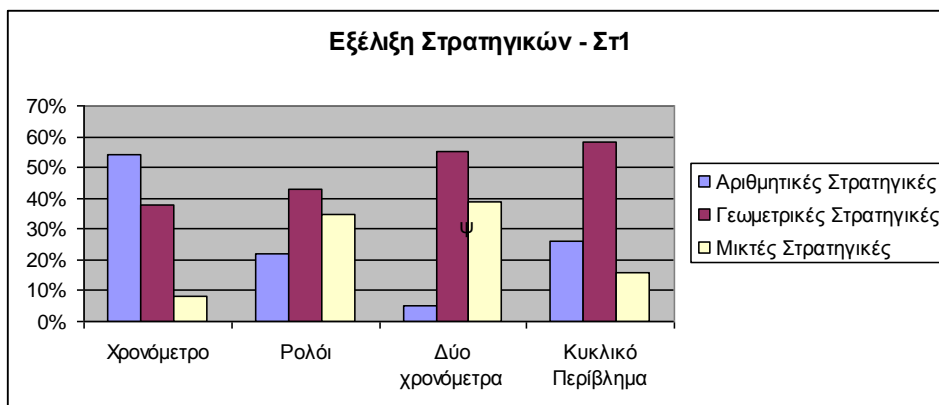
Στρατηγικές καθορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφή



Πίνακας 8: Παράδειγμα κάποιων κεντρικών εννοιών που αναδείχτηκαν κατά την ανοιχτή κωδικοποίηση και η ανάλυση τους σε υποκατηγορίες στη φάση της αξιακής κωδικοποίησης

ο Κωδικοποίηση ως προς την εξέλιξη της διαδικασίας: Τα δεδομένα δεν αναλύθηκαν μόνο στη βάση των ιδιοτήτων και των διαστάσεών τους, αλλά δόθηκε

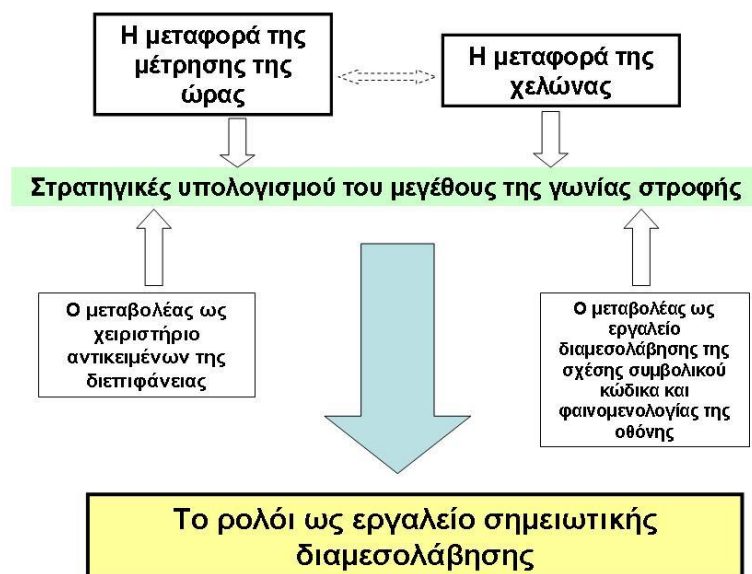
έμφαση και στην εξέλιξη τις μαθησιακής διαδικασίας στη χρονική της διάσταση. Έτσι παράλληλα με την αξονική κωδικοποίηση εξετάστηκε το κατά πόσο τα δεδομένα μπορούσαν να κατηγοριοποιηθούν και στη βάση ακολουθιών/διαδοχικών επεισοδίων ή μεταβολών στη φύση των δράσεων/αλληλοδράσεων των μαθητών και κυρίως το πώς αυτό μπορεί να ερμηνευθεί.



Πίνακας 9: Παράδειγμα κωδικοποίησης ως προς την εξέλιξη της διαδικασίας: Η εξέλιξη των στρατηγικών που ακολούθησαν οι μαθητές για τον υπολογισμό της γωνίας περιστροφής, στα πλαίσια δραστηριοτήτων με το λογισμικό ‘Χελωνόκοσμος’.

- Επιλεκτική κωδικοποίηση (selective coding): Σε αυτό το στάδιο της ανάλυσης στόχος ήταν η ενοποίηση-ενσωμάτωση των εννοιών γύρω από μια κεντρική κατηγορία. Σε αυτή τη φάση έγινε και επιλογή των χαρακτηριστικών επεισοδίων που παρουσιάζονται στη συνέχεια στο κεφάλαιο της ανάλυσης. Μέσα από τη διασύνδεση με το θεωρητικό πλαίσιο της παρούσας διατριβής και συναφείς έρευνες, τα επεισόδια που παρουσιάζονται κατά την ανάλυση των δεδομένων στην παρούσα διατριβή θεωρούνται χαρακτηριστικά επεισόδια μιας ευρύτερης κλάσης.

- Κατασκευή ‘θεωρίας’ (Theorizing): Σε αυτό το τελικό στάδιο στόχος υπήρξε η δημιουργία ενός λογικού και συστηματικού ερμηνευτικού σχήματος, το οποίο θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως πλαίσιο αναφοράς για την ερμηνεία ή την πρόβλεψη συναφών φαινομένων.



Πίνακας 10: Παράδειγμα επιλεκτικής κωδικοποίησης: Η ενοποίηση και εκλέπτυνση των κατηγοριών σχετικά με την κεντρική έννοια ‘Στρατηγικές υπολογισμού του μεγέθους της γωνιακής περιστροφής’, στα πλαίσια δραστηριοτήτων με το λογισμικό ‘Χελωνόκοσμος’.

3.7 Η δεοντολογία της έρευνας

Κατά τη διεξαγωγή ερευνών οι κοινωνικοί επιστήμονες έχουν ευθύνη όχι μόνο όσον αφορά στην αναζήτηση της γνώσης και της 'αλήθειας', αλλά και απέναντι στους συμμετέχοντες, ώστε να εξασφαλιστεί η ανθρώπινη αξιοπρέπεια και το δικαίωμα της αυτοδιάθεσης. Αυτή η δεοντολογική συμπεριφορά είναι απαραίτητη, ακόμα και όταν περιορίζει τις επιλογές του ερευνητή ως προς την αναζήτηση της αλήθειας (Cohen & Manion, 1994). Στην παρούσα έρευνα τα βασικά θέματα δεοντολογίας που ανέκυψαν ήταν τα παρακάτω:

- Εξασφάλιση της συναίνεσης των εμπλεκόμενων φορέων

Αρχικά, με επίσκεψη της ερευνήτριας στο συγκεκριμένο σχολείο προσεγγίστηκε η διευθύντρια και ενημερώθηκε για το είδος και το σκοπό της έρευνας που η ερευνήτρια επιθυμούσε να διεξάγει, καθώς και για τους λόγους για τους οποίους επιλέχτηκε το συγκεκριμένο σχολείο (η ύπαρξη καλά εξοπλισμένου εργαστηρίου). Μετά από τη συναίνεση της διευθύντριας του σχολείου, κλήθηκαν στο γραφείο της οι εκπαιδευτικοί των δύο τμημάτων της ΣΤ', οι οποίοι ενημερώθηκαν αναλόγως από την ερευνήτρια και οποίοι ήταν θετικοί ως προς τη διεξαγωγή της έρευνας στις τάξεις τους. Μετά την πρώτη αυτή συνάντηση με τους εμπλεκόμενους φορείς, η ερευνήτρια κίνησε διαδικασία εγκρίσεως επίσημης άδειας από το ΥΠΕΠΘ για τη διεξαγωγή της έρευνας στο συγκεκριμένο σχολείο, η οποία και της χορηγήθηκε με το υπ. αριθμ. Φ. 15/1518/146654/Γ1 στις 12-11-2008.

- Ενημέρωση των συμμετεχόντων

Μετά από την επίσημη αδειοδότηση, ενημερώθηκαν από τη διευθύντρια του σχολείου ο σχολικός σύμβουλος, καθώς και οι γονείς των συμμετεχόντων μαθητών, με ειδική επιστολή που συνέταξε η διευθύντρια. Στην επιστολή οι γονείς ενημερώθηκαν για τους σκοπούς και στόχους της έρευνας, ενώ επισημάνθηκε ότι θα διασφαλιστεί η ανωνυμία των συμμετεχόντων μαθητών. Παράλληλα ζητήθηκε από τους γονείς να δηλώσουν ενυπόγραφα ότι επέτρεπαν στα παιδιά τους να λάβουν μέρος στην έρευνα.

Επιπλέον, η ερευνήτρια ενημέρωσε λεπτομερώς τους εκπαιδευτικούς για τον τρόπο διεξαγωγής της έρευνας: έκανε επίδειξη στο εργαστήριο των προγραμμάτων, τους έδωσε τα φύλλα εργασίας, για να ενημερωθούν ζητώντας τους να κάνουν τυχόν παρατηρήσεις, αν είχαν, τους ενημέρωσε για τους ρόλους τους κατά τη διεξαγωγή της έρευνας, για τον τρόπο εργασίας των μαθητών (ομαδοσυνεργατική μέθοδος) κλπ. Επιπλέον, συζήτησε μαζί τους μια σειρά διαδικαστικών θεμάτων, π.χ. ορίστηκαν οι ακριβείς ημερομηνίες και ώρες διεξαγωγής της έρευνας.

Στην πρώτη συνάντηση που είχε η ερευνήτρια με τους μαθητές τους ενημέρωσε λεπτομερώς για τους σκοπούς και στόχους της έρευνας, δίνοντας έμφαση στο ότι και αυτή είναι δασκάλα. Ταυτόχρονα τόνισε ότι αυτά με τα οποία θα ασχολούνταν οι μαθητές, τις ώρες που θα συνεργάζονταν, μπορεί να μην αποτελούσαν μέρος του επίσημου αναλυτικού προγράμματος, είχαν όμως αναπτυχθεί από ερευνητικές πανεπιστημιακές ομάδες για τη συγκεκριμένη βαθμίδα και ότι οι μαθητές θα είχαν πολλαπλά μαθησιακά οφέλη από την εμπλοκή τους με αυτά.

- ο Χρήση και παρουσίαση των δεδομένων

Εξαρχής η ερευνήτρια δεσμεύτηκε έναντι όλων των συμμετεχόντων στην έρευνα ότι θα διατηρηθεί η ανωνυμία τους και ότι σε καμία περίπτωση δε θα δημοσιοποιηθούν στοιχεία σχετικά με την ταυτότητα των συμμετεχόντων. Για αυτό το λόγο δε χρησιμοποιούνται τα ονόματα των μαθητών στο πολυτροπικά αποσπάσματα που παρουσιάζονται κατά την ανάλυση αλλά τα μέλη της κάθε ομάδας έχουν τους κωδικούς M1, M2 και M3. Καθώς υπάρχουν και βιντεοσκοπημένα στιγμιότυπα στα οποία εμφανίζονται το πρόσωπο των μαθητών, χρησιμοποιήθηκε ειδικό λογισμικό επεξεργασίας εικόνας με στόχο να θολωθούν τα πρόσωπα των μαθητών, όπου αυτά παρουσιάζονται στην ανάλυση των δεδομένων. Τέλος, στην παρούσα διατριβή δίνονται τα ακριβή στοιχεία του σχολείου στο οποίο διεξήχθη η έρευνα μετά από τη σύμφωνη γνώμη της διευθύντριας.

4 ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΟΝΤΑΣ ΝΟΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΟ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΤΟΥ ΧΕΛΩΝΟΚΟΣΜΟΥ

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύονται τα δεδομένα της ερευνητικής διαδικασίας όσον αφορά στην εφαρμογή σε πραγματικές συνθήκες τάξης των μισοσημένων μικροκόσμων που αναπτύχθηκαν με την υπολογιστική πλατφόρμα ‘Χελωνόκοσμος’ και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων. Εξετάζοντας τα νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές αναφορικά με την έννοια της γωνίας ως μια διαδικασία δημιουργίας και ανάπτυξης μιας διαμοιρασμένης στην κοινότητα των συνεργαζομένων γνώσης και με στόχο την ανάπτυξη ενός ερμηνευτικού πλαισίου που θα αναδεικνύει τους κεντρικούς παράγοντες που επέδρασαν στην εξέλιξη αυτής της διαδικασίας, τα καταγεγραμμένα δεδομένα προσεγγίστηκαν ως όλον. Κατά την ανάλυση των δεδομένων ανέκυψαν μια σειρά θεμάτων προβληματισμού, τα οποία στις ενότητες που ακολουθούν προσεγγίζονται μέσα από την παράθεση και λεπτομερή ανάλυση αντιπροσωπευτικών πολυτροπικών αποσπασμάτων.

Μια πρώτη κωδικοποίηση των δεδομένων όσον αφορά στις διαδικασίες που ακολούθησαν οι μαθητές, για να προσδιορίσουν το μέγεθος της γωνίας στροφής ανέδειξε την κατηγορική μεταβλητή της ‘στρατηγικής προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής’. Η διάκριση διαφορετικών στρατηγικών προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής δεν είχε ως στόχο τη δημιουργία ευδιάκριτων και αμοιβαία αποκλειόμενων κατηγοριών, αλλά μια πρώτη κατηγοριοποίηση των δεδομένων με στόχο να δοθεί μια συνολική αίσθηση του τι έγινε, ενώ έμφαση δόθηκε α) στην αναζήτηση υποκατηγοριών στη χρήση των συγκεκριμένων στρατηγικών, ώστε να αποδοθεί με πιο ανάγλυφο τρόπο η διαδικασία κατασκευής νοημάτων, αναφορικά με τη γεωμετρική έννοια της γωνίας και τις διάφορες εκφάνσεις της και β) στη διερεύνηση των παραγόντων που υπήρξαν καθοριστικοί κατά την επιλογή της μιας ή της άλλης στρατηγικής, καθώς και για τη μετάβαση από τη μια στρατηγική στην άλλη.

Η εργασία των παιδιών αναδείχτηκε σύμφυτη με επιρροές από τη χρήση των υπολογιστικών εργαλείων, στα πλαίσια πάντα των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων. Καθώς οι μαθητές ενεπλάκησαν σε μια πολύπλοκη σημειωτική δραστηριότητα κατασκευής και μετάφρασης συμβόλων που προέρχονται από τη φυσική γλώσσα, το συμβατικό μαθηματικό λόγο και το μαθηματικό συμβολισμό (Saenz-Ludlow, 2003), σημαντική κατά την κατασκευή νοημάτων αναδείχτηκε η κοινωνικά διαμεσολαβημένη εμπειρία της μέτρησης της ώρας, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει μια ισχυρή οπτική/εικονική διάσταση, το αναλογικό ρολόι, είτε ως

γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως φυσικό αντικείμενο κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένο και γνωστό στους μαθητές από την καθημερινή τους εμπειρία (Magina & Hoyles, 1997) Ταυτόχρονα, η διασύνδεση της έννοιας της γωνίας, ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους, με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας κατέστη εφικτή με ένα λειτουργικό τρόπο μέσα από τη μεταφορά της χελώνας (Kynigos, 1992, Clements & Sarama, 1997b): α) ως μιας οντότητας με την οποία μπορούμε να συντονίσουμε το σώμα μας, β) ως μιας οντότητας την οποία μπορούμε να προγραμματίσουμε και γ) ως μιας οντότητας την οποία μπορούμε να χειριστούμε κιναισθητικά. Η αλληλόδραση μεταξύ των δύο μεταφορών, καθώς και ο ρόλος τους όσον αφορά στην κατασκευή νοημάτων σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας αποτελεί κεντρικό θέμα της ανάλυσης που ακολουθεί.

Στα πλαίσια του περιβάλλοντος της Γεωμετρίας της Χελώνας που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή οι μαθητές δεν αλληλεπίδρασαν με το περιβάλλον μόνο μέσω συμβολικού κώδικα, αλλά και μέσω του μεταβολέα, ο οποίος διαμεσολάβησε τόσο την αλληλόδραση μεταξύ των δύο μεταφορών όσο και την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και γραφικών αναπαραστάσεων (Κυνηγός, 2006). Η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων αλλά και η δυναμική εναλλαγή διαδοχικών θέσεων των γραφικών αναπαραστάσεων, που δημιούργησε την αίσθηση της κίνησης, ως αποτέλεσμα της χρήσης του μεταβολέα, παρείχε στους μαθητές τελείως νέες δυνατότητες ‘διανοητικής εμπλοκής’ με την προς διερεύνηση έννοια, καθώς οι οπτικές εικόνες απέδιδαν ταυτόχρονα χωρικές και χρονικές-διαδικαστικές πτυχές της έννοιας της γωνίας (Kynigos, 1997). Το ερώτημα βέβαια είναι κατά πόσο ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο γεωμετρικής διερεύνησης και όχι απλά ως ένα γραφικό εργαλείο, κατά πόσο οι συγκεκριμένες τιμές που έπαιρνε ο μεταβολέας απέκτησαν νόημα για τους μαθητές και ποιο. Μπορεί οι κανόνες λειτουργίας του μεταβολέα να ήταν άρρηκτα συνδεδεμένοι με τις έννοιες και τις αναπαραστάσεις του γνωστικού αντικείμενου, αυτό όμως δε σημαίνει απαραίτητα ότι οι μαθητές έχουν και πρόσβαση στις συγκεκριμένες έννοιες και ότι τις χρησιμοποιούν ως εργαλεία κατασκευής.

4.2 Διαδικασίες προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής

4.2.1 Κατηγοριοποίηση των διαδικασιών προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής

Στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων που αναπτύχθηκαν στο περιβάλλον του χελωνόκοσμου και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων κεντρική υπήρξε η έννοια της γωνίας ως αποτέλεσμα στροφής και ως αλλαγή διεύθυνσης με συγκεκριμένο μέγεθος. Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες οι μαθητές έπρεπε να ορίσουν το μεταβλητό μέγεθος της γωνίας στροφής των δεικτών των ρολογιών, ενώ στην τέταρτη έπρεπε να ορίσουν το μέγεθος της γωνίας στροφής της χελώνας σε συνάρτηση με τον αριθμό των επαναλήψεων αυτής της γωνίας στροφή, ώστε να σχεδιαστούν συγκεκριμένες ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου. Μια πρώτη κωδικοποίηση των δεδομένων όσον αφορά στις διαδικασίες που ακολούθησαν οι μαθητές για να προσδιορίσουν το μέγεθος της γωνίας στροφής ανέδειξε την κατηγορική μεταβλητή της *‘στρατηγικής προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής’*. Ως στρατηγική ορίστηκε το σύνολο των χειρισμών και πρακτικών των μαθητών για την επίτευξη συγκεκριμένου στόχου, η οποία σχετίζεται άμεσα με τον εντοπισμένο (situated) τρόπο αντίληψης της εργασίας που τους έχει ανατεθεί. Ως κριτήριο περιγραφής και διάκρισης των καταγραφόμενων στρατηγικών η ερευνήτρια επέλεξε την πράξη με βάση την οποία είχε ολοκληρωθεί η προσπάθεια προσδιορισμού συγκεκριμένων γωνιακών μεγεθών στη βάση των ερωτημάτων και των δραστηριοτήτων που περιλαμβάνονταν στα φύλλα εργασίας.

Κατά την κωδικοποίηση των δεδομένων αναδείχθηκαν τριών ειδών στρατηγικές:

- αριθμητικές στρατηγικές
- γεωμετρικές στρατηγικές
- μικτές στρατηγικές, ως συνδυασμός των δύο παραπάνω

Στον πίνακα που ακολουθεί γίνεται προσπάθεια να οριστεί λειτουργικά η κάθε κατηγορία στη βάση συγκεκριμένων διαδικασιών και παρατηρήσιμων – έκδηλων μορφών συμπεριφοράς.

Αριθμητικές στρατηγικές	<ul style="list-style-type: none">○ Έμφαση σε λογικούς-αριθμητικούς υπολογισμούς○ Ελάχιστες ενδείξεις διαδικασιών οπτικοποίησης: π.χ. δε γίνεται λεκτική αναφορά στην εικονική/γραφική αναπαράσταση
--------------------------------	--

	<p>στην οθόνη του υπολογιστή, δε χρησιμοποιούνται αντίστοιχες δεικτικές χειρονομίες</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Η αναπαράσταση του αναλογικού ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή έχει περισσότερο το ρόλο εικονογράφησης της δραστηριότητας
Γεωμετρικές Στρατηγικές	<ul style="list-style-type: none"> ○ Έμφαση στη χρήση εικονικών αναπαραστάσεων ○ Πολυάριθμες ενδείξεις διαδικασιών οπτικοποίησης: π.χ. λεκτικές αναφορές στην αναπαράσταση του ρολογιού και αντίστοιχες δεικτικές χειρονομίες, χρήση ‘ενσώματων’ χωρικών αναπαραστάσεων κ.λ.π. ○ Η αναπαράσταση του αναλογικού ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή αποκτά το χαρακτήρα γεωμετρικής αναπαράστασης
Μικτές Στρατηγικές	<ul style="list-style-type: none"> ○ Ευκολία μετάβασης από αριθμητικές σε γεωμετρικές στρατηγικές και αντίστροφα ○ Χρήση αριθμητικών και γεωμετρικών στρατηγικών στην ίδια δραστηριότητα ○ Η αναπαράσταση του αναλογικού ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή αποκτά το ρόλο μιας δυναμικής γεωμετρικής αναπαράστασης

Πίνακας 11: Λειτουργικοί ορισμοί της κατηγοριοποίησης των στρατηγικών

Καθώς ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ποικιλία των νοημάτων που κατασκεύασαν τα παιδιά κατά τη διαδικασία υπολογισμού του μεγέθους της περιστροφής της χελώνας μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας και όχι στο τελικό αποτέλεσμα, κατά την κωδικοποίηση δεν εφαρμόστηκε κάποιο αξιολογικό κριτήριο κατάταξης των στρατηγικών με βάση το δίπολο σωστό – λάθος. Έτσι, η χρήση συγκεκριμένων στρατηγικών δε συνεπάγεται και ‘σωστή’ απάντηση. Για παράδειγμα μια ομάδα μπορεί να προσέγγισε το μέγεθος της περιστροφής των δεικτών μέσω αριθμητικών υπολογισμών και εξαιτίας κάποιου λάθους στις πράξεις να μην κατέληξε στο σωστό αριθμητικό αποτέλεσμα, η στρατηγική όμως που ακολούθησε καταγράφηκε ως αριθμητική. Στη συνέχεια θα παρατεθεί ένα χαρακτηριστικό πολυτροπικό απόσπασμα για καθεμιά στρατηγική, ώστε να αναδειχτεί η λογική με βάση την οποία έγινε η κωδικοποίηση:

Πολυτροπικό απόσπασμα 1- Αριθμητικές στρατηγικές:

1.	M2	50 δευτερόλεπτα είναι σα να πούμε 5 φορές τα 10 δευτερόλεπτα. Μεγάλο μπέρδεμα. 300;	
2.	M1	360, χώρισέ το στη μέση	

Κεφάλαιο 4: Κατασκευάζοντας νοήματα στο Χελωνόκοσμο

Ενότητα 4.2: Διαδικασίες προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας

3.	M2	Γιατί στη μέση; Λοιπόν κοίτα εγώ πώς σκέφτηκα. Σκέφτηκα 10 δευτερόλεπτα. Το 50 δευτερόλεπτα είναι το πενταπλάσιο του 10 δευτερόλεπτα και τα 10 δευτερόλεπτα είναι 60 άρα επί 5 300	
4.	M1	Εγώ έκανα λάθος, με συγχωρείς.	
5.	M2	Δεν έχουμε και άλλη λύση. Η πιο απλά εδώ πέρα προσθέτουμε 5	Αναφέρεται στην τιμή που έχει δοθεί προηγουμένως για τα 10 δευτερόλεπτα.

Το παραπάνω απόσπασμα είναι αντιπροσωπευτικό του πρώτου είδους στρατηγικής, όπου οι μαθητές προσεγγίζουν αριθμητικά το μέγεθος της γωνίας στροφής.

Προσπαθώντας να υπολογίσουν πόσο πρέπει να στρίψει ο δείκτης του χρονομέτρου στη δραστηριότητα ‘Χρονόμετρο’, για να δείξει 50 δευτερόλεπτα, έκαναν αναγωγή στη μονάδα των 10 δευτερόλεπτων - που γνώριζαν από προηγούμενο ερώτημα ότι αντιστοιχεί στην τιμή των 60 μοιρών- και πολλαπλασίασαν επί 5, για να πάρουν την τιμή των μοιρών που αντιστοιχεί στη στροφή του δείκτη για τα 50 δευτερόλεπτα.

Τόσο οι λεκτικές ανταλλαγές των μαθητών όσο και η παρακολούθηση των κινήσεων τους στο σχετικό μαγνητοσκοπημένο απόσπασμα δείχνει ότι είχαν επικεντρωθεί στα φύλλα εργασίας και στην επίλυση της συγκεκριμένης εργασίας, χωρίς να γίνεται αναφορά στη γραφική/εικονική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή.

Πολυτροπικό απόσπασμα 2 – Γεωμετρικές στρατηγικές

6.	M8	90, θα κάνει 90 μοίρες για να στρίψει έτσι.	Χρησιμοποιεί το μολύβι και το κινεί πάνω στην αναπαράσταση του αναλογικού χρονομέτρου στην οθόνη του υπολογιστή, ξεκινώντας από τη θέση του δείκτη στα 0 δευτερόλεπτα και σταματώντας στα 15 δευτερόλεπτα.
----	----	---	--



Κεφάλαιο 4: Κατασκευάζοντας νοήματα στο Χελωνόκοσμο

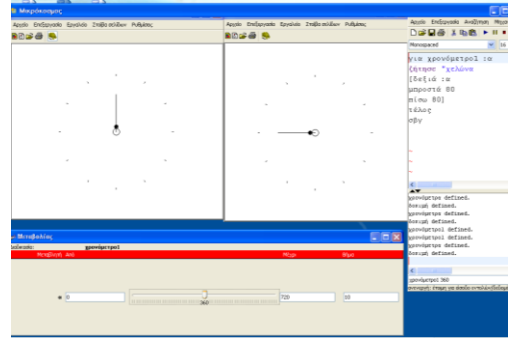
Ενότητα 4.2: Διαδικασίες προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας

7.	Ερ	Δεν θα μπορούσε να ήταν κάποιο άλλο νούμερο, πώς σκεφτήκατε;	
8.	M8	Για να κάνουμε τετράγωνο.	
9.	M9	Μια ορθή γωνία.	
10.	M8	Ναι, είναι 90 μοίρες.	

Το παραπάνω απόσπασμα είναι αντιπροσωπευτικό του δεύτερου είδους στρατηγικής που ακολουθήθηκε από τους μαθητές στην προσπάθεια υπολογισμού του μεγέθους της περιστροφής της χελώνας μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας. Σε αυτή τη στρατηγική κατά την προσπάθεια υπολογισμού του μεγέθους της περιστροφής του δείκτη χρησιμοποιήθηκε ιδιαίτερα η γραφική αναπαράσταση του αναλογικού ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, η οποία δε διαδραματίσε απλώς το ρόλο εικονογράφησης, αλλά απέκτησε το ρόλο γεωμετρικής αναπαράστασης. Οι μαθητές, δηλαδή, δεν εξέλαβαν το σχέδιο στην οθόνη του υπολογιστή, ως μια απλοποιημένη σχηματική αναπαράσταση ενός πραγματικού αντικειμένου, αλλά άρχισαν να αναγνωρίζουν σε αυτό γεωμετρικές ιδιότητες.

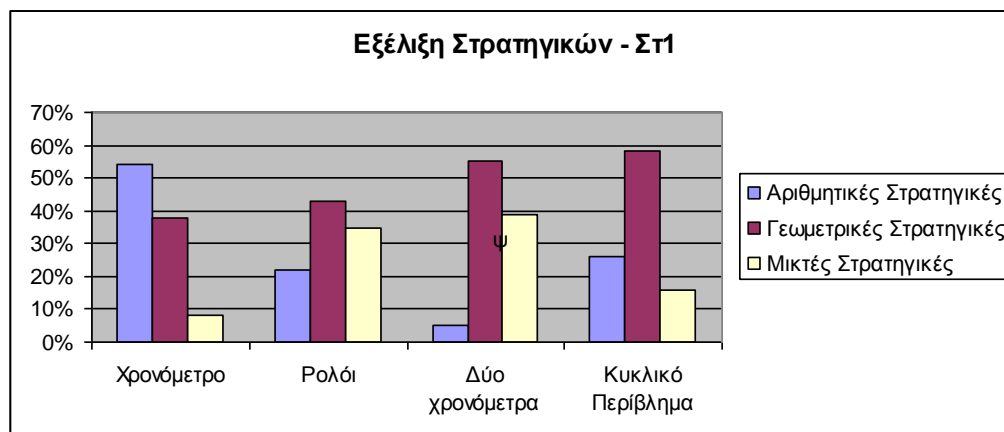
Στο παραπάνω απόσπασμα οι μαθητές αισθητοποιούν τη στροφή του δείκτη με την κίνηση του μολυβιού με φόντο τη γραφική αναπαράσταση του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή. Παράλληλα, αυτή η στροφή συνδέεται με το γωνιακό μέγεθος των 90 μοιρών. Μετά από σχετική ερώτηση της ερευνήτριας οι μαθητές φαίνεται ότι συνδέουν τη γωνιακή περιστροφή του δείκτη με τη γωνία ως στατικό γεωμετρικό σχήμα με ευδιάκριτες και τις δύο πλευρές, καθώς συνδέουν τη γωνία στροφής με ένα γνωστό τους γεωμετρικό σχήμα, αυτό του τετραγώνου (γραμμή 8), αλλά και με ένα συγκεκριμένο είδος γωνίας, αυτό της ορθής (γραμμή 9).

Πολυτροπικό απόσπασμα 3- Μικτές στρατηγικές

11.	M1	270, 270 δεν είναι;	 <p>Μικρόκοσμος 'Χρονόμετρα 5'</p>
12.	M2	Επειδή όλο το ρολόι είναι 360 μοίρες	
13.	M1	Εγώ από εδώ πίσω το είδα.	
14.	M2	Είναι 4/4, οπότε 360 δια 4 είναι 90, 3 επί 90 είναι 270	
15.	M3	Εντάξει, εντάξει	
16.	M1	Και γίνεται και αλλιώς. Μέχρι το 15 δευτερόλεπτα είναι 90 μοίρες, μέχρι το και μισή 180, 180 και 90 ίσον 270.	Δεν έχουν κινήσει καθόλου το μεταβολέα.

Στο παραπάνω απόσπασμα οι μαθητές δουλεύουν με το μικρόκοσμο ‘Χρονόμετρα 5’. Ειδικότερα κάνουν εκτιμήσεις αναφορικά με το μέγεθος στροφής του δείκτη δεύτερου χρονομέτρου που είναι ζωγραφισμένο στον καμβά του χελωνόκοσμου. Στην προσπάθεια αυτή οι μαθητές συνδυάζουν αριθμητικές και γεωμετρικές στρατηγικές. Έτσι αναφέρονται τόσο στο γεωμετρικό σχήμα του κύκλου (γραμμή 12) αλλά και σε συγκεκριμένες θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου (γραμμή 16), ενώ παράλληλα έντονη είναι η χρήση αριθμητικών υπολογισμών (γραμμή 14). Οι μαθητές φαίνεται ότι με ευκολία μπορούν να μεταβούν από αριθμητικές σε γεωμετρικές στρατηγικές και να χρησιμοποιήσουν το ένα είδος για να ελέγξουν, να επαληθεύσουν και να ισχυροποιήσουν τα αποτελέσματα του άλλου είδους στρατηγικής.

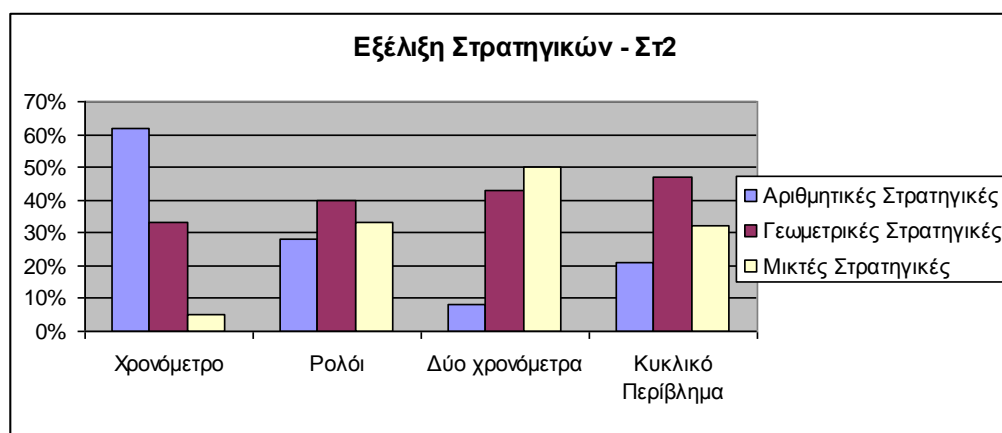
Στις ποιοτικού τύπου έρευνες οι αριθμοί συχνά αγνοούνται, καθώς έμφαση δε δίνεται στην ποσότητα αλλά στην ποιότητα της ερμηνείας των δεδομένων. Μολαταύτα ακολουθεί μια πολύ συνοπτική ποσοτική περιγραφή των στρατηγικών που ακολούθησαν οι μαθητές κατά την προσπάθεια προσδιορισμού του γωνιακού μεγέθους της στροφής της χελώνας μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας, ώστε να δοθεί μια συνολικότερη αίσθηση του τι έγινε στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων, αλλά και για να ανακύψει μια σειρά προβληματισμών όσον αφορά στην ανάλυση των δεδομένων, προβληματισμοί που στη συνέχεια θα προσεγγιστούν μέσα από την παράθεση και λεπτομερή ανάλυση συγκεκριμένων αντιπροσωπευτικών πολυτροπικών αποσπασμάτων.



Ραβδόγραμμα 1: Οι σχετικές συχνότητες των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα στο Στ1

Η ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα και τμήμα, διαρθρώνεται με βάση τη χρονική εξέλιξη των δραστηριοτήτων. Συνεπώς, αναδεικνύεται ταυτόχρονα και η χρονική εξέλιξη της χρήσης των διαφόρων στρατηγικών. Τα ραβδόγραμματα 1 και 2 μας δίνουν τη σχετική συχνότητα των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα στα δύο τμήματα αντίστοιχα. Και στα δύο ραβδόγραμματα αποτυπώνεται ανάγλυφα μια τάση μείωσης των αριθμητικών στρατηγικών και παράλληλα αύξησης των γεωμετρικών και μικτών

στρατηγικών κατά την εξέλιξη των τριών πρώτων δραστηριοτήτων, ενώ έντονη είναι η τάση αύξησης των αριθμητικών στρατηγικών στα πλαίσια της τέταρτης δραστηριότητας με μια αντίστοιχη μείωση των μικτών στρατηγικών.



Ραβδόγραμμα 2: Οι σχετικές συχνότητες των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα στο Στ2

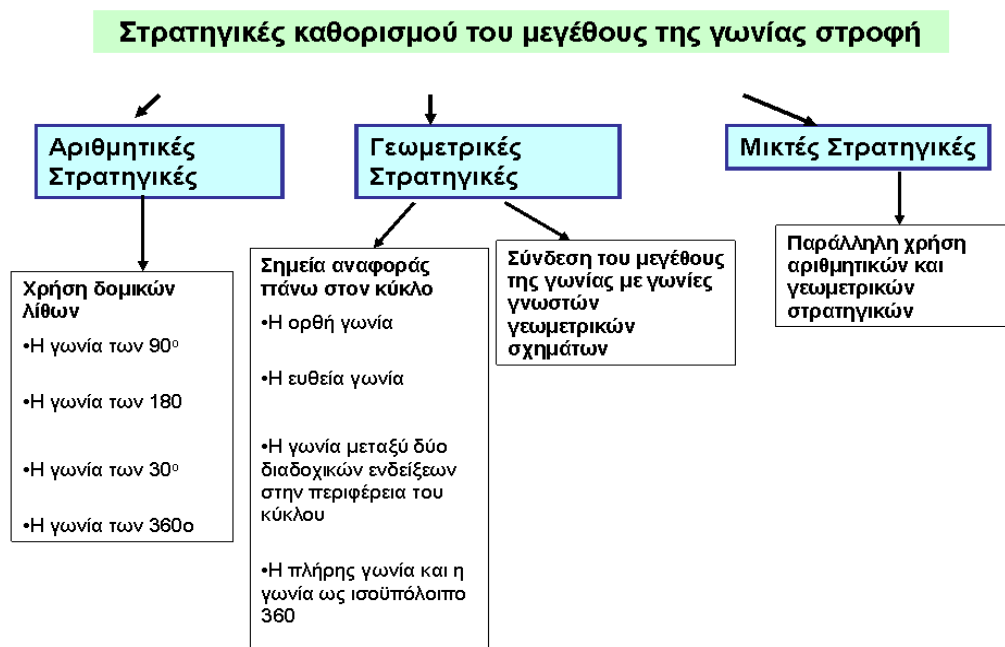
Η παραπάνω συνοπτική ποσοτική παρουσίαση των στρατηγικών που ακολουθήθηκαν ανά δραστηριότητα και τμήμα, αλλά και η χρονική εξέλιξη της χρήσης τους, καθώς η μια δραστηριότητα διαδέχονταν την άλλη, χρήζει περαιτέρω ανάλυσης. Η απλή παράθεση ποσοτικών εκτιμήσεων των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών είτε εγκάρσια²⁰, εντός της ίδιας τάξης, είτε οριζόντια, στα πλαίσια διαφορετικών τμημάτων, αν και μας δίνει μια συνολική εικόνα, κατακερματίζει την όλη διαδικασία και δεν αποδίδει την πολυπλοκότητα και τη διαδοχή των γεγονότων, δεν αποτυπώνει τη δυναμική της κατασκευής των νοημάτων. Δεν μας επιτρέπει να εμβαθύνουμε στο πώς και το γιατί των συγκεκριμένων διαδικασιών και δεν παρέχει μια πειστική ερμηνεία, αναφορικά με τους παράγοντες που ενεπλάκησαν στην επιλογή συγκεκριμένων στρατηγικών και στην εξέλιξή τους, καθώς ξεδιπλώνονταν οι δραστηριότητες. Έτσι μια πρώτη ανάγνωση των ραβδογραμμάτων ανασύρει μια σειρά θεμάτων προβληματισμού, τα οποία απαιτούν μια σε μεγαλύτερο βάθος ανάλυση των δεδομένων της έρευνας:

- Θα μπορούσαμε να διακρίνουμε κάποιες υποκατηγορίες στη χρήση των συγκεκριμένων στρατηγικών, ώστε να αποδοθεί με πιο ανάγλυφο τρόπο η διαδικασία κατασκευής νοημάτων, αναφορικά με τη γεωμετρική έννοια της γωνίας και τις διάφορες εκφάνσεις της;
- Ποιοι ήταν οι καθοριστικοί παράγοντες κατά την επιλογή της μιας ή της άλλης στρατηγικής, καθώς και για τη μετάβαση από τη μια στρατηγική στην άλλη;

²⁰ Για μια εγκάρσια ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών δες παράρτημα παράγραφο 9.1.1.

- Πώς μπορούν να ερμηνευτούν οι αλλαγές που παρατηρούνται ως προς την προτίμηση συγκεκριμένων στρατηγικών, καθώς εκτυλίσσονται οι δραστηριότητες;

Η ανάλυση των δεδομένων σε ένα βαθύτερο επίπεδο κατέδειξε ότι οι υπολογισμοί στα πλαίσια των αριθμητικών στρατηγικών γινόταν στη βάση συγκεκριμένων δομικών λίθων. Έτσι οι μαθητές έκαναν τους υπολογισμούς τους αναφορικά με το μέγεθος της περιστροφής των δεικτών των αναλογικών ρολογιών στηριζόμενοι: α) στη γωνία των 90° , β) στη γωνία των 180° , γ) στη γωνία των 360° δ) στη γωνία των 30° . Όσον αφορά στη χρήση των γεωμετρικών στρατηγικών οι μαθητές προσδιόριζαν το μέγεθος της γωνίας στροφής χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα σημεία αναφοράς πάνω στον κύκλο και ειδικότερα: α) την ορθή γωνία, β) την ευθεία γωνία, γ) τη γωνία των 30° και δ) την πλήρη γωνία.



Εικόνα 20: Στρατηγικές καθορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής

4.2.2 Αριθμητικές στρατηγικές

Μετά τον ελεύθερο πειραματισμό με κάθε μικρόκοσμο και τον προβληματισμό σχετικά με το ρόλο της κάθε μεταβλητής, οι μαθητές είχαν να φέρουν σε πέρας μια σειρά δραστηριοτήτων, οι οποίες απαιτούσαν τον προσδιορισμό του μεγέθους της γωνίας στροφής της χελώνας. Οι μαθητές έπρεπε να προβλέψουν το μέγεθος της γωνίας στροφής και κατόπιν να πειραματιστούν στους μικροκόσμους, για να ελέγξουν τις υποθέσεις τους και να τις αιτιολογήσουν. Από τα δεδομένα φάνηκε ότι ένα μεγάλο μέρος των προβλέψεων έγινε στη βάση αριθμητικών στρατηγικών ιδιαίτερα όσον αφορά στην 1^η και στην 4η δραστηριότητα. Οι μαθητές έκαναν είτε

νοερούς υπολογισμούς ή έγραφαν αυτούς τους υπολογισμούς στο περιθώριο των φύλλων εργασίας, αναπαράγοντας τους αλγόριθμους και τις διαδικασίες που ακολουθούνται κατά την επίλυση των αριθμητικών προβλημάτων στα πλαίσια της τυπικής σχολικής διαδικασίας. Η χρήση αριθμητικών προβλημάτων που σχετίζονται με τη μέτρηση της ώρας είναι συχνή στη σχολική τάξη π.χ. κατά τη διδασκαλία των συμμιγών αριθμών ή των κλασμάτων. Είναι λοιπόν πιθανόν οι μαθητές να επέλεξαν αυτή τη στρατηγική, γιατί τους φάνηκε εγκυρότερη και σύμφωνη με τις στρατηγικές που εφαρμόζονται στο μάθημα των μαθηματικών (Clements et al, 1996). Πρέπει επίσης να τονιστεί ότι ο αριθμητικός τρόπος υπολογισμού τείνει να θεωρείται γενικότερα ως ο πιο έγκριτος, ο πιο ‘μαθηματικός’ τρόπος σκέψης, καθώς ο ρόλος των γεωμετρικών αναπαραστάσεων, ακόμα και κατά την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων είναι συχνά παραγκωνισμένος (Mariotti, 1995). Κατά συνέπεια οι μαθητές διστάζουν να χρησιμοποιήσουν διαδικασίες οπτικοποίησης (Dreyfus, 1991), και έτσι να διαχειριστούν ή να κατασκευάσουν οπτικές χωρικές εικόνες (νοερές ή μη) στα πλαίσια της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων.

Μια πρώτη ανάγνωση των δεδομένων δημιουργεί την εντύπωση ότι πρόκειται για μια μηχανιστική προσέγγιση του προβλήματος, η οποία στερείται της αντιστοίχισης με τη γεωμετρική αναπαράσταση της έννοιας της γωνίας και ότι συνεπώς καταδεικνύει μια ελλιπή προσέγγιση της γεωμετρικής έννοιας, καθώς τα σχήματα αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα των γεωμετρικών εννοιών ((Fishbein, 1993). Μολαταύτα ακόμα και στις περιπτώσεις που χρησιμοποιήθηκαν καθαρά αριθμητικές στρατηγικές, όπως θα φανεί και από την ανάλυση που ακολουθεί, λανθάνει η αντιστοίχιση με συγκεκριμένες εικονικές/οπτικές μονάδες, οι οποίες με τη σειρά τους είναι αναπόσπαστα συνδεδεμένες με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας σε ένα αναλογικό ρολόι.

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της ‘ταυτότητας’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα ενότητα. Ανά απόσπασμα δίνονται πληροφορίες αναφορικά με το τμήμα και την ομάδα από την οποία προέρχεται, αλλά και αναφορικά με τη δραστηριότητα στα πλαίσια της οποίας έλαβε χώρα. Έτσι, ο αναγνώστης αποκτά μια σφαιρικότερη εικόνα αναφορικά τόσο με την ποσότητα των χρησιμοποιούμενων αποσπασμάτων όσο και με τη ‘διασπορά’ τους οριζόντια και εγκάρσια.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
4	Στ1	3	Χρονόμετρο
5	Στ2	ΟΕ	Χρονόμετρο
6	Στ1	2	Χρονόμετρο
7	Στ1	7	Χρονόμετρο
8	Στ2	6	Δύο Χρονόμετρα

Πίνακας 12: Η ‘ταυτότητα’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 4.2.2

Από την ανάλυση προέκυψε ότι στα πλαίσια των αριθμητικών στρατηγικών οι μαθητές έκαναν τους υπολογισμούς τους αναφορικά με το μέγεθος περιστροφής των δεικτών των ρολογιών χρησιμοποιώντας συγκεκριμένους δομικού λίθους: α) τη γωνία των 90, β) τη γωνία των 180°, γ) τη γωνία των 360° και δ) τη γωνία των 30°.

ο Η γωνία των 90°

Ο πιο συχνά χρησιμοποιούμενος δομικός λίθος για τον υπολογισμό του μεγέθους της γωνιακής περιστροφής των δεικτών υπήρξε η γωνία των 90 μοιρών, κάτι που έχει παρατηρηθεί κατά την κατασκευή γεωμετρικών αναπαραστάσεων και σε άλλα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας (Clements et al., 1996). Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές της ομάδας 3 του Στ1 προσπαθούν αρχικά να υπολογίσουν το μέγεθος της στροφής των δεικτών του ρολογιού για τα 30 δευτερόλεπτα. Έχοντας στην αμέσως προηγούμενη εργασία υπολογίσει ότι για τα 15 δευτερόλεπτα ο δείκτης πρέπει να στρίψει 90 μοίρες, εδώ αυτόματα πολλαπλασιάζουν το 90 επί 2 (σειρά 17) και για τα 45 δευτερόλεπτα το 90 επί 3. Είναι ενδιαφέρον εδώ το πόσο καταλυτικό ρόλο μπορεί να παίζει η μεταφορά της μέτρησης της ώρας, καθώς αυτόματα οι μαθητές μεταφράζουν τη θέση του δείκτη στα 45 δευτερόλεπτα σε τρία τέταρτα (σειρά 18), μια έκφραση που χρησιμοποιείται συχνά στην καθημερινή μας επικοινωνία για τα 45 λεπτά. Όπως έχει βρεθεί σε συναφείς έρευνες, τα κοινωνικά διαμεσολαβημένα χαρακτηριστικά της φυσικής γλώσσας, που χρησιμοποιείται κάθε φορά, διαμεσολαβούν με τη σειρά τους –διευκολύνοντας ή όχι- τη μαθηματική δραστηριότητα (Pimm, 1987, Miura, 2001), καθώς οι μαθητές εμπλέκονται σε μια πολύπλοκη σημειωτική δραστηριότητα κατασκευής και μετάφρασης συμβόλων που προέρχονται από τη φυσική γλώσσα, το συμβατικό μαθηματικό λόγο και το μαθηματικό συμβολισμό (Saenz-Ludlow, 2003). Μέσα λοιπόν από τη χρήση των 15 δευτερολέπτων ως δομικού λίθου –μονάδας για τη μέτρηση της ώρας, διαμεσολαβείται και η χρήση των 90 μοιρών ως δομικού λίθου-μονάδας για τη μέτρηση γωνιών.

17.	M3	30 δευτερόλεπτα είναι 2 φορές το 90, 180.	
18.	M2	45 δευτερόλεπτα είναι τρία τέταρτα, 3 φορές το 90 270. 10 δευτερόλεπτα; Φτου.	
19.	M1	90 δια 3 ίσον 5 (Εννοεί δευτερόλεπτα).	
20.	M2	Λοιπόν 10 δευτερόλεπτα θα διαιρέσουμε 90 δια 3, 30 Κοίτα, 90 δια 3, βρίσκουμε πόσο είναι 5 δευτερόλεπτα, 90 δια τρία ίσον 30, δηλαδή θα χρειαστούν 30 κινήσεις, δηλαδή 60 συμφωνείτε;	
21.	M3	Ναι, ναι 60, 60.	

Απόσπασμα 4


Στη συνέχεια του παραπάνω αποσπάσματος φαίνεται ότι η γωνία των 90 μοιρών χρησιμοποιείται και ως δομικός λίθος για τη δημιουργία μικρότερων μονάδων-δομικών λίθων. Προσπαθώντας να υπολογίσουν τις μοίρες περιστροφής των δεικτών για τα 10 δευτερόλεπτα, οι μαθητές χωρίζουν τη γωνία των 90 μοιρών σε τρία μέρη και έτσι δημιουργούν ένα υποπολλαπλάσιο, τη μονάδα-δομικό λίθο των 30 μοιρών, η οποία αντιστοιχεί στα 5 δευτερόλεπτα του χρονομέτρου. Ενδιαφέρον στο απόσπασμα αυτό είναι ότι για τις 30 μοίρες χρησιμοποιείται ο όρος ‘κινήσεις’, γεγονός που

δείχνει ότι ακόμα και σε αυτή την καθαρά αριθμητική προσέγγιση λανθάνει η μεταφορά της περιστροφής των δεικτών και της χελώνας αντίστοιχα, καθώς κάθε μοίρα γίνεται αντιληπτή ως μια μικρή κίνηση-περιστροφή της χελώνας. Παράλληλα, η γωνία αρχίζει να αναδεικνύεται ως μια δυναμική έννοια.

Η γωνία των 90 μοιρών χρησιμοποιήθηκε ως πρωταρχικός δομικός λίθος, τόσο για τη δημιουργία υποπολλαπλάσιων μονάδων –δομικών λίθων, όπως αυτή των 30 μοιρών που είδαμε παραπάνω, όπως και για τη δημιουργία πολλαπλάσιων μονάδων-δομικών λίθων, όπως η γωνία των 180 μοιρών με την οποία θα ασχοληθούμε διεξοδικά στη συνέχεια. Το ερώτημα που προκύπτει είναι γιατί χρησιμοποιήθηκε πρωταρχικά αυτός ο δομικός λίθος και γιατί σε τόσο μεγάλη έκταση. Πώς αναγνωρίστηκε και πώς συνδέθηκε με τη γωνία περιστροφής για τα 15 δευτερόλεπτα; Η ανάλυση έδειξε ότι οι περισσότερες ομάδες που χρησιμοποίησαν αριθμητικές στρατηγικές συνέδεσαν τη γωνία των 90° με τα 15 δευτερόλεπτα μέσα από κιναισθητικό πειραματισμό με το μεταβολέα στα πλαίσια της πρώτης εργασίας στη δραστηριότητα ‘Χρονόμετρο’ Από εκεί και πέρα τη χρησιμοποίησαν για τις προβλέψεις και τους υπολογισμούς τους στη συνέχεια.

Μολαταύτα, όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα η ερώτηση της ερευνήτριας στην ομάδα εστίασης του Στ2, η οποία χρησιμοποίησε αριθμητικές στρατηγικές με δομικό λίθο τη γωνία των 90 μοιρών για τον υπολογισμό των 30 και 45 δευτερολέπτων, ‘ανέσυρε’ τη σύνδεση των 90 μοιρών της περιστροφής με την ορθή γωνία ως γεωμετρικό σχήμα με εμφανείς και τις δύο πλευρές. Είναι χαρακτηριστικές οι φράσεις και οι κινήσεις του Μ3 (γραμμή 28), ο οποίος συνδέει τη δεξιά στροφή των 90 μοιρών με την ορθή γωνία ως γεωμετρικό σχήμα μέσα από το σχήμα που σχηματίζει με τα χέρια του, τα οποία και αισθητοποιούν το δείκτη σε δύο διαφορετικές θέσεις.

22.	M1	Τα 45 δευτερόλεπτα είναι 270.	
23.	Ερ	Γιατί;	
24.	M1	Γιατί είναι 3 φορές τα 15 δευτερόλεπτα και τα 15 είναι 90.	
25.	Ερ	Και πού το ξέρεις ότι είναι 90;	
26.	M1	Σε 0 δευτερόλεπτα είναι μηδέν. Σε 15 δευτερόλεπτα είναι εκεί (αναφέρεται στο μεταβολέ), άρα 90.	Κινούν παράλληλα το μεταβολέα.
27.	Ερ	Σκέφτεται κανείς κανέναν άλλο τρόπο να μας το εξηγήσει; Για να ακούσουμε.	

28.	M3	Για να πάμε δεξιά 90, που φτιάχνει ορθή γωνία, θέλουμε 90 μοίρες να φτάσουμε. Θα λέγαμε 90 μοίρες στη χελώνα.	
-----	----	---	--

Απόσπασμα 5

Ιδιαίτερης σημασίας φαίνεται να είναι ο ρόλος των χειρονομιών στην προσπάθεια λεκτικής διατύπωσης της σκέψης των μαθητών. Στο παραπάνω απόσπασμα (γραμμή 28) βλέπουμε το μαθητή να χρησιμοποιεί τα χέρια του για να σχηματίσει την ορθή γωνία που διαγράφει ο δείκτης. Η συγκεκριμένη χειρονομία θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι ανήκει στην κατηγορία των ‘εικονικών’ ή ‘αναπαραστασιακών’ χειρονομιών, όπου υπάρχει κάποιος βαθμός ισομορφισμού μεταξύ του σχήματος της χειρονομίας και της οντότητας στην οποία αναφέρεται. Πρόκειται για μια κατηγορία χειρονομιών που εμφανίζεται ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που εμπλέκονται χωρικές σχέσεις (Ozyurek, 2000), όπως στην προκειμένη περίπτωση. Η αναπαράσταση που σχημάτισε ο μαθητής πιθανόν να μην αισθητοποιεί απλά μια ορθή γωνία, αλλά να αποτελεί και ένα τρόπο σύνδεσης των δύο διαφορετικών ενδείξεων/προσανατολισμών του δείκτη. Πιθανόν, λοιπόν, οι χειρονομίες εδώ να λειτουργούν ως ένα μέσο αντικειμενοποίησης (objectification) της γνώσης (Radford, 2005), ένα μέσο που επιτρέπει στους μαθητές να συνδέσουν την έννοια της γωνίας ως στροφής με αυτή ως στατικό γεωμετρικό σχήμα με εμφανείς και τις δύο πλευρές.

Η ορθή γωνία, που σχηματίζεται καθώς ο δείκτης του ρολογιού περιστρέφεται από τα 0 στα 15 δευτερόλεπτα, είναι αφενός δεξιόστροφη, αφετέρου οι πλευρές της (τόσο η νοητή όσο και η εμφανής που αισθητοποιείται από το δείκτη) είναι οριζόντιες και κάθετες. Η ορθή γωνία λοιπόν που σχηματίζεται έχει τον προσανατολισμό στο επίπεδο που έχει και η κλασική αναπαράσταση της ορθής με την οποία τα παιδιά έρχονται συνήθως σε επαφή και η οποία έχει μετωνυμικές ιδιότητες (Clements & Battista, 1992). Ταυτόχρονα μια ορθή γωνία πέρα από εύκολα αναγνωρίσιμη έχει συγκεκριμένο μέγεθος. Για παράδειγμα, ενώ μια οξεία γωνία μπορεί να αναγνωριστεί πιθανόν με την ίδια ευκολία, υπάρχει προβληματισμός ως προς το μέγεθος της, καθώς μπορεί να έχει διάφορες τιμές οι οποίες δεν είναι εύκολα υπολογίσιμες χωρίς τη χρήση ειδικών οργάνων. Επιπλέον, η γωνία περιστροφής του δείκτη από τη θέση 0 στη θέση των 15 δευτερολέπτων ήταν το πρώτο ερώτημα που έπρεπε να απαντήσουν οι μαθητές και αυτός είναι πιθανόν ένας πρόσθετος λόγος για την επιλογή της γωνίας των 90 μοιρών ως δομικού λίθου για τον υπολογισμό της γωνίας στροφής του δείκτη σε άλλες θέσεις. Σε κάθε περίπτωση η στροφή των 90 μοιρών αποτέλεσε την πρωταρχική αριθμητική μονάδα-δομικό λίθο, η οποία είχε σαφώς και μια διάσταση οπτικής-εικονικής μονάδας.

- Η γωνία των 180°

Η γωνία των 180 μοιρών αποτέλεσε έναν ακόμα συνήθη δομικό λίθο στην προσπάθεια των παιδιών να υπολογίσουν το μέγεθος της στροφής των δεικτών, ο οποίος προέκυψε ως πολλαπλάσιο του αρχικού δομικού λίθου των 90 μοιρών, όπως φαίνεται στη γραμμή 29 του παρακάτω αποσπάσματος, το οποίο και έλαβε χώρα στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας. Στη συνέχεια τα παιδιά φαίνεται να ‘πατάνε’ πάνω σε αυτό το δομικό λίθο ή αλλιώς να ‘κάνουν στάση’ στις 180 μοίρες στην προσπάθεια τους να υπολογίσουν τη γωνία που διαγράφει ο δείκτης του χρονομέτρου για να δείξει 45 δευτερόλεπτα. Το ότι η γωνία των 180 μοιρών χρησιμοποιείται ως δομικός λίθος υποδηλώνει ότι η αντιστοίχιση μεταξύ 180 μοιρών και 30 δευτερολέπτων γίνεται αυτόματα και ότι ανασύρεται από τη μνήμη, για να συνδυαστεί κατόπιν με το δομικό λίθο των 90 μοιρών (γραμμή 33).

29.	M2	Τα 30 δευτερόλεπτα 2 φορές τα 15, δηλαδή 90 και 90 180. Εύκολο. Τα 45;	
30.	M3	Κάτσε να το πάμε (εννοεί τον μεταβολέα). Α, δεν μπορούμε.	
31.	M1	Γιατί;	
32.	M3	Προβλέπω, προβλέπω λέει παιδί μου.	
33.	M1	Τα 45 δευτερόλεπτα 180 που είναι τα 30 και 90 270.	
34.	M2	Το κάναμε, κυρία	

Απόσπασμα 6

Η χρήση του 180 ως δομικού λίθου αποτυπώνεται και στο παρακάτω απόσπασμα όπου οι μαθητές της ομάδας 7 του Στ1 τον χρησιμοποιούν, για να υπολογίσουν υποπολλαπλάσιά του, και συγκεκριμένα τη γωνιακή περιστροφή του δείκτη για τη θέση των 10 δευτερολέπτων στα πλαίσια και της 1^{ης} δραστηριότητας. Φαίνεται και πάλι ότι η αντιστοίχιση μεταξύ του μεγέθους της γωνιακής περιστροφής και των 30 δευτερολέπτων γίνεται αυτόματα, γεγονός που μετατρέπει τις 180 μοίρες σε δομικό λίθο, στον οποίο τα παιδιά μπορούν να στηριχτούν για να προσεγγίσουν μικρότερες γωνιακές περιστροφές.

35.	M2	Στα δέκα δευτερόλεπτα;	
36.	M1	Χωρίς αυτό λέμε.	Εννοείται ο μεταβολέας.
37.	M2	Στα 30 δευτερόλεπτα είναι η τριπλάσια τιμή του Τις 180 μοίρες, κάνουμε δια τρία.	
38.	M3	Πώς;	
39.	M2	30 δια 3 ίσον 10 δευτερόλεπτα. Ναι; Και 180 δια 3 ίσον 60 μοίρες. Κατάλαβες;	

Απόσπασμα 7

- Η γωνία των 30

Η γωνία των 30 μοιρών χρησιμοποιήθηκε ως δομικός λίθος, καθώς οι δραστηριότητες και οι υπολογισμοί των γωνιών στροφής γίνονταν πιο περίπλοκοι. Στο απόσπασμα 4 που παρουσιάστηκε παραπάνω η γωνία των 30° προέκυψε ως υποπολλαπλάσιο της γωνίας των 90 μοιρών και στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της γωνιακής περιστροφής των 10 δευτερολέπτων. Η γωνία των 30 μοιρών αποτέλεσε το μικρότερο δομικό λίθο που χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές. Εξαιτίας του ότι

αντιστοιχούσε σε στροφή 5 δευτερολέπτων (ή 5 λεπτών ή 1 ώρα, ανάλογα με το τι μετράμε κάθε φορά) υπήρξε ένας ιδιαίτερα εύχρηστος δομικός λίθος, καθώς όλες οι τιμές της γωνίας στροφής που αποτελούσαν το ζητούμενο στις διάφορες δραστηριότητες ήταν πολλαπλάσια του 30, γεγονός που με τη σειρά του συνδέεται με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας.

Η χρήση της γωνίας των 30 μοιρών ως δομικού λίθου, η οποία αντιστοιχεί στην γωνιακή περιστροφή που απαιτείται για την μετατόπιση του δείκτη από τη μια ένδειξη στην περιφέρεια του ρολογιού στην άλλη, είναι ενδεικτική του ότι η χρήση ακόμα και των καθαρά αριθμητικών στρατηγικών δεν μπορεί να διαχωριστεί από τη μεταφορά που χρησιμοποιείται, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει μια ισχυρή οπτική/εικονική διάσταση, το αναλογικό ρολόι, είτε ως γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως φυσικό αντικείμενο κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένο και γνωστό στους μαθητές από την καθημερινή τους εμπειρία.

- ο Η γωνία των 360°

Για τον υπολογισμό του μεγέθους περιστροφής των δεικτών των ρολογιών οι μαθητές χρησιμοποίησαν και το δομικό λίθο των 360 μοιρών, τον οποίο διαίρεσαν με το 4, για να πάρουν την τιμή του κάθε τετάρτου της ώρας, όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα το οποίο έλαβε χώρα στα πλαίσια της δραστηριότητας ‘Δύο Χρονόμετρα’. Η επιλογή του συγκεκριμένου δομικού λίθου πιθανότατα σχετίζεται και με την εμπειρία χρήσης του λεξιλογίου που χρησιμοποιείται καθημερινά για την μέτρηση της ώρας (π.χ. χρησιμοποιούνται συχνά εκφράσεις ‘ένα τέταρτο’ και ‘τρία τέταρτα’ της ώρας). ‘Πατώντας’ λοιπόν στις μοίρες του κύκλου μπόρεσαν να πάρουν τις τιμές των μοιρών για το ένα και τα τρία τέταρτα αντίστοιχα. Ενδιαφέρουσα είναι και η στρατηγική που περιγράφεται στη γραμμή 36, όπου η μαθήτρια ‘πατάει’ στο 360 και γυρίζει προς τα πίσω κατά 90 μοίρες, για να βρει την τιμή των 45 δευτερολέπτων.

40.	M2	Λέμε ότι πρέπει να στρίψει 270 μοίρες, γιατί και τις προηγούμενες φορές είχαμε δει ότι, γιατί όλος ο κύκλος είναι 360 μοίρες και κάθε τέταρτο είναι 90 μοίρες, οπότε 90 επί 3 είναι 270	
41.	Er	Μάλιστα. Εσύ τι λες, Μαρία;	
42.	M3	Ότι ο δείκτης του 1 ^{ου} χρονόμετρου πρέπει να στρίψει 270 για τον ίδιο λόγο που είπαν και προηγουμένως	
43.	Er	Δηλαδή για να τον ξανακούσω άλλη μια φορά.	
44.	M3	Πρέπει να στρίψει 270 μοίρες, επειδή όλος ο κύκλος είναι 360 και βγάλαμε 90	

Απόσπασμα 8

Αν και δεν υπάρχει κάποια ένδειξη για σύνδεση του γωνιακού μεγέθους με το γεωμετρικό σχήμα στην οθόνη του υπολογιστή (π.χ. με τη χρήση κάποιου δεικτικού επιρρήματος ή χειρονομίας), η αναφορά στον κύκλο δείχνει ότι οι υπολογισμοί δεν μπορούν να θεωρηθούν μηχανιστικοί και ότι λανθάνει και πάλι η σύνδεση του μεγέθους της περιστροφής με συγκεκριμένες αναπαραστάσεις. Καθώς τα παιδιά εξοικειώνονταν με τη χρήση του εργαλείου η διασύνδεση μεταξύ συγκεκριμένων

γωνιακών μεγεθών και γραφικών αναπαραστάσεων άρχισε να γίνεται πιο συνειδητά, γεγονός που αποτυπώνεται και στην ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών ως αύξηση του αριθμού των γεωμετρικών στρατηγικών στη 2^η και 3^η δραστηριότητα.

4.2.3 Γεωμετρικές στρατηγικές

Σταδιακά και καθώς οι δραστηριότητες εκτυλίσσονται, παρατηρήθηκε μια αύξηση των γεωμετρικών στρατηγικών, οι οποίες θα μπορούσαν να θεωρηθούν όχι τόσο ως ένα είδος στρατηγικής που μπορεί να αντιδιασταλεί προς τις αριθμητικές στρατηγικές, αλλά μάλλον ως εξέλιξη αυτών. Αυτό που διαφοροποιεί τις γεωμετρικές από τις αριθμητικές στρατηγικές είναι η έκδηλη σύνδεση του αριθμητικού μεγέθους της γωνίας με τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή. Έτσι, ενώ βλέπουμε ότι κατά τις γεωμετρικές στρατηγικές οι δομικοί λίθοι για τον υπολογισμό του μεγέθους της περιστροφής των δεικτών είναι ίδιοι με τις αριθμητικές στρατηγικές, η διαφορά εδώ έγκειται στο ότι δε γίνονται αντιληπτοί κυρίως ως αριθμητικές μονάδες, αλλά ότι συνδέονται στενά με συγκεκριμένα σημεία αναφοράς πάνω στην περιφέρεια του ρολογιού. Έτσι η γωνία των 90 μοιρών γίνεται αντιληπτή ως ορθή γωνία, ως γωνία δηλαδή με συγκεκριμένο σχήμα και διασυνδέεται με τη γωνία του τετραγώνου, η γωνία των 180 μοιρών γίνεται αντιληπτή ως μια ευθεία που κόβει τον κύκλο στη μέση, η γωνία των 30 ως η γωνία μεταξύ δύο ενδείξεων-ευθυγράμμων τμημάτων στην περιφέρεια του κύκλου και η γωνία των 360 ως μια πλήρης περιστροφή, την οποία μπορούμε να υπερβούμε και να πάρουμε την ίδια γωνία με διαφορετικό όμως αριθμητικό μέγεθος (η γωνία ως ισοϋπόλοιπο 360). Τα αποτελέσματα αυτά της ανάλυσης προσεγγίζονται διεξοδικότερα στη συνέχεια μέσα από την παράθεση και την ανάλυση επιλεγμένων πολυτροπικών αποσπασμάτων από διάφορες ομάδες και των δύο τμημάτων.

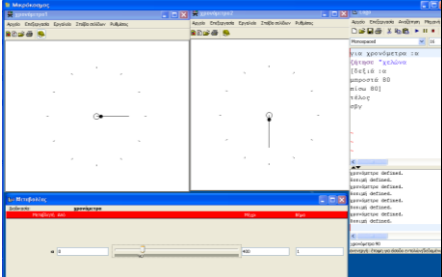


ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
9	Στ2	5	Δύο Χρονόμετρα
10	Στ2	5	Ρολόι
11	Στ1	ΟΕ	Χρονόμετρο
12	Στ1	7	Χρονόμετρο


Πίνακας 13: Η 'ταυτότητα' των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 4.2.3

- ο Η ορθή γωνία

Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προβληματίζονται αναφορικά με το πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης ενός χρονομέτρου που δείχνει 15 δευτερόλεπτα, για να δείξει τα ίδια δευτερόλεπτα με το δείκτη ενός άλλου χρονομέτρου που δείχνει 30 δευτερόλεπτα στα πλαίσια της 3^{ης} δραστηριότητας (δες εικόνα, σειρά 45). Οι μαθητές φαίνεται να αναγνωρίζουν τη γωνία που πρόκειται να διαγράψει ο δείκτης ως γεωμετρικό σχήμα παρότι δεν έχει τον κλασικό προσανατολισμό στο επίπεδο μιας

ορθής γωνίας και παρότι δεν είναι ορατές και οι δύο πλευρές της (γραμμή 46). Παράλληλα οι μαθητές συνδέουν τη γωνία που θα διαγράψει ο δείκτης με τη γωνία ενός άλλου γνωστού γεωμετρικού σχήματος, αυτό του τετραγώνου, όπου είναι ευδιάκριτες και οι δυο πλευρές της γωνίας, για να την περιγράψουν έτσι ως γεωμετρικό σχήμα (γραμμή 53).

45.	Ερ	Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1 ^{ου} χρονομέτρου, για να φτάσει στη θέση που βρίσκεται ο δείκτης του 2 ^{ου} χρονομέτρου;	
46.	M3	Μια ορθή γωνία	
47.	M2	Ναι, είναι 90 μοίρες	
48.	Ερ	γιατί είναι μια ορθή γωνία; Πού το ξέρεις;	
49.	M1	Γιατί είναι 90	
50.	Ερ	Και πού το ξέρεις;	
51.	M1	Ε το βλέπουμε, κάνει έτσι και έτσι. Να σηκωθώ στον πίνακα;	 <p data-bbox="938 1509 1361 1570">Με το χέρι του διαγράφει μια οριζόντια και μια κάθετη γραμμή</p>
52.	Ερ	Σήκω	
53.	M1	Να πω κάτι. Γιατί αν ενώσεις αυτή τη γραμμή με εκεί είναι ορθή. Είναι η γωνία του τετραγώνου.	

54.	M1	30 μοίρες εδώ πέρα – μη μου πείτε γιατί-αντιστοιχούν σε 5 δευτερόλεπτα. Από εδώ ως εδώ είναι 30 μοίρες και με νούμερα με βάση το ρολόι αυτό εδώ είναι 5 λεπτά και προχωράμε και βγαίνει 90	 <p data-bbox="938 790 1345 853">Δείχνει τα ευθύγραμμα τμήματα στην περιφέρεια του κύκλου.</p>
-----	----	--	--

Απόσπασμα 9

Ο ίδιος μαθητής (γραμμή 51) κινεί αρχικά το χέρι του οριζόντια και κάθετα, για να αισθητοποιήσει τις γραμμές που ορίζουν την ορθή γωνία. Κατόπιν σηκώνεται στην οθόνη προβολής και χρησιμοποιώντας το στυλό του ενώνει τις δύο γραμμές, που ορίζουν την ορθή γωνία, την αρχική θέση του δείκτη και την τελική επιθυμητή θέση. Αν και η στροφή ως συνεχής κίνηση γίνεται δύσκολα αντιληπτή ως μια γωνιακή σχέση, καθώς δεν μπορεί εύκολα να συσχετιστεί με κάποιο στατικό γεωμετρικό σχήμα (Mitchelmore & White, 1998), εδώ βλέπουμε να γίνεται αυτή η συσχέτιση με επιτυχία. Από την άλλη, αν και η γωνία που πρέπει να διαγράψει ο δείκτης του πρώτου χρονομέτρου δεν έχει τον κλασικό προσανατολισμό της ορθής στο επίπεδο – κάτι που ήταν ενδεχόμενο να δυσκολέψει τους μαθητές (Clements & Battista, 1992), είναι πολύ σημαντικό ότι τόσο η διακριτή όσο και η μη διακριτή πλευρά της είναι οριζόντιες και κάθετες αντίστοιχα, γεγονός που δρα πιθανότατα διευκολυντικά, καθώς μπορεί να συνδεθεί ευκολότερα με την κλασική αναπαράσταση της ορθής γωνίας στα σχολικά βιβλία. Η ικανότητα να μεταφράζεται μια στροφή ως σχέση μεταξύ δύο διευθύνσεων και παράλληλα η αναγνώριση της γωνιακής ομοιότητας μεταξύ μιας στροφής και μιας γωνίας ενός στατικού γεωμετρικού σχήματος αποτελεί πιθανότατα μια ένδειξη της προσπάθειας ενοποίησης των διαφορετικών πτυχών της έννοιας της γωνίας, ως γεωμετρικού δηλαδή σχήματος, ως μετρήσιμου μεγέθους και ως μιας δυναμική οντότητας, κάτι που δε γίνεται εύκολα ακόμα και σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας. Για παράδειγμα σε έρευνες που έκαναν οι Kieran et al. (1986) όσον αφορά στα νοήματα που αναπτύσσουν δωδεκάχρονοι μαθητές σχετικά με τη γωνία σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της χελώνας κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι μαθητές διατηρούν στατικές και δυναμικές αναπαραστάσεις της γωνίας ασύνδετες και ότι η εμπειρία τους με τη Logo ενθάρρυνε την κατανόηση των εξωτερικών γωνιών και όχι των εσωτερικών. Η προσέγγιση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας φαίνεται να διευκολύνεται από τη μεταφορά της μέτρησης της

ώρας στο χελωνόκοσμο, η οποία αισθητοποιεί τη στροφή τόσο μέσα από την κίνηση του δείκτη, όσο και της χελώνας, δίνοντας έμφαση στην ίδια την κίνηση και την αλλαγή διεύθυνσης και όχι στις εσωτερικές ή εξωτερικές γωνίες στατικών σχημάτων.

- ο Η γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών ενδείξεων στην περιφέρεια του κύκλου, η γωνία των 30°


Προσπαθώντας να αποδείξει ότι η γωνία που πρέπει να διαγράψει ο δείκτης είναι 90 μοιρών, ο μαθητής στο παραπάνω απόσπασμα καταφεύγει σε ένα μικρότερο δομικό λίθο αυτό των 30 μοιρών, ο οποίος δε συνδέεται απλά με τα 5 δευτερόλεπτα, αλλά με συγκεκριμένες θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου (γραμμή 54). Δείχνοντας τα ευθύγραμμα τμήματα-ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου λέει: *Από εδώ ως εδώ είναι 30 μοίρες και με νούμερα με βάση το ρολόι αυτό εδώ είναι 5 λεπτά και προχωράμε και βγαίνει 90'.* Φαίνεται λοιπόν ότι οι ενδείξεις στην περιφέρεια του ρολογιού δε σηματοδοτούν μόνο χρονικά διαστήματα, αλλά και γωνιακά μεγέθη ή μονάδες μέτρησης γωνιακών περιστροφών. Το ρολόι μοιάζει να μετατρέπεται σταδιακά από ένα απλουστευμένο σχέδιο-αναπαράσταση ενός αναλογικού ρολογιού σε ένα γεωμετρικό σχήμα, σε ένα κυκλικό μοιρογνωμόνιο, όπου συγκεκριμένες θέσεις αντιστοιχούν σε συγκεκριμένα μεγέθη γωνιών στροφής²¹.

- ο Η ευθεία γωνία

Η ευθεία γωνία αποτέλεσε ένα επιπλέον σημείο αναφοράς στην περιφέρεια του κύκλου, η οποία έγινε αντιληπτή ως μια ευθεία η οποία χωρίζει τον κύκλο στη μέση. Το παρακάτω απόσπασμα έλαβε χώρα στα πλαίσια της δραστηριότητας 'Ρολόι'. Όταν οι μαθητές της ομάδας εστίασης ρωτήθηκαν, γιατί έβαλαν την τιμή 180 για να περιστρέψουν έτσι τον λεπτοδείκτη, ώστε να δείχνει δώδεκα και μισή απάντησαν ότι *'το μισό του κύκλου είναι 180'*, εννοώντας τη γωνία που πρέπει να διαγράψει ο δείκτης για να φτάσει στη θέση του 'και μισή' σε ένα αναλογικό ρολόι. Παράλληλα η κίνηση των χεριών (γραμμή 61) μας δίνει μια νέα πρόσθετη πληροφορία ή αλλιώς μια άλλη διάσταση αναφορικά με το νόημα που έχει η γωνία στροφής των 180 μοιρών για τους μαθητές. Ο μαθητής δεν κινεί το χέρι του ή το στυλό πάνω στην οθόνη του υπολογιστή για να αισθητοποιήσει το ημικύκλιο που θα διαγράψει ο δείκτης αλλά κινεί το χέρι του από πάνω προς τα κάτω διαγράφοντας μια ευθεία γραμμή η οποία φαίνεται να αισθητοποιεί την ευθεία γωνία ως γεωμετρικό σχήμα, η οποία και τέμνει τον κύκλο σε δύο ημικύκλια.

55.	M1	Ποιες μεταβλητές πρέπει να πειράξετε για να δείχνει το ρολόι 12 και μισή;	Δραστηριότητα 'Ρολόι' (Διαβάζουν την εκφώνηση ερώτησης από τα φύλλα
-----	----	---	---

²¹ Η γωνία των 30 μοιρών ως δομικός λίθος για τον υπολογισμό του μεγέθους της γωνίας στροφής έχει επισημανθεί και σε έρευνα των Clements et al.(1996), η οποία αφορούσε την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων σε ένα περιβάλλον Γεωμετρίας της Χελώνας. Και εκεί όμως υπήρχαν συγκεκριμένες ενδείξεις στην οθόνη του υπολογιστή, καθώς η χελώνα έστριβε, η οποίες συντέλεσαν στη χρήση της συγκεκριμένης γωνίας ως δομικού λίθου.

			εργασίας.)
56.	Ερ	Σε ακούω	
57.	M1	Εμείς το κάναμε εδώ, ώστε να δείχνει 12 και μισή και είδαμε ότι η α είναι στο 0 και η β στο 180.	
58.	Ερ	Ωραία, αν δεν το πείραζες με το χέρι σου, δεν μπορούσες να σκεφτείς μια πιθανή τιμή;	
59.	M1	Ναι, εντάξει το ίδιο είναι	
60.	Ερ	Γιατί;	
	M2	Να το εξηγήσω εγώ; Διοτι ένας κύκλος έχει 360 μοίρες, οπότε το μισό είναι 180, οπότε το β είναι 180. Το α δεν το πειράξαμε και βγήκε.	 <p>Κινεί το χέρι του από πάνω προς τα κάτω διαγράφοντας μια ευθεία.</p>

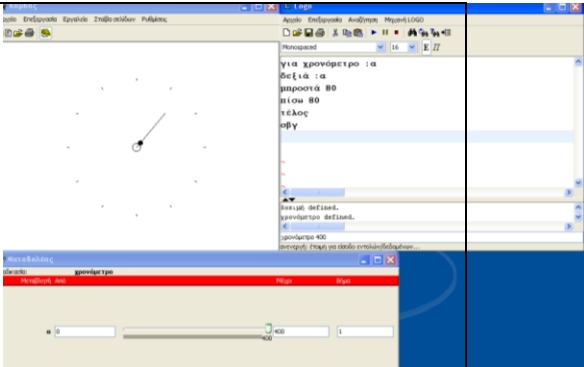


Απόσπασμα 10


- ο Η πλήρης γωνία και η γωνία ως ισοϋπόλοιπο 360°

Η πλήρης γωνία αποτέλεσε συχνά σημείο αναφοράς, ως το σημείο ολοκλήρωσης μιας πλήρους περιστροφής. Ιδιαίτερα η αναπαράσταση του αναλογικού ρολογιού συντέλεσε και στην προσέγγιση της γωνίας ως ισοϋπόλοιπο 360 μοιρών, κάτι που έρευνες δείχνουν να δυσκολεύει τους μαθητές Δημοτικού ακόμα και στο περιβάλλον του 'Χελωνόκοσμου' (Κυπρίγος, 1997). Στο παρακάτω απόσπασμα που προέρχεται από τη δραστηριότητα 'Χρονόμετρο' οι μαθητές σύροντας το μεταβολέα δίνουν την τιμή 400 στην μεταβλητή α, η οποία ορίζει το μέγεθος της στροφής που θα διαγράψει ο δείκτης του χρονομέτρου. Με παρέμβαση της ερευνήτριας ξεκινάει προβληματισμός αναφορικά με τη θέση που βρίσκεται ο δείκτης, όταν η τιμή περιστροφής είναι 400 (δες εικόνα σειρά 62). Ο M1 καταλαβαίνει ότι η συγκεκριμένη θέση έχει προκύψει από μια δεξιά στροφή με βάση την εντολή που έχει δοθεί στη χελώνα. Στη συνέχεια ο μαθητής M3 εξηγεί ότι η συγκεκριμένη θέση έχει προκύψει από μια πλήρη περιστροφή και λίγο ακόμη, λίγο πιο πάνω από το ένα τέταρτο του ρολογιού, ενώ κατόπιν με αριθμητικούς υπολογισμούς καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η γωνία που προκύπτει από τη δεξιά στροφή των 400° αντιστοιχεί στην ίδια θέση πάνω στον κύκλο με τη δεξιά στροφή των 40° . Μάλιστα ο M3 αισθητοποιεί αυτή τη στροφή των 40° κινώντας το χέρι του από την κατακόρυφη θέση προς τα δεξιά κατά τρόπο ανάλογο με αυτό που θα κινηθεί και ο δείκτης (γραμμή 69).

Κεφάλαιο 4: Κατασκευάζοντας νοήματα στο Χελωνόκοσμο

Ενότητα 4.2: Διαδικασίες προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας

62.	Ερ	Ναι, αλλά γιατί ο δείκτης κοιτάει προς τα εκεί;	 <p>Η τιμή στον μεταβολέα είναι 400</p>
63.	M1	Γιατί η εντολή είναι δεξιά.	
64.	Ερ	Ωραία, δεξιά, και γιατί δεν κοιτάει λίγο πιο πάνω ή λίγο πιο κάτω, ας πούμε;	
65.	M2	Κυρία, έκανε στροφή 400 μοιρών.	
66.	Ερ	Δηλαδή, εκεί είναι οι 400 μοίρες; Έχει κάποιος να προτείνει κάτι εκτός από αυτούς τους δύο;	
67.	M3	Εγώ δεν έχω να προτείνω, έχω να πω.	
68.	Ερ	Ωραία, για να σε ακούσω.	
69.	M3	<p>Επειδή είναι 400. Οι 360 είναι ένας ολόκληρος κύκλος και αυτό έχει λίγο πιο πέρα από το $\frac{1}{4}$. Λίγο πιο πάνω από το $\frac{1}{4}$,</p> <p>δηλαδή έχει κάνει $360 + 40$, δηλαδή ένα κύκλο ολόκληρο, δηλαδή είναι σαν να της είπαμε δεξιά 40.</p>	
70.	Ερ	Μου αρέσει η ιδέα του, αλλά για να ακούσουμε και το Γιώργο	
71.	M2	Έχει κάνει $400 - 360$.	

	<p>Έχει κάνει η χελώνα όλο τον κύκλο που είναι 360</p> <p>και μένουν άλλα 40</p> <p>και με τα 40 έκανε αυτό το γύρισμα.</p>	
--	---	---

Απόσπασμα 11

Κατόπιν, ο μαθητής M2 εξηγεί με αντίστοιχο τρόπο τη θέση που έχει ο δείκτης για τις 400 μοίρες. Για να περιγράψει την πλήρη περιστροφή, περιστρέφει το δάχτυλό του, σα να ζωγραφίζει ένα κύκλο, ενώ για τη δεξιά στροφή των 40° χρησιμοποιεί την παλάμη του, η οποία φαίνεται να συντονίζεται με την κίνηση της χελώνας.

Εντυπωσιακή στο συγκεκριμένο απόσπασμα είναι η σιωπηλή συμμετοχή του M3 μέσω της κίνησης των χεριών του, η οποία ακολουθεί τα λεγόμενα του M2 και τα αισθητοποιεί από τη στιγμή που ολοκληρώνεται η αναπαράσταση της πλήρους περιστροφής και μετά (σειρά 71). Αυτή η συμμετοχή στη συζήτηση μέσω των χειρονομιών μοιάζει με μια μέθοδο παρακολούθησης, ελέγχου και επαλήθευσης αυτών που λέει ο συμμαθητής του.

4.2.4 Μικτές στρατηγικές

Καθώς οι μαθητές εξοικειώνονταν με τις αναπαραστάσεις και τις λειτουργικότητες του εργαλείου, η αύξηση της χρήσης μικτών στρατηγικών θεωρήθηκε ενδεικτική μιας βαθύτερης κατανόησης των διαφόρων πτυχών της έννοιας της γωνίας. Ειδικότερα, η ευκολία μετάβασης από τις αριθμητικές στρατηγικές στις γεωμετρικές και

αντίστροφα -ανάλογα με τη γωνιακή περιστροφή που έπρεπε να υπολογιστεί, καθώς και η προσέγγιση της ίδιας γωνίας στροφής μέσω μιας ποικιλίας διαφορετικών στρατηγικών από την ίδια ομάδα θεωρούνται κομβικά σημεία στα πλαίσια της διαδικασίας μετατροπής του μοντέλου του αναλογικού ρολογιού σε ένα εργαλείο σημειωτικής διαμεσολάβησης της έννοιας της γωνίας και κατόπιν σε ένα εσωτερικευμένο εργαλείο, σε ένα εσωτερικευμένο δυναμικό κυκλικό μοιρογνωμόνιο.

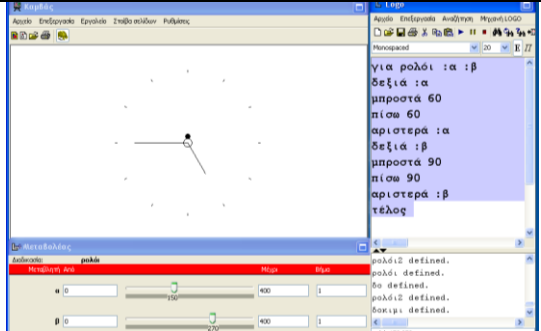
Τα παραπάνω θέματα προσεγγίζονται διεξοδικότερα στη συνέχεια μέσα από την παράθεση και την ανάλυση επιλεγμένων πολυτροπικών αποσπασμάτων από διάφορες ομάδες και των δύο τμημάτων, όπως φαίνεται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
12	Στ2	4	Ρολόι
13	Στ1	7	Χρονόμετρο
14	Στ1	1	Δύο Χρονόμετρα

Πίνακας 14: Η 'ταυτότητα' των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 4.2.4

Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές της ομάδας εστίασης προσπαθούν στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας να υπολογίσουν πόσο πρέπει να στρίψει ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης, ώστε το ρολόι να δείχνει 5 παρά τέταρτο. Ο Μ3 προσπαθώντας να εξηγήσει στους συμμαθητές του γιατί οι μοίρες περιστροφής του λεπτοδείκτη για τη θέση παρά τέταρτο θα είναι 270 (μεταβλητή β), χρησιμοποιεί μια αριθμητική στρατηγική με δομικούς λίθους τη γωνία των 180 και των 30 μοιρών (σειρά 74). Στη συνέχεια η τιμή της μεταβλητή α, που καθορίζει τη γωνία στροφής του ωροδείκτη, προσεγγίζεται με μια γεωμετρική στρατηγική, καθώς ο υπολογισμός της τιμής της είναι στενά συνδεδεμένος με τη γεωμετρική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή. Στην προσπάθεια υπολογισμού των μοιρών περιστροφής του ωροδείκτη, ώστε να δείχνει την πέμπτη ώρα, προκύπτει η ανάγκη εντοπισμού της επιθυμητής θέσης του δείκτη πάνω στο ρολόι. Ο Μ1 σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές εντοπίζει δείχνοντας με το χέρι στην οθόνη του υπολογιστή τη θέση που πρέπει να έχει ο δείκτης για να δείχνει 5 (σειρά 77 και 79), θέλοντας την πρώτη φορά να διευκολυνθεί ο ίδιος στον υπολογισμό και τη δεύτερη φορά να αποδείξει ότι η τιμή 90 που προτείνεται από τον Μ2 είναι λανθασμένη. Στη συνέχεια οι μαθητές προσπαθούν να υπολογίσουν την τιμή που πρέπει να δοθεί στην μεταβλητή α στηριζόμενοι στα σημεία αναφοράς των 90 και 180 μοιρών, δείχνοντας παράλληλα στην οθόνη του υπολογιστή. Αφού φτάσουν στο 180, που αντιστοιχεί στο μέγεθος της στροφής του δείκτη για την 6^η ώρα, για να γυρίσουν μια ένδειξη προς τα πίσω, αφαιρούν 30, που είναι και ο μικρότερος δομικός λίθος που χρησιμοποιήθηκε γενικότερα κατά τους υπολογισμούς και έχει σαφώς να κάνει με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας. Με άλλα λόγια το μέγεθος της περιστροφής για τη θέση 5 του ρολογιού προσεγγίζεται αρχικά μέσα από το συνδυασμό δύο δεξιόστροφων γωνιών από το 0 στο 90 και μετά

στο 180 και στη συνέχεια μέσα από μια αριστερόστροφη γωνία των 30 μοιρών, καθώς οι μαθητές γυρνούν από τη θέση 6 προς τα πίσω στη θέση 5.

	M1	Πέντε παρά τέταρτο.	
	M2	Παρά τέταρτο; Ωραία 300.	
	M3	270 βγαίνει. Τα 30 δευτερόλεπτα είναι 180 μοίρες και 90 το τέταρτο. 270.	
	M1	Η μεταβλητή α;	
	M2	Η μεταβλητή α είναι 5.	
	M1	Η πέντε η ώρα είναι εδώ.	Δείχνει με το χέρι στη συγκεκριμένη θέση στην οθόνη του υπολογιστή.
	M2	90.	
	M1	Εδώ είναι 3,4,5. Εδώ είναι το 5.	
	M2	Μπερδεύτηκα. Άρα, αφού εδώ πέρα είναι το 90.	
	M1	15 λεπτά είναι το 90, εδώ είναι το 180, 150 μοίρες.	Δείχνει με το χέρι σε συγκεκριμένες θέσεις στην οθόνη του υπολογιστή.

Απόσπασμα 12

Η διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω φανερώνει αφενός τη μετατροπή της περιφέρειας του ρολογιού σε ένα κυκλικό μοιρογνωμόνιο, αφετέρου δείχνει ότι οι μαθητές μπορούν να κινηθούν με ευχέρεια τόσο δεξιόστροφα όσο και αριστερόστροφα κάνοντας πράξεις μεταξύ των γωνιών, γεγονός που σύμφωνα με τους Clements & Battista (1992) δείχνει μια σε βάθος κατανόηση της έννοιας της γωνίας και αίρει εν μέρει τις επιφυλάξεις αναφορικά με τους περιορισμούς που μπορεί να θέσει στην κατανόηση της γωνίας ως μια δυναμικής έννοιας η δεξιόστροφη κίνηση ως αποτέλεσμα της χρήσης της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας. Στο απόσπασμα που ακολουθεί φαίνεται ανάγλυφα η δυνατότητα των παιδιών να χρησιμοποιούν μια πληθώρα εναλλακτικών στρατηγικών για να προσεγγίσουν την τιμή συγκεκριμένων γωνιών στροφής του δείκτη στη δραστηριότητα 'ρολόι'. Αρχικά υπολογίζουν το μέγεθος της περιστροφής ανεβαίνοντας 30 30, καθώς μεταβαίνουν από τη μια ένδειξη στην περιφέρεια του ρολογιού στην άλλη (σειρά 83). Κατόπιν, σκέφτονται πώς θα εξηγήσουν στην ομαδική συζήτηση γιατί επέλεξαν τις τιμές 90 και 180 για το 'τρεις και μισή'. Να εξηγήσουν τις τιμές μέσω μιας αριθμητικής στρατηγικής προσθέτοντας 30 30 ή μέσω μιας γεωμετρικής στρατηγικής, αναγνωρίζοντας την ορθή γωνία και συνδέοντάς την με αυτή του τετραγώνου (σειρά 87);

Ταυτόχρονα, φαίνεται ότι οι συγκεκριμένοι μικρόκοσμοι αποτέλεσαν όχι μόνο ένα μέσο λειτουργικής σύνδεσης μεταξύ της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας και της

γωνίας στροφής, αλλά και ένα μέσο αναφοράς και ελέγχου διαισθήσεων και προβλέψεων. Διαδραμάτισαν μέσω των φαινομενολογικών τους ενδείξεων και ένα ρόλο επικύρωσης ή μη των συμπερασμάτων των μαθητών, κάτι που έχει παρατηρηθεί τόσο σε περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας (Holzl, 1996) όσο και σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας (Clements et al., 1996). Έτσι, η τιμή που προτείνουν για τη γωνία στροφής του δείκτη δεν μπορεί να είναι λάθος, καθώς αυτή την τιμή της γωνίας στροφής δείχνει και ο μεταβολέας για τη συγκεκριμένη θέση του δείκτη (σειρά 90).

82.	M1	Πανεύκολο είναι.	
83.	M2	Κοίτα, μετράς σαν το ρολόι 30 60 90.	
84.	M2	Τι να πω τώρα; Ότι μια τέτοια γωνία είναι 90;	Σκέφτονται πώς θα το εξηγήσουν.
85.	M1	Ναι	
86.	M2	Ή να πω ότι είναι 30 έτσι και 30;	
87.	M1	Γιατί μια ορθή γωνία του τετραγώνου είναι 90 μοίρες	
88.	M2	Εσύ θα το πεις γιατί είναι 180;	
89.	M1	Μπορεί και να είναι λάθος;	Εννοεί το 90
90.	M2	Πώς να είναι λάθος, ρε, αφού το λέει εδώ πέρα.	Εννοεί το μεταβολέα.

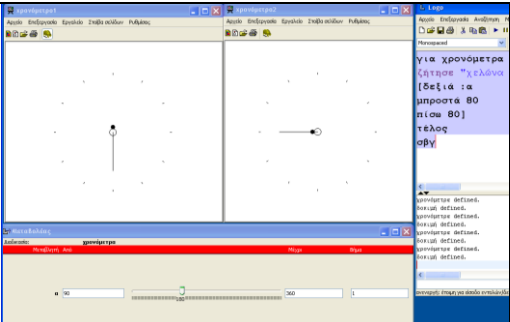




Απόσπασμα 13


Στη μέχρι τώρα ανάλυση φάνηκε πώς το ρολόι στην οθόνη του υπολογιστή μετατράπηκε σταδιακά σε ένα γεωμετρικό σχήμα και κατόπιν σε ένα είδος κυκλικού μοιρογμωμονίου στην οθόνη του υπολογιστή, το οποίο αποτελούσε σημείο αναφοράς για τον υπολογισμό του μεγέθους συγκεκριμένων δεξιόστροφων γωνιών. Η ανάλυση του αποσπάσματος που ακολουθεί έρχεται αφενός να ενισχύσει τα παραπάνω συμπεράσματα αφετέρου να καταδειξεί ότι το ρολόι μετατράπηκε σε ένα είδος εσωτερικευμένου εργαλείου, το οποίο και διαμεσολάβησε σημειωτικά τους υπολογισμούς των παιδιών, αναφορικά με το μέγεθος συγκεκριμένων γωνιών στροφής (Mariotti, 2002).

Το απόσπασμα που ακολουθεί έλαβε χώρα στα πλαίσια της 3^{ης} δραστηριότητας. Το παιδιά δουλεύουν με το μικρόκοσμο 'Χρονόμετρα 3' και προσπαθούν, χωρίς να κινήσουν τον μεταβολέα, να προβλέψουν πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1^{ου} χρονόμετρου, για να έχει την ίδια ένδειξη με το 2^ο χρονόμετρο, που εικονίζεται (δες σειρά 91). Η γλώσσα που χρησιμοποιείται δείχνει την ευκολία που έχουν αποκτήσει οι μαθητές στο να κάνουν την αντιστοίχιση μεταξύ των μονάδων μέτρησης της ώρας και συγκεκριμένων γωνιακών περιστροφών, καθώς κατά τους υπολογισμούς χρησιμοποιούν μονάδες διαφορετικών μεγεθών, χωρίς αυτό να επηρεάζει την ορθότητα του αποτελέσματος. Για παράδειγμα στη γραμμή 94 ο M1 προσθέτει μισή ώρα και 90 μοίρες και παίρνει ως αποτέλεσμα 45 λεπτά. Και πάλι πρέπει να τονιστεί η σημασία του ότι οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να κάνουν πράξεις μεταξύ γωνιών, καθώς και του γεγονότος ότι με ευκολία μπορούν να αναγνωρίσουν μια γωνία 90 μοιρών άσχετα με τον προσανατολισμός της στο χώρο και δεδομένου ότι σε κάθε περίπτωση είναι ορατή μόνο η μια πλευρά, που ορίζει την εν λόγω γωνία ως γεωμετρικό σχήμα.

Κεφάλαιο 4: Κατασκευάζοντας νοήματα στο Χελωνόκοσμο

Ενότητα 4.2: Διαδικασίες προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας

91.	Ερ	<p>Για να δούμε είσαι σωστός; Να το. Εγώ, λοιπόν, τώρα σου κάνω την εξής ερώτηση: Πόσο ΑΚΟΜΑ πρέπει να στρίψει ο δείκτης αυτού, του 1^{ου} χρονόμετρου, για να φτάσει στη θέση που είναι το δεύτερο χρονόμετρο; Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει;</p>	 <p>Μικρόκοσμος 'Χρονόμετρα 3'</p>
92.	M1	90	
93.	Ερ	Γιατί 90, Ιωσήφ;	
94.	M1	<p>Γιατί $\frac{1}{4}$ είναι 90 μοίρες ή 180. Μισό λεπτό. $\frac{1}{4}$ είναι 90 μοίρες.</p> <p>Αρα μισή ώρα</p> <p>και 90 μοίρες</p>	 <p>Δείχνει τη θέση που αντιστοιχεί στις 90 μοίρες</p>  <p>Δείχνει τη θέση που αντιστοιχεί στις 180 μοίρες.</p>  <p>Σκέφτεται.</p>  <p>Κάνει πρόσθεση 'μισή ώρα συν 90 μοίρες' ενώ δείχνει τη θέση των 90 μοιρών.</p>

		πάει 45 λεπτά.	
			Δείχνει τη θέση για τα 45 λεπτά.
95.	Er	Άρα, η απάντηση στην ερώτηση είναι 90. Εγώ εδώ το μεταβολέα πόσο πρέπει να τον βάλω;	
96.	M1	270	

Απόσπασμα 14

Οι χειρονομίες του μαθητή (γραμμή 91), αν και δεικτικές στο μεγαλύτερο μέρος τους, δεν έχουν ως φόντο το σχέδιο του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αλλά πραγματοποιούνται ‘στον αέρα’ και αποκτούν ένα περισσότερο εικονικό και μεταφορικό χαρακτήρα. Μοιάζουν με αυτό που περιγράφει ο McNeil (1992) ως αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες, καθώς ο ομιλητής δείχνει σε ένα φαινομενικά κενό χώρο. Με τις συγκεκριμένες χειρονομίες δημιουργείται ένας εικονικός χώρος μπροστά από τον ομιλητή, στον οποίο τα διάφορα αναπαριστώμενα αντικείμενα ‘τοποθετούνται’ και γίνονται αντικείμενα επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης (Yoo et al, 2009). Αυτές οι αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες υποδηλώνουν μια μεταφορική χρήση του χώρου, όπου οι έννοιες αποκτούν χωρικές ιδιότητες, ενώ λειτουργίες που ήταν αρχικά συνδεδεμένες με εξωτερικές δραστηριότητες, π.χ. μετακίνηση του δείκτη αισθησιοκινητικά μέσω του μεταβολέα ή παρατήρηση της αναπαράστασης στην οθόνη του υπολογιστή, λειτουργούν τώρα αναδομημένες εσωτερικά προκαλώντας νέα είδη συμπεριφοράς. Έτσι, οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι από τεχνολογικά κατασκευάσματα φαίνεται να μετατρέπονται σε ψυχολογικά εργαλεία μέσω μιας διαδικασίας εσωτερικευσης με στόχο τον διανοητικό/νοερό έλεγχο του μεγέθους της γωνίας στροφής των δεικτών των ρολογιών. Υπό αυτή την έννοια οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι αποκτούν μια συμβολική διάσταση, γίνονται εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης.

4.2.5 Σύνοψη

Οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις χωρικές ιδιότητες των αντικειμένων της καθημερινής μας εμπειρίας, και υπό αυτή την προοπτική οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις οπτικές εικόνες (Mariotti, 1995). Μολαταύτα οι οπτικές αυτές εικόνες πρέπει να ‘αναγνωσθούν’ με ένα μαθηματικό τρόπο, ώστε να αναδειχτεί το θεωρητικό μήνυμα και η σχέση τους με τις γεωμετρικές έννοιες. Στην παρούσα ενότητα φάνηκε πώς σταδιακά και καθώς οι μαθητές εξοικειώνονταν με τις αναπαραστάσεις και τις λειτουργικότητες του λογισμικού:

α) Το αναλογικό ρολόι στην οθόνη του υπολογιστή έγινε σταδιακά αντιληπτό όχι ως απλό σχέδιο αλλά ως γεωμετρική αναπαράσταση, καθώς οι διάφορες θέσεις του δείκτη προσεγγίστηκαν ως αποτέλεσμα προσανατολισμένης στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος.

β) Το ρολόι-μοντέλο έγινε σταδιακά αντιληπτό και χρησιμοποιήθηκε ως ένα κυκλικό μοιρογνωμόνιο με συγκεκριμένα σημεία αναφοράς και με μικρότερο δομικό λίθο τη γωνία των 30, τη γωνία, δηλαδή, περιστροφής του δείκτη από τη μια ένδειξη στην περιφέρεια του κύκλου στην αμέσως επόμενη.

Μια πρώτη κωδικοποίηση των δεδομένων όσον αφορά στις διαδικασίες που ακολούθησαν οι μαθητές για να προσδιορίσουν το μέγεθος της γωνίας στροφής ανέδειξε την κατηγορική μεταβλητή της *‘στρατηγικής προσδιορισμού του μεγέθους της γωνίας στροφής’*. Η αρχική ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών έδωσε αφενός μια συνολικότερη αίσθηση του τι έγινε στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων, ενώ ανέδειξε τη χρονική συνιστώσα της εξέλιξης των παραπάνω στρατηγικών. Παράλληλα ανέκυψε μια σειρά προβληματισμών που στη συνέχεια προσεγγίστηκαν μέσα από την παράθεση και λεπτομερή ανάλυση συγκεκριμένων αντιπροσωπευτικών πολυτροπικών αποσπασμάτων.

Η εργασία των παιδιών αναδείχτηκε σύμφυτη με επιρροές από τη χρήση των υπολογιστικών εργαλείων, στα πλαίσια πάντα των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων. Σταδιακά και καθώς οι δραστηριότητες εκτυλίσσονταν παρατηρήθηκε μια μείωση των αριθμητικών στρατηγικών και αντίστοιχα μια αύξηση των γεωμετρικών, οι οποίες θα μπορούσαν να θεωρηθούν όχι τόσο ως ένα είδος στρατηγικής που μπορεί να αντιδιασταλεί προς τις αριθμητικές στρατηγικές, αλλά μάλλον ως εξέλιξη αυτών. Αυτό που διαφοροποίησε τις γεωμετρικές από τις αριθμητικές στρατηγικές ήταν η έκδηλη σύνδεση του αριθμητικού μεγέθους της γωνίας με τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή. Έτσι, ενώ κατά τις γεωμετρικές στρατηγικές οι δομικοί λίθοι για τον υπολογισμό του μεγέθους της περιστροφής των δεικτών ήταν οι ίδιοι με τις αριθμητικές στρατηγικές, η διαφορά βρισκόταν στο ότι δε γίνονταν αντιληπτοί κυρίως ως αριθμητικές μονάδες, αλλά ότι συνδέονταν στενά με συγκεκριμένα σημεία αναφοράς πάνω στην περιφέρεια του ρολογιού. Αν και στις περιπτώσεις που χρησιμοποιήθηκαν καθαρά αριθμητικές στρατηγικές λάνθανε η αντιστοίχιση με συγκεκριμένες εικονικές/οπτικές μονάδες, καθώς τα παιδιά εξοικειώνονταν με τη χρήση του εργαλείου, η διασύνδεση μεταξύ συγκεκριμένων γωνιακών μεγεθών και γραφικών αναπαραστάσεων άρχισε να γίνεται πιο συνειδητά, γεγονός που αποτυπώνεται και στην ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών ως αύξηση του αριθμού των γεωμετρικών στρατηγικών στη 2^η και 3^η δραστηριότητα.

Καθώς οι μαθητές εξοικειώνονταν με τις αναπαραστάσεις και τις λειτουργικότητες του εργαλείου, η αύξηση της χρήσης μικτών στρατηγικών θεωρήθηκε ενδεικτική μιας βαθύτερης κατανόησης των διαφόρων πτυχών της έννοιας της γωνίας. Ειδικότερα, η ευκολία μετάβασης από τις αριθμητικές στρατηγικές στις γεωμετρικές και

αντίστροφα -ανάλογα με τη γωνία στροφής που έπρεπε να υπολογιστεί, καθώς και η προσέγγιση της ίδιας γωνίας στροφής μέσω μιας ποικιλίας διαφορετικών στρατηγικών από την ίδια ομάδα θεωρούνται κομβικά σημεία στα πλαίσια της διαδικασίας μετατροπής του μοντέλου του αναλογικού ρολογιού σε ένα εργαλείο σημειωτικής διαμεσολάβησης της έννοιας της γωνίας και κατόπιν σε ένα εσωτερικευμένο εργαλείο, σε ένα εσωτερικευμένο δυναμικό κυκλικό μοιρογνομόνιο.

Αν και η στροφή ως συνεχής κίνηση γίνεται δύσκολα αντιληπτή ως μια γωνιακή σχέση, καθώς δεν μπορεί εύκολα να συσχετιστεί με κάποιο στατικό γεωμετρικό σχήμα (Mitchellmore & White, 1998), φάνηκε ότι στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων αυτή η συσχέτιση έγινε με επιτυχία. Η ικανότητα να μεταφράζεται μια στροφή ως σχέση μεταξύ δύο διευθύνσεων και παράλληλα η αναγνώριση της γωνιακής ομοιότητας μεταξύ μιας στροφής και μιας γωνίας ενός στατικού γεωμετρικού σχήματος αποτελεί πιθανότατα μια ένδειξη της προσπάθειας ενοποίησης των διαφορετικών πτυχών της έννοιας της γωνίας, ως γεωμετρικού δηλαδή σχήματος, ως μετρήσιμου μεγέθους και ως μιας δυναμική οντότητας, κάτι που δε γίνεται εύκολα ακόμα και σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας (Kieran et al, 1986, Hoyles & Noss, 1992). Η προσέγγιση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας διευκολύνθηκε πιθανότατα από το συνδυασμό της μεταφοράς της χελώνας με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας στο περιβάλλον του χελωνόκοσμου. Έτσι στις συγκεκριμένες δραστηριότητες το σημείο εστίασης ήταν η ίδια η κίνηση και η αλλαγή κατεύθυνσης και όχι οι εσωτερικές ή εξωτερικές γωνίες στατικών σχημάτων, που προκύπτουν ως το ίχνος της κίνησης της χελώνας, όπως συμβαίνει στις περισσότερες δραστηριότητες σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας. Επιπλέον, το γεγονός ότι οι μαθητές κινήθηκαν με ευχέρεια τόσο δεξιόστροφα όσο και αριστερόστροφα κάνοντας πράξεις μεταξύ των γωνιών δείχνει πιθανότατα (Clements & Battista, 1992) μια σε βάθος κατανόηση της έννοιας της γωνίας και αίρει εν μέρει τις επιφυλάξεις αναφορικά με τους περιορισμούς που μπορεί να θέσει στην κατανόηση της γωνίας ως μια δυναμικής έννοιας η δεξιόστροφη κίνηση ως αποτέλεσμα της χρήσης της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας.

Καθώς οι μαθητές ενεπλάκησαν σε μια πολύπλοκη σημειωτική δραστηριότητα κατασκευής και μετάφρασης συμβόλων που προέρχονται από τη φυσική γλώσσα, το συμβατικό μαθηματικό λόγο και το μαθηματικό συμβολισμό (Saenz-Ludlow, 2003), σημαντική κατά την κατασκευή νοημάτων αναδείχτηκε η κοινωνικά διαμεσολαβημένη εμπειρία της μέτρησης της ώρας. Τα κοινωνικά διαμεσολαβημένα χαρακτηριστικά της φυσικής γλώσσας (Pimm, 1987, Miura, 2001), που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της ώρας φάνηκε ότι διευκόλυναν τη μαθηματική δραστηριότητα. Για παράδειγμα μέσα από τη χρήση των 15 δευτερολέπτων ως δομικού λίθου –μονάδας για τη μέτρηση της ώρας, διαμεσολαβήθηκε και η χρήση των 90 μοιρών ως δομικού λίθου-μονάδας για τη μέτρηση γωνιών. Από την άλλη η χρήση της γωνίας των 30 μοιρών, η οποία αντιστοιχεί στην γωνία στροφής που απαιτείται για την μετατόπιση του δείκτη από τη μια ένδειξη στην περιφέρεια του ρολογιού στην άλλη, ως του μικρότερου δομικού λίθου για τον καθορισμό της γωνίας

στροφής δεν μπορεί να διαχωριστεί από τη μεταφορά που χρησιμοποιείται, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει μια ισχυρή οπτική/εικονική διάσταση, το αναλογικό ρολόι, είτε ως γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως φυσικό αντικείμενο κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένο και γνωστό στους μαθητές από την καθημερινή τους εμπειρία.

Ιδιαίτερης σημασίας υπήρξε και ο ρόλος των χειρονομιών στην προσπάθεια λεκτικής διατύπωσης χωρικών σχέσεων. Ένα μεγάλο μέρος των χειρονομιών που χρησιμοποιήσαν οι μαθητές θεωρήθηκε από την ερευνήτρια ότι ανήκαν στην κατηγορία των ‘εικονικών’ ή ‘αναπαραστασιακών’ χειρονομιών, όπου υπάρχει κάποιος βαθμός ισομορφισμού μεταξύ του σχήματος της χειρονομίας και της οντότητας στην οποία αναφέρεται (Ozyurek, 2000). Αυτού του είδους οι χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν κατά κύριο λόγο ως ένα μέσο αντικειμενοποίησης (objectification) της γνώσης (Radford, 2005), ένα μέσο που επέτρεψε στους μαθητές να συνδέσουν την έννοια της γωνίας ως στροφής με αυτή ως στατικό γεωμετρικό σχήμα με εμφανείς και τις δύο πλευρές.

Σιγά σιγά κατά την προσπάθεια διατύπωσης χωρικών σχέσεων οι μαθητές άρχισαν να χρησιμοποιούν και δεικτικές χειρονομίες, οι οποίες δεν είχαν πάντα ως φόντο το σχέδιο του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αλλά πραγματοποιούνταν και ‘στον αέρα’ αποκτώντας ένα περισσότερο εικονικό και μεταφορικό χαρακτήρα. (McNeil, 1992). Με τις συγκεκριμένες χειρονομίες δημιουργήθηκε ένας εικονικός χώρος μπροστά από τον ομιλητή, στον οποίο τα διάφορα αναπαριστώμενα αντικείμενα ‘τοποθετήθηκαν’ και έγιναν αντικείμενα επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης (Yoo et al, 2009). Αυτές οι αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες υποδηλώναν μια μεταφορική χρήση του χώρου, όπου οι έννοιες αποκτούσαν χωρικές ιδιότητες, ενώ λειτουργίες που ήταν αρχικά συνδεδεμένες με εξωτερικές δραστηριότητες, π.χ. μετακίνηση του δείκτη αισθησιοκινητικά μέσω του μεταβολέα ή παρατήρηση της αναπαράστασης στην οθόνη του υπολογιστή, λειτούργησαν αναδομημένες εσωτερικά προκαλώντας νέα είδη συμπεριφοράς.

Η χρήση συγκεκριμένων υλικών, εργαλείων και συμβόλων θεωρείται ότι επηρεάζει βαθιά τόσο τη φύση των δεξιοτήτων και γνώσεων που αναπτύσσονται οι μαθητές όσο και τις ίδιες τις διαδικασίες μέσω των οποίων αυτές αναπτύσσονται (Vygotsky, 1978, Ivarsson et al., 2009). Τα νοήματα που προέκυψαν φαίνεται να είναι στενά συνδεδεμένα με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας, ως μια κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένης πρακτικής, ο ρόλος της οποίας πρέπει να εξεταστεί όχι μόνο αναφορικά με τα πλεονεκτήματα του στην προσέγγιση της έννοιας της γωνίας όσο και σε σχέση με τα ενδεχόμενα εμπόδια και περιορισμούς που μπορεί να δημιουργήσει ή και τις παρανοήσεις που μπορεί να καλλιέργησε. Ταυτόχρονα, η διασύνδεση των διαφορών αριθμητικών τιμών των γωνιακών μεγεθών περιστροφής με τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας καθίσταται εφικτή με ένα λειτουργικό τρόπο μέσα από τη μεταφορά της χελώνας: α) ως μιας οντότητας με την οποία μπορούμε να συντονίσουμε το σώμα μας, β) ως μιας οντότητας την οποία μπορούμε να

προγραμματίσουμε και γ) ως μιας οντότητας την οποία μπορούμε να χειριστούμε κιναισθητικά μέσω του μεταβολέα. Στην επόμενη ενότητα εξετάζεται εκτενέστερα τόσο ο ρόλος της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας όσο και της υποκείμενης μεταφοράς της χελώνας κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων.

4.3 Η χρήση μεταφορών και η γωνία στροφής

Αν και η χρήση μεταφορών (metaphors), χρησιμοποιείται συστηματικά ως βοήθημα κατά την προσέγγιση καινούργιων ή μη εύκολα κατανοητών εννοιών και αντικειμένων, πρέπει να λαμβάνεται πάντα υπόψη ότι η χρήση τους ρυθμίζει τον τρόπο με τον οποίο το καινούργιο γίνεται αντιληπτό (English, 1997, Pufall, 1988). Κατά συνέπεια επιβάλλεται η διερεύνηση των δυνατοτήτων αλλά και των περιορισμών της χρήσης συγκεκριμένων μεταφορών, καθώς σε κάθε περίπτωση η όποια μεταφορά δεν μπορεί να θεωρηθεί δομικά και λειτουργικά ισοδύναμη με την έννοια ή το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται. Το παρόν κεφάλαιο εστιάζει στην αναζήτηση ενδείξεων αναφορικά με τον τρόπο που οι δύο κεντρικές μεταφορές που ενσωματώθηκαν στους υπολογιστικούς μικροκροκόσμους, α) η μεταφορά της μέτρησης της ώρας και β) η μεταφορά της χελώνας, χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές και επηρέασαν αντίστοιχα την κατασκευή νοημάτων από αυτούς.

4.3.1 Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας

Από την ανάλυση των δεδομένων φάνηκε ότι η χρήση της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας διαδραμάτισε καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη νοημάτων αναφορικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας. Τα θέματα που ανέκυψαν σε σχέση με τη χρήση της συγκεκριμένης μεταφοράς θα μπορούσαν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

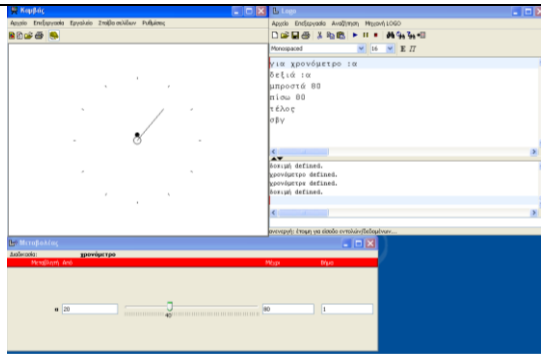
- Η διάκριση μεταξύ μονάδων μέτρησης της γωνίας στροφής και μονάδων μέτρησης της ώρας
- Η χρήση των ενδείξεων στην περιφέρεια του αναλογικού ρολογιού ως σημείων αναφοράς για τον υπολογισμό του μεγέθους των γωνιών στροφής
- Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας σε ένα εν λειτουργία αναλογικό ρολόι και η ρύθμιση της ένδειξης της ώρας στους υπολογιστικούς μικροκόσμους
- Ο προσανατολισμός της γωνίας στροφής και το σημείο εκκίνησης της μέτρησης της

Τα παραπάνω θέματα προσεγγίζονται διεξοδικότερα στη συνέχεια μέσα από την παράθεση και την ανάλυση επιλεγμένων πολυτροπικών αποσπασμάτων από διάφορες ομάδες και των δύο τμημάτων, όπως φαίνεται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
15	Στ1	4	Χρονόμετρο
16	Στ1	4	Ρολόι
17	Στ2	2	Δυο Χρονόμετρα

Πίνακας 15: Η ‘ταυτότητα’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 4.3.1.

Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προσπαθούν να προβλέψουν ποια τιμή πρέπει να δώσουν στη μεταβλητή a για να δείχνει το χρονόμετρο 15 δευτερόλεπτα στα πλαίσια της πρώτης δραστηριότητας. Ο M2 δυσκολεύεται να διασυνδέσει συγκεκριμένες ενδείξεις μέτρησης του χρόνου με το μέγεθος της γωνίας στροφής που απαιτείται, για να βρεθεί ο δείκτης σε καθορισμένες θέσεις. Έτσι για να δείξει ο δείκτης του ρολογιού 15 δευτερόλεπτα πρέπει πολύ απλά να στρίψει κατά 15 δευτερόλεπτα ή αλλιώς ένα $\frac{1}{4}$ του λεπτού, δηλαδή και πάλι 15 δευτερόλεπτα (γραμμή 97 και 99). Ο M1 όμως παρατηρεί ότι ο μεταβολέας έχει την τιμή 40 και ο δείκτης του ρολογιού βρίσκεται πολύ πριν τα 15 δευτερόλεπτα, ενώ θυμάται ότι από τον ελεύθερο πειραματισμό στην προηγούμενη φάση είχε παρατηρήσει ότι ο δείκτης για να πάει στο 12 ήθελε 360 (γραμμή 100). Έτσι, αρχίζει σιγά σιγά να διασυνδέεται η μέτρηση της ώρας με συγκεκριμένες γωνίες στροφής. Ενώ τα δευτερόλεπτα που μετρά μια πλήρη περιστροφή του δείκτη του χρονομέτρου είναι 60, η ίδια κίνηση αντιστοιχεί στην τιμή 360 του μεταβολέα. Είναι χαρακτηριστική η φράση: ‘Όλο αυτό εδώ πέρα με αυτό εδώ πέρα είναι 360’ (γραμμή 108).

97.	M2	Αλήθεια, πώς το βρίσκουμε; A, το βρήκα. Ακούς, Παύλο; Aς πούμε ότι είναι 12. θα πάει ένα τέταρτο στα 15 δευτερόλεπτα. Άρα επομένως η τιμή του μεταβολέα 15 ή όχι; Για να δούμε. Ναι 15	
98.	M3	Εδώ λέει δευτερόλεπτα;	Αναφέρεται στις τιμές του μεταβολέα
99.	M2	Ναι, αλλά κοίτα αυτό όλο είναι ένα λεπτό, στα 15 δευτερόλεπτα θα πάει εδώ άρα 15. Γιατί... Άρα, εντάξει 15. Λοιπόν, έλεγα λοιπόν ότι άμα ήταν 12 θα ... είναι αυτό ένα λεπτό έτσι και κάνει ένα γύρο, είναι 60 δευτερόλεπτα. Είναι λοιπόν στο 12 να πούμε, έτσι και πάει μέχρι εδώ για 15 δευτερόλεπτα, θα είναι το $\frac{1}{4}$ του λεπτού. 15. Δε βγαίνει ή έχετε άλλη γνώμη;	
100.	M1	Φαντάσου είναι αυτό εκεί πέρα, είναι 40 εδώ. Όλο αυτό εδώ πέρα είναι 360° , (Διαγράφει ένα πλήρη κύκλο με το δείκτη του χεριού στην περιφέρεια του ρολογιού ξεκινώντας από το ακριβώς) δια 3 πες.	
101.	M2	Δια 4 τέταρτα να πούμε.	
102.	M1	Τέταρτα, συγγνώμη.	
103.	M2	9	
104.	M3	360 δια 4	
105.	M2	90 90 το τέταρτο λες;	
106.	M1	Κάτσε 90 είναι το καθένα	
107.	M2	Για κάτσε ρε 360 είναι τα δευτερόλεπτα;	

108.	M1	Όλο αυτό εδώ πέρα με αυτό εδώ πέρα είναι 360	
109.	M2	Άρα 90;	
110.	M1	Άρα 90 μπαίνει στο 15	
111.	M2	Τι να πω; Εντάξει	

Απόσπασμα 15

Σε κάθε περίπτωση η διάκριση μεταξύ των μονάδων μέτρησης της ώρας και των μονάδων μέτρησης της γωνίας στροφής του δείκτη ήταν κάτι που δυσκόλεψε τους μαθητές, ιδίως στα πλαίσια της πρώτης δραστηριότητας. Η εξεικόνιση του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αν και αναπαραστασιακά πιο φτωχή από ένα πραγματικό ρολόι, φαίνεται ότι βρισκόταν εγγύτερα σημασιολογικά και διαδικαστικά προς τη μαθηματική έννοια η οποία αποτελούσε αντικείμενο διερεύνησης. Ιδιαίτερα, η χρήση του μεταβολέα διευκόλυνε την ανάδειξη της αναλογίας μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της γωνίας ως στροφής, καθώς και τη λειτουργική σύνδεση μεταξύ του κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένου τρόπου μέτρησης της ώρας στα αναλογικά ρολόγια με τον μαθηματικά διαμεσολαβημένο και αποδεκτό από τη μαθηματική κοινότητα τρόπο μέτρησης των γωνιών στροφής. Το γεγονός ότι ο καθορισμός της θέσης των δεικτών των ρολογιών πραγματοποιούνταν μόνο μέσα από τον καθορισμό των μοιρών περιστροφής των δεικτών συντέλεσε στο να γίνει διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος/γραφικής αναπαράστασης. Στα αποσπάσματα 8 και 12 που παρουσιάστηκαν παραπάνω φάνηκε ότι η πολύ συχνή χρήση της γωνίας των 90° μοιρών ως δομικού λίθου μπορεί να συνδεθεί ανάμεσα στα άλλα με τη χρήση του τετάρτου ως μονάδας μέτρησης της ώρας, ιδιαίτερα χρησιμοποιούμενο στις εκφράσεις ‘και τέταρτο’ ‘παρά τέταρτο’ ή ‘τρία τέταρτα’. Επιπρόσθετα η χρήση του δομικού λίθου των 30 μοιρών συνδέεται στενά με τις ενδείξεις ανά πέντε λεπτά (ή μια ώρα αντίστοιχα) που υπήρχαν στην περιφέρεια του κύκλου (απόσπασμα 9, 13). Όπως φάνηκε στις ενότητες 4.2.3. και 4.2.4., καθώς συγκεκριμένες θέσεις στο ρολόι συσχετιζόνταν με συγκεκριμένες γωνίες στροφής, το ρολόι μετατράπηκε σταδιακά σε ένα κυκλικό μοιρογνωμόνιο, με το οποίο οι μαθητές μπορούσαν με ευκολία να υπολογίσουν τις τιμές διαφόρων γωνιών στροφής είτε ξεκινώντας από το 0 είτε κάνοντας υπολογισμούς μεταξύ γωνιών.

Μια επιπλέον δυσκολία που συνάντησαν οι μαθητές στην προσπάθεια υπολογισμού συγκεκριμένων γωνιών στροφής του δείκτη των αναλογικών ρολογιών έχει να κάνει με τον τρόπο που μετράται η ώρα σε ένα εν λειτουργία αναλογικό ρολόι. Για παράδειγμα σε ένα αναλογικό ρολόι, για να μετακινηθεί ο ωροδείκτης κατά μία θέση, ο λεπτοδείκτης πρέπει να κάνει μια πλήρη περιστροφή κλπ. Στους μικρόκοσμους όμως που η χρησιμοποιήθηκαν δεν είχε αναπαρασταθεί ένα εν λειτουργία ρολόι, αλλά ένα ψευτο-ρολόι (mock up), τις θέσεις των δεικτών του οποίου οι μαθητές μπορούσαν να ρυθμίσουν μέσω προγραμματισμού σε Logo και χειρισμού του μεταβολέα. Όπως έχει ήδη ειπωθεί το μοντέλο του αναλογικού ρολογιού που χρησιμοποιήθηκε μοιάζει περισσότερο με τα ρολόγια που χρησιμοποιούνται στα νηπιαγωγεία και στις μικρές τάξεις για την εκμάθηση της ώρας. Στο παρακάτω απόσπασμα φαίνεται ανάγλυφα το πώς η βαθειά ριζωμένη εμπειρία της μέτρησης της ώρας δυσκολεύει τους μαθητές να

προσεγγίσουν το μέγεθος της γωνίας στροφής του δείκτη ως ισοϋπόλοιπο των 360 μοιρών.

Στο απόσπασμα 16 οι μαθητές ψάχνουν για μια άλλη τιμή, πέραν της τιμής 60, η οποία θα οδηγήσει το δείκτη στη θέση των 10 δευτερολέπτων. Ο Μ2 έχει προτείνει την τιμή 400, ο Μ1 όμως δε συμφωνεί, καθώς έχει στο μυαλό του ότι για να προχωρήσει ο δείκτης πρέπει να ολοκληρωθεί μια περιστροφή, ξεκινώντας από το σημείο 0 και επιστρέφοντας σε αυτό. Δε συμφωνεί λοιπόν με την τιμή 400 και ψάχνει για μια τιμή που θα φέρει το δείκτη σε κάθετη θέση, μια θέση που δηλώνει ότι έχει ολοκληρωθεί μια περιστροφή (γραμμή 116). Ξεκινά, λοιπόν, με την τιμή 360 που δείχνει μια πλήρη περιστροφή του δείκτη, ενώ με τη βοήθεια του Μ3, που δείχνει να συμερίζεται την άποψή του, καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι για να πάει ο δείκτης στις διάφορες θέσεις πρέπει να πολλαπλασιάζουν το 360, που δείχνει μια πλήρη περιστροφή, με τον αριθμό που αντιστοιχεί στη θέση που επιθυμούν.

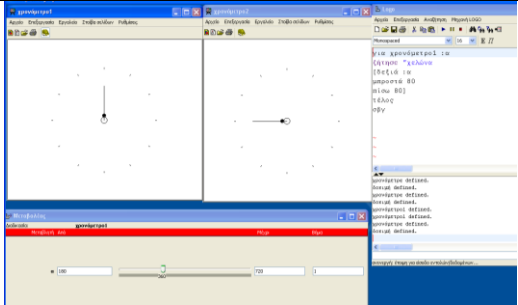

112.	M1	Με 400 δε θα γίνει.	
113.	M2	Θα γίνει. θα πάει ακριβώς στο ίδιο.	
114.	M1	Πώς θα πάει;	
115.	M2	Ακριβώς εκεί που ήταν πριν.	
116.	M1	Όχι κοίτα. Δεν ξαναπάει κάθετα. Θα πάει πιο πέρα. Ας πούμε ότι είναι αυτό εδώ να βρούμε. Θέλει 360. Για να πάει στο 12 θέλει 360. Άλλοι αριθμοί από το 360. Έλα πια σκεφτόμαστε. Τελospάντων, εγώ θα γράψω	Εννοεί τη θέση 0
117.	M3	Εννοείς πολλαπλάσιο του 360 για να πάει στο 2 και να κάνει 2 βόλτες	Τα παιδιά έχουν μπροστά τους το χρονόμετρο με τον ένα δείκτη.
118.	M1	Ναι, φτάνει να πολλαπλασιάσουμε με όλους τους αριθμούς για να κάνει το ίδιο. Λοιπόν γράφουμε.	
119.	M2	Τι ;	
120.	M1	Μπορεί να σχηματιστεί ο ίδιος αριθμός αν πολλαπλασιάσουμε το 360 που είναι ο αριθμός για έναν ολόκληρο γύρο με άλλους αριθμούς.	
121.	M3	Να το επιβεβαιώσουμε κιόλας.	

Απόσπασμα 16

Πειραματιζόμενοι στη συνέχεια με το μεταβολέα, είδαν ότι το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν έφερνε πάντα το δείκτη στη θέση ακριβώς. Μολαταύτα δεν ανασκεύασαν το συμπέρασμά τους περιοριζόμενοι από την ισχυρή πεποίθησή τους για τον τρόπο που μετράται η ώρα σε ένα αναλογικό ρολόι. Στα πλαίσια της ομαδικής συζήτησης που ακολούθησε η ερευνήτρια εξήγησε ότι δεν πρόκειται για ένα εν λειτουργία ρολόι και ότι πρόκειται για ένα παιδικό ρολόι που δεν μετράει την ώρα, αλλά που μπορούν οι ίδιοι να βάλουν το δείκτη σε όποια θέση επιθυμούν. Αντίστοιχα στη δραστηριότητα 'Ρολόι' που ακολούθησε ανέκλυσε το πρόβλημα της θέσης του ωροδείκτη. Όπως χαρακτηριστικά είπαν οι μαθητές: 'Κυρία, όταν θέλουμε να το πάμε ας πούμε 12 και μισή το ρολόι, σε αυτή τη θέση στην πραγματικότητα πρέπει, εδώ είναι το δώδεκα, εδώ είναι το 1, να μπει στη μέση'. Και πάλι στην ομαδική συζήτηση σε επίπεδο τάξης, συζητήθηκε και συμφωνήθηκε ότι αφού πρόκειται για ένα ρολόι-παιχνίδι, κατά τον καθορισμό των θέσεων των δεικτών θα ορίζεται η θέση που αντιστοιχεί ακριβώς στο αριθμό που αναφέρεται κατά την περιγραφή της ώρας, έτσι

π.χ. για το 1 και μισή, ο ωροδείκτης θα μπει ακριβώς στη θέση που αντιστοιχεί στο ένα.

Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας σε ένα αναλογικό ρολόι πέρα από τα πλεονεκτήματά της αναφορικά με τον τρόπο που μπορεί να γίνει η σύνδεση της έννοιας της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους έθεσε σαφώς τους περιορισμούς της στον τρόπο που γίνεται αντιληπτή η έννοια της γωνίας και στον τρόπο που αξιοποιήθηκαν διδακτικά οι μικρόκοσμοι. Για παράδειγμα η χρήση της συγκεκριμένης μεταφοράς ‘επέβαλε’ τη χρήση δεξιόστροφων γωνιών, οι οποίες είναι συμβατές με τη φορά των δεικτών των ρολογιών. Έτσι δεν ακολουθήθηκε η αριστερόστροφη φορά και το σημείο εκκίνησης της μέτρησης που χρησιμοποιείται τυπικά στα μαθηματικά για τη μέτρηση των γωνιομετρικών γωνιών, σύμφωνα με τον ορισμό που δίνεται από τον Freudenthal (1973). Από διδακτικής σκοπιάς θα ήταν επίσης ενδιαφέρον να γίνει σύνθεση ή σύγκριση των αποτελεσμάτων στροφών διαφορετικού προσανατολισμού, κάτι που επίσης δε διευκολύνθηκε από τη συγκεκριμένη μεταφορά. Μολαταύτα η επινοητικότητα των παιδιών ήταν πολλές φορές εντυπωσιακή (δες και απόσπασμα 8 και 12). Στο παρακάτω απόσπασμα που προέρχεται από τη δραστηριότητα ‘Δύο χρονόμετρα’ η M5, προσπαθώντας να προβλέψει πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του πρώτου χρονομέτρου για να βρεθεί στη θέση του δεύτερου, ακολούθησε τη μη συμβατική αριστερόστροφη κίνηση των δεικτών. Έτσι ο δείκτης του πρώτου χρονομέτρου πρέπει να στρίψει αριστερά κατά 90 μοίρες, για να βρεθεί στην ίδια θέση με το δείκτη του δεύτερου χρονομέτρου (σειρά 123).

122.	Ερ	Ήλια, εσύ τι έχεις να πεις;	 <p>Μικρόκοσμος ‘Δύο Χρονόμετρα5’</p>
123.	M5	Εγώ έβαλα να στρίψει αριστερά 90 μοίρες.	
124.	Ερ	Α, για να ακούσουμε. Η Ήλια το σκέφτηκε αλλιώς και είπε να στρίψει αριστερά 90 μοίρες. Πώς το σκέφτηκες, Ήλια;	
125.	M5	Αφού οι 90 μοίρες αντιστοιχούν σε ένα τέταρτο, θα το κινήσω έτσι, για να δείχνει παρά τέταρτο.	



Απόσπασμα 17

Στη συνέχεια, όταν η μαθήτρια προσπάθησε να επιβεβαιώσει την πρόβλεψή της, δε χρησιμοποίησε στην πραγματικότητα μια αριστερόστροφη γωνία 90 μοιρών. Στο πρόγραμμα σε Logo η εντολή κίνησης του δείκτη προέβλεπε μια δεξιά στροφή και η μαθήτρια δεν έκανε εκεί καμιά επέμβαση. Σύροντας, όμως, το δείκτη του μεταβολέα από την τιμή 360, που ήταν, στην τιμή 270, ο δείκτης του χρονομέτρου φάνηκε να κινείται αριστερόστροφα. Η μαθήτρια επιβεβαίωσε την πρόβλεψή της μέσα από το συνδυασμό της φαινομενολογίας της οθόνης, όπου αποτυπωνόταν μια αριστερόστροφη κίνηση του δείκτη κατά 90 μοίρες και του τρόπου μέτρησης των γωνιών στο μοντέλο του ρολογιού στον υπολογιστή, όπου υπήρχε σταθερό σημείο εκκίνησης και φορά μέτρησης των γωνιών. Έτσι, φαίνεται ότι σε περιπτώσεις σαν αυτή, μπόρεσε να γίνει συντονισμός των αποτελεσμάτων διαφορετικών στροφών, π.χ. μιας δεξιόστροφης γωνίας 270 μοιρών και μιας αριστερόστροφης 90 μοιρών με κοινό σημείο εκκίνησης.

4.3.2 Η μεταφορά της χελώνας

Η μεταφορά της χελώνας αναδείχτηκε κεντρική κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων από τους μαθητές σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας. Η έννοια της γωνίας ως μιας δυναμικής οντότητας διαμεσολαβήθηκε από τη μεταφορά της χελώνας και τη δυνατότητα συνδυασμού ενσώματων μεταφορών και συμβολικής έκφρασης. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων ανέδειξε δύο διαφορετικές πτυχές της χρήσης της μεταφοράς της χελώνας:

α) την καθοδήγηση της κίνησης της χελώνας εντολή προς εντολή, όπου ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα υπήρξε κομβικός,

β) τον προγραμματισμό της κίνησης της χελώνας, όπου αναδείχτηκαν οι περιορισμοί του συντονισμού του σώματος με τη χελώνα και η ανάγκη χρήσης άλλων μεταβατικών αντικειμένων, πριν οι μαθητές μπορέσουν να ελέγξουν νοερά την κίνησή της.

Τα αποτελέσματα αυτά της ανάλυσης προσεγγίζονται διεξοδικότερα στη συνέχεια μέσα από την παράθεση και την ανάλυση επιλεγμένων πολυτροπικών αποσπασμάτων από διάφορες ομάδες και των δύο τμημάτων, όπως φαίνεται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα.


ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
18	Στ1	4	Χρονόμετρο
19	Στ2	5	Χρονόμετρο
20	Στ1	3	Χρονόμετρο
21	Στ2	3	Ρολόι

Πίνακας 16: Η 'ταυτότητα' των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 4.3.2.

Οι άνθρωποι νοηματοδοτούν συνήθως τις αφηρημένες έννοιες χρησιμοποιώντας ιδέες και τρόπους συλλογισμού βασισμένους στο αισθησιοκινητικό τους σύστημα. Πολλά από αυτά που θεωρούμε αφηρημένα στα μαθηματικά στηρίζονται στην εκτενή χρήση μεταφορών που με τη σειρά τους είναι θεμελιωμένες στην αισθησιοκινητική μας εμπειρία και δράση, στις ίδιες τις ενσώματες εμπειρίες μας (Lakoff & Nunez, 2000). Ο Papert (1980) δημιούργησε τη Γεωμετρία της Χελώνας προσπαθώντας ακριβώς να γεφυρώσει τα μαθηματικά με την αισθησιοκινητική (sensorimotor) εμπειρία και την αυτοαντίληψη (self-image) μέσα από τη μεταφορά της χελώνας. Έτσι κάθε φορά που οι μαθητές θα αντιμετώπιζαν προβλήματα με τη Γεωμετρία της Χελώνας, θα μπορούσαν να τα ξεπεράσουν μέσα από τον συντονισμό του σώματός τους με μια κινούμενη οντότητα, τη χελώνα. Ωστόσο ο συντονισμός του σώματος του χρήστη με τη χελώνα δεν είναι κάτι που γίνεται αυτόματα, ούτε είναι εξαρχής νοερός. Στην

παρούσα έρευνα οι μαθητές προσπάθησαν να συντονιστούν με τη χελώνα είτε μέσα από την κίνηση της παλάμης ή/και ολόκληρου του πήχη (χειρονομίες) είτε μέσα από την κίνηση ολόκληρου του σώματός τους. Αρχικά οι χειρονομίες που χρησιμοποίησαν οι μαθητές ήταν περισσότερο αναπαραστασιακές/εικονικές, μιμούνταν δηλαδή την κίνηση της χελώνας. Όσο όμως ο συντονισμός γινόταν περισσότερο νοερός, οι χειρονομίες αυτές μετατρέπονταν σιγά σιγά σε δεικτικές.




Το παρακάτω επεισόδιο που έλαβε χώρα στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας είναι χαρακτηριστικό της αλληλόδρασης μεταξύ των δύο μεταφορών, της προσανατολισμένης στροφής μέσω της μεταφοράς της χελώνας και της αντιστοίχισης της στροφής με συγκεκριμένες θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου μέσω της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας²². Αρχικά, ο M1 εξηγεί πώς σκέφτηκε για τα 15 δευτερόλεπτα και δείχνει κινώντας την παλάμη του χεριού του τη γωνία των 90 μοιρών που θα διαγράψει η χελώνα (σειρά 126). Στη συνέχεια προσπαθεί να εξηγήσει τι στροφή θα κάνει η χελώνα, για να δείξει ο δείκτης 30 δευτερόλεπτα. Όπως έχει προσανατολίσει την παλάμη του χεριού του, δυσκολεύεται να αισθητοποιήσει μια δεξιά στροφή (σειρά 132). Τότε αναλαμβάνει να τον βοηθήσει ο συμμαθητής του ο οποίος κινεί όλο τον πήχη του χεριού παράλληλα με το έδαφος, για να δείξει τη στροφή των 180 μοιρών (σειρά 133). Βλέπουμε λοιπόν ότι σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται η παλάμη του χεριού με μια εικονική/αναπαραστασιακή διάσταση, με στόχο δηλαδή να αποδοθεί με τη χειρονομία η κίνηση της οντότητας στην οποία αναφέρεται και να διευκολυνθεί εν γένει η επικοινωνία αναφορικά με την κωδικοποίηση και διατύπωση χωρικών σχέσεων (Ozyurek, 2000, Alibali & al, 2000).


126.	M1	Επειδή θέλω η χελώνα να πάει από εκεί, θα την στρίψω 90 μοίρες.	
127.	Er	Στα 30 δευτερόλεπτα;	
128.	M1	Στα 30 σκέφτηκα πάλι το ίδιο. Όταν γυρνάει από το 0 και δείχνει στο 30, γυρνάς 180 μοίρες.	
129.	Er	Γυρνάς 180. Γιατί γυρνάς 180;	
130.	M1	Γιατί πρώτα απ' όλα είναι το διπλάσιο	

²² Να σημειωθεί ότι στον μικρόκοσμο 'Χρονόμετρο', που χρησιμοποιήθηκε στην 1^η δραστηριότητα η χελώνα είναι αυτή που ζωγραφίζει το δείκτη, ενώ ο δείκτης φαίνεται ως προέκταση του σώματος της χελώνας, αισθητοποιώντας έτσι καλύτερα τόσο τη θέση όσο και τον προσανατολισμό της. Οι μαθητές δε βλέπουν μόνο το δείκτη να περιστρέφεται και να αλλάζει θέση, αλλά και την ίδια τη χελώνα. Παράλληλα, στην ψηφίδα Logo βλέπουν ότι αυτό προέκυψε ως αποτέλεσμα της εντολής 'δεξιά'.

Κεφάλαιο 4: Κατσκευάζοντας νοήματα στο χελωνόκοσμο

Ενότητα 4.3: Η χρήση μεταφορών και η γωνία στροφής

		από το προηγούμενο	
131.	Ερ	Ναι	
132.	M1	Και δεύτερον 180 μοίρες σημαίνει ότι γυρνά... γυρνάς	<p>Στρίβει την παλάμη δεξιά, αλλά δυσκολεύεται να τη στρίψει κατά 180 μοίρες.</p> 
133.	M2ς	Ότι κοιτάς μπροστά και κοιτάς πίσω	
134.	M1	Ναι ότι κοιτάς μπροστά και γυρνάς πίσω	
135.	Ερ	Για δειξ' το μας.	
136.	M1	Εδώ είναι το μηδέν. Θέλουμε να πάμε στο 180 και γυρνάμε.	

			
137.	Ερ	Δηλαδή πόσο κύκλο κάνεις;	
138.	M1	Μισό.	
139.	Ερ	Γιατί μισό;	
140.	M1	Σκέφτηκα ότι ένας κύκλος είναι 360. Εγώ έκανα 180 άρα το μισό.	

Απόσπασμα 18

Αυτό που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι η ενσώματη διάσταση των νοημάτων που κατασκεύασαν οι μαθητές. Είναι χαρακτηριστικό ότι χρησιμοποίησαν το ρήμα 'γυρνάς' σε β' ενικό, πράγμα που δείχνει ότι η ίδια η εξήγηση έχει μια δυναμική διάσταση και εμπλέκει προσωπικά τόσο τους μαθητές όσο και τον ερευνητή. Φαίνεται λοιπόν ότι ο μαθητής προσέγγισε τη νέα θέση του δείκτη όχι απλά αναπαραστασιακά με τη στατική έννοια που συνήθως αποδίδεται στον όρο αναπαράσταση, αλλά σε σχέση με τις νοερές δράσεις που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Nomble, 1997). Προσπαθώντας να μιμηθούν το ρόλο του εργαλείου, ήρθαν στο προσκήνιο ανθρώπινες δυνατότητες δράσης και μια προσπάθεια απόδοσης νοήματος μέσω ανθρωπομορφισμού. Είναι χαρακτηριστική επίσης η φράση που χρησιμοποιεί ο M2 'Ότι κοιτάς μπροστά και κοιτάς πίσω', με την οποία δίνεται έμφαση στην αλλαγή του προσανατολισμού του σώματος της χελώνας. Επεκτείνοντας αυτή την αντίληψη ο M1 συνδέει την έμφαση στον προσανατολισμό που δίνει ο M2 με την κίνηση η οποία απαιτείται, για να προκύψει η δεξιά στροφή των 180 μοιρών: 'Ναι ότι κοιτάς μπροστά και γυρνάς πίσω'. Αντίστοιχα, όταν σηκώνεται, για να αισθητοποιήσει την κίνηση της χελώνας, ξεκινά ορίζοντας και πάλι τον προσανατολισμό της χελώνας μέσα από τον προσδιορισμό του αρχικού της προσανατολισμού: 'Εδώ είναι το μηδέν'. Προτού πραγματοποιήσει τη δεξιά στροφή δείχνει με τον αντίχειρα την επιθυμητή θέση λέγοντας 'Θέλουμε να πάμε στο 180' (σειρά 136) και κατόπιν γυρνάει. Η μεταφορά της χελώνας φαίνεται, λοιπόν, ότι λειτούργησε ως όχημα για τη διασύνδεση μεταξύ κάποιων ενσώματων/καθημερινών εννοιών, όπως η προσανατολισμένη στροφή μιας

κινούμενης οντότητας με την έννοια της γωνίας και το αριθμητικό της μέγεθος μετρημένο σε μοίρες.

Στην παρούσα διατριβή τόσο οι χειρονομίες όσο και γενικότερα η κίνηση του σώματος γίνονται αντιληπτά ως σημεία-σύμβολα που τέθηκαν σε λειτουργία, για να αντικειμενοποιήσουν, να αποδώσουν νόημα στα μαθηματικά περιεχόμενα και περιεχόμενα τόσο ενδοατομικά όσο και στα πλαίσια της ομαδικής επικοινωνίας. Παρακάτω παραθέτουμε ένα 'βουβό' απόσπασμα, το οποίο αποτυπώνει ανάγλυφα τη χρήση ενσώματων μεταφορών στην καθαρά ενδοατομική γνωστική τους διάσταση, καθώς ο μαθητής χρησιμοποιεί αναπαραστασιακές χειρονομίες προσπαθώντας να κατανοήσει ο ίδιος τη στροφή που πραγματοποίησε η χελώνα. Ο μαθητής που εικονίζεται είναι προβληματισμένος αναφορικά με τη θέση του δείκτη και της χελώνας, όταν ο δείκτης έχει περιστραφεί κατά 400 μοίρες. Σιωπηλά αισθητοποιεί την κίνηση της χελώνας και προσπαθεί να τη νοηματοδοτήσει μέσα από το συντονισμό του δικού του σώματος με αυτή. Ξεκινά χρησιμοποιώντας το δεξί χέρι (εικόνα 1,2,3) και προσπαθεί να το περιστρέψει. Επειδή δεν είναι εύκολο να κάνει μια πλήρη περιστροφή, αλλάζει και χέρι και σταματά στη νοερή θέση 0, έχοντας ολοκληρώσει μια περιστροφή. Στη συνέχεια στρίβει άλλες 40 μοίρες (εικόνες 4 και 5). Βρίσκει αυτό που έψαχνε και ενθουσιασμένος από την ανακάλυψή του σηκώνει το χέρι (εικόνες 7 και 8).



Απόσπασμα 19

Οι Clements & Burns (2000) αναφέρουν ότι, καθώς οι μαθητές αποκτούσαν εμπειρία με τις στροφές της χελώνας, στην προσπάθειά τους να συντονιστούν με αυτή μετέβαιναν σταδιακά από κινήσεις ολόκληρου του σώματος σε κινήσεις του βραχίονα, της παλάμης και των δακτύλων. Ωστόσο στην παρούσα έρευνα φαίνεται ότι δεν ακολουθήθηκε μια γραμμική πορεία από τις κινήσεις ολόκληρου του σώματος σε κινήσεις του βραχίονα και της παλάμης. Αν και η παλάμη και ο πήχης χρησιμοποιήθηκαν εκτενώς, η αυθόρμητη χρήση ολόκληρου του σώματος ήταν

ιδιαίτερα περιορισμένη. Αυτό μπορεί πιθανότατα να οφείλεται: α) στο ότι στη συμβατική τάξη οι μαθητές έχουν μάθει να μη σηκώνονται από τη θέση τους στη διάρκεια του μαθήματος. Συνεπώς, η αναπαράσταση της κίνησης της χελώνας με το σώμα, θα ήταν μια πρακτική ιδιαίτερα ξένη προς τους μαθητές και πιθανόν να προκαλούσε ακόμη και χλευαστικά σχόλια από μέρους των συμμαθητών, β) η αναπαράσταση της κίνησης της χελώνας μέσω ολόκληρου του σώματος δημιουργεί προβλήματα εποπτείας τόσο στον ίδιο το μαθητή, που παίζει τη χελώνα, όσο και σε αυτούς που ενδεχομένως παρακολουθούν αυτή την αναπαράσταση. Αν και η χρήση ολόκληρου του σώματος, μπορεί να βοηθά στην αισθητοποίηση συγκεκριμένων εντολών προς τη χελώνα και στην κατανόηση του γραφικού αποτελέσματος στην οθόνη, όπως έγινε π.χ. στο απόσπασμα 18, τα μεγαλύτερα χωρικά πλαίσια στα οποία κινείται η ανθρώπινη οντότητα δυσκολεύουν αφενός τη διαχείριση της κίνησης, αφετέρου την παρατήρηση της κίνησης και την αντίληψη του συνόλου μιας διαδρομής, που μπορεί να προέρχεται από ένα συνδυασμό κινήσεων. Επιπρόσθετα, το ανθρώπινο σώμα δεν κινείται παράλληλα προς το επίπεδο, όπως η χελώνα στην οθόνη του υπολογιστή, ενώ η παλάμη μπορεί να κινηθεί παράλληλα προς την οθόνη και έτσι να βρίσκεται αναπαραστασιακά εγγύτερα στην υπολογιστική οντότητα. Η χρήση της παλάμης ή ολόκληρου του πήχης επιτρέπει στους μαθητές να έχουν από τη μια τον έλεγχο της εκτέλεσης των εντολών και από την άλλη την εποπτεία αυτών των κινήσεων ως εξωτερικοί παρατηρητές.

Καθώς οι δραστηριότητες ξεδιπλώνονταν, οι μαθητές μείωσαν τη χρήση αναπαραστασιακών χειρονομιών με στόχο το συντονισμό με τη χελώνα, ενώ αυξήθηκε η χρήση δεικτικών χειρονομιών. Η χρήση δεικτικών χειρονομιών με φόντο τον καμβά του χελωνόκοσμου θεωρείται ενδεικτική ενός νοερού συντονισμού με τη χελώνα, ιδιαίτερα όσον αφορά στα γραφικά αποτελέσματα συγκεκριμένων γωνιών στροφής, όπου η κίνηση της χελώνας είχε συνδυαστεί με συγκεκριμένες θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου στα πλαίσια των τριών πρώτων δραστηριοτήτων.

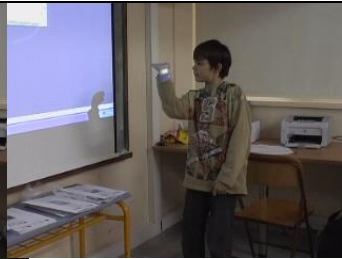
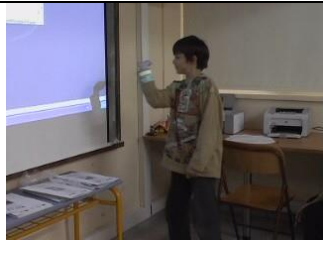
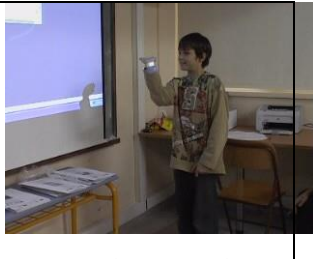








Εικόνα 21: Χρησιμοποιώντας δεικτικές χειρονομίες με φόντο τον καμβά του Χελωνόκοσμου

Μολαταύτα είναι τελείως διαφορετικό το να κινείς τη χελώνα ή να προβλέπεις την κίνηση της μέσω ενσώματων μεταφορών εντολή προς εντολή από το να την προγραμματίζεις με στόχο πιο πολύπλοκα γραφικά αποτελέσματα. Καθώς τα προγράμματα των μικροκόσμων άρχισαν να γίνονται πιο περίπλοκα, οι μαθητές άρχισαν να προβληματίζονται ιδιαίτερα σχετικά με το ρόλο συγκεκριμένων παραμετρικών εντολών. Συχνά, ενώ μπορούσαν να αποκωδικοποιήσουν τα

προγράμματα των μισοψημένων μικροκόσμων γραμμή γραμμή δυσκολεύονταν να προβλέψουν ή να εξηγήσουν το γραφικό αποτέλεσμα στον καμβά του χελωνόκοσμου.

Αρχικά, τα προγράμματα αναλύονταν γραμμή γραμμή μέσω ενσώματων αναπαραστάσεων –τα παιδιά υποδύονταν την κίνηση της χελώνας είτε με κινήσεις ολόκληρου του σώματος είτε με κινήσεις των χεριών- στα πλαίσια των ομαδικών συζητήσεων στο τέλος κάθε δραστηριότητας, ώστε να δοθεί η ευκαιρία να διαλευκανθούν συγκεκριμένες πτυχές. Στα πλαίσια της ομαδικής συζήτησης ο μαθητής στο παρακάτω εικονικό απόσπασμα, έχει σηκωθεί στον πίνακα και κινεί το χέρι του σύμφωνα με τις εντολές που του δίνει ένας άλλος συμμαθητής του, ώστε να αισθητοποιήσει την κίνηση της χελώνας εντολή προς εντολή στα πλαίσια της δραστηριότητας ‘ρολόι’. Βλέπουμε ότι δυσκολεύεται ιδιαίτερα να αποδώσει με την κίνηση της παλάμης, αλλά και του πήχη την κίνηση δεξιά 180 και αριστερά 180 (εικόνα 6 και εικόνα 9 αντίστοιχα)

			
Εικόνα 1: Αρχική θέση της χελώνας	Εικόνα 2: Δεξιά 90	Εικόνα 3: Μπροστά 4	Εικόνα 4: Πίσω 4
			
Εικόνα 5: Αριστερά 90	Εικόνα 6: Δεξιά 180	Εικόνα 7: Μπροστά 6	Εικόνα 8: Πίσω 6
			
Εικόνα 9: Αριστερά 180	Εικόνα 8: Τέλος		

Απόσπασμα 20

Πέρα όμως από τις δυσκολίες απόδοσης συγκεκριμένων εντολών, άρχισαν να γίνονται αντιληπτοί οι περιορισμοί της χρήσης αυτών των ενσώματων αναπαραστάσεων. Για παράδειγμα, κάποιος που θα παρατηρήσει την αναπαράσταση της κίνησης της χελώνας μέσω της χρήσης της παλάμης και του πήχη στο παραπάνω απόσπασμα δύσκολα θα καταλάβει ότι το αποτέλεσμα αυτών των κινήσεων θα είναι η γραφική αναπαράσταση δύο ευθύγραμμων τμημάτων με κοινή αρχή, που στη συγκεκριμένη περίπτωση αναπαριστούν τους δείκτες ενός ρολογιού. Αν και η χρήση της παλάμης βοήθησε στην αισθητοποίηση της κίνησης της χελώνας ιδιαίτερα όσον αφορά στην κίνηση με συγκεκριμένο προσανατολισμό, το γεγονός ότι η κίνηση του χεριού δεν άφηνε ίχνος και ότι δεν μπορούσε να υπάρξει ακρίβεια όσον αφορά στα διάφορα μεγέθη που χρησιμοποιούνταν κατέστησε τη χρήση των συγκεκριμένων ενσώματων αναπαραστάσεων ανεπαρκή για τη νοερή σύλληψη των γραφικών αποτελεσμάτων ως προϊόντων ενός συνδυασμού κινήσεων της χελώνας, δεδομένου και του ότι οι μαθητές εδώ προσπαθούν να αποδομήσουν απλές παραμετρικές διαδικασίες που τους δόθηκαν έτοιμες. Οι μαθητές που έλαβαν μέρος στη συγκεκριμένη διερεύνηση δεν είχαν προηγούμενη εμπειρία στον προγραμματισμό και δεν ήταν εύκολο ούτε να συλλάβουν το συνολικό ταξίδι της χελώνας, ούτε να αναλύσουν τη συνολική διαδρομή της χελώνας σε επιμέρους κινήσεις με βάση τις εντολές σε Logo. Πέρα από την απειρία των μαθητών, οι παραπάνω δυσκολίες πιθανόν να συνδέονται και με το γεγονός ότι στο συγκεκριμένο λογισμικό οι εντολές εκτελούνται αυτόματα π.χ. για την εντολή δεξιά 400, η χελώνα βρίσκεται αυτόματα στη συγκεκριμένη θέση, χωρίς ο μαθητής να τη βλέπει να στρίβει αργά αργά, ώστε να καταλάβει πώς έφτασε εκεί. Αντίστοιχα, κατά την εκτέλεση ενός προγράμματος, δεν βλέπει τις εντολές να εκτελούνται μια μια γεγονός που δυσκολεύει την κατανόηση της κίνησης της χελώνας.²³

‘Το παιχνίδι της χελώνας’ μέσω ενσώματων μεταφορών έχει τους περιορισμούς του, ενώ άλλα εξωτερικά χειραπτικά αντικείμενα μπορούν να λειτουργήσουν ως ένας επιπλέον ενδιάμεσος κρίκος για τη μετάβαση από τις ενσώματες εμπειρίες στη Γεωμετρία της Χελώνας. Οι δυσκολίες που αντιμετώπισαν οι μαθητές με τον κώδικα στην 4η δραστηριότητα με τίτλο ‘κυκλικό περίβλημα’ ανάγκασαν την ερευνήτρια να προβεί σε ανασχηματισμό των διδακτικών ενεργειών και να χρησιμοποιήσει ένα επιπλέον ‘μεταβατικό εργαλείο’: μια χάρτινη χελώνα, όμοια αυτής που εμφανιζόταν στην οθόνη του υπολογιστή, με τη διαφορά ότι στο κέντρο της βρισκόταν ‘καρφωμένη’ μια κιμωλία. Οι μαθητές ‘έπαιζαν’ τη χελώνα, ο ένας έδινε μια μια τις εντολές του προγράμματος και ο άλλος τις εκτελούσε στον πίνακα στα πλαίσια της συλλογικής συζήτησης μετά τη δουλειά ανά ομάδες.

²³ Ως αντίλογος εδώ θα μπορούσε να ειπωθεί ότι το λογισμικό επιτρέπει την εκτέλεση των εντολών γραμμή προς γραμμή, κάτι τέτοιο δεν είναι εύκολο όμως σε προγράμματα με παραμετρικές διαδικασίες. Επιπρόσθετα θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η εντολή ‘περίμενε’ μεταξύ των εντολών ώστε το πρόγραμμα να εκτελεστεί πιο αργά. Σε αυτή την περίπτωση όμως θα μεγάλωσε σημαντικά ο κώδικας και θα γινόταν πιο περίπλοκος.



Εικόνα 22: Επανεκτελώντας τον κώδικα γραμμή γραμμή χρησιμοποιώντας τη χάρτινη χελώνα

Οι επιπτώσεις του ‘παιχνιδιού της χάρτινης χελώνας’ στην κατανόηση του κώδικα συνολικά, στο ρόλο της κάθε μεταβλητής και στην αντιστοίχιση εντολών με τις κινήσεις της χελώνας και τα γραφικά αποτελέσματα υπήρξαν καταλυτικές. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα της ομάδα 3. Η ομάδα αυτή δυσκολεύτηκε ιδιαίτερα να καταλήξει σε κάποιο συμπέρασμα αναφορικά με το ρόλο των μεταβλητών α και β της παραμετρικής διαδικασίας ‘κυκλικό περίβλημα’ στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας και δεν μπόρεσε να κατασκευάσει τις ενδείξεις στην περιφέρειας του κύκλου που ήταν το ζητούμενο της παραπάνω δραστηριότητας. Στο παρακάτω απόσπασμα φαίνεται με πόση ευκολία μπορεί να υπολογίσει τις τιμές της γωνίας στροφής της χελώνας για τις θέσεις ‘ακριβώς, και τέταρτο, και μισή, παρά τέταρτο, αλλά και την τιμή της γωνίας στροφής για τη σχεδίαση ευθύγραμμων τμημάτων ανά πέντε λεπτά, μετά την ανάλυση της παραμετρικής διαδικασίας βήμα βήμα με χρήση της χάρτινης χελώνας. Η M1 λέει χαρακτηριστικά (σειρά 141) ‘*Τώρα το κατάλαβα. Το πηγαίνει εδώ κάνει μια γραμμή, μετά πάει εκεί και κάνει άλλη μια.*’ Στη συνέχεια χωρίς κανένα προβληματισμό φαίνεται να ανακαλεί από τη μνήμη, ως αποτέλεσμα της ενασχόλησης με τις προηγούμενες δραστηριότητες, την τιμή της γωνίας στροφής που απαιτείται, για να ζωγραφίσει η χελώνα στην περιφέρεια του κύκλου ανά τέταρτο και ανά πέντε λεπτά.

141.	M1	Τώρα το κατάλαβα. Το πηγαίνει εδώ κάνει μια γραμμή, μετά πάει εκεί και κάνει άλλη μια.	Προηγείται ανάλυση του προγράμματος γραμμή γραμμή με το χάρτινο χελωνάκι.
142.	M3	Μετά πάει προς τα πίσω.	
143.	M2	Δεξιά β , καθορίζει τη θέση της γραμμής.	
144.	M1	Ναι	
145.	M1.	4 γραμμούλες που αντιστοιχούν στο ακριβώς, στο και τέταρτο, στο και μισή και στο παρά τέταρτο.	Άσκηση α , β και γ
146.	M1	Η μεταβλητή α θα είναι 4.	
147.	M2	Το ένα θα είναι στο 4 και το άλλο στο 90.	
148.	M1	Ορίστε, σημείωσε.	
149.	M3	Άρα εδώ πάει 12. Και εδώ στο 30.	Εννοεί η τιμή 12 να μπει στη μεταβλητή α και η τιμή 30 στην μεταβλητή β

			για να σχηματιστούν ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου ανά πέντε λεπτά
150.	M1	Στα λεπτά; Δηλαδή 6 6 36, δια 60.	
151.	M3	Στα λεπτά της ώρας; Τι εννοείς 60;	
152.	M2	Πώς το βρήκες;	
153.	M1	60 είναι τα λεπτά της ώρας. hello	
154.	M3	Ναι, 60 το α και το β 6;	

Απόσπασμα 21

Όταν έρχονται αντιμέτωποι με νέες προκλήσεις, όπου η γωνία δεν μπορεί να υπολογιστεί με βάση τα γνωστά σημεία αναφοράς στην περιφέρεια του κύκλου, οι μαθητές στηρίζονται (γραμμή 150) στην πλήρη γωνία και κάνουν πράξεις, για να υπολογίσουν το γωνιακό μέγεθος της περιστροφής που απαιτείται για τη μετάβαση από λεπτό σε λεπτό. Έτσι μπορεί να εξηγηθεί και η αύξηση των αριθμητικών στρατηγικών στην δραστηριότητα ‘κυκλικό περίβλημα’ (δες ραβδογράμματα 1 και 2), ενώ μέχρι εκείνη τη στιγμή είχε παρατηρηθεί μια δραματική μείωση αυτής της κατηγορίας των στρατηγικών, καθώς η μια δραστηριότητα διαδεχόταν την άλλη.

Πολλές φορές η προσπάθεια που πρέπει να καταβληθεί στα προγραμματιστικά περιβάλλοντα, για να ακολουθηθούν ή να γίνουν κατανοητοί οι περιορισμοί της συντακτικής δομής μπορεί να είναι τόσο μεγάλη, ώστε τα γεωμετρικά προβλήματα να περιορίζονται σε προβλήματα με τη συμβολική γλώσσα που χρησιμοποιείται κάθε φορά (Laborde, 1995). Σαφέστατα λοιπόν πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ των δυσκολιών που σχετίζονται με την προσέγγιση της προ διερεύνηση έννοιας και των δυσκολιών που σχετίζονται με τις λειτουργικότητες και τις αναπαραστάσεις του εργαλείου. Το χάρτινο χελωνάκι, όπως και οι κινήσεις των χεριών στα προηγούμενα αποσπάσματα, φαίνεται να αποτέλεσε ένα επιπλέον σκαλί στην προσπάθεια των παιδιών να δημιουργήσουν συνδέσεις μεταξύ του αφηρημένου και του συγκεκριμένου, ένα μέσο για να συντονιστούν με τη χελώνα, καθώς την ήλεγχαν χειραπτικά βάσει συγκεκριμένων εντολών, και ταυτόχρονα ένα μέσο το οποίο μπορούσαν οι ίδιοι να παρακολουθήσουν ως εξωτερικοί παρατηρητές. Είναι σαφές ότι δεν τίθεται θέμα σύγκρισης μεταξύ της χάρτινης και της υπολογιστικής χελώνας, καθώς τα καινοτόμα χαρακτηριστικά της τελευταίας έχουν εκτενώς συζητηθεί στη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Η χάρτινη χελώνα φαίνεται όμως να βοήθησε στην αντιμετώπιση συγκεκριμένων δυσκολιών που είχαν να κάνουν με την έλλειψη Logo κουλτούρας στη συγκεκριμένη τάξη. Οι μαθητές για τις ανάγκες της συγκεκριμένης έρευνας ήρθαν σε επαφή με διάφορες έννοιες του προγραμματισμού, όπως η επαναληπτική διαδικασία και οι μεταβλητές, χωρίς να έχει αφιερωθεί ικανός χρόνος για την εμπέδωσή τους.

4.3.3 Σύνοψη

Από την ανάλυση των δεδομένων φάνηκε ότι η χρήση της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας διαδραμάτισε καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη νοημάτων αναφορικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας. Η εξεικόνιση του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αν και αναπαραστασιακά πιο φτωχή από ένα πραγματικό ρολόι, βρισκόταν πιθανόν εγγύτερα σημασιολογικά και διαδικαστικά προς τη μαθηματική έννοια η οποία αποτέλεσε αντικείμενο διερεύνησης. Η χρήση της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας σε ένα αναλογικό ρολόι επηρέασε τον τρόπο με τον οποίο η έννοια της γωνίας έγινε αντιληπτή ως στροφή και ως αλλαγή διεύθυνσης, ενώ έφερε στο προσκήνιο μια σειρά από θέματα που σχετίζονταν τόσο με τις διευκολύνσεις όσο και τους περιορισμούς ή τις πρόσθετες δυσκολίες που δημιουργούνται. Για παράδειγμα οι ενδείξεις στην περιφέρεια ενός αναλογικού ρολογιού από τη μια διευκόλυναν τον υπολογισμό του μεγέθους της γωνίας στροφής, καθώς λειτούργησαν ως σημεία αναφοράς, από την άλλη όμως οι μαθητές επιφορτώθηκαν με την ανάγκη παλινδρόμησης και διάκρισης μεταξύ μονάδων μέτρησης της ώρας και μονάδων μέτρησης της γωνίας στροφής. Επιπλέον, η χρήση της συγκεκριμένης μεταφοράς ‘επέβαλε’ τη χρήση δεξιόστροφης κίνησης, η οποία είναι συμβατή με τη φορά των δεικτών των ρολογιών, και τη χρήση ενός συγκεκριμένου σημείου εκκίνησης της μέτρησης γωνιών, όσον αφορά κυρίως τις τρεις πρώτες δραστηριότητες. Μολαταύτα η επινοητικότητα των παιδιών ήταν πολλές φορές εντυπωσιακή, ενώ φάνηκε ότι μπορούσαν να κινηθούν και αριστερόστροφα, αλλά και να υπολογίσουν το μέγεθος συγκεκριμένων γωνιών έχοντας ως σημείο εκκίνησης της μέτρησης διάφορα σημεία στην περιφέρεια του κύκλου.

Παράλληλα, η έννοια της γωνίας ως μιας δυναμικής οντότητας διαμεσολαβήθηκε από τη μεταφορά της χελώνας και τη δυνατότητα συνδυασμού ενσώματων μεταφορών και συμβολικής έκφρασης. Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες οι μαθητές προσπάθησαν να συντονιστούν με τη χελώνα είτε μέσα από την κίνηση της παλάμης ή/και ολόκληρου του πήγχι (χειρονομίες) είτε μέσα από την κίνηση ολόκληρου του σώματός τους. Αρχικά οι χειρονομίες που χρησιμοποίησαν οι μαθητές ήταν περισσότερο αναπαραστασιακές/εικονικές, μιμούνταν δηλαδή την κίνηση της χελώνας. Οι μαθητές προσέγγισαν τη θέση του δείκτη όχι απλά αναπαραστασιακά με τη στατική έννοια που συνήθως αποδίδεται στον όρο αναπαράσταση, αλλά σε σχέση με τις νοερές δράσεις που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Nombler, 1997). Προσπαθώντας να μιμηθούν το ρόλο του εργαλείου, ήρθαν στο προσκήνιο ανθρώπινες δυνατότητες δράσης και μια προσπάθεια απόδοσης νοήματος μέσω ανθρωπομορφισμού.

Καθώς οι δραστηριότητες ξεδιπλώνονταν, οι μαθητές μείωσαν τη χρήση αναπαραστασιακών χειρονομιών με στόχο το συντονισμό με τη χελώνα, ενώ αυξήθηκε η χρήση των δεικτικών χειρονομιών. Η χρήση δεικτικών χειρονομιών με φόντο τον καμβά του χελωνόκοσμου θεωρείται ενδεικτική ενός νοερού συντονισμού με τη χελώνα, ιδιαίτερα όσον αφορά στα γραφικά αποτελέσματα συγκεκριμένων

γωνιών στροφής, όπου η κίνηση της χελώνας είχε συνδυαστεί με συγκεκριμένες θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου στα πλαίσια των τριών πρώτων δραστηριοτήτων.

Καθώς τα προγράμματα των μικροκόσμων άρχισαν να γίνονται πιο περίπλοκα, οι μαθητές άρχισαν να αντιμετωπίζουν πρόσθετα προβλήματα. Συχνά, ενώ μπορούσαν να αποκωδικοποιήσουν τα προγράμματα των μισοψημένων μικροκόσμων γραμμή γραμμή δυσκολεύονταν να προβλέψουν ή να εξηγήσουν το γραφικό αποτέλεσμα στον καμβά του χελωνόκοσμου. ‘Το παιχνίδι της χελώνας’ μέσω χειρονομιών και εν γένει ενσώματων αναπαραστάσεων είχε τους περιορισμούς του, ενώ άλλα εξωτερικά χειραπτικά αντικείμενα –η χάρτινη χελώνα- λειτούργησαν ως ένας επιπλέον ενδιάμεσος κρίκος για τη μετάβαση από τις ενσώματες εμπειρίες στη Γεωμετρία της Χελώνας.

Πολλές φορές η προσπάθεια που πρέπει να καταβληθεί στα προγραμματιστικά περιβάλλοντα για να ακολουθηθούν ή να γίνουν κατανοητοί οι περιορισμοί της συντακτικής δομής μπορεί να είναι τόσο μεγάλη, ώστε τα γεωμετρικά προβλήματα να περιορίζονται σε προβλήματα με τη συμβολική γλώσσα που χρησιμοποιείται κάθε φορά (Laborde, 1995). Στα πλαίσια όμως του περιβάλλοντος της Γεωμετρίας της Χελώνας που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή οι μαθητές δεν αλληλεπίδρασαν με το περιβάλλον μόνο μέσω συμβολικού κώδικα, αλλά και μέσω του μεταβολέα, ο οποίος διαμεσολάβησε τόσο την αλληλόδραση μεταξύ των δύο μεταφορών όσο και την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και γραφικών αναπαραστάσεων. Η χρήση του μεταβολέα επέτρεψε στους μαθητές να ελέγξουν κιναισθητικά το μέγεθος της γωνίας στροφής της χελώνας διευκολύνοντας έτσι την ανάδειξη της αναλογίας μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της γωνίας ως στροφής. Καθώς ο ρόλος του μεταβολέα ως εργαλείου διαμεσολάβησης της σχέσης μεταξύ οπτικού και συμβολικού ελέγχου υπήρξε κομβικός, εξετάζεται εκτενώς στην ενότητα που ακολουθεί.

4.4 Μεταβάλλοντας δυναμικά το μέγεθος της γωνίας στροφής

Ο μεταβολέας ως εργαλείο της διεπιφάνειας διαμεσολάβησε την αλληλόδραση μεταξύ του χρήστη και του περιβάλλοντος, μεταξύ των δράσεων του μαθητή και των δομημάτων που είχαν εσωτερικευθεί στους μισοψημένους μικροκόσμους. Η διασύνδεση του κιναισθητικού χειρισμού με τον κώδικα των μισοψημένων μικρόκοσμων θεωρείται ότι επιτρέπει στους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με τον τρόπο που κατασκευάζονται και γίνονται αντικείμενο διαχείρισης οι γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή, λειτουργώντας ως γέφυρα μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του κώδικα σε γλώσσα Logo (Psycharis, 2006). Μολαταύτα αυτό δεν πρέπει να θεωρείται πάντα δεδομένο και φαίνεται να είναι το αποτέλεσμα μιας μαθησιακής πορείας, η οποία σαφέστατα έχει να κάνει με την ‘εργαλειοποίηση’ (Instrumentalisation) (Guin & Trouche, 1999) του μεταβολέα στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων. Ταυτόχρονα, ελάχιστες και μικρής έκτασης είναι οι έρευνες που εξετάζουν το διαμεσολαβητικό ρόλο του μεταβολέα στα πλαίσια μισοψημένων μικροκόσμων Γεωμετρίας της Χελώνας στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση (Kynigos, 1997). Το ερώτημα, λοιπόν, που γεννάται είναι αν και σε ποιες περιπτώσεις η εξεικόνιση που επιτυγχάνεται μέσα από τη διαμεσολάβηση της χρήσης του μεταβολέα βρίσκεται εγγύτερα σημασιολογικά και διαδικαστικά στις μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται στην κατασκευή των δισδιάστατων γεωμετρικών αντικειμένων.

Τα νοήματα που κατασκευάστηκαν σχετικά με την έννοια της γωνίας στα πλαίσια της παρούσας έρευνας προέκυψαν σταδιακά μέσω μιας πολυτροπικής δραστηριότητας, η οποία αποτυπώνεται στην προσπάθεια των μαθητών να συντονίσουν τον κώδικα σε Logo με τη φαινομενολογία της οθόνης και την κιναισθητική εμπειρία της σειριακής μεταβολής του μεγέθους διαφόρων γωνιών στροφής στο δισδιάστατο επίπεδο του Χελωνόκοσμου. Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε ότι οι μαθητές ανέπτυξαν δύο κατά βάση *σχήματα χρήσης* του μεταβολέα, τα οποία και παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα. Με τον όρο *σχήματα χρήσης* η ερευνήτρια αναφέρεται στην ανάπτυξη μια σειράς παρατηρήσιμων και επαναλαμβανόμενων τεχνικών αλληλόδρασης των χρηστών με το εργαλείο ‘μεταβολέας’ στα πλαίσια συγκεκριμένων στόχων (Drivers et al., 2009).

ΣΧΗΜΑΤΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΕΤΑΒΟΛΕΑ	
ΩΣ ΧΕΙΡΙΣΤΗΡΙΟ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	<ul style="list-style-type: none"> ○ Αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου: Κιναισθητικός χειρισμός του μεταβολέα και παρατήρηση των αλλαγών των γραφικών αναπαραστάσεων με στόχο μια πρώτη διαισθητική προσέγγιση του ρόλου του. Ο μεταβολέας έχει κατά βάση το ρόλο ενός γραφικού εργαλείου με το οποίο μπορεί να αλλάξει ένα σχέδιο στην οθόνη του υπολογιστή. ○ Οπτικός έλεγχος και διαχείριση της κατασκευής

	<p>Κινησθητικός χειρισμός του μεταβολέα με συγκεκριμένους πρακτικούς στόχους.</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Σύρσιμο με στόχο την ολοκλήρωση μιας γραφικής κατασκευής και διερεύνηση των κανόνων με βάση τους οποίους αλλάζει ένα σχέδιο ○ Σύρσιμο με στόχο την ολοκλήρωση μιας γραφικής κατασκευής και την επαλήθευση υποθέσεων
<p>ΩΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΔΙΑΜΕΣΟΛΑΒΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΣ ΟΘΟΝΗΣ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ Παλινδρόμηση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης: Ο ρόλος του μεταβολέα προσδιορίζεται είτε σε σχέση με το συμβολικό κώδικα είτε σε σχέση με τη φαινομενολογία της οθόνης χωρίς να υπάρχει μια λειτουργική διασύνδεση μεταξύ των δύο ○ Λειτουργική διασύνδεση φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικού κώδικα Ο μεταβολέας λειτουργεί ως γέφυρα μεταξύ προγραμματισμού και φαινομενολογίας της οθόνης

Πίνακας 17: Σχήματα χρήσης του μεταβολέα

Με βάση τα *σχήματα χρήσης* που παρουσιάζονται συνοπτικά στον πίνακα 17 έχει διαρθρωθεί η ανάλυση που ακολουθεί.

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της ‘ταυτότητας’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα ενότητα. Ανά απόσπασμα δίνονται πληροφορίες αναφορικά με το τμήμα και την ομάδα από την οποία προέρχεται, αλλά και αναφορικά με τη δραστηριότητα στα πλαίσια της οποίας έλαβε χώρα. Έτσι, ο αναγνώστης αποκτά μια σφαιρικότερη εικόνα αναφορικά τόσο με την ποσότητα των χρησιμοποιούμενων αποσπασμάτων όσο και με τη ‘διασπορά’ τους οριζόντια και εγκάρσια.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
22	ΣΤ2	4	Χρονόμετρο
23	ΣΤ1	3	Χρονόμετρο
24	ΣΤ1	1	Κυκλικό Περιβλημά
25	ΣΤ2	6	Κυκλικό Περιβλημά
26	ΣΤ2	ΟΕ	Κυκλικό Περιβλημά
27	ΣΤ1	ΟΕ	Κυκλικό Περιβλημά

Πίνακας 18: Η ‘ταυτότητα’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 4.4

4.4.1 Ο μεταβολέας ως χειριστήριο αντικειμένων της διεπιφάνειας

Σε κάθε δραστηριότητα στο δισδιάστατο περιβάλλον του ‘Χελωνόκοσμου’ οι μαθητές έρχονται σε επαφή με ένα μισοψημένο μικρόκοσμο. Το πρόγραμμα των μισοψημένων μικροκόσμων είχε εκτελεστεί με μια τυχαία τιμή, πριν οι μαθητές έρθουν στο εργαστήριο, και είχε ενεργοποιηθεί ο μεταβολέας. Ο μεταβολέας ήταν το πρώτο μέσο που χρησιμοποίησαν οι μαθητές για να αλληλεπιδράσουν με τους μικροκόσμους. Οι μαθητές αρχικά χειρίστηκαν το μεταβολέα προσπαθώντας να καταλάβουν τι μπορούν να κάνουν με αυτόν. Εστιάζοντας στη φαινομενολογία της οθόνης προσπάθησαν να εντοπίσουν τι είναι αυτό που αλλάζει στη γραφική αναπαράσταση. Η περιγραφή του ρόλου κάθε μπάρας του μεταβολέα είχε να κάνει με τις αλλαγές που παρατηρούνταν στον καμβά του χελωνόκοσμου χωρίς να γίνει προσπάθεια είτε να συσχετιστούν οι τιμές κάθε μπάρας με τη φαινομενολογία της οθόνης, είτε να διερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιούνταν η μεταβλητή, τις τιμές της οποίας χειρίζονταν, στον κώδικα Logo. Οι μπάρες του μεταβολέα είχαν περισσότερο το ρόλο ενός χειριστηρίου των αντικειμένων της διεπιφάνειας και δε συνδέονταν με συγκεκριμένα στάδια κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων με βάση τη Γεωμετρία της Χελώνας. Όπως φαίνεται στα δύο παρακάτω αποσπάσματα ο μεταβολέας συνδέεται με την κίνηση του δείκτη των ρολογιών, το πώς θα γυρίσει, το πόσο πιο κάτω ή το πόσο μπροστά και πίσω θα πάει. Στο απόσπασμα 23 η δεξιόστροφη και αριστερόστροφη κίνηση του δείκτη συνδέεται με την μετακίνηση της μπάρας του μεταβολέα δεξιά ή αριστερά αντίστοιχα, ενώ οι μαθητές δεν εστιάζουν στην αλλαγή των αριθμητικών τιμών. Όπως λέει χαρακτηριστικά ο μαθητής στη σειρά 161, ‘Όταν το πας δεξιά (εννοεί το μεταβολέα), πηγαίνει δεξιά (εννοεί το δείκτη).

155.	M1	Μας δείχνει το πόσο μπροστά θα πάει ο δείκτης	
156.	M2	Πόσο πιο κάτω	
157.	M3	Ναι, το μέγεθος του σχήματος, το πώς θα γυρίσει ο δείκτης	
158.	M2	Δεν είναι το μέγεθος του σχήματος, αλλά το μπροστά και το πίσω	

Απόσπασμα 22

159.	M1	Αλλάζει πορεία, πηγαίνει δεξιά και αριστερά	Σε τι αντιστοιχεί η μεταβλητή α
160.	Er	Πότε πηγαίνει δεξιά και πότε αριστερά;	
161.	M1	Όταν το πας δεξιά (εννοεί το μεταβολέα), πηγαίνει δεξιά	
162.	Er	Όταν το πας δεξιά τα νουμεράκια πώς γίνονται;	
163.	M1	Μεγαλώνουν	

Απόσπασμα 23

Στα παραπάνω αποσπάσματα φαίνεται ότι οι μαθητές εστιάζουν αρχικά στον κιναισθητικό χειρισμό της κατασκευής τους προσπαθώντας να τη διασυνδέσουν με τη φαινομενολογία της οθόνης. Σύροντας, λοιπόν, το μεταβολέα έμφαση δίνεται στο πώς αυτό επηρεάζει τη γραφική αναπαράσταση και όχι τη συμβολική έκφραση. Παρόμοια σχήματα χρήσης έχουν παρατηρηθεί σε περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας (DGEs), όπου οι μαθητές σύρουν συγκεκριμένα σημεία των σχημάτων στην οθόνη του υπολογιστή με στόχο να αλλάξουν την εμφάνιση του σχήματος (Holzl, 2001). Ο

δυναμικός χειρισμός είχε αρχικά και σε αυτά τα περιβάλλοντα το ρόλο ενός γραφικού εργαλείου και όχι το ρόλο ενός εργαλείου γεωμετρικής διερεύνησης.

Κατόπιν, οι μαθητές χειρίστηκαν κιναισθητικά το μεταβολέα, ώστε να φέρουν σε πέρας τις δραστηριότητες, που είχαν σχεδιαστεί στα πλαίσια του 'Χελωνόκοσμου'. Στα πλαίσια των τριών πρώτων δραστηριοτήτων οι διάφορες θέσεις του δείκτη αποτελούσαν μεν διακριτά στιγμιότυπα, προέκυπταν δε μέσω μιας δυναμικής εναλλαγής στιγμιότυπων. Μέσα από το χειρισμό των τιμών του μεταβολέα οι μαθητές βλέπουν τόσο τη χελώνα όσο και το δείκτη των ρολογιών (που φαίνεται να αποτελεί προέκταση του νοερού άξονα του σώματός της) να περιστρέφονται σταδιακά ως αποτέλεσμα των διαφορετικών γωνιών στροφών, καθώς αλλάζουν οι τιμές του μεταβολέα σειριακά. Γι' αυτό και στα αποσπάσματα 22 και 23 που παρουσιάζονται παραπάνω ο ρόλος του μεταβολέα συνδέεται με την κίνηση και τη στροφή του δείκτη. Είναι τελείως διαφορετικό αναπαραστασιακά να εκτελεστεί μια εντολή στροφής, π.χ δεξιά 120, από το να συρθεί ο μεταβολέας σταδιακά και να αλλάξουν οι τιμές σειριακά μέχρι την τιμή 120. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στα περισσότερα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας η στροφή πραγματοποιείται αυτόματα με αποτέλεσμα να δυσκολεύονται οι μαθητές να συλλάβουν νοερά την κίνηση της χελώνας και τη γωνία στην οποία αυτή αντιστοιχεί (Cope et al, 1992). Η μεταβολή του μεγέθους της γωνίας στροφής μέσω του μεταβολέα αποκτά εδώ μια άλλη δυναμική: δεν πρόκειται απλά για ένα διαχειρίσιμο μεταβλητό μέγεθος με το οποίο θα πειραματιστούν για να βρουν μια (ή περισσότερες) τιμές, οι οποίες θα έχουν ένα συγκεκριμένο στατικό γραφικό αποτέλεσμα, αλλά για ένα *δυναμικό αντικείμενο* (Κυπίγος, 1997), η σειριακή αλλαγή των τιμών του οποίου θα έχει ως αποτέλεσμα την κίνηση των δεικτών των ρολογιών. Ή, διαφορετικά, η ίδια η κυκλική κίνηση προκύπτει ως αποτέλεσμα γωνιών στροφής με διαδοχικά αυξανόμενα (ή μειούμενα) μεγέθη. Το ερώτημα βέβαια είναι αν οι συγκεκριμένες τιμές που παίρνει ο μεταβολέας αποκτούν κάποιο νόημα για τους μαθητές ή η όποια διερεύνηση σταματά μόλις επιτευχθούν οι πρακτικοί στόχοι κάθε δραστηριότητας, π.χ. η ρύθμιση της ώρας.

Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες (δες ανάλυση δραστηριοτήτων στην ενότητα 5.2 και φύλλα εργασίας στο παράρτημα) ζητήθηκε από τους μαθητές να κάνουν προβλέψεις αναφορικά με τις τιμές που θα έπρεπε να ορίσουν στο μεταβολέα, ώστε ο δείκτης (ή οι δείκτες) των διαφόρων ρολογιών να βρεθεί σε συγκεκριμένες θέσεις αλλά και το αντίστροφο, να προβλέψουν δηλαδή τη θέση που θα έχει ο δείκτης για συγκεκριμένες τιμές της μεταβλητής, που χειρίζονταν κιναισθητικά μέσω του μεταβολέα. Αν και στις τρεις πρώτες δραστηριότητες ο δείκτης μπορούσε με μεγάλη ευκολία να ρυθμιστεί στις διάφορες θέσεις μέσω κιναισθητικού χειρισμού, η προσπάθεια πρόβλεψης και αιτιολόγησης της πρόβλεψης, αναφορικά με τις τιμές που έπρεπε να ρυθμιστούν στο μεταβολέα ενέπλεξε τους μαθητές σε μια διερεύνηση, στα πλαίσια της οποίας η μεταφορά της μέτρησης της ώρας διαμεσολάβησε δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας συνδέοντάς την παράλληλα με την έννοια της μέτρησης γωνιών. Ο μεταβολέας λειτούργησε άλλοτε *ως μέσο επαλήθευσης των*

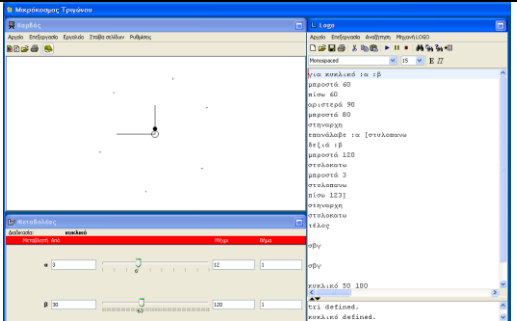
προβλέψεων και άλλοτε ως εργαλείο διερεύνησης, στις περιπτώσεις που οι μαθητές είτε έκαναν λάθος πρόβλεψη ή αδυνατούσαν να προβλέψουν την τιμή που έπρεπε να ρυθμίσουν στο μεταβολέα. Στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο διερεύνησης, οι μαθητές έβλεπαν πρώτα ποιες τιμές αντιστοιχούσαν στην επιθυμητή θέση και κατόπιν προσπαθούσαν να τις αιτιολογήσουν, όπως φαίνεται για παράδειγμα στο απόσπασμα 10 στην ενότητα 4.2.3., όπου οι μαθητές πρώτα βλέπουν τις τιμές των μεταβλητών α και β του μικρόκοσμου ‘Ρολόι’ για την ένδειξη 12 και μισή και κατόπιν τις αιτιολογούν.

Καθώς οι μαθητές έσερναν το μεταβολέα όχι μόνο με στόχο να ρυθμίσουν τη θέση του δείκτη, αλλά με στόχο να αιτιολογήσουν συγκεκριμένες επιλογές, άρχισαν σιγά σιγά να δίνουν έμφαση στις αριθμητικές τιμές του μεταβολέα και να διερευνούν τους κανόνες στη βάση των οποίων μεταβαλλόταν η γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή. Η ενότητα 4.2 έδειξε πώς τα ρολόγια μετατράπηκαν σταδιακά σε ένα κυκλικό μοιρογνωμόνιο και κατόπιν σε ένα εσωτερικευμένο εργαλείο μέτρησης γωνιών. Οι μαθητές φάνηκε να προχώρησαν σε μια μαθηματικοποίηση της σχέσης που συνέδεε το μεταβολέα με την κίνηση του δείκτη, ανακάλυψαν δηλαδή τους κανόνες που θα τους επέτρεπαν να ελέγξουν την κίνηση του δείκτη. Χαρακτηριστικά είναι τα αποσπάσματα 3, 8, 9, 10, 13, 15, που παρουσιάστηκαν αναλυτικότερα σε προηγούμενες ενότητες. Για παράδειγμα στα αποσπάσματα 3, 8 και 15 φαίνεται πώς μια πλήρης περιστροφή του δείκτη συνδέθηκε με τις 360 μοίρες. Όπως λέγεται χαρακτηριστικά στο απόσπασμα 3 *‘Όλο το ρολόι είναι 360 μοίρες’* ή στο επεισόδιο 15 *‘Φαντάσου είναι αυτό εκεί πέρα (εννοεί το δείκτη) και εδώ είναι 40 (η τιμή του μεταβολέα). Όλο αυτό εδώ πέρα (εννοεί τον πλήρη κύκλο που μπορεί να διαγράψει ο δείκτης) με αυτό εδώ (εννοεί με το μεταβολέα) είναι 360.’*

Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες ο κιναισθητικός χειρισμός των τιμών των μεταβλητών επέτρεψε στους μαθητές -σε κάποιο βαθμό τουλάχιστον- την πρόσβαση στις μαθηματικές δομές που είχαν ενσωματωθεί στους μισοψημένους μικροκόσμους και αποτελούσαν το αντικείμενο της εργαλειακής ενορχήστρωσης, καθώς η φαινομενολογία της οθόνης απέδιδε ξεκάθαρα την εντολή στροφής που είχε δοθεί στη χελώνα, για την κατασκευή των συγκεκριμένων γραφικών αναπαραστάσεων. Δε συνέβη όμως το ίδιο κατά την τέταρτη δραστηριότητα, όπου φάνηκαν και οι περιορισμοί του δυναμικού χειρισμού και του οπτικού ελέγχου, όταν δεν συνδυάζεται με το συμβολικό έλεγχο, όταν δηλαδή οι γραφικές αναπαραστάσεις δε συνδέονται με τη διαδικασία κατασκευής τους, όταν δεν γίνονται αντιληπτές από τους μαθητές ως το αποτέλεσμα των κινήσεων της χελώνας στη βάση συγκεκριμένων εντολών Logo.

Στο παρακάτω απόσπασμα που έλαβε χώρα στα πλαίσια της τέταρτης δραστηριότητας οι μαθητές προσπαθούν να καταλάβουν ποιος ο ρόλος των μεταβλητών α και β χειριζόμενοι τις αντίστοιχες μπάρες του μεταβολέα. Στην αρχή με τις τιμές $\alpha=4$ και $\beta=90$, και στηριζόμενοι στη φαινομενολογία της οθόνης, οι μαθητές καταλήγουν σε ένα ορθό συμπέρασμα, (σειρά 164) ότι δηλαδή η περιφέρεια του κύκλου χωρίζεται σε τέσσερα τόξα των 90 μοιρών: *‘Το χωρίζουμε, ας πούμε, σε*

τέσσερα κομμάτια των 90 μοιρών'. Στη συνέχεια όμως δοκιμάζουν διάφορες τιμές και στις δύο μεταβλητές που τους αποπροσανατολίζουν. Ενώ αρχικά είχαν συμπεράνει ότι η μεταβλητή α καθορίζει τον αριθμό των τελίτσων, όπως λένε, στην περιφέρεια του κύκλου, πράγμα που ισχύει, βάζοντας την τιμή 180 στη μεταβλητή β , βλέπουν ότι οι τελίτσες στην περιφέρεια του κύκλου παραμένουν δύο, όσο και αν αυξάνουν τις τιμές στην μπάρα της μεταβλητής α στο μεταβολέα. Δεν καταλήγουν σε κανένα συμπέρασμα, ενώ στο τέλος εγκαταλείπουν την προσπάθεια (σειρά 169).

164.	M1	Ας πούμε εδώ πέρα είναι οι 90 μοίρες. Αυτές που είναι οι γραμμούλες, το χωρίζουμε, ας πούμε, σε 4 κομμάτια των 90 μοιρών.	 <p>για κυκλικό :α :β μπροστά 60 πίσω 60 αριστερά 90 μπροστά 80 στηναρχη επανάλαβε :α [στυλοπανω δεξιά :β μπροστά 120 στυλοκατω μπροστά 3 στυλοπανω πίσω 123] στηναρχη στυλοκατω τέλος</p> <p>Ο μικρόκοσμος 'κυκλικό' περιβλήμα και ο συνοδευτικός κώδικας.</p>
165.	M3	Τούτο τα ξαναφτιάχνει νομίζω. Τούτο εδώ μήπως το προχωράει πιο γρήγορα από τα άλλα και το ξαναφτιάχνει;	Κινούν τη μπάρα του μεταβολέα που αντιστοιχεί στη μεταβλητή α .
166.	M2	Απλώς εδώ πέρα το έχουμε χωρίσει σε μεγαλύτερα κομμάτια.	
167.	M3	Κοίτα. Βάλε κι άλλο κι άλλο. Αυτό καθορίζει συνεπώς τον αριθμό των τελίτσων.	Κάνουν γρήγορες και μη συστηματικές αλλαγές με το μεταβολέα και δεν μπορούν να καταλήξουν κάπου
168.	M2	Των τελίτσων;	
169.	M3	Κάτσε, αλλάζουμε και αυτό. ... Τι αλλάζει τώρα. Δεν καταλαβαίνω τίποτα, άσε.	Αλλάζουν τις τιμές της μεταβλητής α . αλλά με τη β στο 180 παίρνουν πάντα 2 τελίτσες.

Απόσπασμα 24

Αντίστοιχες δυσκολίες παρατηρήθηκαν στις περισσότερες από τις ομάδες και των δύο τμημάτων κατά την 4^η δραστηριότητα. Από πού πηγάζουν όμως αυτές οι δυσκολίες των μαθητών, όσον αφορά στην 4^η δραστηριότητα; Θα μπορούσε αρχικά να υποστηριχθεί η άποψη ότι η ευκολία των μαθητών να διαχειριστούν οπτικά και κιναισθητικά μια κατασκευή εξαρτάται από το βαθμό που η φαινομενολογία της

οθόνης υποστηρίζει τη διασύνδεση οπτικού και συμβολικού ελέγχου. Έτσι, στις τρεις πρώτες δραστηριότητες η διασύνδεση οπτικού και συμβολικού ελέγχου ήταν πιο εύκολη, καθώς η κίνηση των δεικτών έδρασε και ως μεταβατικό μοντέλο για την ίδια τη Γεωμετρία της Χελώνας: ο δείκτης αποτελούσε προέκταση του νοερού άξονα του 'σώματος' της χελώνας, κάνοντας τη στροφή της ακόμα πιο ευδιάκριτη. Επιπλέον, υπήρχαν ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου που μπορούσαν να λειτουργήσουν ως σημεία αναφοράς για τον υπολογισμό του μεγέθους της στροφής, ενώ υπήρχε ένα σταθερό σημείο εκκίνησης για τη μέτρηση των γωνιών, καθώς η αρχική θέση του δείκτη συνέπιπτε με την αρχική θέση της χελώνας στην οθόνη. Ταυτόχρονα ο δείκτης (αλλά και η χελώνα) εκκινούσε πάντα από μια κάθετη θέση και κινούνταν δεξιόστροφα, γεγονός που, όπως έχει αναφερθεί στη βιβλιογραφία (Clements et al, 1996), διευκολύνει αφενός το συντονισμό του σώματος του χρήστη με τη χελώνα, αφετέρου τον υπολογισμό του μεγέθους της γωνίας. Αντίθετα, κατά την τέταρτη δραστηριότητα η στροφή της χελώνας δεν αισθητοποιούνταν μέσω της περιστροφής του δείκτη, όπως συνέβαινε στις προηγούμενες δραστηριότητες, ενώ ήταν ορατή μόνο η αρχική θέση της χελώνας ως το κέντρο της περιστροφής. Παράλληλα, καθώς η γωνία επαναλαμβανόταν ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής α , μετά την 1^η επανάληψη το μέγεθος της γωνίας δεν οριζόταν σε σχέση με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη, αλλά σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη θέση και τον προσανατολισμό της. Τέλος, πρέπει να επισημανθεί ότι και ο κώδικας σε γλώσσα Logo και συνακόλουθα η κατασκευαστική διαδικασία ήταν πιο περίπλοκη στην 4^η δραστηριότητα. Η συνολική στροφή της χελώνας ή αλλιώς το τόξο το οποίο διέγραφε προέκυπτε ως συναρτησιακή σχέση του μεγέθους της γωνίας και του αριθμού των επαναλήψεων της.

Η αδυναμία των μαθητών να ολοκληρώσουν την 4^η δραστηριότητα πιθανόν να σχετίζεται όχι τόσο με δυσκολίες σε σχέση με τις εμπλεκόμενες γεωμετρικές έννοιες, αλλά με τον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονται τη συμπεριφορά και τα χαρακτηριστικά του ίδιου του υπολογιστικού περιβάλλοντος, κάτι που έχει επισημανθεί σε σχετικές έρευνες που πραγματοποιήθηκαν με περιβάλλοντα δυναμικής γεωμετρίας (Laborde, 1995, Heally & Hoyles, 2001). Η αλληλόδραση με το υπολογιστικό περιβάλλον μόνο μέσω δυναμικού χειρισμού και οπτικού ελέγχου των κατασκευών, καθώς και η εξαγωγή συμπερασμάτων στη βάση μόνο φαινομενολογικών ενδείξεων, παρ' όλες τις δυνατότητες που παρέχει, φαίνεται να επιβάλλει και συγκεκριμένους περιορισμούς. Όπως όμως έχει ειπωθεί σε προηγούμενα κεφάλαια, ο μεταβολέας έχει σχεδιαστεί όχι για να λειτουργήσει ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας, αλλά με στόχο τη γεφύρωση το χάσματος μεταξύ οπτικού και συμβολικού ελέγχου των γεωμετρικών κατασκευών, με στόχο τη διαμεσολάβηση της σχέσης μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και της δυναμικής στην έκφραση μαθηματικών εννοιών που παρέχει η γλώσσα προγραμματισμού Logo. Αυτός ακριβώς ο διαμεσολαβητικός ρόλος του μεταβολέα εξετάζεται στην επόμενη παράγραφο.

4.4.2 Ο μεταβολέας ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης

Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες ο άμεσος χειρισμός των τιμών των μεταβλητών των προγραμμάτων σε Logo μέσω του μεταβολέα στο περιβάλλον του 'Χελωνόκοσμου' φαίνεται ότι υποστήριξε την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικών εντολών και των οπτικών τους αποτελεσμάτων. Καθόλη τη διάρκεια της εφαρμογής των τριών πρώτων δραστηριοτήτων παρατηρήθηκε η έντονη αλληλόδραση μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του προγραμματισμού ή με άλλα λόγια η αλληλόδραση μεταξύ των δύο μεταφορών, της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας στο μοντέλο ενός αναλογικού ρολογιού και της μεταφοράς της σχεδίασης μέσω μιας κινούμενης οντότητας με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα, ο οποίος έδωσε τη δυνατότητα πειραματισμού με ένα μεγάλο εύρος τιμών. Για παράδειγμα στο απόσπασμα 18 που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3.2. φάνηκε πώς οι μαθητές μπόρεσαν με ευκολία να κινηθούν μεταξύ των δύο μεταφορών, μεταξύ της προσανατολισμένης στροφής μέσω της μεταφοράς της χελώνας και της αντιστοίχισης αυτής της στροφής με συγκεκριμένες θέσεις στην περιφέρεια του κύκλου, μέσω της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας.

Ως αποτέλεσμα του πειραματισμού τους και της διερεύνησης, αλλά και της προσπάθειας πρόβλεψης και αιτιολόγησης των επιλογών τους οι μαθητές μπόρεσαν με σχετική ευκολία να προσεγγίσουν το ρόλο των μεταβλητών στους μικροκόσμους που χρησιμοποίησαν στις τρεις πρώτες δραστηριότητες. Αν και τα παιδιά ταλαντεύονταν στον προσδιορισμό του ρόλου των διαφόρων μεταβλητών είτε σε σχέση με αυτό που έβλεπαν να μεταβάλλεται στη γραφική αναπαράσταση του μοντέλου του ρολογιού είτε σε σχέση με τις εντολές που είχαν δοθεί στη χελώνα στο παράθυρο της Logo, το γεγονός ότι η φαινομενολογία της οθόνης απέδιδε ξεκάθαρα την εντολή στροφής που είχε δοθεί στη χελώνα διευκόλυνε τη λειτουργική διασύνδεση της φαινομενολογίας της οθόνης με το συμβολικό κώδικα. Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προβληματίζονται αναφορικά με το ρόλο της μεταβλητής α στη δραστηριότητα 'Χρονόμετρο'. Συγκεκριμένα, ταλαντεύονται μεταξύ τριών πραγμάτων: α) τη σύνδεση της μεταβλητής α με μια αφηρημένη έννοια: *τη γωνία της κλίσης*, σύμφωνα με τον όρο που χρησιμοποιούν οι μαθητές β) την κίνηση του δείκτη του ρολογιού και γ) την κίνηση της χελώνας. Καταλήγουν στο ότι η μεταβλητή α : *'Αντιστοιχεί στον άγνωστο αριθμό που θέλουμε να πηγαίνουν οι μοίρες'* (σειρά 182). Φαίνεται ότι επιπλέον προβλήματα δημιουργεί στους μαθητές το γεγονός ότι δεν πρόκειται για ένα κλασικό μάθημα, άρα δεν υπάρχουν κάποιες καθιερωμένες φόρμες ορολογίας, έκφρασης και αξιολόγησης. Η πρόταση της M1 ότι *'Η μεταβλητή α αντιστοιχεί σε έναν αριθμό άγνωστο'* απορρίπτεται από τη M2 καθώς *'Δεν κάνουμε μαθηματικά'*.

170.	M1	Δείχνει την κλίση.	
171.	M3	Μας βοηθά να κάνουμε ένα σχήμα.	
172.	M2	Αφορά για το χρονόμετρο. Αντιστοιχεί στο πόσο μπορούμε να γυρνάμε το δείκτη. Η : α χρησιμεύει στο να γίνεται αυτό εδώ, στο να γυρνάει	

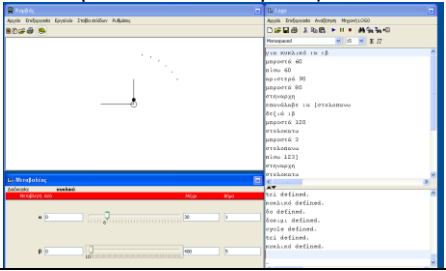
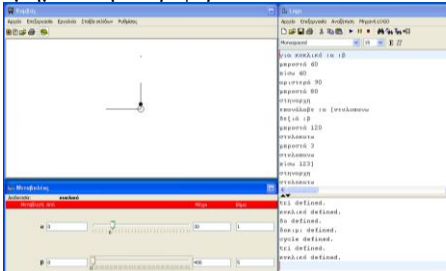
		δηλαδή.	
173.	M1	Αντιστοιχεί στο να καθορίσουμε τη γωνία της κλίσης.	
174.	M3	Στην αλλαγή της κλίσης. Αντιστοιχεί στη γωνία της γραμμής	
175.	M2	Αντιστοιχεί στην κίνηση της γραμμής. Αντιστοιχεί στο πόσο θα γυρίσει η γραμμή.	
176.	M2	Η μεταβλητή α αντιστοιχεί στο πόσο θα γυρίσει η γραμμή.	
177.	M1	Τελικά η μεταβλητή α αντιστοιχεί σε έναν αριθμό που θέλουμε να πάει η χελώνα, να γυρνάει το κεφάλι της και η γραμμή.	
178.	M2	Λοιπόν, να το κάνουμε πιο λιανά.	
179.	M1	Η μεταβλητή α αντιστοιχεί σε έναν αριθμό άγνωστο	
180.	M3	Δεν κάνουμε μαθηματικά.	
181.	M1	Αντιστοιχεί στον άγνωστο αριθμό που θέλουμε να πούμε. Τι είπες εσύ;	
182.	M3	Αντιστοιχεί στον άγνωστο αριθμό που θέλουμε να πηγαίνουν οι μοίρες.	

Απόσπασμα 25

Στο απόσπασμα 25 φαίνεται ότι μόνο μέσω του πειραματισμού με το μεταβολέα και στηριζόμενοι στη φαινομενολογία της οθόνης, οι μαθητές κατέληξαν σε κάποια συμπεράσματα αναφορικά με το ρόλο της μεταβλητής α , τα οποία ήταν αφενός λειτουργικά, καθώς συνέβαλαν στο να κάνουν επιτυχείς προβλέψεις στη συνέχεια αναφορικά με τις τιμές της γωνιακής περιστροφής που απαιτούνταν, για να βρεθεί ο δείκτης σε συγκεκριμένες θέσεις, αφετέρου θα μπορούσαν να θεωρηθούν και ως ‘μαθηματικά’ ορθά. Στις τρεις πρώτες δραστηριότητες ο μεταβολέας λειτούργησε όχι μόνο ως απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας, αλλά και ως εργαλείο διερεύνησης το οποίο σε κάποιο βαθμό φαίνεται ότι επέτρεψε τη γεφύρωση του κιναισθητικού χειρισμού αριθμητικών τιμών με τη σχεδίαση γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας, όπου η προσανατολισμένη στροφή με συγκεκριμένο μέγεθος υπήρξε μια κομβική έννοια. Η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω του μεταβολέα επέτρεψε αφενός στους μαθητές να πειραματιστούν με ένα μεγάλο εύρος τιμών αφετέρου να χρησιμοποιήσουν τις γραφικές αναπαραστάσεις ως ‘υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα’, τα οποία δεν μπορούσαν να χειριστούν άμεσα, κάτι που φαίνεται να συνέβαλε σε κάποιο βαθμό στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος-γραφικής αναπαράστασης.

Μολαταύτα η λειτουργική διασύνδεση φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικού κώδικα δεν ήταν μια εύκολη διαδικασία, ιδιαίτερα καθώς ο συμβολικός κώδικας σε Logo γινόταν πιο περίπλοκος, π.χ. στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας. Στο παρακάτω απόσπασμα προσπαθώντας να καταλάβουν ποιος ο ρόλος της μεταβλητής α και β στη δραστηριότητα ‘κυκλικό περίβλημα’ οι μαθήτριες της 4^{ης} ομάδας του Στ1 προσπαθούν να συνδυάσουν τα γραφικά αποτελέσματα στην οθόνη του υπολογιστή, που προέκυψαν από τον κιναισθητικό χειρισμό του μεταβολέα, με το συμβολικό κώδικα σε Logo.

183.	M3	Για κάτσε να δούμε. Περίμενε. Δες εδώ.	Διαβάζουν μια μια τις γραμμές του κώδικα στο κυκλικό περίβλημα. Και δείχνουν στον υπολογιστή.
184.	M1	Άρα η μεταβλητή α καθορίζει το πόσες φορές θα επαναληφθεί ...	
185.	M2	Η μεταβλητή β καθορίζει πόσο θα στρίψει προς τα	Δοκιμάζουν την τιμή 360 για τη

		δεξιά. Λάθος. Βάλε 360	μεταβλητή β στον μεταβολέα
186.	M1	Η μεταβλητή β καθορίζει πόσο θα στρίψει ;	
187.	M2	Κοίτα, είναι εδώ το 0. Αν το πας στο 5, έχει πάει έτσι.	<p>Η μεταβλητή α είναι στο 6 και εμφανίζονται 6 γραμμές στην περιφέρεια του νοητού κύκλου του ρολογιού</p> 
188.	M3	Για πήγαινε και στο 10. Κοίτα άμα είναι εδώ πέρα βγαίνει μόνο αυτό εδώ.	<p>Η μεταβλητή β είναι στο 0, όποτε με α=10 υπάρχει μόνο μια ένδειξη/ευθύγραμμο τμήμα στην περιφέρεια του κύκλου.</p> 
189.	M1	Αυτό καθορίζει πόσες πιο πολλές γραμμούλες θα είναι.	Εννοεί τη μεταβλητή β
190.	M2	Ναι, και αυτό εδώ τι καθορίζει τότε;	Εννοεί τη μεταβλητή α
191.	M1	Το πλήθος των γραμμών	
192.	M3	Δεν το καταλαβαίνω.	
193.	M2	Με αυτό εδώ εξαφανίζονται. Με το άλλο δεν εξαφανίζονται.	Εννοεί τη μεταβλητή β
194.	M1	Α, το κατάλαβα. Αυτό εδώ καθορίζει τα λεπτά. Και αυτό καθορίζει τι θα υπάρχει ανάμεσα στις γραμμές.	

Απόσπασμα 26

Αν και οι μαθήτριες κατέφυγαν στις εντολές Logo και προσπάθησαν να καταλάβουν πώς κινείται η χελώνα, δεν κατέληξαν σε ένα συμπέρασμα για το ρόλο των μεταβλητών που θα τους επέτρεπε να τις χειριστούν με τέτοιο τρόπο, ώστε να έχουν τα γραφικά αποτελέσματα που επεδίωκαν. Καθώς ο κώδικας σε Logo ήταν πιο περίπλοκος από αυτούς των προηγούμενων δραστηριοτήτων, οι μαθήτριες -αν και κατανοούσαν μια μια τις εντολές- δεν μπόρεσαν να συλλάβουν τη συνολική κίνηση της χελώνας, ώστε να νοηματοδοτήσουν τα συγκεκριμένα γραφικά αποτελέσματα. Καθώς άλλαζαν τις τιμές της γωνίας στροφής της χελώνας, πριν ζωγραφίσει το επόμενο ευθύγραμμο τμήμα (μεταβλητή β), τα ευθύγραμμο τμήματα στην περιφέρεια του κύκλου φαίνονταν να αυξάνονται ή να μειώνονται. Παρασυρμένες από το γραφικό αποτέλεσμα και μη συσχετίζοντας αυτό το αποτέλεσμα με την τιμή της μεταβλητής α, καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η μεταβλητή β 'καθορίζει πόσες πιο πολλές γραμμούλες θα είναι'. Έτσι, δεν αντιλήφθηκαν ότι η μεταβλητή β καθορίζει τη θέση του κάθε ευθύγραμμου τμήματος στην περιφέρεια του κύκλου και ότι κατά περίπτωση μπορεί να φαίνονται λιγότερα ευθύγραμμο τμήματα από αυτά που ορίζονται στη μεταβλητή α, όταν η θέση των διαφορετικών τμημάτων συμπίπτει, π.χ

στην περίπτωση που η χελώνα περιστρέφεται κατά 0 μοίρες, πριν σχεδιάσει το επόμενο ευθύγραμμο τμήμα (π.χ. γραμμή 188).

Μπορεί οι κανόνες λειτουργίας του μεταβολέα να ήταν άρρηκτα συνδεδεμένοι με τις έννοιες και τις αναπαραστάσεις του γνωστικού αντικειμένου, αυτό όμως δε σημαίνει απαραίτητα ότι οι μαθητές έχουν και πρόσβαση στις συγκεκριμένες έννοιες και ότι τις χρησιμοποιούν ως εργαλεία κατασκευής. Αυτό που πρέπει να επισημανθεί είναι ότι στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, οι μαθητές δεν κατασκεύαζαν οι ίδιοι τη γραφική αναπαράσταση βήμα βήμα, αλλά προσπαθούσαν μέσα από τον κιναισθητικό χειρισμό μεταβλητών και στη βάση φαινομενολογικών ενδείξεων να αποδομήσουν τη διαδικασία κατασκευής της γραφικής αναπαράστασης έχοντας συγκεκριμένο πρακτικό στόχο. Η διάκριση-αποσύνδεση μεταξύ της πρόθεσης κατασκευής, η οποία εδώ υλοποιείται μέσω της συνύπαρξης προγραμματισμού-δυναμικού χειρισμού και της υλοποίησης της κατασκευής η οποία πραγματοποιείται από τον υπολογιστή ως γραφική αναπαράσταση δεν οδηγεί αυτόματα στην προσέγγιση του γραφικού αντικειμένου ως γεωμετρικού σχήματος με συγκεκριμένες γεωμετρικές ιδιότητες. Μια λειτουργική διασύνδεση μεταξύ φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικού κώδικα θα απαιτούσε να δουν οι μαθητές τις γραφικές αναπαραστάσεις ταυτόχρονα ως όλον και ως αποτέλεσμα συνδυασμού κινήσεων της χελώνας στη βάση συγκεκριμένων εντολών σε γλώσσα Logo, κάτι που φάνηκε ότι στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας και με βάση τον αρχικό σχεδιασμό των δραστηριοτήτων ήταν πάνω από τις δυνατότητες των μαθητών.

Στην τέταρτη δραστηριότητα ο μεταβολέας δεν μπόρεσε να λειτουργήσει ως γέφυρα μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του συμβολικού κώδικα, γι' αυτό ακριβώς το λόγο και η ερευνήτρια κατέφυγε στη χρήση της χάρτινης χελώνας, για να μπορέσει να αντιμετωπίσει τις δυσκολίες που είχαν οι μαθητές με το συμβολικό κώδικα και τη μετάφραση των λεκτικών εντολών σε συγκεκριμένα γραφικά της χελώνας (δες σχετικά την ανάλυση του αποσπάσματος 21). Φαίνεται πώς σε ορισμένες περιπτώσεις, οι μαθητές ήρθαν σε επαφή με διάφορες έννοιες του προγραμματισμού, όπως η επαναληπτική διαδικασία και οι μεταβλητές, χωρίς να έχει αφιερωθεί ικανός χρόνος για την εμπέδωσή τους. Σε κάθε περίπτωση όμως πρέπει να επισημανθεί ότι ο πειραματισμός με το μεταβολέα και η διερεύνηση στα πλαίσια των τριών πρώτων δραστηριοτήτων λειτούργησε ως νοητική σκαλωσιά και για την τέταρτη δραστηριότητα.

Αφού οι μαθητές, με τη βοήθεια της χάρτινης χελώνας κατανόησαν την κίνηση της υπολογιστικής χελώνας στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας, στηρίχτηκαν στις προηγούμενες εμπειρίες τους και με ευκολία υπολόγισαν τόσο τον αριθμό των επαναλήψεων όσο και τη γωνία στροφής της χελώνας. Στο παρακάτω επεισόδιο, μετά από ανάλυση της κίνησης με το χάρτινο χελωνάκι, οι μαθητές της ομάδας εστίασης του ΣΤ1 υπολογίζουν τον αριθμό των επαναλήψεων καθώς και το μέγεθος της γωνίας στροφής για να σχηματίσει η χελώνα ενδείξεις στην περιφέρεια του κύκλου ανά μία

ώρα. Οι μαθητές με άνεση μπορούν να συσχετίσουν την κίνηση της χελώνας με το σύνολο της κυκλική διαδρομής που πρέπει να διαγράψει στο επίπεδο (σειρά 192-196), χωρίζοντας τον κύκλο σε 12 ίσα τόξα. Έτσι, δεν προχωρούν με στρατηγικές δοκιμής και πλάνης, δεν υπολογίζουν με βάση οπτικές ενδείξεις που πρέπει να πάει η χελώνα -όπως παρατηρείται συχνά σε περιβάλλοντα Logo- ή χειριζόμενοι κιναισθητικά μέσω του μεταβολέα τις τιμές της μεταβλητής β. Όπως έχει φανεί και κατά την ανάλυση άλλων αποσταμάτων, η προηγούμενη δραστηριότητα των μαθητών με του μισοψημένους μικροκόσμους έχει μετατρέψει το αναλογικό ρολόι σε ένα κυκλικό μοιρογνωμόνιο. Στη σειρά 202 ο μαθητής εξηγεί ότι *‘τα 5 δευτερόλεπτα έχουν απόσταση μεταξύ τους 30 μοίρες’*. Αυτό θεωρείται δεδομένο και γνωστό και έτσι οι μαθητές μπορούν χωρίς διερεύνηση και προβληματισμό να υπολογίσουν τις μοίρες στροφής της χελώνας, από τη μια ένδειξη στην περιφέρεια του κύκλου στην επόμενη.

195.	Er	Το 12 είναι εύκολο. Το β όμως, γιατί 30; ...Κωνσταντίνε, γιατί 30
196.	M1	30 επί 12 360 που είναι όλος ο κύκλος.
197.	Er	Εσύ, Ήλια, τι λες;
198.	M2	Το ίδιο
199.	Er	Εξήγησέ το με δικά σου λόγια.
200.	M3	Κάναμε 12 γραμμές και επειδή θέλουμε να έχουν απόσταση, χρειάζεται 30.
201.	Er	Και γιατί όχι 40;
202.	M2	Γιατί το πήραμε, όπως είναι το ρολόι, που το ρολόι έχει 5 μικρές γραμμές που ας το πούμε τα 5 δευτερόλεπτα έχουν απόσταση μεταξύ τους 30 μοίρες

Απόσπασμα 27

Το χάσμα μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης μπορεί να γεφυρωθεί μόνο στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας δε χρησιμοποιείται ως απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας αλλά στα πλαίσια του συντονισμού των διαφορετικών σημειωτικών συστημάτων: της φαινομενολογίας της οθόνης, του συμβολισμού σε γλώσσα Logo και του κιναισθητικού χειρισμού αριθμητικών τιμών μέσω του μεταβολέα. Σε αυτό το σημείο κεντρικό αναδεικνύεται το θέμα της εργαλειακής ενορχήστρωσης, το κατά πόσο δηλαδή ο σχεδιασμός μικροκόσμων και δραστηριοτήτων ήταν τέτοιος, τουλάχιστον αρχικά, που να επιτρέπει την πρόσβαση στα μαθηματικά δομήματα που είχαν εσωτερικευθεί στους μικρόκοσμους, ώστε οι μαθητές αφενός να φέρουν σε πέρας τις δραστηριότητες, αφετέρου να κατασκευάσουν νοήματα τα οποία θα είναι συμβατά με την επίσημη ‘μαθηματική’ γνώση.

4.4.3 Σύνοψη

Η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων αλλά και η δυναμική εναλλαγή διαδοχικών θέσεων των γραφικών αναπαραστάσεων, που δημιούργησε την αίσθηση της κίνησης, ως αποτέλεσμα της χρήσης του μεταβολέα παρείχε στους μαθητές τελείως νέες δυνατότητες ‘διανοητικής εμπλοκής’ με την προς διερεύνηση έννοια, καθώς οι οπτικές εικόνες απέδιδαν ταυτόχρονα χωρικές και

χρονικές-διαδικαστικές πτυχές της έννοιας της γωνίας. Ο δυναμικός χειρισμός των τιμών των μεταβλητών παρείχε σαφέστατα ένα μέσο αναμόρφωσης του τρόπου με τον οποίο ο μαθηματικός φορμαλισμός χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές, καθώς διαπλέκονταν δυναμικά με τη γραφική αναπαράσταση. Το ερώτημα βέβαια είναι κατά πόσο ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο γεωμετρικής διερεύνησης και όχι απλά ως ένα γραφικό εργαλείο, κατά πόσο οι συγκεκριμένες τιμές που έπαιρνε ο μεταβολέας αποκτούσαν κάποιο νόημα για τους μαθητές. Μπορεί οι κανόνες λειτουργίας του μεταβολέα να ήταν άρρηκτα συνδεδεμένοι με τις έννοιες και τις αναπαραστάσεις του γνωστικού αντικειμένου, αυτό όμως δε σημαίνει απαραίτητα ότι οι μαθητές έχουν και πρόσβαση στις συγκεκριμένες έννοιες και ότι τις χρησιμοποιούν ως εργαλεία κατασκευής.

Τα δεδομένα της έρευνας δείχνουν ότι ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας και ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης. Καθώς οι μαθητές δε ξεκινούσαν τις κατασκευές τους εκ του μηδενός, αλλά έρχονταν σε επαφή με μισοψημένους μικροκόσμους, ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε αρχικά κιναισθητικά με στόχο την αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου στη βάση των φαινομενολογικών ενδείξεων του καμβά του 'Χελωνόκοσμου'. Κατόπιν ο κιναισθητικός χειρισμός γινόταν με στόχο τον οπτικό έλεγχο και τη διαχείριση της κατασκευής. Ο μεταβολέας, δηλαδή, συρόταν είτε με στόχο την ολοκλήρωση μιας κατασκευής και τη διερεύνηση των κανόνων με βάση τους οποίους άλλαζε η γραφική αναπαράσταση είτε με στόχο την ολοκλήρωση μιας κατασκευής και την επαλήθευση υποθέσεων.

Η διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων επέτρεψε στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις γραφικές αναπαραστάσεις ως 'υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα', ως αντικείμενα τα οποία δεν μπορούσαν να χειριστούν άμεσα αλλά μέσω του μεταβολέα, κάτι που φαίνεται να συνέβαλε σε κάποιο βαθμό στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος-γραφικής αναπαράστασης. Καθώς οι μαθητές έσερναν το μεταβολέα όχι μόνο με στόχο να ρυθμίσουν τη θέση του δείκτη, αλλά με στόχο να αιτιολογήσουν συγκεκριμένες επιλογές, άρχισαν σιγά σιγά να δίνουν έμφαση στις αριθμητικές τιμές του μεταβολέα και να διερευνούν τους κανόνες στη βάση των οποίων μεταβαλλόταν η γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή. Το ερώτημα βέβαια που γεννάται εδώ είναι κατά πόσο αυτοί οι 'κανόνες' που ανακάλυπταν οι μαθητές και οι οποίοι τους επέτρεπαν να ελέγξουν την γραφική αναπαράσταση περιορίζονταν σε οπτικές ενδείξεις ή σχετίζονταν με τη κατασκευαστική διαδικασία, κατά πόσο ο πειραματισμός με το μεταβολέα λειτούργησε ως γέφυρα μεταξύ οπτικού και συμβολικού ελέγχου των γεωμετρικών κατασκευών, μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και της δυναμικής στην έκφραση μαθηματικών εννοιών που παρέχει η γλώσσα προγραμματισμού Logo.

Η ευκολία των μαθητών να διαχειριστούν οπτικά και κιναισθητικά μια κατασκευή στα πλαίσια μισοψημένων μικροκόσμων στο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου φαίνεται να εξαρτάται –ανάμεσα στα άλλα– από το βαθμό που η φαινομενολογία της οθόνης υποστηρίζει τη διασύνδεση οπτικού και συμβολικού ελέγχου. Ο άμεσος χειρισμός των τιμών των μεταβλητών των προγραμμάτων σε Logo μέσω του μεταβολέα στις τρεις πρώτες δραστηριότητες υποστήριξε την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικών εντολών και των οπτικών τους αποτελεσμάτων, καθώς η φαινομενολογία της οθόνης όχι απλώς απέδιδε ξεκάθαρα, αλλά μάλλον επέτεινε φαινομενολογικά την εντολή στροφής που είχε δοθεί στη χελώνα. Καθόλη τη διάρκεια της εφαρμογής των τριών πρώτων δραστηριοτήτων παρατηρήθηκε η έντονη αλληλόδραση μεταξύ των δύο μεταφορών, της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας στο μοντέλο ενός αναλογικού ρολογιού και της μεταφοράς της σχεδίασης μέσω μιας κινούμενης οντότητας με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα, η οποία επέτρεψε τη λειτουργική διασύνδεση μεταξύ φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικού κώδικα.

Αντίθετα, όταν ο συμβολικός κώδικας έγινε πιο περίπλοκος στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας, φάνηκαν και οι περιορισμοί του δυναμικού χειρισμού και του οπτικού ελέγχου, όταν δεν συνδέεται λειτουργικά με το συμβολικό έλεγχο, όταν δηλαδή οι γραφικές αναπαραστάσεις δε συνδέονται με τη διαδικασία κατασκευής τους, όταν δεν γίνονται αντιληπτές από τους μαθητές ως το αποτέλεσμα των κινήσεων της χελώνας στη βάση συγκεκριμένων εντολών Logo. Η αλληλόδραση με το υπολογιστικό περιβάλλον μόνο μέσω δυναμικού χειρισμού και οπτικού ελέγχου των κατασκευών, καθώς και η εξαγωγή συμπερασμάτων στη βάση μόνο φαινομενολογικών ενδείξεων, παρ' όλες τις δυνατότητες που παρέχει, φαίνεται να επιβάλλει και συγκεκριμένους περιορισμούς. Από την άλλη η δυσκολία των μαθητών να ολοκληρώσουν την 4^η δραστηριότητα πιθανόν να σχετίζεται όχι τόσο με δυσκολίες σε σχέση με τις εμπλεκόμενες γεωμετρικές έννοιες, αλλά με τον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονται τη συμπεριφορά και τα χαρακτηριστικά του ίδιου του υπολογιστικού περιβάλλοντος, κάτι που έχει επισημανθεί σε σχετικές έρευνες που πραγματοποιήθηκαν με περιβάλλοντα δυναμικής γεωμετρίας (Laborde, 1995, Heally & Hoyles, 2001). Έτσι μετά την αναπαράσταση των εντολών της διαδικασίας 'κυκλικό περίβλημα' βήμα προς βήμα με τη διαμεσολάβηση της χάρτινης χελώνας, οι μαθητές μπόρεσαν με ευκολία να υπολογίσουν τις τιμές που πρέπει να δοθούν στις μεταβλητές, ώστε να σχηματιστούν συγκεκριμένες ενδείξεις στην περιφέρεια του ρολογιού. Μπορεί στην 4^η δραστηριότητα ο μεταβολέας να μη διαμεσολάβησε με επιτυχία την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης, ήταν σαφές όμως ότι ο πειραματισμός με το μεταβολέα που είχε προηγηθεί στα πλαίσια των τριών πρώτων δραστηριοτήτων λειτούργησε ως νοητική σκαλωσιά για τον υπολογισμό των ζητούμενων γωνιακών μεγεθών.

4.5 Επισκόπηση αποτελεσμάτων και σύνθεση

Στη βάση της ανάλυσης που προηγήθηκε, τα ευρήματα της παρούσας έρευνας όσον αφορά στην έννοια της γωνίας στο δισδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου και στα πλαίσια των συγκεκριμένων μικροκόσμων και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων θα μπορούσαν να συνοψιστούν στα εξής:

1. Οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι που χρησιμοποιήθηκαν μετατράπηκαν σταδιακά από τεχνολογικά κατασκευάσματα σε εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης και κατόπιν σε εσωτερικευμένα εργαλεία. Ιδιαίτερα κομβικός υπήρξε ο διαμεσολαβητικός ρόλος του μεταβολέα, ο οποίος παρείχε σαφέστατα ένα μέσο αναμόρφωσης του τρόπου με τον οποίο ο μαθηματικός φορμαλισμός χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές, μέσα από τη δυναμική διασύνδεση συμβολικού κώδικα και γραφικής αναπαράστασης.
2. Η έννοια της γωνίας προσεγγίστηκε μέσα από τη λειτουργική σύνδεση διαφορετικών πτυχών της. Η γωνία:
 - έγινε αντιληπτή ως μια δυναμική έννοια και ως αποτέλεσμα περιστροφής.
 - συνδέθηκε λειτουργικά με την έννοια του μετρήσιμου μεγέθους.
 - ως στροφή διασυνδέθηκε με συγκεκριμένα στατικά γεωμετρικά σχήματα.
3. Ο εγκαθιδρυμένος (situated) χαρακτήρας των νοημάτων που κατασκευάστηκαν ήταν πρόδηλος:
 - Στη χρήση της κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένης μεταφοράς της μέτρησης της ώρας, η οποία συνδέθηκε με τη χρήση συγκεκριμένης ορολογίας, αλλά και με τη χρήση συγκεκριμένων δομικών λίθων και σημείων αναφοράς στην περιφέρεια του κύκλου.
 - Στη χρήση της μεταφοράς της χελώνας, η οποία ανέδειξε τη διάσταση της χρήση συγκεκριμένων ενσώματων μεταφορών για την κατανόηση της γεωμετρικής έννοιας της γωνίας.

Οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι ως εργαλεία σημειωτικής διαμεσολάβησης

Ένα εργαλείο δεν υπάρχει αφ'εαυτού, αλλά μόνο μέσα από την προοπτική της χρήσης του, δεν είναι κάτι σταθερό αλλά προκύπτει εξελικτικά. Ο ίδιος ο χρήστης του τεχνολογικού κατασκευάσματος 'χτίζει' τη σχέση του με αυτό αναπτύσσοντας συγκεκριμένες χρήσεις και τεχνικές αυτού του εργαλείου (Guin & Trouche, 1999). Στην παρούσα έρευνα φάνηκε ότι στα πλαίσια των τριών πρώτων μικροκόσμων και

των συνοδευτικών δραστηριοτήτων, οι μαθητές μπόρεσαν να χρησιμοποιήσουν τη γεωμετρική γνώση με ένα λειτουργικό τρόπο μέσα από την διασύνδεση θεωρητικών εννοιών με οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις, π.χ. χρησιμοποίησαν γωνιακά μεγέθη, για να ορίσουν τη θέση των δεικτών αναλογικών ρολογιών. Οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις χωρικές ιδιότητες αντικειμένων της καθημερινής μας εμπειρίας, και υπό αυτή την προοπτική οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις οπτικές εικόνες. Μολαταύτα οι οπτικές αυτές εικόνες πρέπει να ‘αναγνωσθούν’ με ένα μαθηματικό τρόπο, ώστε να αναδειχτεί η σχέση τους με τις γεωμετρικές έννοιες. Στην παρούσα έρευνα παρατηρήθηκε μια μετάβαση από μια νατουραλιστική-ρεαλιστική θέαση του σχεδίου-μοντέλου του αναλογικού ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή σε μια μαθηματική θέασή του ως γεωμετρικό σχήμα και ως μαθηματικό εργαλείο, γεγονός που επέτρεψε στους μαθητές να ‘διακρίνουν’ χαρακτηριστικά και ιδιότητες που δεν αναγνωρίζονται σε ένα αναλογικό ρολόι από άτομα που δε μετέχουν της μαθηματικής κουλτούρας. Η ίδια η διαδικασία κατασκευής νοημάτων αποτυπώνεται στη σταδιακή αλλαγή της αντίληψη της αναπαράστασης των αναλογικών ρολογιών.

Καθώς τα παιδιά εξοικειώνονταν με τη χρήση του εργαλείου, η διασύνδεση μεταξύ συγκεκριμένων γωνιακών μεγεθών και γραφικών αναπαραστάσεων άρχισε να γίνεται πιο συνειδητά, γεγονός που αποτυπώνεται και στην ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών ως αύξηση του αριθμού των γεωμετρικών στρατηγικών καθώς οι δραστηριότητες εξελίσσονται χρονικά. Η ευκολία μετάβασης από τις αριθμητικές στρατηγικές στις γεωμετρικές και αντίστροφα -ανάλογα με τη γωνία στροφής που έπρεπε να υπολογιστεί, καθώς και η προσέγγιση της ίδιας γωνίας περιστροφής μέσω μιας ποικιλίας διαφορετικών στρατηγικών από την ίδια ομάδα θεωρούνται κομβικά σημεία στα πλαίσια της διαδικασίας μετατροπής του μοντέλου του αναλογικού ρολογιού σε ένα εργαλείο διαμεσολάβησης της μέτρησης του μεγέθους γωνιακών περιστροφών.

Οι αναπαραστάσεις και οι μεταφορές με τις οποίες οι μαθητές ήρθαν σε επαφή μέσα από τη χρήση των συγκεκριμένων υπολογιστικών μικρόκοσμων στις τρεις πρώτες δραστηριότητες φαίνεται ότι μετατράπηκαν σε σημεία/σύμβολα με τη βυγκοτσική έννοια του όρου, τα οποία συνέβαλαν στην κατασκευή νοημάτων στα πλαίσια κοινωνικών πρακτικών των μαθηματικών (Sabena, 2004, Radford, 2005) και τα οποία στο τέλος μπόρεσαν να χρησιμοποιηθούν ανεξάρτητα από τη χρήση των συγκεκριμένων εργαλείων. Το σχέδιο-μοντέλο του αναλογικού ρολογιού μετατράπηκε αρχικά σε γεωμετρικό σχήμα με συγκεκριμένες ιδιότητες και κατόπιν σε κυκλικό μοιρογνωμόνιο το οποίο χρησιμοποιήθηκε είτε ως εξωτερικό αντικείμενο-εργαλείο στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως εσωτερικευμένο πλέον εργαλείο-σύμβολο το οποίο οι μαθητές προσέγγισαν και χρησιμοποίησαν νοερά, διασυνδέοντας έτσι τις ατομικές ψυχολογικές διεργασίες με το κοινωνιοπολιτισμικό περιεχόμενο στο οποίο αυτές έλαβαν χώρα.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να γίνει ιδιαίτερη αναφορά στο διαμεσολαβητικό ρόλο του μεταβολέα, ο οποίος παρείχε σαφέστατα ένα μέσο αναμόρφωσης του τρόπου με τον οποίο ο μαθηματικός φορμαλισμός χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές, καθώς επέτρεπε το δυναμικό χειρισμό των τιμών των μεταβλητών των διαδικασιών που κατασκεύαζαν τις γραφικές αναπαραστάσεις. Το ερώτημα βέβαια είναι κατά πόσο ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο γεωμετρικής διερεύνησης και όχι απλά ως ένα γραφικό εργαλείο, κατά πόσο οι συγκεκριμένες τιμές που έπαιρνε ο μεταβολέας αποκτούσαν νόημα και ποιο για τους μαθητές. Καθώς οι μαθητές δε ξεκινούσαν τις κατασκευές τους εκ του μηδενός, αλλά έρχονταν σε επαφή με μισοψημένους μικροκόσμους, ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε αρχικά κιναισθητικά με στόχο την αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου στη βάση των φαινομενολογικών ενδείξεων του καμβά του 'Χελωνόκοσμου'. Κατόπιν ο κιναισθητικός χειρισμός γινόταν με στόχο τον οπτικό έλεγχο και τη διαχείριση της κατασκευής. Καθώς οι μαθητές έσερναν το μεταβολέα όχι μόνο με στόχο να ρυθμίσουν τη θέση του δείκτη, αλλά και με στόχο να αιτιολογήσουν συγκεκριμένες επιλογές, άρχισαν σιγά σιγά να δίνουν έμφαση στις αριθμητικές τιμές του μεταβολέα και να διερευνούν τους κανόνες στη βάση των οποίων μεταβάλλονταν η γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή. Το σημείο προβληματισμού βέβαια εδώ είναι κατά πόσο αυτοί οι 'κανόνες' που ανακάλυπταν οι μαθητές και οι οποίοι τους επέτρεπαν να ελέγξουν την γραφική αναπαράσταση περιορίζονταν σε οπτικές ενδείξεις ή σχετίζονταν με τη κατασκευαστική διαδικασία, κατά πόσο ο πειραματισμός με το μεταβολέα λειτούργησε ως γέφυρα μεταξύ οπτικού και συμβολικού ελέγχου των γεωμετρικών κατασκευών, μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και της δυναμικής στην έκφραση μαθηματικών εννοιών που παρέχει η γλώσσα προγραμματισμού Logo. Η αλληλόδραση με το υπολογιστικό περιβάλλον μόνο μέσω δυναμικού χειρισμού και οπτικού ελέγχου των κατασκευών, καθώς και η εξαγωγή συμπερασμάτων στη βάση μόνο φαινομενολογικών ενδείξεων, παρ' όλες τις δυνατότητες που παρέχει, φαίνεται να επιβάλλει και συγκεκριμένους περιορισμούς.

Η ευκολία των μαθητών να διαχειριστούν οπτικά και κιναισθητικά μια κατασκευή στα πλαίσια μισοψημένων μικροκόσμων στο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου φαίνεται να εξαρτάται –ανάμεσα στα άλλα- από το βαθμό που η φαινομενολογία της οθόνης υποστηρίζει τη διασύνδεση οπτικού και συμβολικού ελέγχου. Ο άμεσος χειρισμός των τιμών των μεταβλητών των προγραμμάτων σε Logo μέσω του μεταβολέα στις τρεις πρώτες δραστηριότητες υποστήριξε την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικών εντολών και των οπτικών τους αποτελεσμάτων, καθώς η φαινομενολογία της οθόνης όχι απλώς απέδιδε ξεκάθαρα, αλλά μάλλον επέτεινε φαινομενολογικά την εντολή στροφής που είχε δοθεί στη χελώνα. Αντίθετα, όταν ο συμβολικός κώδικας έγινε πιο περίπλοκος στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας, φάνηκαν και οι περιορισμοί του δυναμικού χειρισμού και του οπτικού ελέγχου, όταν δεν συνδέεται λειτουργικά με το συμβολικό έλεγχο, όταν δηλαδή οι γραφικές αναπαραστάσεις δε συνδέονται με τη διαδικασία κατασκευής τους, όταν δεν γίνονται αντιληπτές από τους μαθητές ως το αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων της χελώνας στη βάση

συγκεκριμένων εντολών Logo. Η δυσκολία των μαθητών να ολοκληρώσουν την 4^η δραστηριότητα πιθανόν να σχετίζεται όχι τόσο με δυσκολίες σε σχέση με τις εμπλεκόμενες γεωμετρικές έννοιες, αλλά με τον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονται τη συμπεριφορά και τα χαρακτηριστικά του ίδιου του υπολογιστικού περιβάλλοντος. Μπορεί οι κανόνες λειτουργίας του μεταβολέα να ήταν άρρηκτα συνδεδεμένοι με τις έννοιες και τις αναπαραστάσεις του γνωστικού αντικείμενου, αυτό όμως δε σημαίνει απαραίτητα ότι οι μαθητές έχουν και πρόσβαση στις συγκεκριμένες έννοιες και ότι τις χρησιμοποιούν ως εργαλεία κατασκευής, γεγονός που αναδεικνύει για άλλη μια φορά τη σημασία της εργαλειακής ενορχήστρωσης (Trouche, 2004). Το χάσμα μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης μπορεί να γεφυρωθεί μόνο στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας δε χρησιμοποιείται ως απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας αλλά στα πλαίσια του συντονισμού των διαφορετικών σημειωτικών συστημάτων: της φαινομενολογίας της οθόνης, του συμβολισμού σε γλώσσα Logo και του κιναισθητικού χειρισμού αριθμητικών τιμών.

Η έννοια της γωνίας

Οι δυνατότητες που μας παρείχε ο 'Χελωνόκοσμος' ανέδειξαν την αναλογία μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της μέτρησης των γωνιών με ένα τελείως διαφορετικό και λειτουργικό τρόπο: ο δείκτης του ρολογιού μπορούσε να μετακινηθεί μόνο μέσα από τον καθορισμό συγκεκριμένου μεγέθους γωνίας στροφής. Το γεγονός ότι οι μαθητές μπόρεσαν να χειριστούν δυναμικά μέσω του μεταβολέα το μέγεθος της γωνιακής περιστροφής, αλλά και να έχουν πρόσβαση στη βαθιά δομή, στη διαδικασία δηλαδή κατασκευής των αναλογικών ρολογιών, τους επέτρεψε να υπερπηδήσουν ένα από τα βασικά προβλήματα κατά τη χρήση οπτικών αναπαραστάσεων: τη χρήση μιας μη μεταβλητής μη-διαχειρίσιμης αναπαράστασης, η οποία περιορίζει τη σκέψη και τις διαδικασίες οπτικοποίησης στα στενά όρια ενός και μόνο παραδείγματος μιας κλάσης αντικείμενων, περιορίζοντας έτσι παράλληλα τις αφαιρετικές διαδικασίες και τις διαδικασίες γενίκευσης (Presmeg, 2006). Η εξεικόνιση του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αν και αναπαραστασιακά πιο φτωχή από ένα πραγματικό ρολόι, διαμεσολάβησε αποτελεσματικότερα σημασιολογικά και διαδικαστικά τη μαθηματική έννοια, η οποία αποτέλεσε αντικείμενο διερεύνησης. Συνέβαλε στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος/γραφικής αναπαράστασης, γεγονός που με τη σειρά του ανέδειξε την αναλογία μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της γωνίας ως στροφής. Η δυνατότητα πειραματισμού μέσω του μεταβολέα και η παρακολούθηση των αντίστοιχων μεταβολών στη γραφική αναπαράσταση συνέβαλε στη σύνδεση δυναμικών και αριθμητικών πτυχών της έννοιας της γωνίας, της γωνίας δηλαδή ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους.

Αν και η στροφή ως συνεχής κίνηση γίνεται δύσκολα αντιληπτή ως μια γωνιακή σχέση, καθώς δεν μπορεί εύκολα να συσχετιστεί με κάποιο στατικό γεωμετρικό σχήμα (Mitchelmore & White, 1998), στην παρούσα έρευνα φαίνεται ότι έγινε αυτή η

συσχέτιση με επιτυχία. Οι δείκτες του ρολογιού, οι οποίοι αισθητοποιούσαν τη στροφή από τη μια πλευρά της νοητής γωνίας στην άλλη, λειτούργησαν ως ενδιάμεσο μοντέλο για το πέρασμα από τη γωνία ως στροφή στη γωνία ως γεωμετρικό σχήμα που ορίζεται από δύο ημιευθείες. Έτσι, καθώς οι αριθμητικές στρατηγικές για τον υπολογισμό του μεγέθους της στροφής των δεικτών ‘εξελίχθηκαν’ σε γεωμετρικές, οι δομικοί λίθοι που χρησιμοποιούνταν δε γίνονταν πλέον αντιληπτοί κυρίως ως αριθμητικές μονάδες, αλλά συνδέθηκαν στενά με συγκεκριμένα σημεία αναφοράς πάνω στην περιφέρεια του ρολογιού. Έτσι η στροφή των 90 μοιρών γίνεται αντιληπτή ως ορθή γωνία, ως γωνία δηλαδή με συγκεκριμένο σχήμα και διασυνδέεται με τη γωνία του τετραγώνου, η στροφή των 180 μοιρών γίνεται αντιληπτή ως μια ευθεία που κόβει τον κύκλο στη μέση, η στροφή των 30 ως η γωνία μεταξύ δύο ενδείξεων-ευθυγράμμων τμημάτων στην περιφέρεια του κύκλου και η στροφή των 360 ως μια πλήρης περιστροφή, την οποία μπορούμε να υπερβούμε και να πάρουμε την ίδια γωνία με διαφορετικό όμως μέγεθος (η γωνία ως ισοϋπόλοιπο 360). Η ικανότητα να μεταφράζεται μια στροφή ως σχέση μεταξύ δύο γραμμών και παράλληλα η αναγνώριση της γωνιακής ομοιότητας μεταξύ μιας στροφής και μιας γωνίας ενός στατικού γεωμετρικού σχήματος αποτελεί πιθανότατα μια ένδειξη της προσπάθειας ενοποίησης δύο διαφορετικών πτυχών της έννοιας: της γωνίας ως γεωμετρικού σχήματος και της γωνίας ως μιας δυναμικής έννοιας.

Ο εγκαθιδρυμένος(situated) χαρακτήρας των νοημάτων που κατασκευάστηκαν

Στην παρούσα έρευνα τα ρολόγια επιλέχθηκαν, γιατί αποτελούν μια κοινωνικά διαμεσολαβημένη καθημερινή εμπειρία των παιδιών και γιατί ο τρόπος που ο χρόνος αναπαρίσταται και μετράται σε ένα αναλογικό ρολόι μπορεί να θεωρηθεί ανάλογος και να διασυνδεθεί με την έννοια της μέτρησης γωνιών μέσω περιστροφής. Τα νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές δεν μπορούν να διαχωριστούν από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας, καθώς, όπως φάνηκε από την ανάλυση ακόμα και η χρήση αριθμητικών στρατηγικών για τον υπολογισμό της γωνίας στροφής των δεικτών είχε μια ισχυρή οπτική/εικονική διάσταση, το αναλογικό ρολόι, είτε ως γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως φυσικό αντικείμενο κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένο και γνωστό στους μαθητές από την καθημερινή τους εμπειρία.

Παράλληλα, η νέου τύπου διαμεσολάβηση της μαθησιακής εμπειρίας που πραγματοποιήθηκε μέσω του υπολογιστή επέδρασε στον τρόπο με τον οποίο έγινε αντιληπτή η έννοια της γωνίας. Η χρήση των συγκεκριμένων μικροκόσμων δεν άλλαξε τόσο το είδος των προβλημάτων που τέθηκαν στους μαθητές όσο τις διαδικασίες επίλυσης που ακολούθησαν οι μαθητές. Για παράδειγμα, η χρήση του μεταβολέα διευκόλυνε τον πειραματισμό και τη λειτουργική σύνδεση μεταξύ του κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένου τρόπου μέτρησης της ώρας στα αναλογικά ρολόγια με τον μαθηματικά διαμεσολαβημένο και αποδεκτό από τη μαθηματική κοινότητα τρόπο μέτρησης γωνιακών μεγεθών. Οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι ως τεχνολογικά κατασκευάσματα διαμεσολάβησαν αυτές τις διαδικασίες, οι οποίες είναι

αναπόφευκτα συνδεδεμένες με τα συγκεκριμένα εργαλεία όχι τόσο ως προϊόντα του θεωρητικού πλαισίου και των επιδιώξεων της παρούσας διδακτορικής διατριβής, αλλά ως προϊόντα εργαλειακής γένεσης, αναφορικά δηλαδή με τις δυνατότητες χρήσης του εργαλείου που έγιναν αντιληπτές από τους μαθητές και τον τρόπο που τα χρησιμοποιήσαν.

Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας σε ένα αναλογικό ρολόι πέρα από τα πλεονεκτήματά της αναφορικά με τον τρόπο που μπορεί να γίνει η σύνδεση της έννοιας της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους έθεσε σαφώς και τους περιορισμούς της στον τρόπο που γίνεται αντιληπτή η έννοια της γωνίας και στον τρόπο που αξιοποιήθηκαν διδακτικά οι μικρόκοσμοι. Για παράδειγμα η χρήση της συγκεκριμένης μεταφοράς ‘επέβαλλε’ την εμπλοκή των μαθητών με δεξιόστροφες γωνίες, οι οποίες είναι συμβατές με τη φορά των δεικτών των ρολογιών. Έτσι δεν ακολουθήθηκε η αριστερόστροφη φορά και το σημείο εκκίνησης που χρησιμοποιείται τυπικά στα μαθηματικά για τη μέτρηση των γωνιομετρικών γωνιών. Από διδακτικής σκοπιάς δεν επέτρεψε την ανάπτυξη δραστηριοτήτων που θα έφερνα στο προσκήνιο τη σύνθεση ή σύγκριση των αποτελεσμάτων στροφών διαφορετικού προσανατολισμού. Μολαταύτα, κατά την ανάλυση των δεδομένων υπήρχαν αρκετές ενδείξεις ότι οι μαθητές μπόρεσαν να κινηθούν με ευχέρεια τόσο δεξιόστροφα όσο και αριστερόστροφα κάνοντας πράξεις μεταξύ των γωνιών, γεγονός που σύμφωνα με τους Clements & Battista (1992) δείχνει μια σε βάθος κατανόηση της έννοιας της γωνίας και αίρει εν μέρει τις επιφυλάξεις αναφορικά με τους περιορισμούς που μπορεί να θέσει στην κατανόηση της γωνίας ως μια δυναμικής έννοιας η δεξιόστροφη κίνηση, ως αποτέλεσμα της χρήσης της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας.

Καθόλη τη διάρκεια της εφαρμογής των δραστηριοτήτων παρατηρήθηκε η έντονη αλληλόδραση μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του προγραμματισμού ή με άλλα λόγια η αλληλόδραση μεταξύ των δύο μεταφορών, της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας στο μοντέλο ενός αναλογικού ρολογιού και της μεταφοράς της σχεδίασης μέσω μιας κινούμενης οντότητας. Η έννοια της γωνίας ως μιας δυναμικής οντότητας διαμεσολαβήθηκε από τη μεταφορά της χελώνας και τη δυνατότητα συνδυασμού ενσώματων μεταφορών και συμβολικής έκφρασης. Οι χειρονομίες όσο και γενικότερα η κίνηση του σώματος στην παρούσα διατριβή έγιναν αντιληπτά ως σημεία-σύμβολα που τέθηκαν σε λειτουργία για να αντικειμενοποιηθούν, να αποδώσουν νόημα στα μαθηματικά περικείμενα και περιεχόμενα τόσο ενδοατομικά όσο και στα πλαίσια της ομαδικής επικοινωνίας. Τα γραφικά αποτελέσματα στην οθόνη του υπολογιστή έγιναν σε μεγάλο βαθμό αντιληπτά όχι ως στατικές αναπαραστάσεις, αλλά σε σχέση με τις νοερές δράσεις που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Noble, 1997). Η μεταφορά της χελώνας φαίνεται, λοιπόν, ότι λειτούργησε ως όχημα για τη διασύνδεση μεταξύ κάποιων ενσώματων/καθημερινών εννοιών, όπως η προσανατολισμένη στροφή μιας κινούμενης οντότητας με την έννοια της γωνίας και το αριθμητικό της μέγεθος μετρημένο σε μοίρες.

Αν και σε άλλες έρευνες (Clements & Burns, 2000) έχει παρατηρηθεί ένα σταδιακό πέρασμα από κινήσεις του σώματος, σε κινήσεις των χεριών και των δακτύλων καθώς οι μαθητές εξοικειώνονταν με τη στροφή της χελώνας, στην παρούσα έρευνα δεν παρατηρήθηκε μια τέτοια γραμμική πορεία. Αντίθετα, η περιορισμένη χρήση ολόκληρου του σώματος για την αναπαράσταση της κίνησης της χελώνας θεωρήθηκε κατά βάση ως αποτέλεσμα των προβλημάτων εποπτείας που δημιουργεί η κίνηση ολόκληρου του σώματος τόσο στον ίδιο το μαθητή, που παίζει τη χελώνα, όσο και σε αυτούς που ενδεχομένως παρακολουθούν αυτή την αναπαράσταση. Αν και η χρήση ολόκληρου του σώματος, μπορεί να βοηθά στην αισθητοποίηση συγκεκριμένων εντολών προς τη χελώνα, τα μεγαλύτερα χωρικά πλαίσια στα οποία κινείται η ανθρώπινη οντότητα δυσκολεύουν αφενός τη διαχείριση της κίνησης, αφετέρου την παρατήρηση της κίνησης και την αντίληψη του συνόλου μιας διαδρομής που μπορεί να προέρχεται από ένα συνδυασμό κινήσεων. Επιπρόσθετα, το ανθρώπινο σώμα δεν κινείται παράλληλα προς το επίπεδο όπως η χελώνα στην οθόνη του υπολογιστή, ενώ η παλάμη μπορεί να κινηθεί παράλληλα προς την οθόνη και έτσι να βρίσκεται αναπαραστασιακά εγγύτερα στην υπολογιστική οντότητα. Η χρήση της παλάμης ή ολόκληρου του πήχη επιτρέπει στους μαθητές να έχουν από τη μια τον έλεγχο της εκτέλεσης των εντολών και από την άλλη την εποπτεία αυτών των κινήσεων ως εξωτερικοί παρατηρητές. Όσο όμως ο συντονισμός με την κίνηση της χελώνας γινόταν πιο νοερός, οι χειρονομίες που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές έχαναν σιγά σιγά την αναπαραστασιακή τους διάσταση με σημείο αναφοράς το σώμα του χρήστη και μετατρέπονταν σε δεικτικές με σημείο αναφοράς την οθόνη του υπολογιστή.

Παράλληλα πρέπει να γίνει διάκριση ανάμεσα στον έλεγχο της κίνησης της χελώνας εντολή προς εντολή και στην κατανόηση του ρόλου παραμετρικών και επαναληπτικών διαδικασιών και γενικότερα στην κατανόηση των γραφικών αποτελεσμάτων ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων της χελώνας. Για παράδειγμα στην 4^η δραστηριότητα οι μαθητές δεν μπόρεσαν να αναλύσουν/συνθέσουν την κίνηση της χελώνας ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων ούτε μέσα από τον πειραματισμό με το μεταβολέα ούτε μέσα από ‘την ανάγνωση’ του κώδικα γραμμή – γραμμή. Οι δυσκολίες που αντιμετώπισαν οι μαθητές έφεραν στο προσκήνιο δύο θέματα: α) τους περιορισμούς του κιναισθητικού και οπτικού ελέγχου μιας γεωμετρικής κατασκευής, όταν αυτός δε γίνεται συστηματικά και δε συνδέεται λειτουργικά με το συμβολικό έλεγχο μέσω προγραμματισμού β) την ανεπάρκεια της χρήσης ενσώματων αναπαραστάσεων για την αντίληψη ενός γραφικού αποτελέσματος ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων, ιδιαίτερα καθώς τα γραφικά αποτελέσματα γίνονται πιο περίπλοκα.

Πολλές φορές η προσπάθεια που πρέπει να καταβληθεί στα προγραμματιστικά περιβάλλοντα για να ακολουθηθούν οι περιορισμοί της συντακτικής δομής μπορεί να είναι τόσο μεγάλη, ώστε τα γεωμετρικά προβλήματα να περιορίζονται σε προβλήματα με τη συμβολική γλώσσα που χρησιμοποιείται κάθε φορά (Laborde, 1995). Σαφέστατα λοιπόν πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ των δυσκολιών που σχετίζονται με την προσέγγιση της προ διερεύνηση έννοιας και των δυσκολιών που

σχετίζονται με τις λειτουργικότητες και τις αναπαραστάσεις του εργαλείου. Στην 4^η δραστηριότητα η δυσκολία συντονισμού οπτικού και συμβολικού ελέγχου της κατασκευής δεν επέτρεψε στους μαθητές να εμβαθύνουν στις θεωρητικές πτυχές της κατασκευής. Το χάρτινο χελωνάκι που χρησιμοποιήθηκε -όπως και οι κινήσεις των χεριών στις προηγούμενες δραστηριότητες, όπου ο κώδικας ήταν απλούστερος - φαίνεται να αποτέλεσαν ένα επιπλέον σκαλί στην προσπάθεια των παιδιών να συντονιστούν με τη χελώνα και να δημιουργήσουν συνδέσεις μεταξύ του αφηρημένου και του συγκεκριμένου. Η χάρτινη χελώνα φαίνεται να βοήθησε, λοιπόν, στην αντιμετώπιση συγκεκριμένων δυσκολιών που είχαν να κάνουν με την έλλειψη Logo κουλτούρας στη συγκεκριμένη τάξη, καθώς επέτρεψε στους μαθητές να την ελέγξουν χειραπτικά βάσει συγκεκριμένων εντολών, και ταυτόχρονα να παρακολουθήσουν την κίνησή της, αλλά και τα γραφικά αποτελέσματα αυτής της κίνησης ως εξωτερικοί παρατηρητές. Κατόπιν, ο πειραματισμός με το μεταβολέα που είχε προηγηθεί λειτούργησε ως νοητική σκαλωσιά για τον υπολογισμό των τιμών που έπρεπε να δοθούν στις μεταβλητές του μισοψημένου μικρόκοσμου 'κυκλικό περίβλημα', ώστε να κατασκευαστούν οι κατάλληλες ενδείξεις στην περιφέρεια του 'ρολογιού' στον καμβά του 'Χελωνόκοσμου'.

Δεν υπάρχουν 'καθαρές' έννοιες που μπορούν να εξαχθούν από τις εκάστοτε συμβολικές αναπαραστάσεις. Αντίθετα, φαίνεται ότι οι συμβολικές αναπαραστάσεις που κάθε φορά χρησιμοποιούνται αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα των εννοιών που διαμεσολαβούν (Vergnaud, 1988). Η ανάλυση που προηγήθηκε όσον αφορά στα μαθηματικά νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές έδειξε ότι αυτά ήταν ταυτόχρονα εντοπισμένα σε μια συγκεκριμένη περίπτωση και διαμορφώσιμα από τα διαθέσιμα εργαλεία αλλά και από τη σχέση που αναπτύσσει ο χρήστης με αυτά τα εργαλεία. Εκλαμβάνοντας την αφαιρετική διαδικασία κυρίως ως μια σταδιακή επίστροφή νοήματος παρά ως μια διαδικασία αντικατάστασης ενός νοήματος από ένα άλλο (Noss & Hoyles, 1996), η ερευνήτρια δε θεωρεί ότι στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων οι μαθητές 'κατέκτησαν' την έννοια της γωνίας, αλλά ότι απέκτησαν μια πλούσια και με νόημα μαθηματική εμπειρία που τους ώθησε ένα βήμα πέρα πέρα στη διαδικασία κατασκευής μιας αφαιρετικής και γενικευμένης έννοιας της γωνίας, η οποία σαφώς απαιτεί την περαιτέρω εμπλοκή με την εν λόγω έννοια σε μια ποικιλία περικειμένων και αναπαραστάσεων.

5 ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΟΝΤΑΣ ΝΟΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΟΝ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΠΡΟΣΟΜΟΙΟΥΜΕΝΟ ΧΩΡΟ ΤΟΥ ΜΑLT2

5.1 Εισαγωγή

Στα πλαίσια του υπολογιστικού περιβάλλοντος MaLT2 οι μαθητές δύο τμημάτων της Στ' Δημοτικού ενός δημόσιου Δημοτικού Σχολείου προσπάθησαν να φέρουν σε πέρας μιας σειρά κατασκευαστικών δραστηριοτήτων. Καθώς το ερευνητικό ενδιαφέρον δεν εστιάστηκε στην κατασκευή ως τελικό, κλειστό αποτέλεσμα, αλλά ως διαδικασία, επελέγησαν χαρακτηριστικά πολυτροπικά επεισόδια τα οποία στη συνέχεια κατηγοριοποιήθηκαν και αναλύθηκαν με στόχο να αναπαραχθούν τα βασικά σημεία της μαθησιακής διαδικασίας και να δοθεί μια λογική ερμηνεία αυτής μέσα από το πρίσμα του θεωρητικού πλαισίου της παρούσας έρευνας. Υπό αυτό το πρίσμα, το ότι μια ομάδα ολοκλήρωσε μια δραστηριότητα δε συνεπάγεται και σε βάθος κατανόηση των εμπλεκόμενων εννοιών. Τόσο σε παραδοσιακά περιβάλλοντα μάθησης (Berthelot & Salin, 1998) όσο και σε περιβάλλοντα που ενσωματώνουν τη χρήση ψηφιακών εργαλείων (Cope et al., 1992), οι μαθητές δε χρησιμοποιούν απαραίτητα 'γεωμετρικές' έννοιες, καθώς συχνά περιορίζονται στη χρήση στοιχείων της άμεσης αντίληψής τους για να ολοκληρώσουν μια γεωμετρική κατασκευή. Έτσι το ερώτημα είναι σε ποιο βαθμό και μέσω ποιας διαδικασίας τα μαθηματικά που θεωρούμε ότι ενσωματώνονται στα συγκεκριμένα υπολογιστικά περιβάλλοντα και τις κατασκευαστικές δραστηριότητες ήταν προσβάσιμα στους μαθητές; Η μετατροπή ενός τεχνολογικού κατασκευάσματος σε μαθηματικό εργαλείο πραγματοποιείται μέσω μιας περίπλοκης διαδικασίας η οποία δεν οδηγεί απαραίτητα σε βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών (Guin & Trouche, 1999). Σε κάθε περίπτωση οι κατασκευαστικές δράσεις των μαθητών αλλά και το 'τελικό' προϊόν αυτής της δραστηριότητας δεν μπορούν να νοηθούν ανεξάρτητα από μια σημειωτική διαδικασία απόδοσης νοήματος (Artigue, 2009, Morgan et al. 2009).

Εστιάζοντας στις διαδικασίες κατασκευής νοημάτων σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας στα πλαίσια του προσομοιούμενου γεωμετρικού χώρου του υπολογιστικού περιβάλλοντος MaLT2, κατά την ανάλυση των δεδομένων τα θέματα που προέκυψαν -και τα οποία στις επόμενες παραγράφους προσεγγίζονται λεπτομερώς- είναι τα εξής:

1. Η γωνία στροφής της χελώνας

Η χρήση της μεταφοράς της χελώνας στον τριδιάστατο χώρο είναι κάτι που πρόσφατα έχει αρχίσει να διερευνάται και γεννά πολλούς προβληματισμούς αναφορικά με το κατά πόσο μπορεί να συμβάλει στο συντονισμό του σώματος του χρήστη με την κινούμενη υπολογιστική οντότητα, ιδιαίτερα σε σχέση με τη χρήση των νέων εντολών στροφής της χελώνας στον τριδιάστατο χώρο (Kynigos & Latsi,

2007, Latsi & Kynigos, 2010). Από την ανάλυση των δεδομένων προκύπτει ότι η χρήση των εντολών στροφής της χελώνας είναι στενά συνδεδεμένη με τη μεταφορά που χρησιμοποιείται και την προσπάθεια των μαθητών να αποδώσουν νόημα σε αυτή στηριζόμενοι τόσο στις ενσώματες και επίγειες κινητικές τους εμπειρίες όσο και στη χρήση του καθημερινού λεξιλογίου.

2. Σχεδίαση τριδιάστατων αντικειμένων και γωνία στροφής

Κατά τη μετάβαση από τις διαισθήσεις και τις οπτικές εικόνες στην κατασκευή τριδιάστατων γεωμετρικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή μέσα από τη μεταφορά της χελώνας (Kynigos, 1992), αναδείχτηκε ο ρόλος της γωνίας στροφής ως εργαλείου για την εναλλαγή επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο και τον προσδιορισμό των γωνιακών σχέσεων δισδιάστατων σχημάτων. Σε αυτή την πορεία καθοριστικός υπήρξε ο ρόλος του ‘ενσώματου συλλογισμού’ (Lakoff & Nunez, 1997) τόσο κατά την μετάφραση των διαισθήσεων σε οπτικές εικόνες όσο και κατά τη μετάβαση από τις οπτικές εικόνες στη λεκτική διατύπωση εντολών Logo. Παράλληλα εξετάστηκε το κατά πόσο η φαινομενολογία της οθόνης έδρασε ανατροφοδοτικά στη συμβολική δραστηριότητα και συντέλεσε, ώστε οι μαθητές να μεταβούν από μια ρεαλιστική – νατουραλιστική θέαση του τρισδιάστατου αντικειμένου στην προσέγγιση αυτού στη βάση των γεωμετρικών του ιδιοτήτων.

3. Σχεδίαση τριδιάστατων αντικειμένων και δυναμικά μεταβαλλόμενη γωνία στροφής

Στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων (Kynigos, 2007) και με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα οι μαθητές μπόρεσαν να ελέγξουν κιναισθητικά όχι απλά το μέγεθος της γωνία στροφής μιας κινούμενης οντότητας, δηλαδή της χελώνας, αλλά και το μέγεθος της στροφής δισδιάστατων και τρισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων στον προσομοιούμενο χώρο. Η δυνατότητα πρόσβασης στον κώδικα των μισοψημένων μικρόκοσμων θεωρείται ότι επιτρέπει στους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με τον τρόπο που κατασκευάζονται και γίνονται αντικείμενο διαχείρισης οι γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή, ενώ ο μεταβολέας μπορεί να λειτουργήσει ως γέφυρα μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του κώδικα σε γλώσσα Logo (Kynigos, 1997). Μολαταύτα αυτό δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένο, ενώ φαίνεται να είναι το αποτέλεσμα μιας μαθησιακής πορείας, η οποία σαφέστατα έχει να κάνει με την ‘εργαλειοποίηση’ (Instrumentalisation) του μεταβολέα στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων (Psycharis, 2006). Στην παρούσα έρευνα ιδιαίτερα ενδιαφέρον σημείο όσον αφορά στον παραπάνω προβληματισμό υπήρξε το ότι ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια προκατασκευασμένων – ημιτελών μισοψημένων μικροκόσμων, γεγονός που υπήρξε καθοριστικό κατά τη διαδικασία εργαλειοποίησης του συγκεκριμένου εργαλείου.

4. Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και γωνία στροφής

Οι νέες οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις που μας παρέχονται από τα υπολογιστικά περιβάλλοντα πρέπει να μας προβληματίσουν όχι μόνο σε σχέση με τα εικονικά/οπτικά χαρακτηριστικά τους αλλά και σε σχέση με τις δυνατότητες χρήσης τους, τους χειρισμούς που επιδέχονται, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο οι όποιες αλλαγές σε αυτές επηρεάζουν άλλες συνδεδεμένες με αυτές αναπαραστάσεις (Morgan et al., 2009). Στο MaLT2 μια γραφική αναπαράσταση μπορεί να ιδωθεί από διαφορετικές προοπτικές μέσω πολλαπλών οδών: α) μέσα από την περιστροφή της με χρήση του μεταβολέα και το δυναμικό χειρισμό των τιμών παραμετρικών διαδικασιών, β) μέσω του καθορισμού της θέσης της και του προσανατολισμού της στον τριδιάστατο χώρο προγραμματιστικά και γ) μέσα από τον χειρισμό της κάμερας θέασης του τριδιάστατου χώρου. Θεωρώντας τις εικόνες στην οθόνη του υπολογιστή ως σημαίνοντα που διαμεσολαβούνται από τα συμβατικά συστήματα με βάση τα οποία δημιουργήθηκαν, διερευνήθηκε το πώς η θέαση ενός αντικειμένου μέσω πολλαπλών προοπτικών αλληλεπιδρά με τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τη γωνία ως εργαλείο για τον καθορισμό των χωρικών ιδιοτήτων των τρισδιάστατων σχημάτων και την οπτικοποίηση του χώρου.

Τέλος, για μια συνολική αίσθηση της δραστηριότητας των διαφόρων ομάδων στο παράρτημα της παρούσας διατριβής δίνονται συνοπτικά: α) τα αξιολογικά κριτήρια επιτυχούς ή μη ολοκλήρωσης της κάθε εκπαιδευτικής δραστηριότητας και β) οι ομάδες κάθε τμήματος που φαίνεται να ολοκλήρωσαν την κάθε εκπαιδευτική δραστηριότητα, πριν την συζήτηση και την ανταλλαγή απόψεων σε ολομέλεια.

5.2 Η γωνία στροφής της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο

Σύμφωνα με τον Papert (1988) η χρήση της μεταφοράς της χελώνας είναι πολύ πιο σημαντική από την ίδια τη γλώσσα Logo, καθώς πρόκειται για μια μαθηματική έννοια στην οποία αποδίδονται κάποιες ιδιότητες έμβιου όντος. Δύο είναι οι βασικές ιδιότητες της χελώνας: η θέση και ο προσανατολισμός. Καθώς η χελώνα έχει μια θέση και 'κοιτάει' προς μια κατεύθυνση, η χελώνα γίνεται ένα μαθηματικό αντικείμενο με το οποίο ο χρήστης μπορεί εύκολα να ταυτιστεί. Γεφυρώνοντας τα μαθηματικά με την αισθησιοκινητική (sensorimotor) εμπειρία και την αυτοαντίληψη (self-image), τα μαθηματικά γίνονται πιο χειροπιαστά και άρα πιο προσβάσιμα. Μολαταύτα η χρήση της μεταφοράς της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο είναι κάτι που πρόσφατα έχει αρχίσει να διερευνάται (Kynigos & Latsi, 2007, Latsi & Kynigos, 2010) και γεννά πολλούς προβληματισμούς αναφορικά με το κατά πόσο μπορεί να συμβάλει στο συντονισμό του σώματος του χρήστη με την κινούμενη υπολογιστική οντότητα, ιδιαίτερα σε σχέση με τη χρήση των νέων εντολών στροφής της χελώνας: κλίση_πάνω/κάτω n μοίρες' ('*uppitch-downpitch n degrees*' ή '*up-dp n degrees*') και 'περιστροφή_αριστερά/δεξιά κατά n μοίρες' ('*leftroll-rightroll n degrees*' ή '*lr-rr n degrees*').

Η χρήση εντολών στροφής στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας προϋποθέτει αρχικά τη διάκριση μεταξύ στροφής και κίνησης προς τα εμπρός ή πίσω. Κατόπιν πρέπει να καθοριστεί ο προσανατολισμός της στροφής, ενώ η διατύπωση της ανάλογης εντολής προς τη χελώνα απαιτεί αφενός τη λεκτική ανάλυση των χωρικών κινήσεων αφετέρου τον προσδιορισμό του μεγέθους της στροφής. Από την ανάλυση των δεδομένων προκύπτει ότι η χρήση των εντολών στροφής της χελώνας είναι στενά συνδεδεμένη με τη μεταφορά που χρησιμοποιείται και την προσπάθεια των μαθητών να αποδώσουν νόημα σε αυτή στηριζόμενοι στις ενσώματες και επίγειες κινητικές τους εμπειρίες. Ειδικότερα, ο τρόπος που τα παιδιά αντιλαμβάνονται και χρησιμοποιούν τις διάφορες εντολές στροφής σχετίζεται με τα παρακάτω θέματα:

- Το γήινο πλαίσιο αναφοράς
- Η χρήση του σώματος, της παλάμης και της τρισδιάστατης χειραπτικής χελώνας για το συντονισμό με τη χελώνα
- Χρήση λεκτικών εκφράσεων από την καθημερινή εμπειρία κατά τη λεκτική ανάλυση των χωρικών κινήσεων και πριν αυτές μεταφραστούν σε εντολές Logo
- Τα 'χωρικά' χαρακτηριστικά της κινούμενης τρισδιάστατης οντότητας
- Τη χρήση δομικών λίθων γωνιακής περιστροφής

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της ‘ταυτότητας’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα ενότητα. Ανά αποσπασμα δίνονται πληροφορίες αναφορικά με το τμήμα και την ομάδα από την οποία προέρχεται, αλλά και αναφορικά με τη δραστηριότητα στα πλαίσια της οποίας έλαβε χώρα. Έτσι, ο αναγνώστης αποκτά μια σφαιρικότερη εικόνα αναφορικά τόσο με την ποσότητα των χρησιμοποιούμενων αποσπασμάτων όσο και με τη ‘διασπορά’ τους οριζόντια και εγκάρσια.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
24	Στ1	OM4	2 ^η δραστηριότητα
25	Στ1	OM4	2 ^η δραστηριότητα
26	Στ2	OM6	2 ^η δραστηριότητα
27	Στ1	OM5	2 ^η δραστηριότητα
28	Στ2	OM6	2 ^η δραστηριότητα
29	Στ1	OE	1 ^η δραστηριότητα
30	Στ1	OE	1 ^η δραστηριότητα
31	Στ1	OM7	1 ^η δραστηριότητα
32	Στ2	OM6	2 ^η δραστηριότητα
33	Στ1	OE	2 ^η δραστηριότητα
34	Στ1	OE	2 ^η δραστηριότητα
35	Στ1	OE	2 ^η δραστηριότητα

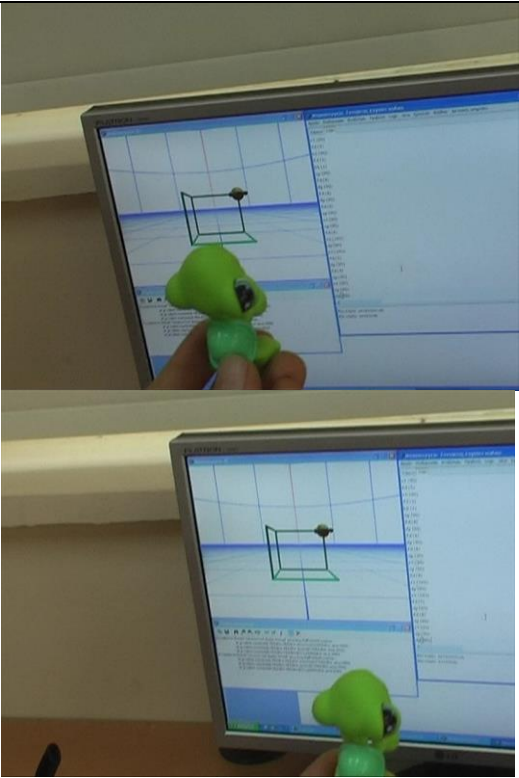
Πίνακας 19: Η ‘ταυτότητα’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 5.2


5.2.1 Το γήινο πλαίσιο αναφοράς

Σύμφωνα με τον Fishbein (1987) οι διαισθήσεις μας όσον αφορά στο χώρο σχετίζονται με τις επίγειες εμπειρίες μας και περιλαμβάνουν αισθησιοκινητικές και διανοητικές δεξιότητες που έχουν οργανωθεί σε ένα σύστημα πεποιθήσεων και προσδοκιών, το οποίο αποτελεί μια υποσυνείδητη θεωρία του χώρου. Αυτό που ονομάζουμε χωρική σκέψη και αντίληψη συνδέεται άμεσα με αντιληπτικά συστήματα που αναπτύχθηκαν αρχικά με στόχο να κινηθούμε και να δράσουμε στο περιβάλλον. Η Yakimanskaya (1991) ακολουθώντας μια πιο ‘ενσώματη’ προσέγγιση, θεωρεί ότι όλα τα αντικείμενα στο χώρο γίνονται αντιληπτά από τα παιδιά σε σχέση με τον κατακόρυφο άξονα του ανθρώπινου σώματος. Αυτή η φυσική θέση λειτουργεί ως σημείο αναφοράς για τη δημιουργία μιας ποικιλίας χωρικών εικόνων που σχετίζονται με την ύπαρξη της βαρύτητας, όπου το πάνω και το κάτω είναι σταθερά.

Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο το πλαίσιο αναφοράς του ‘κόσμου’ όπου το πάνω και το κάτω είναι δεδομένα ως αποτέλεσμα της βαρύτητας, καθώς επίσης και το γεγονός ότι κινούμαστε σε ένα οριζόντιο διδιάστατο επίπεδο τίθενται υπό αμφισβήτηση. Ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα πρέπει να εφαρμοστεί σε μια τρισδιάστατη χελώνα που μπορεί να αλλάζει επίπεδα και προσανατολισμό χωρίς κανένα περιορισμό ως αποτελέσματα της χρήσης του ζεύγους εντολών στροφής: *κλίση_πάνω/κάτω n μοίρες* (‘*uppitch-downpitch n degrees*’ ή ‘*up-dp n degrees*’). Στο

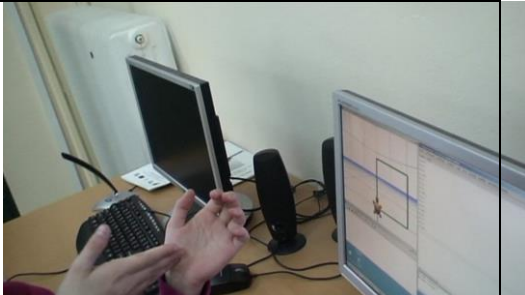
παρακάτω απόσπασμα η μαθήτρια εκτελεί την εντολή *downpitch* (90) και δεν έχει το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Όπως λέει χαρακτηριστικά (σειρά 204) η χελώνα 'γύρισε', ενώ αυτή ανέμενε να πάει προς τα κάτω -σε σχέση με το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου. Κατόπιν μετά από προτροπή της ερευνήτριας αισθητοποιεί την κίνηση που ανέμενε να κάνει η χελώνα ως αποτέλεσμα της εντολής *downpitch*. Στην προκειμένη περίπτωση η 'λανθασμένη' χρήση της εντολής *downpitch* δεν έχει πιθανόν να κάνει τόσο με τη δυσκολία διάκρισης μεταξύ στροφής και κίνησης προς τα πίσω που έχει πολλές φορές παρατηρηθεί σε δισδιάστατα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας (Geva & Cohen, 1987), μιας και μέχρι εκείνη τη στιγμή η συγκεκριμένη ομάδα είχε χρησιμοποιήσει επιτυχώς μια σειρά άλλων εντολών στροφής, για να φτιάξουν τα παραλληλόγραμμα που αναπαριστούν τους τοίχους ενός εικονικού δωματίου (δες εικόνα σειρά 206) μεταξύ αυτών και τις εντολές *uppitch/downpitch*, μόνο που στις προηγούμενες περιπτώσεις το πάνω/κάτω της χελώνας ταυτιζόταν με το πάνω/κάτω του πλαισίου αναφοράς του κόσμου. Τώρα που το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου δεν ταυτίζεται με το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας, υπάρχει σύγκρουση μεταξύ της αναμενόμενης από τη μαθήτρια κίνησης της χελώνας και της κίνησης που πραγματοποιήθηκε στην οθόνη του υπολογιστή ως αποτέλεσμα της εκτέλεσης της εντολή 'downpitch'.


203.	Ερ	Πώς σκέφτεστε να την πάτε; Κάνετε <i>downpitch</i> . Πώς πήγε τώρα το κεφάλι της;	
204.	ΜΙ	Γύρισε.	
205.	Ερ	Πού είναι το <i>down</i> της χελώνας;	
206.	ΜΙ	Κάτω	 <p>Κινεί τη χελώνα προς τα πίσω.</p>
207.	Ερ	Πού είναι το κάτω; Δεν πήγε πίσω. Πήγε το κεφάλι της προς τα κάτω.	

208.	M1	A, προς τα κει πήγε	
------	----	---------------------	--

Απόσπασμα 24

Ερμηνεύοντας και πάλι τις εντολές κίνησης της χελώνας με βάση τις ενσώματες ανθρώπινες εμπειρίες, η μαθήτρια στο παρακάτω απόσπασμα χρησιμοποιεί λανθασμένα την εντολή forward. Η χελώνα στην οθόνη του υπολογιστή είναι προσανατολισμένη κάθετα στο οριζόντιο επίπεδο (έχει εκτελέσει την εντολή $ur(90)$ από την αρχική της θέση στην οθόνη του υπολογιστή). Η μαθήτρια θέλει να κινήσει τη χελώνα προς το βάθος της οθόνης, κατά μήκος του άξονα των Z. Με την παλάμη της (σειρά 210) καταδεικνύει την επιθυμητή κατεύθυνση κίνησης της χελώνας, η οποία κατόπιν διατυπώνεται λεκτικά ως forward. Ο κάθετος προσανατολισμός της χελώνας στην οθόνη του υπολογιστή ταυτίζεται με τον προσανατολισμό του ανθρώπινου σώματος πάνω στη γη. Έτσι η μαθήτρια προβάλλει άμεσα σε αυτήν το ανθρώπινο μοντέλο κίνησης: Όταν λέμε ότι ένας άνθρωπος κινείται εμπρός δεν κινείται με βάση την κατεύθυνση της κεφαλής του, όπως συμβαίνει με τη χελώνα, αλλά κινείται εμπρός σε σχέση με τον προσανατολισμό του προσώπου του, κινείται δηλαδή εμπρός προς την κατεύθυνση που κοιτάει. Με την εντολή forward λοιπόν η μαθήτρια αναμένει να κινηθεί η χελώνα προς την κατεύθυνση που κοιτάει. Αναδεικνύονται και πάλι οι ασυμβατότητες ανάμεσα στο μοντέλο κίνησης της χελώνας στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο και στις ενσώματες ανθρώπινες εμπειρίες κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο ενός τριδιάστατου κόσμου, όπου το σώμα έχει συγκεκριμένο προσανατολισμό, ως αποτέλεσμα της βαρύτητας, και κινείται ως δίποδο και όχι ως τετράποδο.

209.	Ερ	Οι τοίχοι του σπιτιού δεν είναι ο ένας δίπλα στον άλλο στην ευθεία.	
210.	M2	Να πάει...	
211.	Ερ	Τι εντολή θα της δώσετε για να πάει προς τα εκεί;	
212.	M2	Fd για να πάει μπροστά.	

213.	Ερ	Fd για να πάει μπροστά. Πώς είναι η χελώνα σου;. Πες μου πώς θέλεις να την πας.	Η ερευνήτρια χρησιμοποιεί το χελωνάκι - μινιατούρα
214.	M2	Βρήκα βρήκα. Από έτσι, Θα πάει έτσι και θα συνεχίσει.	
215.	Ερ	Άρα πώς θα την κάνεις να πάει έτσι; Από έτσι να πάει κάτω.	
216.	M2	Down?	

Απόσπασμα 25


Μόνο όταν η μαθήτρια χρησιμοποίησε το χελωνάκι μινιατούρα μπόρεσε να καταλάβει με ποιον τρόπο πρέπει να κινηθεί η χελώνα, για να πάει προς τη συγκεκριμένη κατεύθυνση και κατόπιν να μεταφράσει αυτή την κίνηση λεκτικά σε εντολή Logo. Πρέπει λοιπόν να επισημανθεί ότι σε ορισμένες περιπτώσεις η χρήση της εντολή forward δε συνδέεται με δυσκολία διάκρισης της στροφής από την κίνηση προς τα εμπρός, αλλά με δυσκολίες διάκρισης μεταξύ του τρόπου που κινούμαστε στον πραγματικό κόσμο και του τρόπου που κινείται η χελώνα στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Η απόρριψη του πλαισίου αναφοράς του κόσμου και η υιοθέτηση ενός τελείως ‘χελωνοκεντρικού’ μοντέλου ήταν κάτι που δυσκόλεψε τους μαθητές, όχι μόνο γιατί αντίκειται στις δικές τους ενσώματες εμπειρίες αλλά και γιατί αντίκειται στον τρόπο που κινείται μια πραγματική χελώνα ως τετράποδο ον, καθώς η προσομοιούμενη χελώνα μπορεί να έχει διάφορους προσανατολισμούς ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η μεταφορά λοιπόν της χελώνας ίσως να μην είναι η κατάλληλη για την κίνηση στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο γεωμετρικό χώρο. Αντίστοιχοι προβληματισμοί εκφράζονται και από τους Morgan & Alshwaikh (2009), οι οποίοι παράλληλα τονίζουν την ανάγκη εξοικείωσης με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται ανάμεσα στα άλλα και όσον αφορά στον τρόπο που κινείται η χελώνα.

5.2.2 Η χρήση του σώματος και ο προσανατολισμός της χελώνας

Αν και η κίνηση στο χώρο και το χρόνο θεωρείται ως πρωταρχική πηγή δημιουργίας μηνυμάτων (Lemke, 2003), ελάχιστες είναι οι έρευνες που περιλαμβάνουν στην ανάλυσή τους όχι μόνο χειρονομίες αλλά και το ρόλο που διαδραματίζει εν γένει η κίνηση του σώματος στη ανάπτυξη νοημάτων (Noble et al, 2001, Arzarello &

Robutti, 2001, Ferrara & Nemirovsky, 2005). Στην παρούσα έρευνα ολόκληρο το σώμα χρησιμοποιήθηκε κυρίως όσον αφορά στη χρήση των εντολών δεξιά/αριστερά. Οι μαθητές προσπάθησαν με επιτυχία να συνδυάσουν το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς, όπου η θέση και ο προσανατολισμός των αντικειμένων και ειδικότερα το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζονται σε σχέση με τον κορμό του χρήστη, και το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας, όπου το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζεται σε σχέση με τη θέση του κορμού της χελώνας. Όπως έχει παρατηρηθεί και σε αντίστοιχες έρευνες στο δισδιάστατο επίπεδο (Clements et al, 1996, Clements & Burns, 2000) οι μαθητές χρησιμοποιούν το σώμα και τα χέρια τους για να συντονιστούν με τη χελώνα και να αποφασίσουν αν πρέπει να τη στρίψουν δεξιά ή αριστερά.



Στο παρακάτω απόσπασμα στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητα η μαθήτρια του ΣΤ2 προσπαθεί να αποφασίσει πώς πρέπει να στρίψει το χελωνάκι συντονίζοντας ολόκληρο το σώμα της με αυτό. Προσανατολίζει ολόκληρο τον κορμό της στον πραγματικό χώρο ανάλογα με τον προσανατολισμό της χελώνας στη σκηνή του MaLT2 και στρίβει ολόκληρο τον κορμό της, ενώ, αφού εκτελέσει την κίνηση, σκέφτεται ποιο χέρι είναι προς τη μεριά που έστριψε για να το μεταφράσει στη συνέχεια σε δεξιά στροφή. Είναι εντυπωσιακά τα βήματα μέχρι τη λεκτική απόδοση του είδους της στροφής, τα οποία αναδεικνύουν για άλλη μια φορά το πόσο η κίνηση του σώματος και οι χειρονομίες όχι μόνο αποσαφηνίζουν τα λεχθέντα ή διευκολύνουν την επικοινωνία (π.χ. η χρήση της λέξης 'έτσι' δεν είναι ευνόητη, αν κάποιος δεν έχει οπτική επαφή με τον ομιλητή), αλλά και το πόσο εμπλέκονται στην οργάνωση χωρικών αναπαραστάσεων και στην έκφραση διαισθήσεων που έχουν σχέση με χωρικές έννοιες, πριν αυτές τυποποιηθούν μέσω της γλώσσας και του μαθηματικού συμβολισμού.

217	M2	Ήταν έτσι και για να στρίψει πρέπει να κάνει έτσι, οπότε με αυτό το χέρι. Δεξιά	
-----	----	---	--

			 <p data-bbox="831 577 1075 604">Στρίβει όλο τον κορμό</p>
--	--	--	--

Απόσπασμα 26


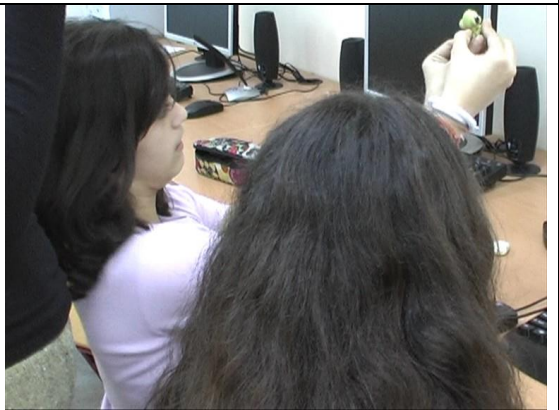
Στο παρακάτω απόσπασμα μια άλλη μαθήτρια του Στ1 προσπαθεί να αποφασίσει πώς πρέπει να στρίψει το χελωνάκι χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα τα χέρια της και το χελωνάκι-μινιατούρα. Τοποθετεί αρχικά το χελωνάκι-μινιατούρα κατά τρόπο ανάλογο με αυτόν που είναι προσανατολισμένο το χελωνάκι στη σκηνή του MaLT2 (σειρά 218), στρίβει κατόπιν το χελωνάκι-μινιατούρα έτσι όπως θέλει να στρίψει το υπολογιστικό χελωνάκι βάζοντας ταυτόχρονα το δεξί και το αριστερό της χέρι στα δεξιά και τα αριστερά του (σειρά 219). Με αυτό τον τρόπο συντονίζει το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς με το πλαίσιο αναφοράς της υπολογιστικής χελώνας και μπορεί εύκολα να αποφασίσει αν για τη στροφή που θέλει να κάνει το χελωνάκι, πρέπει να δώσει την εντολή δεξιά ή αριστερά.

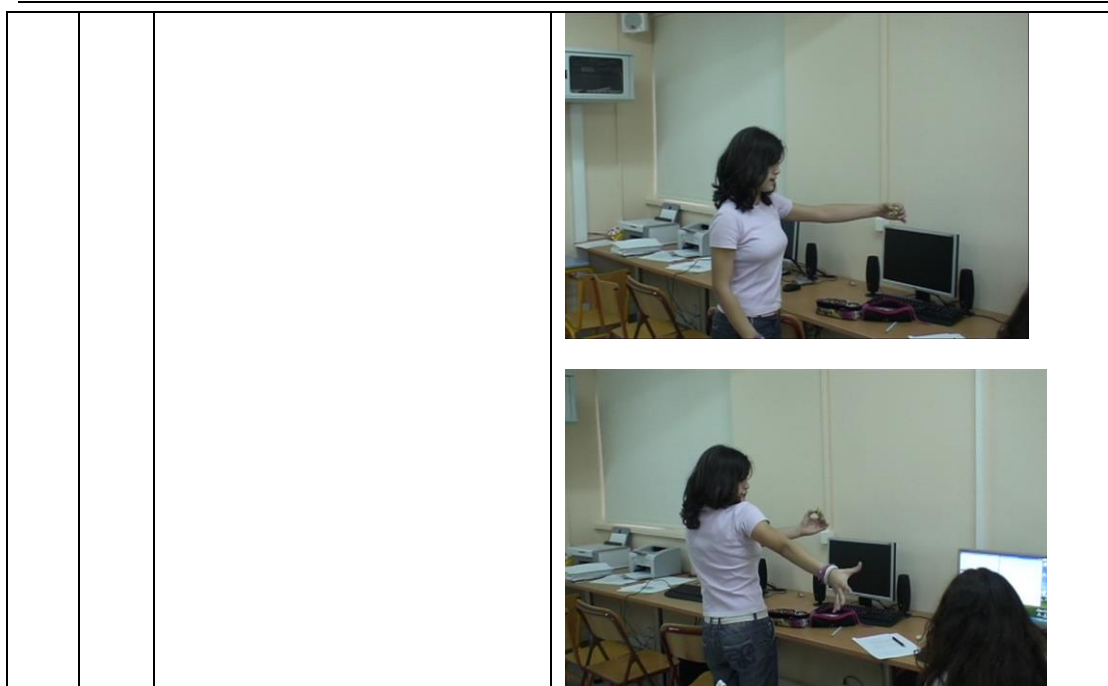
218.	M3	Να την πάμε μπροστά και να τη γυρίσουμε	
219.	M3	Πάει ...δεξιά αριστερά. Δεξιά.	

Απόσπασμα 27

Καθώς οι μαθητές εξοικειώνονταν με το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας άρχισαν να συντονίζουν όλο και λιγότερο το σώμα τους με τη χελώνα, ενώ πολλές φορές ακόμα

και οι κινήσεις του χεριού ή και του σώματος είχαν ένα έντονα δεικτικό της κίνησης της χελώνας χαρακτήρα. Για παράδειγμα στο παρακάτω απόσπασμα η μαθήτρια της ομάδας 6 του ΣΤ2, αφού και πάλι προσανατολίσει το χελωνάκι-μινιατούρα στο χώρο κατά τρόπο ανάλογο με το χελωνάκι της οθόνης του υπολογιστή, αισθητοποιεί την επιθυμητή στροφή (σειρά 220-221). Κατόπιν σηκώνεται και, ενώ στο ένα χέρι κρατάει το χελωνάκι προσανατολισμένο σύμφωνα με τον προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη, κινεί όλο της το σώμα προς την κατεύθυνση που θέλει να πάει το χελωνάκι. Το δεξί της χέρι μάλιστα δίνει έμφαση στον προσανατολισμό της στροφής. Το ενδιαφέρον σημείο εδώ είναι ότι, ενώ το σώμα της μαθήτριας στρίβει προς τα δεξιά, η μαθήτρια λέει ότι το χελωνάκι πρέπει να στρίψει *‘αριστερά, σκέτο αριστερά’*. Φαίνεται λοιπόν ότι η μαθήτρια μπορεί να συντονιστεί νοερά με τη χελώνα και ότι η κίνηση του σώματος και του χεριού της έχουν μια περισσότερο δεικτική της κατεύθυνσης της στροφής λειτουργία παρά μια λειτουργία συντονισμού του σώματός της με τον προσανατολισμό της χελώνας, όπως συνέβαινε στα προηγούμενα επεισόδια. Μολαταύτα η απόφαση του είδους της στροφής δεν μπορεί ακόμα να στηριχθεί σε νοερές εικόνες και υπάρχει η ανάγκη αισθητοποίησης της κίνησης τόσο με το χελωνάκι-μινιατούρα όσο και με ολόκληρο το σώμα στον πραγματικό χώρο, προτού αποφασιστεί ο προσανατολισμός της στροφής.

220.	M1	Αυτό είναι μήκος. Πού είναι το χελωνάκι; Είναι έτσι, πώς θες;	
221.	M3	Έτσι.	
222.	M1	Left, σκέτο λεφτ.	



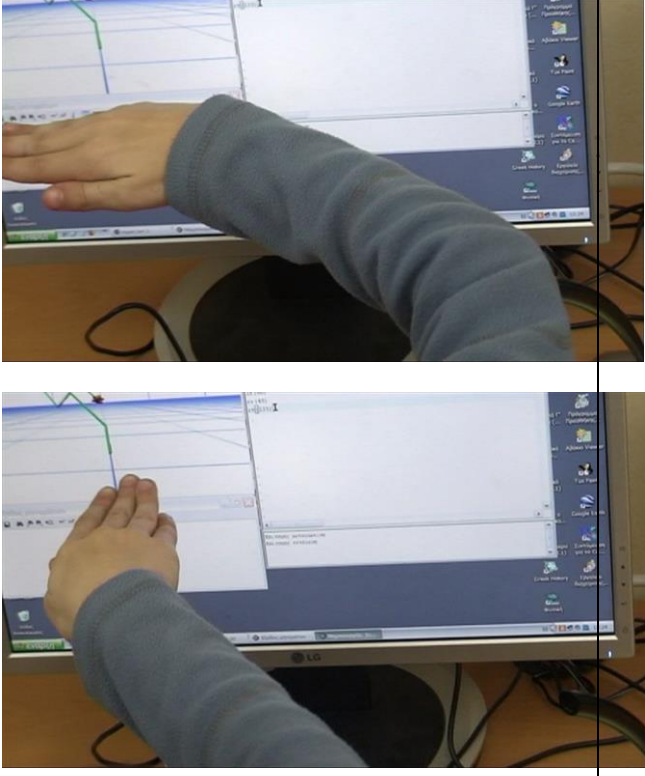
Απόσπασμα 28

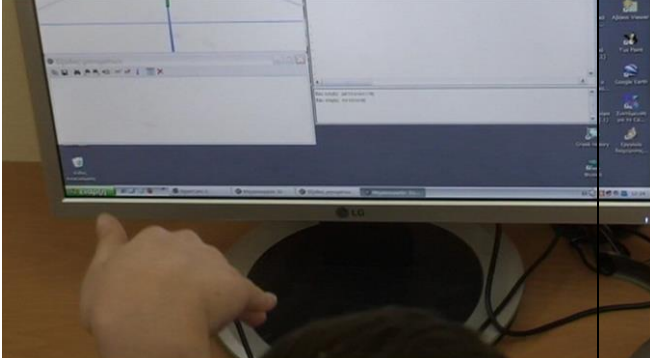
5.2.3 Η χρήση της παλάμης και ο προσανατολισμός της χελώνας

Στα δισδιάστατα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας οι Clements & Burns (2000) αναφέρουν ότι, καθώς οι μαθητές αποκτούσαν εμπειρία με τις στροφές της χελώνας, στην προσπάθειά τους να συντονιστούν με αυτή μεταβαίνουν σταδιακά από κινήσεις ολόκληρου του σώματος σε κινήσεις του βραχίονα, της παλάμης και των δακτύλων. Ωστόσο στην παρούσα έρευνα τόσο σε σχέση με το δισδιάστατο περιβάλλον του χελωνόκοσμου (δες προηγούμενο κεφάλαιο ανάλυσης) όσο και σε σχέση με το περιβάλλον του MaLT2 φάνηκε ότι δεν ακολουθήθηκε μια γραμμική πορεία από κινήσεις ολόκληρου του σώματος σε κινήσεις του βραχίονα και της παλάμης. Αν και η χρήση της παλάμης και του πήχη χρησιμοποιήθηκε εκτενώς, η αυθόρμητη χρήση ολόκληρου του σώματος ήταν ιδιαίτερα περιορισμένη. Αυτό μπορεί πιθανότατα να οφείλεται: α) Στη συμβατική τάξη οι μαθητές έχουν μάθει να μη σηκώνονται από τη θέση τους στη διάρκεια του μαθήματος. Συνεπώς, η αναπαράσταση της κίνησης της χελώνας με το σώμα, θα ήταν μια πρακτική ιδιαίτερα ξένη προς τους μαθητές και πιθανόν να προκαλούσε ακόμη και χλευαστικά σχόλια από μέρους των συμμαθητών. β) Η αναπαράσταση της κίνησης της τρισδιάστατης χελώνας μέσω ολόκληρου του σώματος, πέρα από τα προβλήματα εποπτείας που ενδεχομένως δημιουργεί, δεν είναι εφικτή για όλα τα ζεύγη εντολών στροφής του τρισδιάστατου προσομοιούμενου περιβάλλοντος, ιδιαίτερα όσον αφορά στις εντολές *uppitch/downpitch*. Αν και η χρήση ολόκληρου του σώματος μπορεί να βοηθά στην αισθητοποίηση συγκεκριμένων εντολών προς τη χελώνα, ιδιαίτερα των στροφών δεξιά/αριστερά, η μεταφορά του 'παίζω την χελώνα' (Papert, 1980) με το ανθρώπινο σώμα δεν είναι εφαρμόσιμη σε πρακτικό επίπεδο, καθώς η τρισδιάστατη χελώνα δεν κινείται

αποκλειστικά στο οριζόντιο επίπεδο αλλά μοιάζει να ‘ίπταται’ στον τρισδιάστατο χώρο.

Αντίθετα, η χρήση της παλάμης για τον προσδιορισμό τους είδους της στροφής της χελώνας και εν γένει για το σχεδιασμό και την πρόβλεψη ή τον έλεγχο μιας διαδρομής ήταν εκτενής. Η παλάμη, ως προέκταση του ανθρώπινου σώματος είναι άμεσα διαχειρίσιμη και παρατηρήσιμη, ενώ μπορεί να κινηθεί και στις τρεις διαστάσεις του χώρου και να αισθητοποιήσει όλα τα ζεύγη στροφών. Ταυτόχρονα, η παλάμη μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τρισδιάστατο αντικείμενο ανάλογο της υπολογιστικής χελώνας καθώς έχει και ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά ‘εμπρός-πίσω’ ‘πάνω – κάτω’ και ‘δεξιά-αριστερά’. Έτσι πολλές φορές οι μαθητές κινούσαν την παλάμη τους προσπαθώντας να αναπαραστήσουν τόσο την τρισδιάστατη οντότητα όσο και την κίνησή της στο χώρο. Για παράδειγμα στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προσπαθούν να αποφασίσουν πώς να συνεχίσουν το ταξίδι της ιπτάμενης χελώνας στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας και εκτελούν μια σειρά αναπαραστασιακών χειρονομιών. Η χρήση της παλάμης φαίνεται να βοήθησε στην άμεση αισθητοποίηση χωρικών εικόνων, πριν αυτές συστηματοποιηθούν και εκφραστούν τόσο λεκτικά στα πλαίσια του καθημερινού διαλόγου, όσο και με βάση το συμβολισμό που χρησιμοποιείται στη γλώσσα Logo.

223.	M2	<p>Τώρα ξέρεις τι να κάνουμε; Όπως είναι έτσι,</p> <p>να τη γυρίσουμε έτσι και να την προχωρήσουμε.</p>	
------	----	---	--

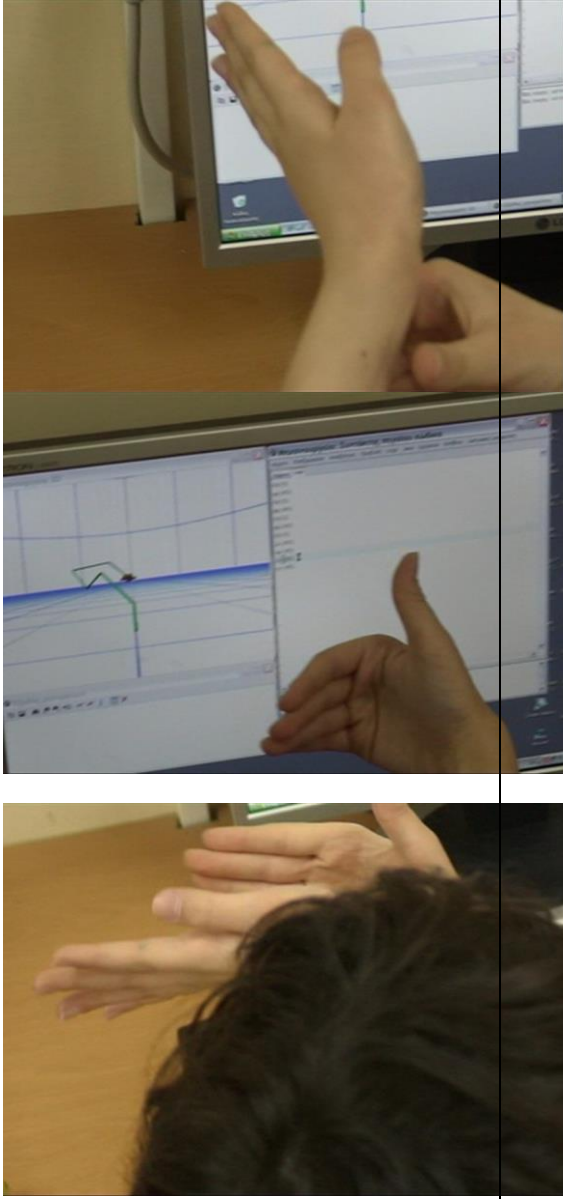
224.	M1	Να μην την κατεβάσουμε λίγο;	
------	----	------------------------------	--






Απόσπασμα 29

Είναι χαρακτηριστικό το ότι αν διαβάσουμε τους διαλόγους του παραπάνω αποσπάσματος χωρίς τη συνοδεία των αντίστοιχων χειρονομιών δεν μπορούμε να καταλάβουμε σε τι αναφέρονται οι μαθητές. Φαίνεται ότι οι συγκεκριμένες χειρονομίες δημιουργούν ένα εικονικό χώρο μπροστά από τον ομιλητή, στον οποίο τα διάφορα αναπαριστώμενα αντικείμενα 'τοποθετούνται' και γίνονται αντικείμενα επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης. Ο εικονικός αυτός χώρος προσθέτει μια χειροπιαστή δομή στις χειρονομίες (Sabena et al., 2009) και αποτελεί μια ενδιάμεση σημειωτική πηγή που διευκολύνει τη σύνδεση μεταξύ λεκτικών και εικονικών αναπαραστάσεων. Πιο συγκεκριμένα, η παλάμη απέκτησε μια μεταβατική αναπαραστασιακή λειτουργία μεταξύ πραγματικών και υπολογιστικά διαχειρίσιμων αντικειμένων και χρησιμοποιήθηκε ως ένα μέσο συμβολικής επικοινωνίας. Έτσι, η χρήση της συνέβαλε στον τρόπο με τον οποίο έγινε αντιληπτή η γωνία ως προσανατολισμένη στροφή στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, παρέχοντας ένα πλαίσιο οπτικού/εικονικού συλλογισμού το οποίο έδινε έμφαση στη δομή των οπτικών εικόνων (π.χ. την ανάγκη εκτέλεσης στροφών με συγκεκριμένο προσανατολισμό στο χώρο) χωρίς λεπτομέρειες (π.χ. το ακριβές μέγεθος κάθε στροφής) (Presmeg, 2006) και παράλληλα ένα επεξηγηματικό πλαίσιο, χωρίς το οποίο τα λεγόμενα θα ερμηνεύονταν με δυσκολία (McNeil, 2000).

Στις έρευνες που έκανε η Sabena (2008) παρατήρησε ότι άλλαζε το είδος των χειρονομιών που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές ανάλογα με το σημείο εστίασης της διαδικασίας κατασκευής της γνώσης. Στην παρούσα έρευνα η παλάμη δε χρησιμοποιήθηκε μόνο αναπαραστασιακά αλλά και δεικτικά για να σηματοδοτήσει την κατεύθυνση της χελώνας στον χώρο. Έχοντας υπόψη τη μεταφορά της ώρας που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια του δισδιάστατου χελωνόκοσμου θα μπορούσε να ειπωθεί ότι η παλάμη λειτούργησε σαν ένα ανάλογο του δείκτη των ρολογιών, ενώ μπορούσε να περιστραφεί προς όλες τις κατευθύνσεις. Στο επόμενο επεισόδιο οι μαθητές στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας προσπαθούν να αποφασίσουν πόσο πρέπει να στρίψει η χελώνα για να πάρει την επιθυμητή θέση. Καθώς ο προβληματισμός δεν έχει να κάνει τόσο με τον προσανατολισμό της στροφής αλλά με το μέγεθος της, η παλάμη φαίνεται να χρησιμοποιείται ως δείκτης των διαφόρων θέσεων της χελώνας για συγκεκριμένα μεγέθη γωνιακών περιστροφών, πιο συγκεκριμένα των θέσεων για δεξιά στροφή των 45, των 90 και των 135 μοιρών. Σε

αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι η παλάμη δε χρησιμοποιήθηκε δεικτικά όσον αφορά σε κάποια υπαρκτά αντικείμενα ή χαρακτηριστικά του περικειμένου της δραστηριότητας αλλά συνδύαζε και αφηρημένα χαρακτηριστικά. Πρόκειται μάλλον για αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες σύμφωνα με τον όρο που χρησιμοποιεί ο McNeil (1992) για τις περιπτώσεις που ο ομιλητής δείχνει σε ένα φαινομενικά κενό χώρο. Αυτές οι αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες υποδηλώνουν μια μεταφορική χρήση του χώρου, όπου συγκεκριμένα γωνιακά μεγέθη αποκτούν χωρικές ιδιότητες.

225	M1	<p>Ωραία. Θα τη γυρίσουμε. Κάτσε είναι έτσι. Άρα το μισό, περίπου 45.</p> <p>90</p> <p>περίπου στο 135 ...</p> <p>Άρα θα πάμε right όχι rightroll, right σκέτο.</p>	
226	M2	90 και 90	

227	M1	Έτσι θέλουμε να πάει.	
228	M2	Το ξέρω.	
229	M1	<p>Κοίτα είναι έτσι η χελώνα</p> <p>. 45 είναι κάπου εδώ.</p> <p>Το 90 είναι κάπου εδώ</p> <p>και 45 ακόμη 135.</p> <p>Το 180 θα ήταν, αν μας κοίταζε έτσι</p>	   



Απόσπασμα 30

Μολαταύτα, όταν στο παραπάνω επεισόδιο ο M2 δείχνει να μην καταλαβαίνει τα λεγόμενα του M1 και ουσιαστικά να προτείνει μια στροφή 180 μοιρών (σειρά 226), ο M1 αναπαριστά την επιθυμητή κίνηση της χελώνας με το χελωνάκι-μινιατούρα. Η παλάμη στο συγκεκριμένο επεισόδιο φαίνεται να λειτουργεί περισσότερο στα πλαίσια του νοερού συντονισμού και της εσωτερικής διευθέτησης, ενώ η χρήση της χειραπτικής χελώνα να έχει περισσότερο ρόλο επεξηγηματικό και επίλυσης της επικοινωνιακής σύγκρουσης.

Σε όλα τα παραπάνω αποσπάσματα η ενσώματη αναπαράσταση της κίνησης της χελώνας διαπλέκεται με την αναπαράσταση αυτής της κίνησης με το χελωνάκι-μινιατούρα. Το χελωνάκι-μινιατούρα λειτούργησε ως ένα ενδιάμεσο μεταβατικό αντικείμενο μεταξύ του κιναισθητικού, του άμεσου, του διαισθητικού από τη μια και του υπολογιστικά διαχειρίσιμου μέσω συμβολικού κώδικα από την άλλη. Ως αναπαραστασιακό μέσο έχει όλα τα πλεονεκτήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω για τη χρήση της παλάμης:

- είναι απτό και τρισδιάστατο,
- έχει ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά,
- μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την έκφραση διαισθήσεων χωρίς να απαιτεί τη λεκτική περιγραφή αυτών,
- οι μαθητές μπορούν να το χειρίζονται και ταυτόχρονα να παρατηρούν την κίνηση του ως εξωτερικοί παρατηρητές.

Το τρισδιάστατο χελωνάκι φαίνεται ότι έχει πιο ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά και ότι μπορεί να πλοηγηθεί από τους μαθητές με περισσότερη ευκολία στον πραγματικό χώρο σε σχέση με την παλάμη, η χρήση της οποίας όμως παραμένει πιο άμεση και πιο 'ενσώματη'. Γι' αυτό ακριβώς το λόγο και οι μαθητές χρησιμοποίησαν περισσότερο αυθόρμητα και άμεσα την παλάμη, για να συντονιστούν με τη χελώνα, καθώς προσπαθούσαν αρχικά να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους και να συστηματοποιήσουν τις χωρικές τους εικόνες. Εν αντιθέσει χρησιμοποίησαν το χελωνάκι, όταν δυσκολεύονταν να καταλάβουν την κίνηση της χελώνας ή για τη διαπραγμάτευση, επίτευξη και διατήρηση ενός κοινού σημείου εστίασης σε διάφορες

φάσεις της επικοινωνίας, όπως συνέβη στο προηγούμενο απόσπασμα. Δεν ήταν λίγες οι φορές που το χελωνάκι χρησιμοποιήθηκε για να γεφυρώσει το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς με το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας, όπως συνέβη στο απόσπασμα 27, ή σε συνδυασμό με κίνηση του σώματος για να αισθητοποιηθεί καλύτερα το είδος της στροφής που έπρεπε να πραγματοποιήσει η χελώνα (απόσπασμα 28).

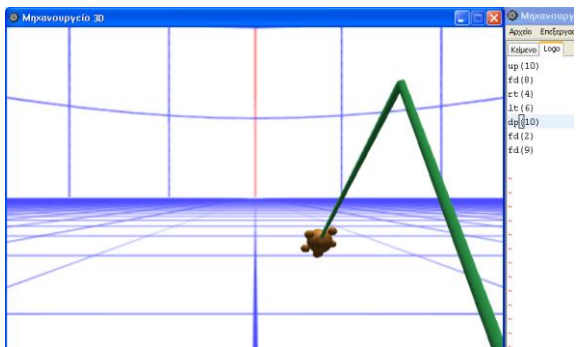
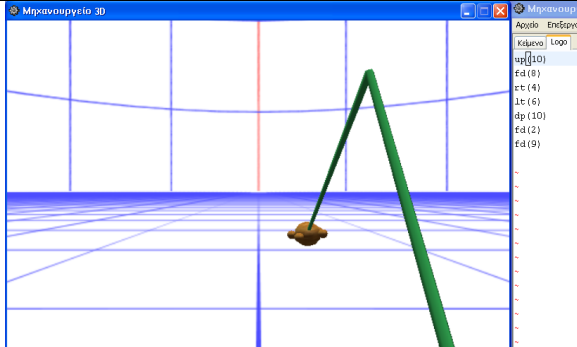
5.2.4 Η χελώνα ως τριδιάστατο αντικείμενο και ο προσανατολισμός της

Αν και η χρήση μεταφορών (metaphors), χρησιμοποιείται συστηματικά ως βοήθημα κατά την προσέγγιση καινούργιων ή μη εύκολα κατανοητών εννοιών και αντικειμένων, η χρήση τους ρυθμίζει τον τρόπο με τον οποίο το καινούργιο γίνεται αντιληπτό (Pufall, 1988). Έτσι ένα κεντρικό ζήτημα αναφορικά με την ανάπτυξη μικροκόσμων είναι η διερεύνηση των δυνατοτήτων αλλά και των περιορισμών που επιβάλλει η χρήση μεταφορών, καθώς σε κάθε περίπτωση η όποια μεταφορά δεν μπορεί να θεωρηθεί δομικά και λειτουργικά ισοδύναμη με την έννοια ή το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται. Στη δισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, η χελώνα θεωρείται ως μια θεμελιώδης οντότητα όμοια με το σημείο του Ευκλείδη. Εκτός από θέση έχει και μια άλλη σημαντική ιδιότητα, τον προσανατολισμό (Papert, 1980). Επιπλέον σε αντίθεση με το σημείο του Ευκλείδη δεν είναι τέλεια απογυμνωμένη από ιδιότητες – για παράδειγμα αποκτά τα χαρακτηριστικά ενός έμβιου όντος με το οποίο ο χρήστης μπορεί να ταυτιστεί- και αντί να είναι στατική είναι δυναμική.

Στην τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά επεκτείνονται στον τριδιάστατο χώρο. Το γεγονός μάλιστα ότι η χελώνα αναπαρίσταται από ένα τριδιάστατο αντικείμενο κάνει την αναπαράσταση της στον τριδιάστατο χώρο ακόμα πιο ρεαλιστική και οικεία στους μαθητές. Ιδιαίτερα για τον προσανατολισμό της τρισδιάστατης οντότητας στον προσομοιούμενο χώρο ξεχωριστή σημασία αποκτούν τα χωρικά χαρακτηριστικά της οντότητας, π.χ. η κατεύθυνση του προσώπου/κεφαλής, καθώς αν αυτά τα χαρακτηριστικά δεν είναι σαφή, ο προσανατολισμός της γωνιακής περιστροφής γίνεται ιδιαίτερα περίπλοκος. Από την άλλη το ότι η χελώνα ταυτίζεται με ένα τρισδιάστατο αντικείμενο δυσκολεύει τους μαθητές στο να τη χειριστούν ως σημειακό αντικείμενο, πράγμα που με τη σειρά του δημιουργεί δυσκολίες κατά την πλοήγηση και τη σχεδίαση γραφικών αντικειμένων.

Στο παρακάτω απόσπασμα στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές προσπαθούν να προσγειώσουν τη χελώνα-αεροσκάφος. Μετά από δύο διαδοχικές εκτελέσεις της εντολής fd(9) η χελώνα φαίνεται να αγγίζει το έδαφος (σειρά 230). Οι μαθητές όμως δεν είναι ικανοποιημένοι από το γραφικό αποτέλεσμα: Θέλουν η χελώνα τους να προσγειωθεί κανονικά, να μην ‘αγγίζει’ το έδαφος με το κεφάλι, αλλά να είναι ο κορμός παράλληλος με το έδαφος, όπως συμβαίνει με τις πραγματικές χελώνες. Όταν στη συνέχεια εκτελούν μερικές φορές την εντολή up(10), βλέπουν τη

χελώνα να παίρνει έναν οριζόντιο προσανατολισμό ως προς το έδαφος, αλλά ταυτόχρονα να μην εφάπτεται του εδάφους. Αυτό προβληματίζει τους μαθητές. Όπως λένε χαρακτηριστικά: *Κυρία, εμείς το κατεβάσαμε ώστε να είναι ίσο, αλλά όταν το γυρίσαμε δεν ήταν ακριβώς ίσο.* Η εντολή στροφής που έδωσαν δεν είχε το αναμενόμενο γραφικό αποτέλεσμα, καθώς οι μαθητές αδυνατούν να συλλάβουν τη χελώνα στον προσομοιούμενο τρισδιάστατο χώρο ως σημειακό αντικείμενο, το οποίο ταυτίζεται με το κέντρο βάρους του τρισδιάστατου εικονικού αντικειμένου. Έτσι θεωρούν ότι από τη στιγμή που η χελώνα έχει 'αγγίξει' με το κεφάλι της το οριζόντιο επίπεδο της σκηνης, βρίσκεται στο συγκεκριμένο επίπεδο και με την εντολή `urpitch` θέλουν μόνο να αλλάξουν τον προσανατολισμό της πάνω σε αυτό.

230.	M2	1 9 2 9 Προσγειώθηκε!	
231.	M1	Όχι, δεν το προσγειώσαμε κανονικά, γιατί πρέπει να είμαστε στο ίδιο επίπεδο με αυτό. Γιατί; το σήκωσα πολύ; Κυρία, εμείς το κατεβάσαμε ώστε να είναι ίσο, αλλά όταν το γυρίσαμε δεν ήταν ακριβώς ίσο.	
232.	Er	Δεν είναι ίσο, τι εννοείς;	
233.	M1	Δεν είναι ίσο με το πάτωμα.	

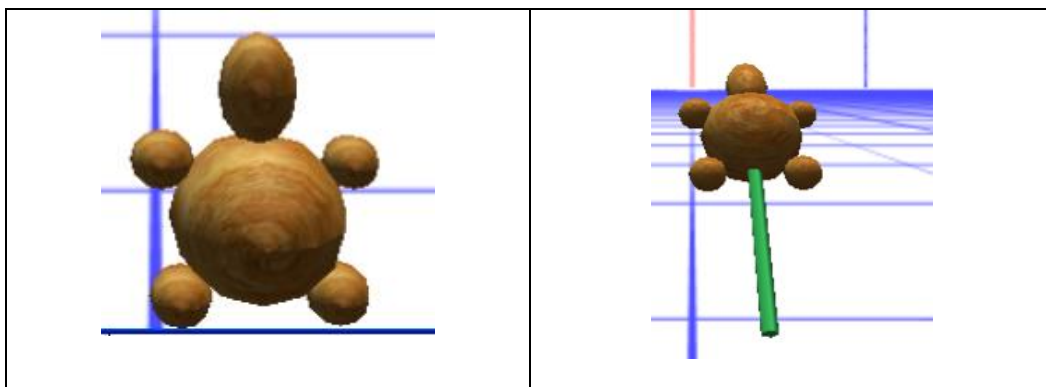
Απόσπασμα 31

Για τη μετάβαση από το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς στο πλαίσιο αναφοράς της χελώνας έχει επισημανθεί η σημασία εύκολα αντιληπτών χωρικών χαρακτηριστικών (Geva & Cohen, 1987), για να είναι ευδιάκριτα το εμπρός/πίσω και το δεξιά/αριστερά της χελώνας. Στον τρισδιάστατο χώρο αυτή η ανάγκη ευδιάκριτων χωρικών χαρακτηριστικών της χελώνας γίνεται πιο έντονη, καθώς η χελώνα/αντικείμενο είναι πλέον μια τρισδιάστατη οντότητα προσανατολισμένη στο χώρο. Στα επεισόδια που ακολουθούν φαίνεται η ανάγκη αλλά και η δυσκολία των μαθητών να διακρίνουν:

- ο την κατεύθυνση της κεφαλής της χελώνας και συνεπώς το εμπρός και πίσω της χελώνας,

- ο την κοιλιά της χελώνας και συνεπώς τις κατευθύνσεις πάνω/κάτω σε σχέση πάντα με την κινούμενη οντότητα.

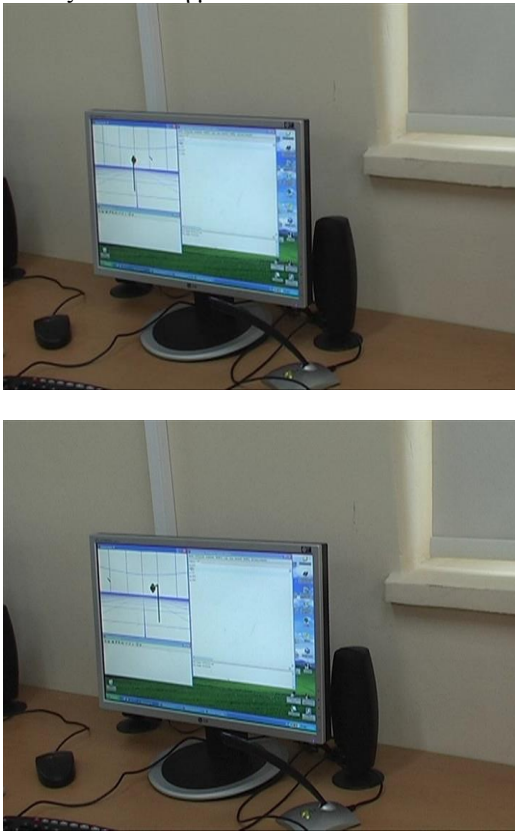

Πρέπει σε αυτό το σημείο να τονιστεί ότι η διάκριση του δεξιά/αριστερά δε γίνεται μόνο σε σχέση με την κεφαλή της χελώνας, όπως συνέβαινε στα δισδιάστατα περιβάλλοντα, αλλά είναι εφικτή εφόσον συντονιστούν οι δύο παραπάνω κατευθύνσεις/άξονες, δηλαδή τα εμπρός/πίσω και πάνω/κάτω. Με άλλα λόγια για να προσδιοριστεί το δεξιά/αριστερά της χελώνας δεν πρέπει ο χρήστης να γνωρίζει προς ποια κατεύθυνση βρίσκεται η κεφαλή της χελώνας, αλλά να γνωρίζει πού κοιτάει το 'πρόσωπο' της χελώνας. Στο παρακάτω απόσπασμα στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας οι μαθήτριες έχουν σχεδιάσει τις δύο πλευρές του παραλληλογράμμου που θα αναπαριστά τον ένα τοίχο του εικονικού δωματίου. Καθώς καθοδηγούν τη χελώνα εντολή προς εντολή, χωρίς να έχουν προηγουμένως αναλύσει τις κινήσεις που πρέπει να κάνει η χελώνα, για να σχεδιάσει το παραλληλόγραμμο, προβληματίζονται σχετικά με το πού βρίσκεται η κεφαλή της χελώνας πριν αποφασίσουν ποια θα είναι η επόμενη εντολή στροφής που θα δοθεί. Πρέπει σε αυτό το σημείο να τονιστεί ότι στο συγκεκριμένο περιβάλλον η κεφαλή της χελώνας δεν είναι ιδιαίτερα ευδιάκριτη σε σχέση με τα πόδια της χελώνας, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που η χελώνα απομακρύνεται προς το βάθος της σκηνής και μικραίνουν οι διαστάσεις της (δες εικόνα 23).



Εικόνα 23: Στήλη 1: Η χελώνα κάθετα προς το οριζόντιο επίπεδο της 'σκηνής' στο αρχικό σημείο εμφάνισής της. Στήλη 2: Η χελώνα με κλίση 45ο και έχοντας προχωρήσει κατά 3 βήματα.

Αν και ζητούν βοήθεια από την ερευνήτρια, προσπαθούν με διάφορους τρόπους να καταλάβουν πού βρίσκεται η κεφαλή της χελώνας. Έτσι κινούν την κάμερα θέασης κατά μήκος του άξονα των X και αλλάζουν το σημείο θέασης της κατασκευής τους (σειρά 234), ενέργεια που φαίνεται να μην τους βοηθάει ιδιαίτερα. Κατόπιν πειραματίζονται με την εντολή $up(90)$, που έχουν ήδη γράψει στο συντάκτη εντολών Logo, και την οποία επανекτελούν πολλές φορές με αποτέλεσμα η χελώνα να περιστρέφεται γύρω από το κέντρο βάρους της. Έτσι, βλέπουν τη χελώνα από διάφορες προοπτικές, γεγονός που φαίνεται ότι συντελεί στο να αποφασίσουν προς τα πού βρίσκεται το κεφάλι της. Μολαταύτα στην απόφασή τους για το ποια εντολή στροφής πρέπει να δώσουν στη χελώνα δεν συνυπολογίζουν το προς τα πού 'κοιτάει' η χελώνα. Επηρεασμένη από το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου, όπου το πάνω και το

κάτω είναι σταθερά, η μαθήτρια προτείνει ότι για να πάει προς τα κάτω η χελώνα, σε σχέση προς το οριζόντιο επίπεδο της σκηνής, πρέπει να δοθεί η εντολή down (σειρά 238). Μόνο μετά από εστίαση της προσοχής της στο πώς κοιτάει η χελώνα από την ερευνήτρια και χρήση της χειραπτικής χελώνας, η μαθήτρια καταφέρνει να αποφασίσει ότι η χελώνα πρέπει να πάει δεξιά.

234.	M1	Ποια είναι η κεφαλα της τώρα; Καταρχάς δυσκολευόμαστε να καταλάβουμε ποιο είναι το κεφάλι της χελώνας. ...Κυρία, η κεφαλα της πού πέφτει;	Αλλάζουν οπτική με το ποντίκι 
235.	Er	Εσύ που λες;	Περιστρέφουν με το Up τη χελώνα γύρω γύρω 
236.	M1	Μπροστά.	
237.	Er	Και εγώ αυτό νομίζω.	
238.	M1	Κυρία, πώς θα πάει κάτω η χελώνα? Down?	
239.	Er	Πώς κοιτάει η χελώνα; Πού είναι το κεφάλι της; Πως κοιτάει;	
240.	M3	Έτσι;	Δείχνει με το χελωνάκι
241.	er	Πώς πρέπει να της πεις για να πάει κάτω;	

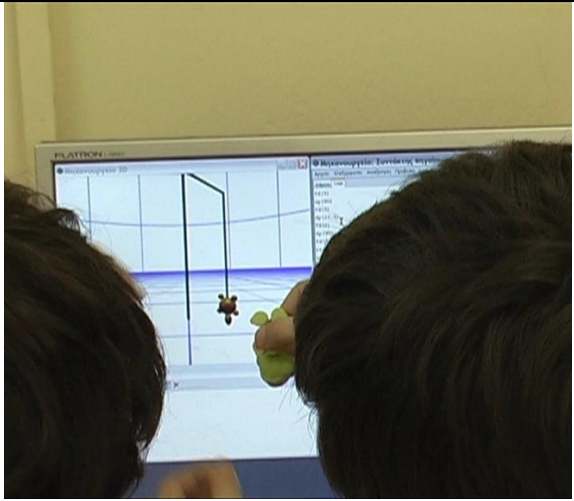
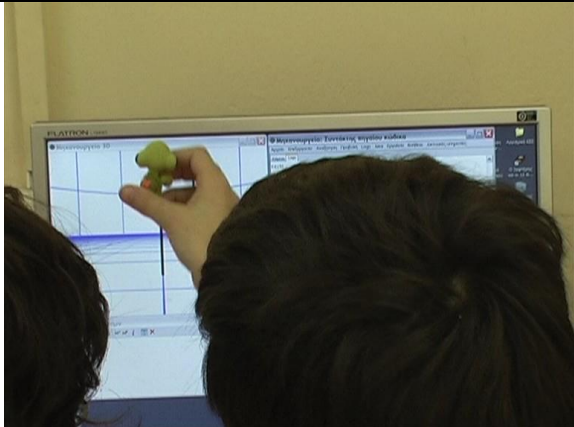

242.	M2	Δεξιά.	
243.	M1	Και αριστερά να της πεις το ίδιο κάνει.	

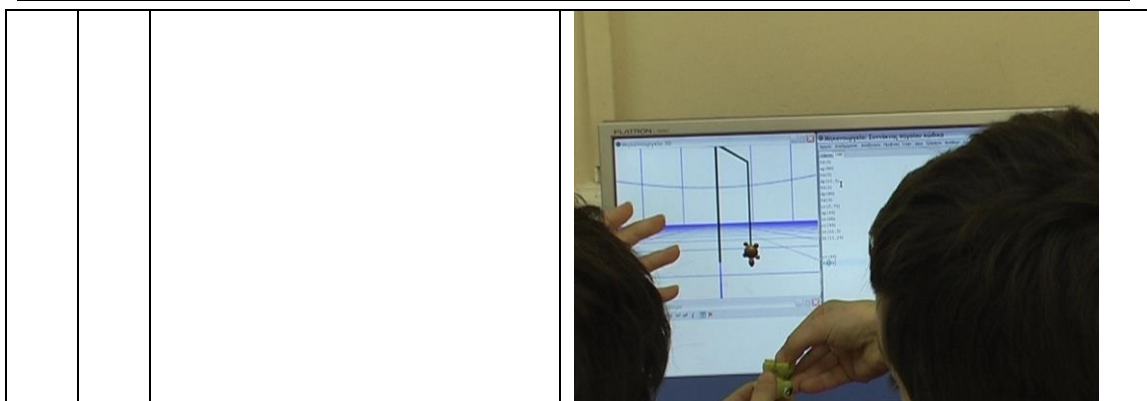
Απόσπασμα 32

Στις προσανατολισμένες γωνίες οι μαθητές δυσκολεύονται να αντιληφθούν ότι στροφές διαφορετικών μεγεθών και προσανατολισμού μπορούν να έχουν το ίδιο αποτέλεσμα (δεξιά 210 και αριστερά 150) (Yakimanskaya, 1991). Αυτό που έχει ενδιαφέρον στο παραπάνω επεισόδιο είναι ότι παρά τη δυσκολία των μαθητών να μεταβούν από το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου στο πλαίσιο αναφοράς της χελώνας και να επιλέξουν το κατάλληλο είδος στροφής, φαίνεται να έχουν διακρίνει ότι στροφές του ίδιου ζεύγους με διαφορετικό προσανατολισμό είναι λειτουργικά ισοδύναμες. Ενώ η μια μαθήτρια αποφασίζει ότι πρέπει η χελώνα να στρίψει δεξιά, η άλλη προσθέτει ότι και αριστερά να στρίψει είναι το ίδιο (σειρά 242). Αυτό δείχνει ότι στα πλαίσια του πειραματισμού που έχει προηγηθεί οι μαθήτριες έχουν αποκτήσει μια ευελιξία συντονισμού του γραφικού αποτελέσματος στροφών διαφορετικού προσανατολισμού. Έτσι συνειδητοποιούν τις πολλαπλές οδούς μέσω των οποίων μπορούν να οδηγηθούν στον ίδιο τελικό προσανατολισμό της χελώνας, δεξιότητα που σύμφωνα με τους Fein et al, (1987) δείχνει ένα υψηλό επίπεδο κατανόησης των εντολών στροφής της χελώνας. Πέρα από την εμπειρία που έχουν ήδη αποκτήσει οι μαθητές με τις εντολές στροφής στα πλαίσια των δραστηριοτήτων με το Χελωνόκοσμο, ιδιαίτερα φαίνεται να συμβάλει στην κατανόηση της λειτουργικής ισοδυναμίας στροφών διαφορετικών προσανατολισμών του ίδιου ζεύγους η δυνατότητα επανεκτέλεσης εντολών με την απλή τοποθέτηση του κέρσορα στη γραμμή εντολής. Αυτή η ευκολία επανεκτέλεσης εντολών μπορεί να μη διευκόλυνε τον υπολογισμό του μεγέθους της συνολικής στροφής της χελώνας ή το αναστοχασμό πάνω σε μια σειρά εντολών που είχαν εκτελέσει -καθώς δε φαινόταν με ποια σειρά και πόσες φορές επανακτελέστηκε κάθε εντολή- έδωσε όμως τη δυνατότητα στους μαθητές να πειραματιστούν με ευκολία και να δουν τη χελώνα να περιστρέφεται και να πραγματοποιεί κυκλική κίνηση γύρω από ένα σταθερό σημείο ως αποτέλεσμα των επανεκτελέσεων μιας και μόνο εντολής στροφής.

Ανάλογα προβλήματα προσδιορισμού του προσανατολισμού της χελώνας είχε και η ομάδα εστίασης του ΣΤ1, η οποία όμως φάνηκε να είναι από τη 2^η δραστηριότητα ευαισθητοποιημένη όχι μόνο ως προς το πού βρίσκεται η κεφαλή της χελώνας, αλλά και ως προς το 'πού κοιτάζει'. Έχοντας ολοκληρώσει τον ένα τοίχο του εικονικού δωματίου προσπαθούν να καταλάβουν πώς είναι προσανατολισμένη η χελώνα για να δώσουν κατόπιν την κατάλληλη εντολή που θα τους επιτρέψει να αλλάξουν επίπεδο στο χώρο. Επειδή δεν είναι ευδιάκριτο προς τα πού κοιτάει η χελώνα οι μαθητές δεν επιμένουν στην αναζήτηση οπτικών ενδείξεων, όπως συνέβη στο προηγούμενο επεισόδιο, αλλά με τη βοήθεια της χελώνας μινιατούρας αναστοχάζονται πάνω στις εντολές που έχουν μέχρι στιγμής δώσει στη χελώνα. Ο M2 για να αποδείξει στον M1 ότι η χελώνα είναι έτσι προσανατολισμένη, όπως του δείχνει στη γραμμή 247, επανεκτελεί με το χελωνάκι-μινιατούρα και με φόντο την οθόνη του υπολογιστή μια της εντολές που έχουν δώσει μέχρις στιγμής στη χελώνα. Σε αυτό το επεισόδιο

είναι ενδιαφέρον πώς ‘τα εμπόδια’ που έθεσε σε επίπεδο εικονικών αναπαραστάσεων και σημάνσεων το λογισμικό έγιναν αφορμή για προβληματισμό, αναστοχασμό προηγούμενων εντολών, οπτικοποίηση της κίνησης της χελώνας και εξαγωγή συμπερασμάτων.

244.	M1	Πού κοιτάζει τώρα;	
245.	M2	Κοίτα είναι εδώ. Ήταν έτσι.	
246.	M1	Τώρα κοιτάζει εμάς έτσι.	Δείχνει με την παλάμη του.
247.	M2	Όχι μας κοιτάζει έτσι.	 <p>Παίρνει το χελωνάκι για να του δείξει</p>
248.	M1	Αυτό εδώ δεν είναι η κοιλιά;	Δείχνει στον υπολογιστή.
249.	M2	Η κοιλιά είναι. Ξέρεις γιατί; Είχε πάει έτσι, μετά έτσι και μετά βάλαμε downpitch	 



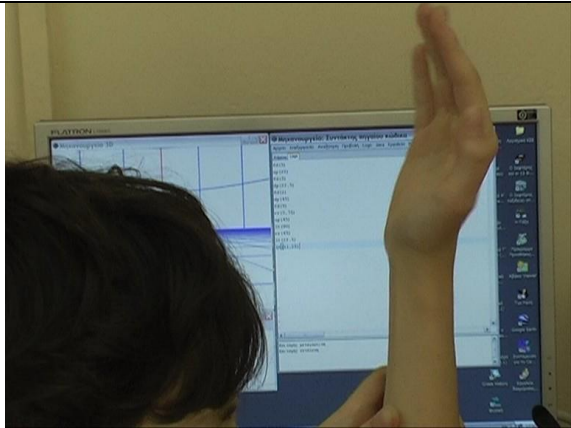
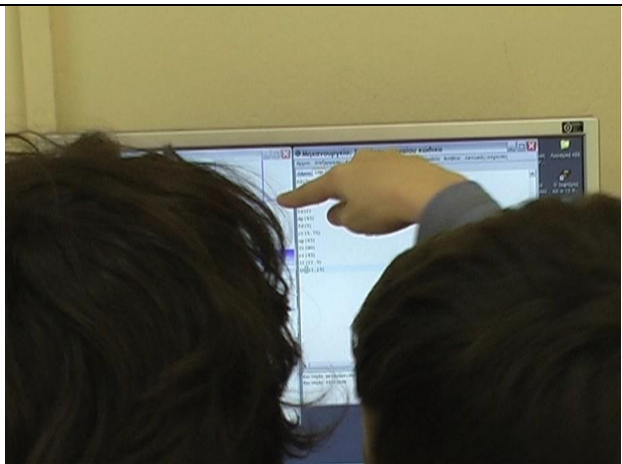
Απόσπασμα 33

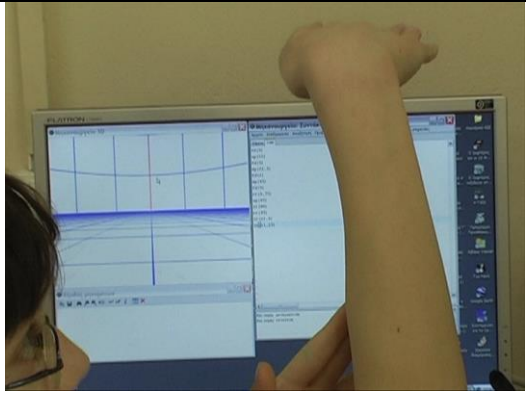
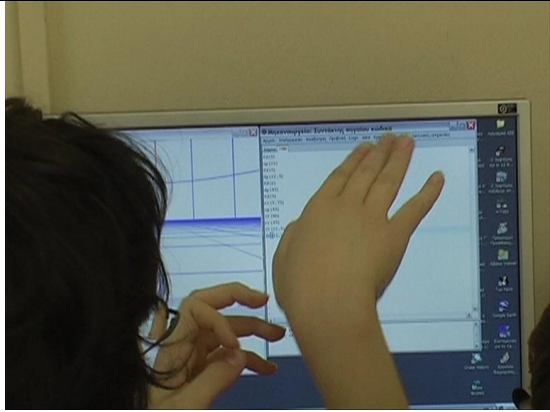
5.2.5 Χρήση λεκτικών εκφράσεων από την καθημερινή εμπειρία και συντονισμός με τη χελώνα

Η γλώσσα προγραμματισμού Logo θεωρείται πολύ κοντά στη φυσική γλώσσα τόσο ως προς το λεξιλόγιο που χρησιμοποιεί όσο και ως προς τον τρόπο συνδυασμού των εντολών που περιλαμβάνει (Papert, 1980). Αυτή η ‘φυσικότητα’ της γλώσσας προγραμματισμού θεωρείται με τη σειρά της ότι συμβάλλει στη λεκτική διατύπωση και το φορμαλισμό εικονικών αναπαραστάσεων και χωρικών σχέσεων. Το εύλογο λοιπόν ερώτημα είναι κατά πόσο τα ζεύγη των νέων εντολών στροφής που έχουν ενσωματωθεί στο MaLT2 αντλούν από τη φυσική γλώσσα και κατά πόσο διευκολύνουν στην ανάλυση και στο λεκτικό προσδιορισμό των χωρικών σχέσεων. Το πρώτο που παρατηρεί κανείς όσον αφορά στη γλώσσα Logo που χρησιμοποιήθηκε στο MaLT2 είναι ότι οι εντολές είναι στα αγγλικά, άρα δεν είναι στη μητρική γλώσσα των παιδιών που συμμετείχαν στην έρευνα, γεγονός που μπορεί να δημιουργούσε πρόσθετες δυσκολίες στους μαθητές. Μολαταύτα δεδομένου και του ότι τα παιδιά διδάσκονται αγγλικά από τη Γ’ Δημοτικού, το ζεύγος εντολών στροφής right/left δεν τα δυσκόλεψε καθόλου και η χρήση του ήταν από την αρχή άμεση. Όσον αφορά τώρα στη χρήση του ζεύγους uppitch/downpitch στα παιδιά δόθηκε η μετάφραση *κλίση πάνω/κλίση κάτω* αντίστοιχα. Πέρα από τη δυσκολία που μπορεί να προκαλεί η χρήση ενός αγγλικού όρου, πρέπει να τονιστεί ότι τόσο στα αγγλικά όσο και στα ελληνικά οι αντίστοιχοι όροι δεν αποτελούν μέρος του καθημερινού λεξιλογίου των παιδιών και συνεπώς δεν τα βοηθούν να αντλήσουν από αντίστοιχες καθημερινές εμπειρίες. Ιδιαίτερα το ότι οι γνωστές αγγλικές λέξεις up/down βρίσκονται στην αρχή των εντολών στροφής uppitch/downpitch πιθανόν να ήταν ένας πρόσθετος λόγος δυσκολίας των μαθητών να εγκαταλείψουν το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου και να χρησιμοποιήσουν τις εντολές στροφής αποκλειστικά με πλαίσιο αναφοράς τη χελώνα. Είναι χαρακτηριστικό ότι στο απόσπασμα 32, που παρουσιάστηκε παραπάνω, η μαθήτρια ρωτάει: *‘Πώς θα πάει κάτω η χελώνα; Down;’*. Φαίνεται λοιπόν ότι κάποιοι μαθητές εστίασαν στο αρχικό συνθετικό της εντολής που είχε νόημα για αυτούς.

Στο παρακάτω απόσπασμα και στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές εκτελούν χρησιμοποιώντας αναπαραστασιακές και δεικτικές χειρονομίες ένα

‘εικονικό’ ταξίδι της χελώνας, πριν περάσουν στη διατύπωση μιας σειράς λεκτικών εντολών προς την υπολογιστική χελώνα. Έχει ενδιαφέρον ότι οι ελληνικοί όροι που χρησιμοποιούν οι μαθητές ως λεκτικά ισοδύναμα των εντολών `uppitch/downpitch` δεν είναι η μετάφραση που δόθηκε από την ερευνήτρια ως κλίση_πάνω/κλίση_κάτω, αλλά οι όροι ανεβαίνει/κατεβαίνει. Φαίνεται ότι για άλλη μια φορά οι μαθητές προσπάθησαν να συσχετίσουν τις εντολές της χελώνας με τις καθημερινές τους εμπειρίες και να μεταφράσουν σε καθημερινούς όρους τις εντολές προς τη χελώνα, ώστε αυτές να γίνουν ταυτόχρονα πιο κατανοητές και πιο εύκολα διαχειρίσιμες. Ακόμα και στις περιπτώσεις που οι μαθητές λειτουργούν με βάση το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας, όπως φαίνεται στο παρακάτω επεισόδιο μέσα από το συντονισμό της παλάμης με τη χελώνα, η χρήση του συγκεκριμένου ζεύγους εντολών στροφής απαιτεί πρώτα τη λεκτική διατύπωσή τους με οικείους όρους και κατόπιν τη διατύπωσή τους σε όρους της γλώσσας Logo. Συνεπώς, φαίνεται ότι η χρήση αυτού του νέου ζεύγους στροφών περιλαμβάνει μια πιο απαιτητική γνωστική διαδικασία σε σχέση με τη χρήση του ζεύγους δεξιά/αριστερά που, ανάμεσα στα άλλα, έχει να κάνει με τη μη χρήση αντίστοιχων όρων στο καθημερινό λεξιλόγιο για την περιγραφή της κίνησης.

250.	M1	Και θα ανεβεί πάνω, 90 για να κάνει αυτό.	
251.	M2	Ή αυτό πρώτα ή έτσι.	 <p>Σχεδιάζει με το δάχτυλο στην οθόνη</p>
252.	M2	Μετά θα της πούμε <code>downpitch</code> , για να κατέβει έτσι έτσι 45, όχι, 90.	Κινεί όλη την παλάμη

			
253.	M1	90	
254.	M2	Θα κατέβει 90, για να κοιτάζει έτσι.	

Απόσπασμα 34

Όσον αφορά τώρα στη χρήση του ζεύγους *rightroll/leftroll*, ισχύει και εδώ ο προβληματισμός που εκφράστηκε προηγουμένως για το *uppitch/downpitch*, τόσο οι αγγλικός όροι που χρησιμοποιήθηκαν στο MaLT2 όσο και η ελληνική μετάφρασή τους ως *περιστροφή δεξιά/περιστροφή αριστερά* δεν αποτελούν όρους που τα παιδιά χρησιμοποιούν ευρέως, για να περιγράψουν κινήσεις στις καθημερινές τους εμπειρίες. Αν και η αυθόρμητη χρήση των εντολών *rightroll/leftroll* ήταν περιορισμένη ιδιαίτερα στα πλαίσια των δύο πρώτων δραστηριοτήτων, η δυσκολία των μαθητών να εντάξουν αυτό το ζεύγος εντολών στις λεκτικές περιγραφές κινήσεων αποτυπώνεται στην προσπάθειά τους να βρουν λεκτικά ισοδύναμα στην καθημερινή γλώσσα. Για παράδειγμα η ομάδα εστίασης του Στ2 στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας πειραματίστηκε με την εντολή *rightroll* και ανέφερε στην ερευνητριά: *‘Κυρία, σουβλίζουμε τη χελώνα’* και κατόπιν, όταν η χελώνα δεν περιστράφηκε προς την κατεύθυνση που ήθελαν, ο ίδιος μαθητής συμπλήρωσε: *‘θα έπρεπε να τη σουβλίζαμε σα να έχουμε περάσει το τέτοιο (εννοεί τη σούβλα) έτσι και όχι έτσι’*. Φαίνεται ότι η χρήση των εντολών *rightroll/leftroll* είναι τόσο στενά συνδεδεμένη στο νου του συγκεκριμένου μαθητή με τη μεταφορά του σουβλίσματος, που περιγράφει τον επιθυμητό προσανατολισμό περιστροφής με βάση την κατεύθυνση της σούβλας, καθώς στις καθημερινές μας εμπειρίες αλλαγή της κατεύθυνσης της σούβλας συνεπάγεται και αλλαγή του προσανατολισμού της περιστροφής.

5.2.6 Η χρήση δομικών λίθων γωνίας στροφής

Η χρήση εντολών στροφής στη Logo απαιτεί αφενός τη λεκτική ανάλυση των χωρικών σχέσεων και τον προσδιορισμό του είδους και του προσανατολισμού της στροφής αφετέρου τον προσδιορισμό του μεγέθους της στροφής. Στην παρούσα έρευνα οι μαθητές στηρίχτηκαν στις κατασκευές τους σε συγκεκριμένους δομικούς λίθους ιδίως όσον αφορά στις δύο πρώτες δραστηριότητες. Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές στηρίχτηκαν στους δομικούς λίθους: α) των 90° , β) των 45° , γ) των 180° και δ) των 360° κάτι που έχει παρατηρηθεί και σε άλλες έρευνες σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας είτε με τη χρήση παραδοσιακών μέσων (π.χ. Matos, 1999) είτε στα πλαίσια διδιάστατων υπολογιστικών περιβαλλόντων (Clements et al., 1996). Οι παραπάνω δομικοί λίθοι –με προεξέχοντα το δομικό λίθο των 90° -, λειτούργησαν ως οπτικές μονάδες για τον υπολογισμό διαφόρων γωνιών στροφής.

Στο απόσπασμα 30 που παρουσιάστηκε παραπάνω είδαμε τον M1 της ομάδας εστίασης να χρησιμοποιεί τόσο την παλάμη του όσο και το χελωνάκι μινιατούρα για να αισθητοποιήσει την επιθυμητή κίνηση της χελώνας και να αποφασίσει το μέγεθος της γωνίας στροφής για την επιθυμητή θέση της χελώνας. Το μέγεθος αυτό της περιστροφής προκύπτει ως άθροισμα διαφορετικών στροφών και αισθητοποιήθηκαν με κίνηση του μαθητή στο χώρο και με ‘στάσεις’ σε συγκεκριμένες θέσεις-σημεία αναφοράς: στη θέση των 45° , των 90° και τέλος των 135° . Πρέπει να επισημανθεί και πάλι πως η γωνία των 90 μοιρών είναι ο βασικός δομικός λίθος για τον υπολογισμό γωνιακών κινήσεων στο χώρο, καθώς η γωνία στροφής στην οποία αντιστοιχεί είναι αφενός ευδιάκριτη αφετέρου ευδιάκριτα είναι τα πολλαπλάσια και οι υποδιαιρέσεις της. Συγκεκριμένα, η γωνία των 45° μοιρών αισθητοποιείται με τις χειρονομίες και αποκτά ‘θέση’ στον εικονικό χώρο που δημιουργείται μπροστά στον ομιλητή ως το μισό της ορθής. Ο μαθητής λέει χαρακτηριστικά (σειρά 225) *‘Η χελώνα είναι έτσι, άρα το μισό... περίπου 45’*. Φαίνεται ότι οι μαθητές έχουν αποκτήσει μια άνεση στο να κινούνται με βάση την ορθή γωνία νοερά τόσο δεξιόστροφα όσο και αριστερόστροφα, παρότι δεν είναι ορατή καμιά πλευρά της γωνίας και παρότι η νοερή γωνία που σχηματίζεται (τόσο η ορθή όσο και αυτή των 45°) δεν έχει τον κλασικό δεξιόστροφο προσανατολισμό στο επίπεδο. Επιπρόσθετα οι συγκεκριμένοι δομικοί λίθοι χρησιμοποιήθηκαν όχι μόνο για τη γωνιακή περιστροφή στο ίδιο επίπεδο, αλλά και για την εναλλαγή επιπέδων στο χώρο μέσα από τη χρήση των εντολών *uppitch/downpitch* (δες π.χ. απόσπασμα 34).

Με βάση τη γωνία των 90 μοιρών, ως οπτική και μετρική μονάδα, οι μαθητές μπόρεσαν να συλλάβουν νοερά τις διάφορες θέσεις στις οποίες θα βρισκόταν η χελώνα για γωνίες στροφής με μέγεθος 90, 180 και 360 αντίστοιχα. Στο παρακάτω επεισόδιο στα πλαίσια της πρώτης δραστηριότητας και καθώς προσπαθούν να αποφασίσουν πώς θα στρίψουν τη χελώνα για να κάνει την επιθυμητή διαδρομή, φαίνεται ότι οι μαθητές όχι μόνο έχουν διακρίνει ότι στροφές του ίδιου ζεύγους με διαφορετικό προσανατολισμό μπορεί να είναι λειτουργικά ισοδύναμες, αλλά και ότι είναι σε θέση να προσδιορίσουν ακριβώς τα μεγέθη των ισοδύναμων στροφών

κινούμενοι κυκλικά. Έτσι η δεξιά στροφή των 90° θεωρείται ισοδύναμη με μια αριστερή στροφή των 270° . Οι μαθητές μάλιστα δεν αναφέρονται απλά λεκτικά στη στροφή των 270 μοιρών, αλλά ξεκινούν από τη γωνία των 45° και φτάνουν στο επιθυμητό μέγεθος ανεβαίνοντας 90-90, γεγονός που πιθανόν να δείχνει μια νοερή ‘περιήγηση’ στις αντίστοιχες θέσεις-σημεία αναφοράς κατά την περιστροφή της χελώνας. Η αντίστοιχη ‘περιήγηση’ αισθητοποιείται κατόπιν μέσα από τρεις διαδοχικές επανεκτελέσεις της εντολή $rt(90)$.

255.	M2	Να τη γυρίσουμε αριστερά τώρα	
256.	M1	Έτσι κοιτάζει νομίζω.	
257.	M2	Όχι εκεί είναι το κεφάλι της μπροστά.	
258.	M1	Τότε left, σκέτο left...90 ή όχι; Θα πάει έτσι. Κάτσε, αν κοιτάζει έτσι, left θα είναι από εκεί όμως	
259.	M2	Ναι, καλά λες, right 90.	
260.	M1	Όχι, μπορούμε να βάλουμε Lt 45 90. 180 270 ...270 για να γυρίσει προς τα κει. 270... κοίτα.	Επανεκτελούν τρεις φορές την εντολή lt(90)

Απόσπασμα 35

Σε διάφορες έρευνες που έχουν γίνει σε δισδιάστατα περιβάλλοντα Logo έχει παρατηρηθεί η χρήση αυτής της αυξητικής στρατηγικής (Cope & Simmons, 1990, Simmons & Cope, 1993). Τα παιδιά δηλαδή ακολουθούν μια στρατηγική σταδιακών προσαρμογών, δοκιμάζουν μια μικρή τιμή περιστροφής και ανάλογα με το γραφικό αποτέλεσμα αυξάνουν ή μειώνουν σταδιακά την τιμή αυτή, ενώ συνήθως δε συσχετίζουν τον προσανατολισμό της χελώνας με τη συνολική περιστροφή ως αποτέλεσμα διαδοχικών στροφών (Hoyles & Sutherland, 1989). Το ίδιο παρατηρεί και η Morgan (2008), που χρησιμοποίησε το περιβάλλον τριδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας MaLT2. Σύμφωνα με τη Morgan η δυνατότητα επανεκτέλεσης μιας εντολής στο MaLT2 με το πάτημα ενός πλήκτρου -χωρίς να χρειάζεται η επαναπληκτρολόγηση της εντολής- αφενός διευκόλυνε τη χρησιμοποίηση συγκεκριμένων εντολών ως δομικών λίθων, αφετέρου δυσκόλεψε τους μαθητές στη διάκριση του συνολικού μεγέθους της γωνιακής περιστροφής. Στο παραπάνω απόσπασμα η δυνατότητα επανεκτέλεσης της ίδιας εντολής πιθανόν διευκόλυνε την προσέγγιση της γωνιακής περιστροφής ως αποτέλεσμα επανάληψης του ίδιου ‘δομικού λίθου’, τη γωνίας των 90° εν προκειμένω, κάτι που συνάδει με τα συμπεράσματα της Morgan (2008). Μολαταύτα οι μαθητές συσχέτισαν τον τελικό προσανατολισμό της χελώνας με τη συνολική περιστροφή της ως αποτέλεσμα διαδοχικών στροφών, κάτι που πιθανότατα διευκολύνθηκε από τη χρήση του συγκεκριμένου δομικού λίθου. Η επανεκτέλεση συγκεκριμένων εντολών στροφής μπορεί να εμποδίζει τον αναστοχασμό στο τέλος της δραστηριότητας, επιτρέπει όμως αφενός τον πειραματισμό με συγκεκριμένους δομικούς λίθους -ως υποδιαίρεσεις της πλήρους γωνίας ή ως ισοϋπόλοιπα 360° - αφετέρου την αισθητοποίηση της κίνησης της χελώνας μέσω συγκεκριμένων προσανατολισμών-σημείων αναφοράς. Πέρα από την πρακτική ευκολία επανακτέλεσης της ίδιας εντολής, η διαδοχική εκτέλεση της εντολής lt(90) αισθητοποίησε σταδιακά στην οθόνη του υπολογιστή τη στροφή των 270° με στάσεις στις 90° και στις 180° , γεγονός που πρέπει να συνυπολογιστεί, δεδομένου ότι στο συγκεκριμένο περιβάλλον οι εντολές στροφής

πραγματοποιούνται αυτόματα και ο χρήστης δεν έχει τη δυνατότητα να παρατηρήσει τη στροφή της χελώνας.

5.2.7 Σύνοψη

Από την ανάλυση των δεδομένων προκύπτει ότι η χρήση των εντολών στροφής της χελώνας είναι στενά συνδεδεμένη με τη μεταφορά που χρησιμοποιείται και την προσπάθεια των μαθητών να αποδώσουν νόημα σε αυτή στηριζόμενοι τόσο στις ενσώματες και επίγειες κινητικές τους εμπειρίες όσο και στη χρήση του καθημερινού λεξιλογίου. Ειδικότερα, ο τρόπος που τα παιδιά αντιλαμβάνονται και προσδιορίζουν τον προσανατολισμό στροφής (ή αλλιώς το είδος εντολής στροφής) σχετίζεται με τα παρακάτω θέματα:

- Το γήινο πλαίσιο αναφοράς
- Η χρήση του σώματος, της παλάμης και της τρισδιάστατης χειραπτικής χελώνας για το συντονισμό με τη χελώνα
- Χρήση λεκτικών εκφράσεων από την καθημερινή εμπειρία κατά τη λεκτική ανάλυση των χωρικών κινήσεων και πριν αυτές μεταφραστούν σε εντολές Logo
- Τα ‘χωρικά’ χαρακτηριστικά της κινούμενης τρισδιάστατης οντότητας

Αντίστοιχα, ο προσδιορισμός του μεγέθους της γωνιακής περιστροφής στηρίχτηκε στη χρήση δομικών λίθων γωνίας στροφής, πρακτική που φάνηκε να υποστηρίχτηκε και από την ευκολία επανεκτέλεσης εντολών στροφής στο συγκεκριμένο λογισμικό.

Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2 το πλαίσιο αναφοράς του ‘κόσμου’, όπου το πάνω και το κάτω είναι δεδομένα, ως αποτέλεσμα της βαρύτητας, καθώς επίσης και το γεγονός ότι κινούμαστε σε ένα οριζόντιο διδιάστατο επίπεδο τίθενται υπό αμφισβήτηση. Ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα πρέπει να εφαρμοστεί σε μια τρισδιάστατη χελώνα που μπορεί να αλλάζει επίπεδα και προσανατολισμό χωρίς κανένα περιορισμό ως αποτελέσματα της χρήσης του ζεύγους εντολών στροφής: *κλίση_πάνω/κάτω n μοίρες* (*‘uppitch-downpitch n degrees’* ή *‘up-dr n degrees’*). Η απόρριψη του πλαισίου αναφοράς του κόσμου και η υιοθέτηση ενός τελείως ‘χελωνοκεντρικού’ μοντέλου ήταν κάτι που δυσκόλεψε τους μαθητές, όχι μόνο γιατί αντίκειται στις δικές τους ενσώματες εμπειρίες, αλλά και γιατί αντίκειται στον τρόπο που κινείται μια πραγματική χελώνα ως τετράποδο ον, καθώς η προσομοιούμενη χελώνα μπορεί να έχει διάφορους προσανατολισμούς ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η μεταφορά λοιπόν της χελώνας ίσως να μην είναι η κατάλληλη για την κίνηση στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο γεωμετρικό χώρο, ενώ σε κάθε περίπτωση πρέπει να υπογραμμιστεί η ανάγκη εξοικείωσης με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται, ανάμεσα στα άλλα, και όσον αφορά στον τρόπο που κινείται η χελώνα.

Παρ' όλες τις αναντιστοιχίες μεταξύ του μοντέλου κίνησης της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο και του ανθρώπινου μοντέλου κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο ενός τρισδιάστατου κόσμου, ολόκληρο το σώμα των μαθητών χρησιμοποιήθηκε στην προσπάθειά τους να συντονιστούν με την κίνηση της χελώνας, κυριώς όσον αφορά στη χρήση των εντολών δεξιά/αριστερά. Οι μαθητές προσπάθησαν με επιτυχία να συνδυάσουν το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς, όπου η θέση και ο προσανατολισμός των αντικειμένων και ειδικότερα το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζονται σε σχέση με τον κορμό του χρήστη, και το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας όπου το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζεται σε σχέση με τη θέση του κορμού της χελώνας. Η ανάλυση των δεδομένων που προηγήθηκε ανέδειξε το πόσο η κίνηση του σώματος και οι χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν όχι μόνο για να αποσαφηνίσουν τα λεχθέντα ή διευκολύνουν την επικοινωνία αλλά για την οργάνωση χωρικών αναπαραστάσεων και την έκφραση διαισθήσεων που είχαν σχέση με χωρικές έννοιες, πριν αυτές τυποποιηθούν μέσω της γλώσσας και του μαθηματικού συμβολισμού.

Αν και η χρήση ολόκληρου του σώματος μπορεί να βοηθά στην αισθητοποίηση συγκεκριμένων εντολών στροφής, ιδιαίτερα των στροφών δεξιά/αριστερά, η μεταφορά του 'παίζω την χελώνα' (Papert, 1980) με το ανθρώπινο σώμα δεν είναι εφαρμόσιμη σε πρακτικό επίπεδο στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, καθώς η τρισδιάστατη χελώνα δεν κινείται αποκλειστικά στο οριζόντιο επίπεδο, αλλά μοιάζει να 'ίπταται' στον τρισδιάστατο χώρο. Αντίθετα, η χρήση της παλάμης για τον προσδιορισμό τους είδους της στροφής της χελώνας και εν γένει για το σχεδιασμό και την πρόβλεψη ή τον έλεγχο μιας διαδρομής ήταν εκτενής. Η παλάμη, ως προέκταση του ανθρώπινου σώματος είναι άμεσα διαχειρίσιμη και παρατηρήσιμη, ενώ μπορεί να κινηθεί και στις τρεις διαστάσεις του χώρου και να αισθητοποιήσει όλα τα ζεύγη στροφών. Ταυτόχρονα, η παλάμη μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τριδιάστατο αντικείμενο ανάλογο της υπολογιστικής χελώνας, καθώς έχει και ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά: 'εμπρός- πίσω' 'πάνω – κάτω' και 'δεξιά-αριστερά'. Έτσι η παλάμη χρησιμοποιήθηκε για να αναπαραστήσει τόσο την τρισδιάστατη οντότητα όσο και την κίνησή της στο χώρο.

Η χρήση της παλάμης φαίνεται να βοήθησε στην άμεση αισθητοποίηση χωρικών εικόνων, πριν αυτές συστηματοποιηθούν και εκφραστούν τόσο λεκτικά στα πλαίσια του καθημερινού διαλόγου, όσο και με βάση το συμβολισμό που χρησιμοποιείται στη γλώσσα Logo. Οι εικονικές χειρονομίες που έγιναν με τη χρήση της παλάμης δημιούργησαν ένα εικονικό χώρο μπροστά από τον ομιλητή, στον οποίο τα διάφορα αναπαριστώμενα αντικείμενα 'τοποθετήθηκαν', προσανατολίστηκαν και έγιναν αντικείμενα επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης. Πιο συγκεκριμένα η παλάμη απέκτησε μια μεταβατική αναπαραστασιακή λειτουργία μεταξύ πραγματικών και υπολογιστικά διαχειρίσιμων αντικειμένων και χρησιμοποιήθηκε ως ένα μέσο συμβολικής επικοινωνίας. Έτσι, η χρήση της συνέβαλε στον τρόπο με τον οποίο έγινε αντιληπτή η γωνία ως προσανατολισμένη στροφή στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, παρέχοντας ένα πλαίσιο οπτικού/εικονικού συλλογισμού το οποίο έδινε έμφαση στη δομή των οπτικών εικόνων χωρίς λεπτομέρειες και

παράλληλα ένα επεξηγηματικό πλαίσιο χωρίς το οποίο τα λεγόμενα θα ερμηνεύονταν με δυσκολία (McNeil, 2000).

Από την άλλη εκτενώς και πολλές φορές σε συνδυασμό με κινήσεις του σώματος και της παλάμης χρησιμοποιήθηκε και το χελωνάκι-μινιατούρα, το οποίο λειτούργησε ως ένα επιπλέον ενδιάμεσο μεταβατικό αντικείμενο μεταξύ του κιναισθητικού, του άμεσου, του διαισθητικού από τη μια και του υπολογιστικά διαχειρίσιμου μέσω συμβολικού κώδικα από την άλλη. Καθώς είχε πιο ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά και μπορούσε να πλοηγηθεί από τους μαθητές με περισσότερη ευκολία στον πραγματικό χώρο σε σχέση με την παλάμη, χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές κυρίως, όταν δυσκολεύονταν να καταλάβουν την κίνηση της χελώνας ή για τη διαπραγμάτευση, επίτευξη και διατήρηση ενός κοινού σημείου εστίασης σε διάφορες φάσεις της επικοινωνίας. Εν αντιθέσει η παλάμη ως πιο άμεση και 'ενσώματη' χρησιμοποιήθηκε ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που οι μαθητές προσπαθούσαν να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους και να συστηματοποιήσουν τις χωρικές τους εικόνες.

Παράλληλα με τα πλεονεκτήματα της χρήσης της μεταφοράς της χελώνας (π.χ. η νοηματοδότηση της έννοιας της προσανατολισμένης στροφής μέσω των ενσώματων εμπειριών κίνησης) πρέπει να διερευνηθούν και οι περιορισμοί που τη συνοδεύουν, καθώς σε κάθε περίπτωση η όποια μεταφορά δεν μπορεί να θεωρηθεί δομικά και λειτουργικά ισοδύναμη με την έννοια ή το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται. Έτσι το ότι η χελώνα ταυτίζεται με ένα τρισδιάστατο αντικείμενο δυσκόλεψε τους μαθητές να τη χειριστούν ως σημειακό αντικείμενο, πράγμα που με τη σειρά του δημιούργησε δυσκολίες κατά την πλοήγηση και τη σχεδίαση γραφικών αντικειμένων, καθώς οι μαθητές δεν μπορούν να ερμηνεύσουν σωστά τη γραφική αναπαράσταση ως αποτέλεσμα των κινήσεων μιας σημειακής οντότητας. Από την άλλη για τον προσανατολισμό της τρισδιάστατης οντότητας στον προσομοιούμενο χώρο ιδιαίτερη σημασία απέκτησαν τα χωρικά χαρακτηριστικά της οντότητας –ιδιαίτερα η κατεύθυνση του προσώπου/κεφαλής, καθώς αν αυτά τα χαρακτηριστικά δεν είναι σαφή, ο προσανατολισμός της γωνίας στροφής γίνεται ιδιαίτερα περίπλοκος. Αν και στο συγκεκριμένο περιβάλλον τα χωρικά χαρακτηριστικά της χελώνας δεν ήταν ευδιάκριτα, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που η χελώνα απομακρύνεται προς το βάθος της οθόνης, ήταν ενδιαφέρον το πώς 'τα εμπόδια' που έθεσε σε επίπεδο εικονικών αναπαραστάσεων και σημάνσεων το λογισμικό μπόρεσαν σε συγκεκριμένες ομάδες να γίνουν αφορμή για προβληματισμό, αναστοχασμό προηγούμενων εντολών, οπτικοποίηση της κίνησης της χελώνας και εξαγωγή συμπερασμάτων.

Η λεκτική διατύπωση χωρικών αναπαραστάσεων και η έκφραση χωρικών διαισθήσεων θεωρείται ότι διευκολύνεται από τη 'φυσικότητα' του λεξιλογίου της Logo. Μολαταύτα, προβληματισμός γεννήθηκε σχετικά με το κατά πόσο τα ζεύγη των νέων εντολών στροφής, που έχουν ενσωματωθεί στο MaLT2, αντλούν από τη φυσική γλώσσα και το κατά πόσο διευκολύνουν στην ανάλυση και στο λεκτικό προσδιορισμό των χωρικών σχέσεων. Το γεγονός ότι τα παιδιά προσπάθησαν να

συσχετίσουν τις εντολές στροφής της χελώνας με τις καθημερινές τους εμπειρίες και να μεταφράσουν σε καθημερινούς όρους τις εντολές προς τη χελώνα έδειξε ότι η συγκεκριμένη ορολογία που χρησιμοποιήθηκε (τόσο στα αγγλικά όσο και στα ελληνικά) δεν είχε την αναμενόμενη ‘φυσικότητα’, προφανώς και λόγω του ότι συγκεκριμένες στροφές (π.χ. οι στροφές ως αποτέλεσμα των εντολών (uppitch/downpitch), όπως αναπτύχθηκε διεξοδικά) δεν αποτελούν μέρος της ανθρώπινης καθημερινότητας. Σε κάθε περίπτωση οι δυσκολίες που συνάντησαν οι μαθητές με συγκεκριμένα ζεύγη εντολών στροφής, φαίνεται ότι, ανάμεσα στα άλλα, έχουν να κάνουν με τη μη χρήση αντίστοιχων όρων στο καθημερινό λεξιλόγιο για την περιγραφή της κίνησης.

Η χρήση εντολών στροφής στη Logo απαιτεί αφενός τη λεκτική ανάλυση των χωρικών σχέσεων και τον προσδιορισμό του είδους και του προσανατολισμού της στροφής αφετέρου τον προσδιορισμό του μεγέθους της στροφής. Στην παρούσα έρευνα οι μαθητές στηρίχτηκαν στις κατασκευές τους σε συγκεκριμένους δομικούς λίθους, ιδίως όσον αφορά στις δύο πρώτες δραστηριότητες. Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές στηρίχτηκαν στους δομικούς λίθους α) των 90° , β) των 45° , γ) των 180° και δ) των 360° . Η γωνία των 90 μοιρών υπήρξε βασικός δομικός λίθος για τον υπολογισμό γωνιακών κινήσεων στο χώρο, καθώς η γωνία στροφής στην οποία αντιστοιχεί αφενός είναι ευδιάκριτη αφετέρου ευδιάκριτα είναι τα πολλαπλάσια και οι υποδιαιρέσεις της. Με βάση την ορθή γωνία κινήθηκαν με άνεση νοερά τόσο δεξιόστροφα όσο και αριστερόστροφα, ακόμα και στις περιπτώσεις που δεν ήταν εμφανείς και οι δύο πλευρές της γωνίας. Ενδιαφέρον ήταν το ότι οι μαθητές μπόρεσαν να διακρίνουν ότι στροφές του ίδιου ζεύγους με διαφορετικό προσανατολισμό μπορεί να είναι λειτουργικά ισοδύναμες, αλλά και να προσδιορίζουν ακριβώς τα μέτρα των ισοδύναμων στροφών κινούμενοι κυκλικά. Η πρακτική της χρήσης δομικών λίθων για τον υπολογισμό γωνιακών περιστροφών φάνηκε να διευκολύνθηκε και από την ευκολία επανεκτέλεσης εντολών στροφής στο συγκεκριμένο λογισμικό. Η συγκεκριμένη λειτουργικότητα επέτρεψε αφενός τον πειραματισμό με συγκεκριμένους δομικούς λίθους -ως υποδιαιρέσεις της πλήρους γωνίας ή ως ισοϋπόλοιπα 360° - αφετέρου την αισθητοποίηση της κίνησης της χελώνας μέσω συγκεκριμένων προσανατολισμών-σημείων αναφοράς, κάτι που πρέπει να συνυπολογιστεί, δεδομένου ότι στο συγκεκριμένο περιβάλλον οι εντολές στροφής πραγματοποιούνται άμεσα και ο χρήστης δεν έχει τη δυνατότητα να παρατηρήσει τη χελώνα να στρίβει.

5.3 Σχεδίαση τριδιάστατων αντικειμένων και γωνία στροφής

Από τη 2^η δραστηριότητα και μετά οι μαθητές εστιάζουν όχι τόσο στην πλοήγηση της χελώνας, αλλά στη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή τους ως αποτέλεσμα της πλοήγησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο. Η γραφική αναπαράσταση ενός πραγματικού αντικειμένου στην οθόνη του υπολογιστή συνοπτικά απαιτεί:

- την αντιστοίχιση ενός πραγματικού αντικειμένου με μια αφηρημένη τρισδιάστατη γραφική αναπαράσταση,
- τη διάκριση των δισδιάστατων σχημάτων από τα οποία αποτελείται η τρισδιάστατη γραφική αναπαράσταση,
- τη διάκριση των χωρικών σχέσεων μεταξύ των διαφόρων επίπεδων σχημάτων,
- την πλοήγηση της χελώνας με εντολές Logo, ώστε να κατασκευαστεί η τρισδιάστατη γραφική αναπαράσταση με βάση της γεωμετρικές ιδιότητες και τις χωρικές σχέσεις των σχημάτων που την αποτελούν.

Σε κάθε περίπτωση η πορεία που ακολουθείται δεν είναι γραμμική αλλά κυκλική, καθώς η μια πτυχή της κατασκευαστικής δραστηριότητας δρα ανατροφοδοτικά για την άλλη. Τα ερευνητικό ενδιαφέρον εδώ εστιάζεται στην αποτύπωση της πορείας από τις διαισθήσεις και τις οπτικές εικόνες στην κατασκευή τρισδιάστατων γεωμετρικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή μέσα από τη μεταφορά της χελώνας, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στο ρόλο της γωνίας στροφής ως εργαλείου για την εναλλαγή επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο και τον προσδιορισμό των γωνιακών σχέσεων δισδιάστατων σχημάτων. Σε αυτή την πορεία καθοριστικός υπήρξε ο ρόλος του ‘ενσώματου συλλογισμού’, τόσο κατά την μετάφραση των διαισθήσεων σε οπτικές εικόνες όσο και κατά τη μετάβαση από τις οπτικές εικόνες στη λεκτική διατύπωση εντολών Logo. Από κει και πέρα εξετάζεται το κατά πόσο η αλληλόδραση μεταξύ προγραμματισμού σε Logo και φαινομενολογίας της οθόνης έδρασε ανατροφοδοτικά και συντέλεσε, ώστε οι μαθητές να μεταβούν από μια ρεαλιστική – νατουραλιστική θέαση του τρισδιάστατου αντικειμένου στην προσέγγιση αυτού στη βάση των γεωμετρικών του ιδιοτήτων.


Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της ‘ταυτότητας’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα ενότητα. Ανά απόσπασμα δίνονται πληροφορίες αναφορικά με το τμήμα και την ομάδα από την οποία προέρχεται, αλλά και αναφορικά με τη δραστηριότητα στα πλαίσια της οποίας έλαβε χώρα. Έτσι, δίνεται μια σφαιρικότερη εικόνα αναφορικά τόσο με την ποσότητα των χρησιμοποιούμενων αποσπασμάτων όσο και με τη ‘διασπορά’ τους οριζόντια και εγκάρσια.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
36	Στ1	ΟΕ	2 ^η δραστηριότητα
37	Στ1	ΟΕ	2 ^η δραστηριότητα
38	Στ2	ΟΜ2	2 ^η δραστηριότητα
39	Στ2	ΟΜ6	2 ^η δραστηριότητα
40	Στ1	ΟΕ	2 ^η δραστηριότητα

Πίνακας 20: Η 'ταυτότητα' των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 5.3

5.3.1 Ενσώματος συλλογισμός και διέδρες γωνίες





Η προσπάθεια κατασκευής δύο διαδοχικών τοίχων στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο ανέδειξε αρχικά τη δυσκολία αντιστοίχισης πραγματικών και τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων, καθώς αυτό μπορεί να γίνει μόνο μέσω μιας διαδικασίας που είναι αναπόφευκτα επιλεκτικής φύσης, έχοντας ως στόχο την απόδοση συγκεκριμένων σημάνσεων κυρίως παρά την πιστή οπτική αναπαράσταση. Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προσπαθούν να μεταφράσουν τις διαισθήσεις τους σε οπτικές εικόνες και να αναπαριστήσουν εικονικά τα γεωμετρικά σχήματα και τη διευθέτησή τους στο χώρο μέσα από το χειρισμό πραγματικών τρισδιάστατων αντικειμένων και μιας ποικιλίας αναπαραστασιακών και δεικτικών χειρονομιών. Αρχικά χρησιμοποιείται ένα τετράδιο ως μια ημι-αφηρημένη χειροπιαστή αναπαράσταση μεταξύ του πραγματικού τοίχου και της αναπαράστασής του ως ορθογωνίου παραλληλογράμμου στην οθόνη του υπολογιστή. Το πραγματικό αντικείμενο-τετράδιο δεν αναπαριστά απλά τον τοίχο, αλλά λειτουργεί και ως αναπαράσταση ενός επιπέδου που είναι προσανατολισμένο στον τρισδιάστατο εικονικό χώρο που δημιουργείται μπροστά από τους μαθητές και με φόντο τη οθόνη του υπολογιστή (σειρά 261). Κατόπιν οι μαθητές χρησιμοποιούν πιο αφαιρετικά αλλά ταυτόχρονα πιο ενσώματα μέσα αναπαράστασης του προσανατολισμού των επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο: η παλάμη και ο δείκτης του χεριού. Τέλος, η αναπαράσταση του επιθυμητού σχήματος γίνεται με χρήση και των δύο χεριών (σειρά 265), το καθένα από τα οποία αισθητοποιεί τον προσανατολισμό του κάθε επιπέδου σχήματος και παράλληλα τις χωρικές σχέσεις που συνδέουν τα δύο επίπεδα.

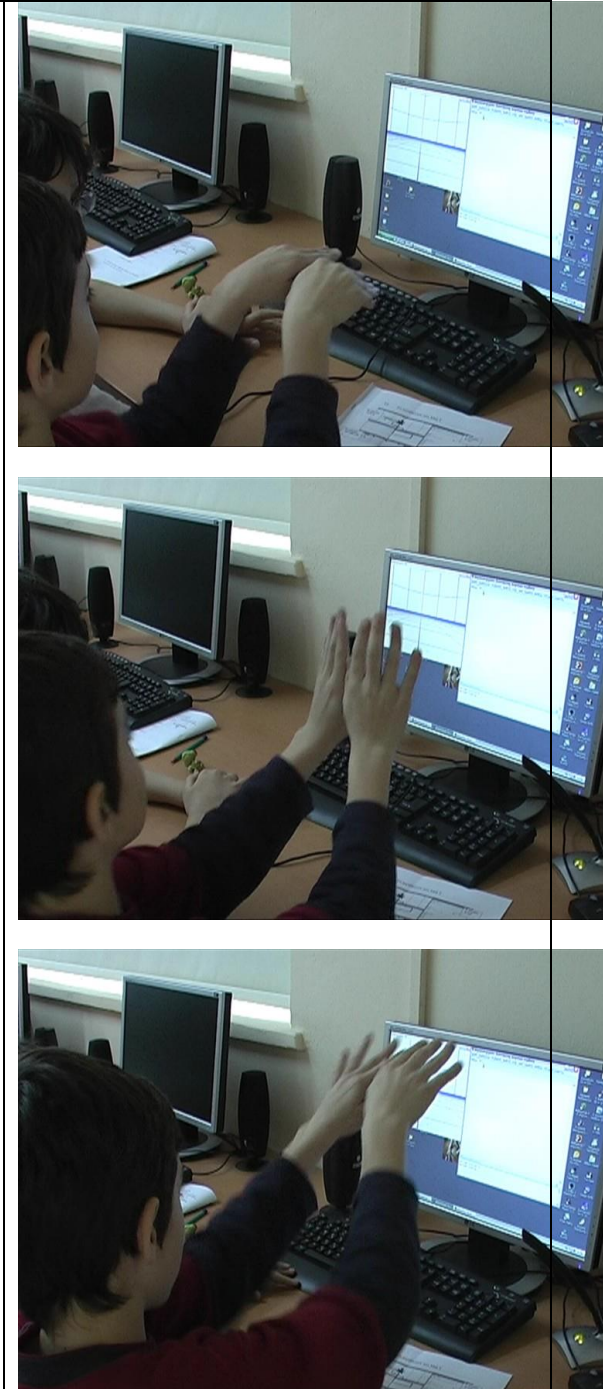
261.	M1	Εγώ λέω να κάνουμε τον ένα τοίχο έτσι, τι λες;	
262.	M2	Ναι, ας το κάνουμε έτσι.	

και της διαδικασίας κατασκευής με χρήση του συγκεκριμένου υπολογιστικού περιβάλλοντος, όπου τα γεωμετρικά σχήματα θα δημιουργηθούν ως αποτέλεσμα της πλοήγησης μιας κινούμενης οντότητας. Η αναπαραστασιακές χειρονομίες που χρησιμοποιήθηκαν στο προηγούμενο επεισόδιο αν και αποτελούν μια αφηρημένη εικονική αναπαράσταση θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως στατικές αναπαραστάσεις της δομής των αντικειμένων, ενώ η μετάφρασή τους σε εντολές Logo μέσω της μεταφοράς της χελώνας είναι ένα επόμενο πιο απαιτητικό γνωστικά στάδιο. Κατά την ανάλυση των δεδομένων φάνηκε ότι στην προσπάθεια των παιδιών να μεταβούν από τις στατικές τρισδιάστατες εικόνες στη σχεδίαση μέσω της πλοήγησης της χελώνας παρατηρήθηκε και ένα άλλο είδος αναπαραστασιακών χειρονομιών, οι οποίες εδώ χαρακτηρίζονται ως *δυναμικές αναπαραστασιακές χειρονομίες* και οι οποίες φαίνεται να αναπαριστούν το τρισδιάστατο αντικείμενο ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας.

Στο παρακάτω απόσπασμα οι δύο μαθητές της ομάδας εστίασης του ΣΤ1 συζητούν για το πώς θα κατασκευάσουν μια σκάλα στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2. Πρόκειται για μια δραστηριότητα εκτός διδακτικού σχεδιασμού που η συγκεκριμένη ομάδα αποφάσισε να πραγματοποιήσει στα πλαίσια του χρόνου που είχαν ελεύθερο, μέχρι να ολοκληρώσουν και οι άλλες ομάδες τη 2^η δραστηριότητα, την κατασκευή δηλαδή των διαδοχικών τοίχων ενός δωματίου. Αρχικά ο M2 προτείνει να στρίψουν τη χελώνα προς τα πάνω κατά 90 μοίρες, αισθητοποιώντας αυτή την κίνηση και με την παλάμη του (σειρά 262). Ο άλλος μαθητής έχοντας εστιάσει όχι στην πλοήγηση της χελώνας αλλά στην κλίση της σκάλας ως προς το οριζόντιο επίπεδο της σκηνής τον διορθώνει δείχνοντας με την παλάμη του την κλίση που πρέπει να έχει η σκάλα, η οποία σαφώς και δεν πρέπει να είναι κάθετη ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Ο M2 αντιδρά ρωτώντας αν θα κάνουν τη σκάλα ευθεία (σειρά 268), μεταφράζοντας την οπτική αναπαράσταση που έχει ο συμμαθητής του για τη σκάλα ως μια απλή κεκλιμένη ευθεία. Κατόπιν αναπαριστά τόσο την κίνηση της χελώνας όσο και τη σκάλα κινώντας στο χώρο και τις δύο παλάμες του. Οι παλάμες δίπλα-δίπλα αισθητοποιούν τα κάθετα και οριζόντια επίπεδα της σκάλας, ενώ η κίνηση των χεριών θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι αναπαριστά την κίνηση της χελώνας στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2. Είναι χαρακτηριστικό ότι καθώς εκτελεί αυτές τις χειρονομίες ο μαθητής δεν έχει οπτική επαφή με τον συνομιλητή του, αλλά κοιτάζει εμπρός τον προσομοιούμενο γεωμετρικό χώρο του MaLT2. Δείχνει δηλαδή εμπυθισμένος στον εικονικό χώρο καθώς προσπαθεί να αναπαραστήσει τη χωρική διευθέτηση των επιπέδων. Παράλληλα προσπαθεί να μεταφράσει λεκτικά σε εντολές Logo την κίνηση της χελώνας ψάχνοντας να βρει την κατάλληλη εντολή στροφής λέγοντας χαρακτηριστικά: *‘Μετά να στρίβει. ... Υπάρχει ένα άλλο, πώς το λένε;’*, αναζητώντας προφανώς την εντολή `downpitch` η οποία αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη κίνηση. Η σκάλα λοιπόν φαίνεται να έχει αναλυθεί σε επίπεδα τα οποία τοποθετούνται στο χώρο, ενώ η εναλλαγή των επιπέδων στο χώρο θα προκύψει ως αποτέλεσμα της γωνίας στροφής της χελώνας. Τόσο όμως η χωρική

διευθέτηση των επιπέδων, όσο και η γωνία στροφής της χελώνας κωδικοποιούνται πρώτα εικονικά και κιναισθητικά, πριν μεταφραστούν λεκτικά.

266.	M1	Υρ(90). Από έτσι να πάει έτσι.	
267.	M2	Η σκάλα μήπως πρέπει να είναι έτσι και όχι έτσι;	 
268.	M1	Τι ευθεία θα την κάνουμε;	
269.	M2	Εννοείται.	
270.	M1	Να πάει έτσι.	

		<p>Μετά να στρίβει. ... rt, όχι. Υπάρχει ένα άλλο, πώς το λένε;</p> <p>Και έτσι,</p> <p>Έτσι.</p>	
--	--	---	---

Απόσπασμα 37

Καθώς ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα δεν είναι πρακτικά εφικτός στην τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, οι χειρονομίες φαίνεται να διαδραματίζουν ένα ιδιαίτερα σημαίνοντα ρόλο στην προσπάθεια γεφύρωσης των μαθηματικών με την αισθησιοκινητική (sensorimotor) εμπειρία και την αυτοαντίληψη (self-image) μέσα από τη μεταφορά της χελώνας. Οι χειρονομίες διευκολύνουν την ανάδειξη διαισθήσεων κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων, ενώ φαίνεται να συνδέονται στενά με τις 'ενσώματες' μεταφορές που υπόκεινται της Γεωμετρίας της Χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, καθώς σχετίζονται όχι μόνο με αναπαραστάσεις στατικών εικόνων αλλά και με έκφραση των νοερών δράσεων που θα μπορούσαν να

πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Nomble, 1997). Με άλλα λόγια γίνονται αντιληπτές ως σημεία-σύμβολα που τέθηκαν σε λειτουργία, για να αντικειμενοποιήσουν, να αποδώσουν νόημα στα μαθηματικά περικείμενα και περιεχόμενα τόσο ενδοατομικά όσο και στα πλαίσια της ομαδικής επικοινωνίας.

5.3.2 Η αλληλόδραση του προγραμματισμού και της φαινομενολογίας της οθόνης

Όπως όλοι οι μικρόκοσμοι, ο μικρόκοσμος της Γεωμετρίας της Χελώνας ενσωματώνει ένα σύστημα αποτελούμενο από θεωρητικές αρχές: Ο κόσμος των ‘γραφικών αναπαραστάσεων’ στον οποίο κινείται η χελώνα υπόκειται των περιορισμών βασικών γεωμετρικών αρχών. Απώτερος στόχος είναι ο αναστοχασμός σχετικά με τους κανόνες με βάση τους οποίους δημιουργούνται οι γραφικές αναπαραστάσεις. Προγραμματίζοντας με Logo οι μαθητές εργάζονται και ‘έρχονται αντιμέτωποι’ με μια αναπαράσταση της ίδιας τους της μαθηματικής δραστηριότητας (Hoyles, 1995) παρά με μια δοσμένη μαθηματική αναπαράσταση. Μολαταύτα η ανατροφοδοτική λειτουργία και η αλληλόδραση μεταξύ συμβολικής δραστηριότητας και φαινομενολογίας της οθόνης δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένη, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που τα παιδιά δεν είναι εξοικειωμένα με τις συμβάσεις που ακολουθούνται για τη γραφική αναπαράσταση αντικειμένων, όπως στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2. Στο πρώτο μέρος της παρούσας παραγράφου γίνεται προσπάθεια να αναδειχθούν κάποιες από τις βασικές δυσκολίες που αντιμετώπισαν οι μαθητές στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας, δυσκολίες που έχουν να κάνουν κυρίως με: α) δυσκολίες εξοικείωσης με τις συμβάσεις που ακολουθούνται κατά την κατασκευή τρισδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2 και β) δυσκολίες εξοικείωσης με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός τριδιάστατου αντικειμένου στη δισδιάστατη οθόνη του υπολογιστή. Στο δεύτερο μέρος της παρούσας ενότητας δίνονται χαρακτηριστικά παραδείγματα του πώς η λειτουργική σύνδεση φαινομενολογίας της οθόνης και προγραμματισμού στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων μπορεί να αλλάξει τον τρόπο με τον οποίο γίνονται αντιληπτές οι οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή.

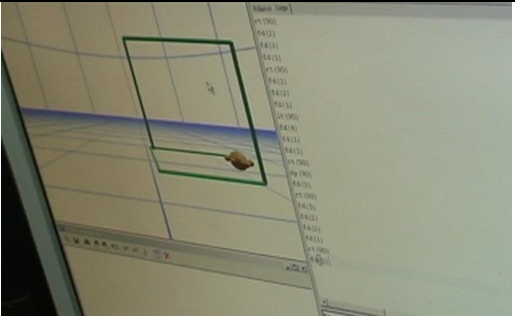
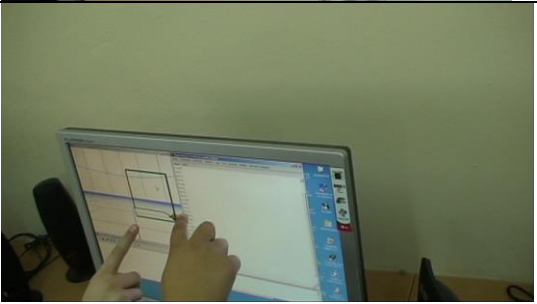
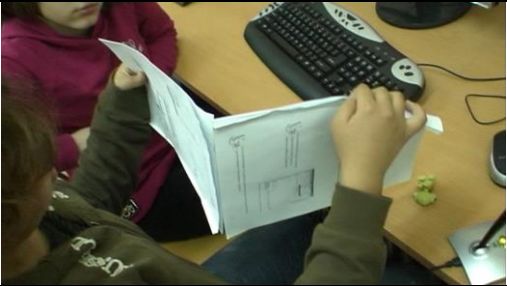
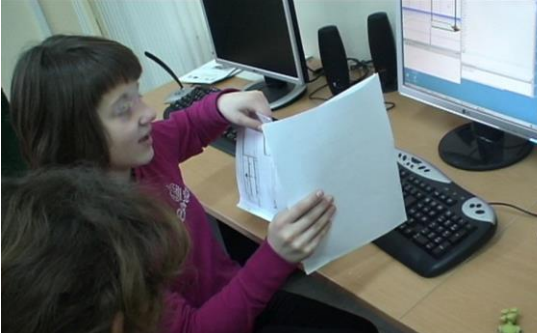
5.3.2.1 Οι δυσκολίες εξοικείωσης με τις συμβάσεις κατασκευής και αναπαράστασης τριδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο

Κατά το σχεδιασμό των δυο διαδοχικών τοίχων στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας ιδιαίτερα δυσκόλεψε τους μαθητές η αλλαγή επιπέδου στον τρισδιάστατο χώρο και η κατάλληλη διευθέτηση των επίπεδων σχημάτων ως αποτέλεσμα της γωνίας στροφής της χελώνας. Για παράδειγμα στη συγκεκριμένη δραστηριότητα οι μαθήτριες της ομάδας 2 του ΣΤ2 φαίνεται ότι μπόρεσαν να αντιστοιχίσουν τους τοίχους με ορθογώνια παραλληλόγραμμα και να καθοδηγήσουν κατάλληλα τη χελώνα, ώστε να

τους ζωγραφίσει, δεν μπόρεσαν όμως να αποδώσουν τη χωρική σχέση που θα έπρεπε να συνδέει τους δύο τοίχους: και οι δύο τοίχοι σχεδιάστηκαν στο ίδιο επίπεδο κάθετα προς το οριζόντιο επίπεδο της σκηνής. Αυτή η διαφαινόμενη δυσκολία σχεδίασης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο προβλημάτισε την ερευνήτρια, καθώς η ίδια ομάδα είχε ολοκληρώσει με επιτυχία την αμέσως προηγούμενη δραστηριότητα και είχε πλοηγήσει τη χελώνα σε διαφορετικά επίπεδα στον τρισδιάστατο χώρο, ενώ και στη συγκεκριμένη δραστηριότητα ξεκίνησε την κατασκευή των τοίχων χρησιμοποιώντας την εντολή `urpitch` (κλίση_πάνω). Γιατί λοιπόν στη συνέχεια δε χρησιμοποίησαν κάποια εντολή στροφής, για να αλλάξουν επίπεδο στο χώρο, πριν σχεδιάσουν τον επόμενο τοίχο; Όπως φαίνεται και από τους διαλόγους των παιδιών η σχεδίαση στο κατακόρυφο επίπεδο ικανοποιούσε μια βασική αντιληπτική διάσταση της κατασκευής. Η M1 λέει χαρακτηριστικά: *Τι ξαπλωτός θα είναι ο τοίχος; Πρέπει να τη σηκώσουμε πάνω. Κάνε up*. Από κει και πέρα φαίνεται ότι οι μαθήτριες προτίμησαν να συνεχίσουν να δουλεύουν στο ίδιο επίπεδο, χωρίς να συμπεριλάβουν στην κατασκευή τους την τρίτη διάσταση. Αυτή η προτίμηση των μαθητών πιθανόν να οφείλεται στη δυσκολία να συνυπολογίσουν την τρίτη διάσταση, η οποία δίνει την αίσθηση του βάθους (συντεταγμένη Z), κάτι που έχει επισημανθεί και από άλλες έρευνες (Kynigos & Latsi, 2006) και φαίνεται να επιβεβαιώνεται και από την ακόλουθη δραστηριότητα των μαθητών.

Η δυσκολία σχεδίασης τρισδιάστατων αντικειμένων από τη συγκεκριμένη ομάδα φαίνεται χαρακτηριστικά στο παρακάτω απόσπασμα, όπου αναδεικνύεται η δυσκολία διάκρισης των χωρικών σχέσεων των τρισδιάστατων προσομοιούμενων αντικειμένων. Αφού επισημάνθηκε από την ερευνήτρια ότι οι τοίχοι δεν μπορούν να είναι στο ίδιο επίπεδο και ότι θα πρέπει να σχηματίζουν γωνίες, οι μαθήτριες έσβησαν το σχήμα και ξεκίνησαν από την αρχή να κατασκευάσουν τους δύο τοίχους του δωματίου. Κατασκεύασαν το σχήμα που εικονίζεται στη σειρά (271) του παρακάτω αποσπάσματος, το οποίο θεωρούσαν ότι αναπαριστούσε τους δύο τοίχους και στο οποίο φαίνεται αφενός η προσπάθεια αλλαγής επιπέδου αφετέρου η δυσκολία κίνησης στον τρισδιάστατο χώρο και η δυσκολία προσδιορισμού των χωρικών σχέσεων των δύο παραλληλογράμμων. Αυτό που είναι ενδιαφέρον στο απόσπασμα που ακολουθεί δεν είναι τόσο οι δυσκολίες των μαθητριών να καθοδηγήσουν κατάλληλα τη χελώνα, ώστε να σχεδιάσει δύο τοίχους σε διαφορετικά επίπεδα όσο η δυσκολία τους να συλλάβουν τη χωρική διεύθυνση των επιπέδων, που οι ίδιες σχεδίασαν στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Η συγκεκριμένη γραφική αναπαράσταση στον υπολογιστή θα ήταν αναμενόμενο να προβλημάτισε τις μαθήτριες και να λειτουργήσει ως νοητικός καθρέπτης, να τους αναγκάσει να αναστοχαστούν πάνω στις ενέργειες τους και να προσπαθήσουν να διορθώσουν τις εντολές που είχαν δώσει στη χελώνα. Μολαταύτα και οι δύο μαθήτριες δεν προσπαθούν να διορθώσουν το σχήμα, καθώς φαίνεται να δυσκολεύονται να συνειδητοποιήσουν τη χωρική διεύθυνση των δύο παραλληλογράμμων και τη γωνιακή σχέση που τα συνδέει. Και οι δύο μαθήτριες, μετά από προτροπή της ερευνήτριας χρησιμοποιούν δύο φυλλάδια για να αισθητοποιήσουν στον πραγματικό

χώρο τη χωρική διευθέτηση των τοίχων-παραλληλογράμμων. Η χωρική διευθέτηση των φυλλαδίων δεν αντιστοιχεί στον προσανατολισμό των παραλληλογράμμων στον προσομοιούμενο χώρο (σειρές 274 και 276), γεγονός που υπογραμμίζει πιθανόν τη δυσκολία των συγκεκριμένων μαθητριών να αποκωδικοποιήσουν τις οπτικές ενδείξεις στη βάση συγκεκριμένων συμβάσεων που χρησιμοποιούνται στην επίπεδη οθόνη του υπολογιστή, για να αποδοθεί η αίσθηση του βάθους και το τρισδιάστατο των γραφικών αντικειμένων.

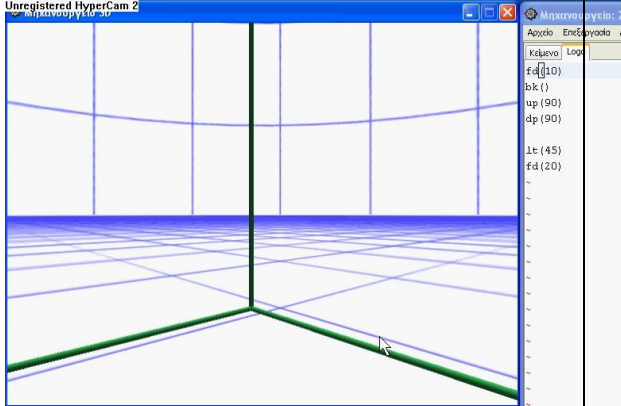
271.	Ερ	Αρα οι τοίχοι σας ποιοι είναι;	
272.	M2	Είναι αυτός και αυτός.	 <p data-bbox="810 1167 1289 1193">Δείχνουν και οι δύο με τα χέρια στην οθόνη.</p>
273.	Ερ	Αν σου δώσω δυο χαρτιά μπορείς να μου τους φτιάξεις, όπως είναι εκεί πέρα;	
274.	M1	Θα τους φτιάξω εγώ. Έτσι και έτσι.	
275.	Ερ	Έτσι, είναι; Εσύ τι λες, Αλεξία;	
276.	M2	Εγώ λέω πως είναι έτσι και έτσι;	


Αυτό που προκύπτει σε σχέση με τον τρόπο που εργάστηκε η παραπάνω ομάδα είναι ότι 'λάθη' όσον αφορά στην αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο δεν έχουν να κάνουν μόνο με την πιθανή δυσκολία διάκρισης συγκεκριμένων χωρικών σχέσεων στα πραγματικά αντικείμενα (π.χ. οι μαθήτριες μπορούν με άνεση να χειριστούν τα φυλλάδια, για να αναπαραστήσουν τη γωνιακή σχέση μεταξύ δύο τοίχων), ούτε απλά με δυσκολίες κίνησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο (κάτι που η συγκεκριμένη ομάδα έκανε με ευκολία στην 1^η δραστηριότητα ή σηκώνοντας κάθετα προς το οριζόντιο επίπεδο τη χελώνα πριν σχεδιάσει τους δύο τοίχους στη 2^η δραστηριότητα) αλλά εξοικείωσης με τις δυνατότητες αλλά και τις συμβάσεις σχεδίασης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Αν η σχεδίαση ενός παραλληλογράμμου είναι ικανοποιητική για να αναπαρασταθεί ένας τοίχος, γιατί να μην είναι ικανοποιητική η αναπαράσταση και των δύο τοίχων στο ίδιο επίπεδο, δεδομένου και του ότι τα παιδιά έχουν συνηθίσει να δουλεύουν με δισδιάστατες γεωμετρικές αναπαραστάσεις στα μαθηματικά αφενός, αφετέρου να σχεδιάζουν χωρίς προοπτική αναπαραστάσεις του γύρω τους κόσμου στα πλαίσια της καλλιτεχνικής τους έκφρασης. Επιπρόσθετα, η οπτικοποίηση και νοερή σύλληψη των τρισδιάστατων γραφικών αντικείμενο στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο δεν πρέπει να θεωρείται εύκολη, καθώς τα παιδιά δεν είναι εξοικειωμένα με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για την απόδοση και των τριών διαστάσεων σε ένα δισδιάστατο μέσο, όπως η οθόνη του υπολογιστή. Αυτή η διαφανόμενη δυσκολία διάκρισης των χωρικών χαρακτηριστικών των γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή όσον αφορά στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο περιορίζει την ανατροφοδοτική λειτουργία του υπολογιστή όσον αφορά στις κατασκευαστικές δραστηριότητες των μαθητών. Σε κάθε περίπτωση οι δυσκολίες των μαθητών να υλοποιήσουν μια δραστηριότητα έχουν να κάνουν όχι μόνο με τον τρόπο που αντιλαμβάνονται τις γεωμετρικές ιδιότητες των αντικειμένων αλλά και με τον τρόπο που αντιλαμβάνονται τις λειτουργικότητες και τα χαρακτηριστικά του ίδιου του υπολογιστικού περιβάλλοντος.

5.3.2.2 Από μια ρεαλιστική-νατουραλιστική σε μια μαθηματική-γεωμετρική θέαση των γραφικών αναπαραστάσεων

Σε άλλες περιπτώσεις η αλληλόδραση μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του προγραμματισμού υπήρξε πιο γόνιμη και είχε ως αποτέλεσμα όχι μόνο την αναγνώριση των διέδρων γωνιών ως γεωμετρικών σχημάτων αλλά και την προσέγγιση του μεγέθους τους ως αποτέλεσμα δυναμικών στροφών της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο. Στο παρακάτω απόσπασμα, όταν η ερευνήτρια ρωτάει τι γωνία σχηματίζεται μεταξύ των δύο τοίχων που η συγκεκριμένη ομάδα είχε ζωγραφίσει στη σκηνή του MaLT, οι μαθήτριες φαίνεται να αναγνωρίζουν τη διέδρη γωνία που σχηματίζεται λέγοντας χαρακτηριστικά: 'Αυτή που σχηματίζουν οι τρεις γραμμές;'. Υπάρχει όμως διχογνωμία όσον αφορά στο είδος της γωνίας. Η μια μαθήτρια θεωρεί ότι η γωνία είναι ορθή, ενώ η άλλη δε συμφωνεί λέγοντας στην αρχή πως είναι οξεία και κατόπιν αμβλεία γωνία. Ξεκινάει ένας διάλογος σχετικά που αρχικά στηρίζεται

στις οπτικές ενδείξεις και στη γωνία ως γεωμετρικό σχήμα. Η M2 αισθητοποιεί με τις παλάμες της μια αμβλεία γωνία θέλοντας με αυτό τον τρόπο να αντιδιαστείλει το σχήμα της αμβλείας με το σχήμα της γωνίας που είναι σχεδιασμένη στην οθόνη του υπολογιστή. Η άλλη μαθήτρια όμως εξακολουθεί να θεωρεί ότι η γωνία που είναι σχεδιασμένη στην οθόνη είναι αμβλεία και για να το αποδείξει παίρνει το ποντίκι και κινεί τον κέρσορα σχεδιάζοντας μια νοητή γραμμή θέλοντας να δείξει πώς θα έπρεπε να είναι σχεδιασμένη η γωνία, για να είναι ορθή (σειρά 291). Εστιάζοντας στα οπτικά χαρακτηριστικά της γωνίας δεν είναι εύκολο να αποδειχτεί αν η γωνία είναι οξεία ή αμβλεία, δεδομένης μάλιστα και της παραμόρφωσης των σχημάτων ως αποτέλεσμα της χρήσης ενός σημείου φυγής, για να δοθεί η αίσθηση του βάθους στη σκηνή. Η M1 επιμένει ότι η γωνία είναι ορθή και 90 μοιρών. Όταν όμως στη συνέχεια η ερευνητρια εστιάζει τον προβληματισμό στο μέγεθος της γωνίας, η M3 εξηγεί ότι είναι 90 *‘Γιατί στρίψαμε 90 μοίρες’*. Η στατική διέδρη γωνία λοιπόν που έχει σχεδιαστεί στη σκηνή αρχίζει να συσχετίζεται με τις κινήσεις της χελώνας και να θεωρείται αποτέλεσμα της γωνίας στροφής της κινούμενης οντότητας. Οι μαθήτριες είναι σε θέση να εντοπίσουν στη ψηφίδα Logo την εντολή στροφής που έδωσαν στη χελώνα, ώστε να σχηματιστεί η συγκεκριμένη διέδρη γωνία. Μάλιστα όταν η ερευνητρια επιμένει ότι στον κώδικα βλέπει στροφή 45 μοιρών, οι μαθήτριες επιμένουν ότι η γωνία είναι 90 μοιρών, γιατί εκτέλεσαν δύο διαδοχικές φορές την εντολή `left(45)`. Φαίνεται, λοιπόν, εδώ ότι οι μαθητές όχι μόνο μπόρεσαν να συσχετίσουν τη διέδρη με τη γωνία στροφής της χελώνας, αλλά να δουν και τη διέδρη γωνία που σχηματίστηκε ως αποτέλεσμα του αθροίσματος του μεγέθους δύο διαδοχικών στροφών της κινούμενης οντότητας.

277.	Ερ	Είναι δύο τοίχοι έτσι; Θέλω να μου πείτε τι γωνία σχηματίζεται μεταξύ των δύο τοίχων;	
278.	M3	Αυτές που έκανε η χελώνα;	
279.	Ερ	Στο σχήμα, αν βλέπεις κάτι	
280.	M3	Αυτές που σχηματίζουν οι τρεις γραμμές;	
281.	M2	Ορθή	
282.	Ερ	Γιατί είναι ορθή;	
283.	M1	Όχι, οξεία.	
284.	M2	Τι οξεία;	
285.	M1	Όχι, αμβλεία αμβλεία.	
286.	M2	Πού την είδες τη αμβλεία;	
287.	M1	Αυτή δε λέτε; Αμβλεία είναι.	
288.	M2	Παιδί μου, η αμβλεία είναι έτσι.	Δείχνει με τις παλάμες της. Δε φαίνεται καλά στο

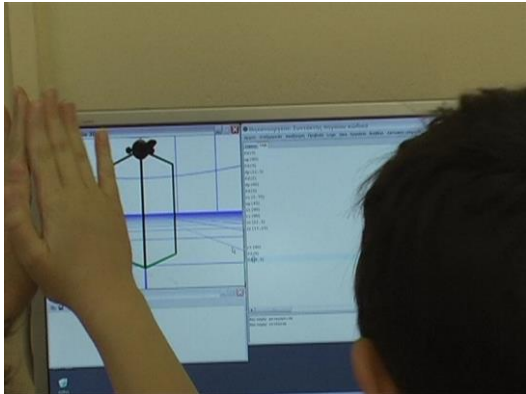
			βίντεο. 
289.	M1	Αμβλεία είναι	
290.	M2	Πού την είδες την αμβλεία;	
291.	M1	Αυτή η γραμμή θα έπρεπε να είναι έτσι, όχι έτσι	Δείχνει με το ποντίκι.
292.	M3	Είναι Ορθή. Είναι 90 μοιρών.	
293.	Er	Και πώς το ξέρουμε ότι είναι γωνία 90 μοιρών;	
294.	M3	Γιατί στρίψαμε 90 μοίρες.	
295.	Er	Και ποια είναι η εντολή που δώσατε για να κάνετε το 2ο τοίχο;	
296.	M3	Left	
297.	Er	Left πόσο;	
298.	M3	90	
299.	er	Εδώ δε λέει 90. Λέει 45	
300.	M3	Το πατήσαμε 2 φορές.	

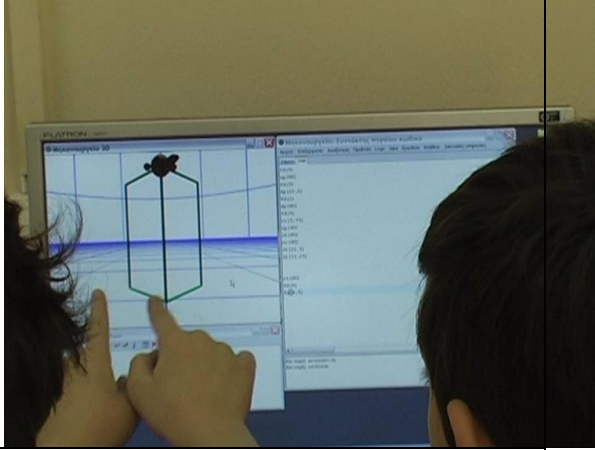
Απόσπασμα 39

Στο παραπάνω απόσπασμα φάνηκε και πάλι η στενή εξάρτηση των παιδιών από την αντιληπτική συνιστώσα, αλλά και οι παρανοήσεις που μπορούν να δημιουργηθούν, όταν το σημείο εστίασης είναι αποκλειστικά η φαινομενολογία της οθόνης, δεδομένων μάλιστα και των ‘παραμορφώσεων’ των τρισδιάστατων αντικειμένων ως αποτέλεσμα των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται για να δοθεί η αίσθηση του βάθους σε ένα διδιάστατο μέσο όπως είναι η οθόνη του υπολογιστή.

Το σχήμα μπορεί να γίνει αντιληπτό με βάση τις γεωμετρικές του ιδιότητες, μόνο εφόσον συσχετιστεί με τη διαδικασία κατασκευής του. Ενδιαφέρον είναι και το παρακάτω απόσπασμα το οποίο επίσης αφορά αφενός την αναγνώριση της διέδρης γωνίας στην οθόνη αφετέρου το μέγεθος της συγκεκριμένης γωνίας. Οι μαθητές προσπαθώντας να καταλάβουν σε ποια γωνία αναφέρεται η ερευνήτρια και μην έχοντας το ανάλογο λεξιλόγιο αισθητοποιούν τη διέδρη γωνία με τις παλάμες των χεριών. Κατόπιν αποφαινόμενοι ότι η συγκεκριμένη γωνία είναι 90 μοιρών. Φαίνεται μάλιστα να μην παρασύρονται από τη φαινομενολογία της οθόνης και να την προσεγγίζουν πιο κριτικά. Σύμφωνα με τους μαθητές η συγκεκριμένη γωνία δε φαίνεται για ορθή, ‘Γιατί είναι από μπροστά’ (σειρά 308). Είναι δηλαδή προβληματισμένοι αναφορικά με το σημείο θέασης που έχουν αυτοί ως εξωτερικοί παρατηρητές. Προσπαθώντας μάλιστα να αποδείξουν ότι η γωνία είναι ορθή, λένε ότι αυτό θα μπορούσε να αποδειχθεί, αν οι γραμμές που ορίζουν τη γωνία συνέπιπταν με

τις οριζόντιες και κάθετες γραμμές του πλέγματος που αισθητοποιεί ‘το πλακόστρωτο’ του οριζόντιου επιπέδου της σκηνής (σειρά 309). Το πλακόστρωτο θα μπορούσε λοιπόν να χρησιμοποιηθεί ως ένα είδος γνώμονα από τους μαθητές, ως ένα σημείο αναφοράς της καθετότητας ή μη των επιπέδων σχημάτων, γεγονός που υπογραμμίζεται για άλλη μια φορά τη σημασία των οπτικών ενδείξεων για τη δημιουργία νοημάτων. Πέρα όμως από τις όποιες ενδείξεις οι μαθητές είναι σίγουροι ότι η γωνία είναι 90 μοιρών ‘Γιατί το έχουν κάνει έτσι’ (σειρά 312). Η εποικοδομητική αλληλόδραση μεταξύ του προγραμματισμού και της φαινομενολογίας της οθόνης είναι εμφανής στο παρακάτω επεισόδιο, καθώς οι μαθητές της συγκεκριμένης ομάδας μπορούν να ‘δουν’ τα γραφικά αντικείμενα όχι με βάση τα φυσικά τους χαρακτηριστικά αλλά με βάση τις γεωμετρικές τους ιδιότητες. Όπως χαρακτηριστικά λέει ο μαθητής: ‘τόρα που το ξέρω μπορώ αλλιώς να το δω’ (σειρά 314).

301.	Ερ	Τελειώσατε; Ωραία, εγώ θέλω να σας κάνω μια άλλη ερώτηση. Αυτή η γωνία ανάμεσα στους δυο τοίχους τι γωνία είναι;	
302.	M2	Αυτή που είναι έτσι;	Δείχνει με τα χέρια του μια διέδρη γωνία 
303.	ερ	Ναι	
304.	M1	Αυτή εδώ; Είναι 90 μοίρες	
305.	Ερ	Έτσι που τη βλέπετε σας φαίνεται σαν 90 μοιρών;	
306.	M1	Όχι	
307.	Ερ	Γιατί δε φαίνεται σαν 90 μοίρες;	
308.	M2	Γιατί είναι από μπροστά; Και...	
309.	M1	Αν θέλαμε να δούμε ότι είναι 90 θα πρέπει να βάζαμε αυτή τη γραμμή εδώ και αυτή εδώ.	Δείχνει τις οριζόντιες και κάθετες γραμμές του πλέγματος

			
310.	M2	Ναι.	
311.	Ερ	Πάρα πολύ ωραία. Γιατί είστε σίγουροι ότι είναι 90;	
312.	M2	Γιατί το έχουμε κάνει έτσι.	
313.	Ερ	Αν δεν το είχατε κάνει εσείς και το βλέπατε έτσι, θα ήσαστε σίγουροι ότι είναι ορθή;	
314.	M1	Ναι, τώρα που το ξέρω μπορώ αλλιώς να το δω. Αν το κοιτάξεις έτσι, βλέπεις ότι αυτό πάει έτσι και έτσι.	

Απόσπασμα 40

Οι μαθητές είναι συνήθως προσανατολισμένοι στην επίτευξη συγκεκριμένων πρακτικών στόχων και γι' αυτό είναι πολύ δύσκολο να κάνουν διάκριση ανάμεσα στην πρακτική- λειτουργική πλευρά μιας κατασκευής και στη θεωρητική πλευρά, η οποία συνίσταται στην αναγνώριση και τον εντοπισμό συγκεκριμένων ιδιοτήτων και σχέσεων. Στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας όμως η ίδια η κατασκευή των τοίχων του εικονικού δωματίου απαιτούσε μια προσέγγιση που ξεπερνούσε τους άμεσους πρακτικούς στόχους, απαιτούσε τον ορθολογισμό του τρόπου πλοήγησης της χελώνας στη βάση συγκεκριμένων εντολών σε γλώσσα Logo. Η κατασκευή στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο μέσω της μεταφοράς της χελώνας και του συμβολισμού σε γλώσσα Logo υπήρξε καθοριστικός παράγοντας για τη μετάβαση των μαθητών από μια νατουραλιστική-ρεαλιστική θέαση των γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή σε μια μαθηματική θέασή τους ως γεωμετρικά σχήματα. Ιδιαίτερα η χρήση του συμβολικού κώδικα φαίνεται ότι έγινε μέρος των αντιληπτικών δυνατοτήτων των μαθητών, καθώς ο εικονικός χώρος που κινήθηκε η χελώνα έγινε αντιληπτός από αυτούς όχι μόνο με βάση τα εξωτερικά/εικονικά χαρακτηριστικά του αλλά σε συνδυασμό με τις προθέσεις, δυνατότητες δράσης και εμπειρίες των μαθητών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων.

5.3.3 Σύνοψη

Από την ανάλυση των δεδομένων που προηγήθηκε προκύπτει ότι η γωνία στροφής χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για την αλλαγή επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο και τον προσδιορισμό γωνιακών σχέσεων διδιάστατων σχημάτων:

- ο εικονικά και κιναισθητικά στην αρχή,
- ο ως μετρήσιμο μέγεθος, που σε ορισμένες περιπτώσεις προέκυψε ως το άθροισμα δύο διαδοχικών στροφών της χελώνας.

Προσπαθώντας να μεταφράσουν τις διαισθήσεις τους σε οπτικές εικόνες και να αναπαραστήσουν εικονικά τα γεωμετρικά σχήματα και τη διευθέτησή τους στο χώρο οι μαθητές χρησιμοποίησαν μια ποικιλία αναπαραστασιακών χειρονομιών. Μπροστά από τους μαθητές δημιουργήθηκε ένας εικονικός χώρος στον οποίο μέσω χειρονομιών τα διάφορα αναπαριστώμενα αντικείμενα ‘τοποθετήθηκαν’ και έγιναν αντικείμενα πειραματισμού, επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης. Έτσι οι παλάμες και ο δείκτης του χεριού επιτέλεσαν μια μεταβατική αναπαραστασιακή λειτουργία μεταξύ πραγματικών και υπολογιστικά διαχειρίσιμων αντικειμένων και χρησιμοποιήθηκαν ως ένα μέσο συμβολικής επικοινωνίας. Ταυτόχρονα αποτέλεσαν μια ενδιάμεση σημειωτική πηγή, η οποία παρείχε ένα πλαίσιο οπτικού/εικονικού συλλογισμού το οποίο έδινε έμφαση στη δομή των οπτικών εικόνων χωρίς λεπτομερείς περιγραφές και παράλληλα ένα επεξηγηματικό πλαίσιο χωρίς το οποίο τα λεγόμενα θα ερμηνεύονταν με δυσκολία.

Οι αναπαραστασιακές χειρονομίες που χρησιμοποιήσαν οι μαθητές μπορούν να διακριθούν σε δυο κατηγορίες: α) στατικές αναπαραστασιακές χειρονομίες και β) δυναμικές αναπαραστασιακές χειρονομίες. Η διάκριση μεταξύ της διαδικασίας νοερού οπτικού συλλογισμού, όπου έμφαση δόθηκε στην αντιστοίχιση πραγματικών αντικειμένων με απλοποιημένες γραφικές αναπαραστάσεις και της κατασκευής γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας, αποτυπώθηκε και στη χρήση συγκεκριμένου είδους χειρονομιών. Έτσι οι αναπαραστασιακές χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν αρχικά για να αποδώσουν στατικά τη δομή των αντικειμένων, ενώ κατά τη μετάβαση από τις στατικές τριδιάστατες εικόνες στη σχεδίαση μέσω της πλοήγησης της χελώνας παρατηρήθηκε η χρήση *δυναμικών αναπαραστασιακών χειρονομιών*, οι οποίες φάνηκε ότι αναπαριστούσαν το τριδιάστατο αντικείμενο ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Καθώς ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα δεν είναι πρακτικά εφικτός στην τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, οι χειρονομίες φαίνεται να διαδραματίζουν ένα ιδιαίτερα σημαίνοντα ρόλο, καθώς σχετίζονται όχι μόνο με αναπαραστάσεις στατικών εικόνων, αλλά και με την έκφραση των νοερών δράσεων που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθούν οι συγκεκριμένες αναπαραστάσεις (Nemirovsky & Noble, 1997).

Από τη στιγμή που οι μαθητές ‘μετέφρασαν’ τις διαισθήσεις τους σε εντολές Logo εξετάστηκε η ανατροφοδοτική λειτουργία και η αλληλόδραση μεταξύ συμβολικής δραστηριότητας και φαινομενολογίας της οθόνης. Σε κάποιες περιπτώσεις οι μαθητές δεν μπόρεσαν να ωφεληθούν από την ανατροφοδότηση που παρείχαν οι γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή εξαιτίας: α) δυσκολιών αποτίμησης των συμβάσεων που ακολουθούνται κατά την κατασκευή τριδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2 και β) δυσκολιών αποτίμησης των

συμβάσεων που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός τριδιάστατου αντικειμένου στη διδιάστατη οθόνη του υπολογιστή. Αυτό που προκύπτει είναι ότι ‘λάθη’ όσον αφορά στην αναπαράσταση τριδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο δεν έχουν να κάνουν μόνο με την πιθανή δυσκολία διάκρισης συγκεκριμένων χωρικών σχέσεων στα πραγματικά αντικείμενα, ούτε απλά με δυσκολία κίνησης της χελώνας στον τριδιάστατο χώρο, αλλά με έλλειψη εξοικείωσης με τις δυνατότητες αλλά και τις συμβάσεις σχεδίασης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο.

Από την άλλη υπήρξαν χαρακτηριστικά παραδείγματα του πώς η λειτουργική σύνδεση φαινομενολογίας της οθόνης και προγραμματισμού στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων μπόρεσε να αλλάξει τον τρόπο με τον οποίο έγιναν αντιληπτές οι οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή. Η ανάλυση των χωρικών εικόνων σε εντολές Logo ανάγκασε τους μαθητές να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους με έναν οργανωμένο και αναλυτικό – διαδικαστικό τρόπο, γεγονός απαιτούσε μια προσέγγιση που ξεπερνούσε τους άμεσους πρακτικούς στόχους της κατασκευής μιας γραφικής αναπαράστασης. Έτσι βοηθήθηκαν στο να κάνουν διάκριση ανάμεσα στην πρακτική- λειτουργική πλευρά μιας κατασκευής και στη θεωρητική πλευρά, η οποία συνίσταται στην αναγνώριση και τον εντοπισμό συγκεκριμένων ιδιοτήτων και σχέσεων. Ιδιαίτερα η χρήση του συμβολικού κώδικα φαίνεται ότι έγινε μέρος των αντιληπτικών δυνατοτήτων των μαθητών, καθώς ο εικονικός χώρος που κινήθηκε η χελώνα έγινε αντιληπτός από αυτούς όχι μόνο με βάση τα εξωτερικά/εικονικά χαρακτηριστικά του αλλά σε συνδυασμό με τις προθέσεις, δυνατότητες δράσης και εμπειρίες των μαθητών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων. Με άλλα λόγια η πρόσβαση που είχαν οι μαθητές στον προσομοιούμενο χώρο διαμορφώθηκε από τη δράση που ανέπτυξαν και η οποία κατέστη εφικτή από τα μέσα σημειωτικής διαμεσολάβησης, τα οποία υπήρξαν διαθέσιμα στο συγκεκριμένο πολιτισμικό περικείμενο, στο οποίο ο ρόλος των μικροκόσμων ήταν μεν κομβικός, αλλά δεν μπορεί να διαχωριστεί από το ρόλο και άλλων μέσων, όπως π.χ. των χειρονομιών, που ενίοτε χρησιμοποιήθηκαν για να αναπαραστήσουν τα επίπεδα και την κίνηση της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο.

5.4 Σχεδίαση τρισδιάστατων αντικειμένων και δυναμικά μεταβαλλόμενη γωνία στροφής

Ο μεταβολέας ως εργαλείο της διεπιφάνειας διαμεσολάβησε την αλληλόδραση μεταξύ του χρήστη και του περιβάλλοντος. Ήταν ένα από τα εργαλεία που έκαναν δυνατή την αλληλεπίδραση ανάμεσα στις δράσεις του μαθητή και τα δομήματα που είχαν εσωτερικευθεί στους μισοψημένους μικροκόσμους. Στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων και με τη βοήθεια του μεταβολέα οι μαθητές μπόρεσαν να ελέγξουν κιναισθητικά όχι απλά το μέγεθος της γωνίας στροφής μιας κινούμενης οντότητας, δηλαδή της χελώνας, αλλά και το μέγεθος της περιστροφής διςδιάστατων και τρισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων στον προσομοιούμενο χώρο.

Με τη χρήση του μεταβολέα σε συνδυασμό με τον κώδικα σε Logo οι γραφικές αναπαραστάσεις στο MaLT2 λειτούργησαν εν μέρει και ως ‘υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα’ (cybernetic manipulatives (Karut, 1995)). Το ερώτημα που γεννάται είναι αν και σε ποιες περιπτώσεις η εξεικόνιση που επιτυγχάνεται μέσα από τη διαμεσολάβηση της χρήσης του μεταβολέα βρίσκεται εγγύτερα σημασιολογικά και διαδικαστικά στις μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται στην κατασκευή των τρισδιάστατων γεωμετρικών αντικειμένων σε σχέση με τον άμεσο χειρισμό πραγματικών ή εικονικών αντικειμένων. Η διασύνδεση του κιναισθητικού χειρισμού με τον κώδικα των μισοψημένων μικροκόσμων θεωρείται ότι επιτρέπει στους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με τον τρόπο που κατασκευάζονται και γίνονται αντικείμενο διαχείρισης οι γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή. Έτσι ο μεταβολέας μπορεί να λειτουργήσει ως γέφυρα μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του κώδικα σε γλώσσα Logo, μεταξύ δηλαδή του χειροπιαστού- διαχειρίσιμου και του τυπικού- αφηρημένου, μεταξύ της διαισθητικής γνώσης και των τυπικών φορμαλιστικών συστημάτων. Μολαταύτα αυτό δεν πρέπει να θεωρείται πάντα δεδομένο και φαίνεται να είναι το αποτέλεσμα μιας μαθησιακής πορείας η οποία σαφέστατα έχει να κάνει με την ‘εργαλειοποίηση’ (Instrumentalisation) (Guin & Trouche, 1999) του μεταβολέα στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων. Σε αυτή την παράγραφο η ανάλυση εστιάζεται στο διαμεσολαβητικό ρόλο των διαθέσιμων εργαλείων δυναμικού χειρισμού, η χρήση των οποίων έχει κατά κύριο λόγο διερευνηθεί στα πλαίσια κυρίως διδιάστατων περιβαλλόντων Γεωμετρίας της Χελώνας (Kynigos, 1997, Psycharis, 2006) και στα πλαίσια γεωμετρικών κατασκευών που δημιουργήθηκαν εξ αρχής από τους μαθητές. Ελάχιστες, τέλος, είναι οι έρευνες, που πραγματοποιήθηκαν σε περιβάλλοντα τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (Kynigos et al, 2009), αφήνοντας έτσι ένα μεγάλο κενό όσον αφορά στη χρήση εργαλείων δυναμικού χειρισμού στα πλαίσια τριδιάστατων μισοψημένων μικροκόσμων στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση.

Τα νοήματα που κατασκευάστηκαν σχετικά με την έννοια της γωνίας στα πλαίσια της παρούσας έρευνας προέκυψαν σταδιακά μέσω μιας πολυσημειωτικής

δραστηριότητας, η οποία αποτυπώνεται στην προσπάθεια των μαθητών να συντονίσουν τον κώδικα σε Logo με τη φαινομενολογία της οθόνης και την κιναισθητική εμπειρία της σειριακής μεταβολής του μεγέθους διαφόρων γωνιών στροφής στον τρισδιάστατο χώρο. Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε ότι οι μαθητές ανέπτυξαν δύο κατά βάση *σχήματα χρήσης* του μεταβολέα, τα οποία και παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα. Με τον όρο *σχήματα χρήσης* η ερευνήτρια αναφέρεται στην ανάπτυξη μια σειράς παρατηρήσιμων και επαναλαμβανόμενων τεχνικών αλληλόδρασης των χρηστών με το εργαλείο ‘μεταβολέας’ στα πλαίσια συγκεκριμένων στόχων (Drijvers et al., 2010).

ΣΧΗΜΑΤΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΕΤΑΒΟΛΕΑ	
ΩΣ ΧΕΙΡΙΣΤΗΡΙΟ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ ΤΗΣ ΔΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	<ul style="list-style-type: none"> ○ Αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου: Κιναισθητικός χειρισμός του μεταβολέα και παρατήρηση των αλλαγών των γραφικών αναπαραστάσεων με στόχο μια πρώτη διαισθητική προσέγγιση του ρόλου του. ○ Οπτικός έλεγχος και διαχείριση της κατασκευής: Κιναισθητικός χειρισμός του μεταβολέα με συγκεκριμένους πρακτικούς στόχους: <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Διακριτά στιγμιότυπα:</i> το ζητούμενο του κιναισθητικού χειρισμού είναι ο εντοπισμός μιας ή περισσότερων τιμών που θα έχουν ως αποτέλεσμα συγκεκριμένες γραφικές αναπαραστάσεις. ○ <i>Δυναμική εναλλαγή στιγμιότυπων:</i> το ζητούμενο του κιναισθητικού χειρισμού είναι η σειριακή εναλλαγή ενός εύρους τιμών που θα έχουν ως αποτέλεσμα τη δυναμική εναλλαγή και κίνηση των γραφικών αναπαραστάσεων
ΩΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΔΙΑΜΕΣΟΛΑΒΗΣΗΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΣ ΟΘΟΝΗΣ	<ul style="list-style-type: none"> ○ Παλινδρόμηση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης: Ο ρόλος του μεταβολέα προσδιορίζεται είτε σε σχέση με το συμβολικό κώδικα είτε σε σχέση με τη φαινομενολογία της οθόνης, χωρίς να υπάρχει μια λειτουργική διασύνδεση μεταξύ των δύο. ○ Λειτουργική διασύνδεση συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης: Ο μεταβολέας λειτουργεί ως γέφυρα μεταξύ προγραμματισμού και φαινομενολογίας της οθόνης

Πίνακας 21: Σχήματα χρήσης του μεταβολέα στο περιβάλλον MaLT2

Με βάση τα παραπάνω *σχήματα χρήσης* έχει διαρθρωθεί η ανάλυση που ακολουθεί. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της ‘ταυτότητας’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων, που χρησιμοποιούνται στην παρούσα ενότητα. Ανά απόσπασμα δίνονται πληροφορίες αναφορικά με το τμήμα και την ομάδα από την οποία προέρχεται, αλλά και αναφορικά με τη δραστηριότητα στα πλαίσια της οποίας έλαβε χώρα. Έτσι, ο αναγνώστης αποκτά μια σφαιρικότερη εικόνα αναφορικά τόσο

με την ποσότητα των χρησιμοποιούμενων αποσπασμάτων όσο και με τη ‘διασπορά’ τους οριζόντια και εγκάρσια.

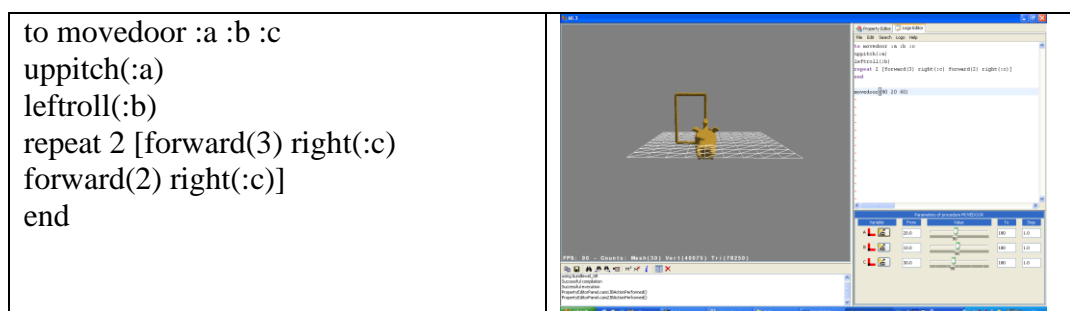
ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
41	Στ2	OE	3 ^η δραστηριότητα
42	Στ1	OM1	4 ^η δραστηριότητα
43	Στ2	OM3	3 ^η δραστηριότητα
44	Στ2	OM3	4 ^η δραστηριότητα
45	Στ1	OM5	4 ^η δραστηριότητα
46	Στ1	OM5	4 ^η δραστηριότητα
47	Στ1	OM5	4 ^η δραστηριότητα
48	Στ1	OM3	3 ^η δραστηριότητα
49	Στ1	OM3	3 ^η δραστηριότητα
50	Στ2	OM6	3 ^η δραστηριότητα
51	Στ2	OM1	4 ^η δραστηριότητα
52	Στ1	OM3	4 ^η δραστηριότητα
53	Στ2	OE	4 ^η δραστηριότητα
54	Στ2	OM2	4 ^η δραστηριότητα

Πίνακας 22: Η ‘ταυτότητα’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 5.4

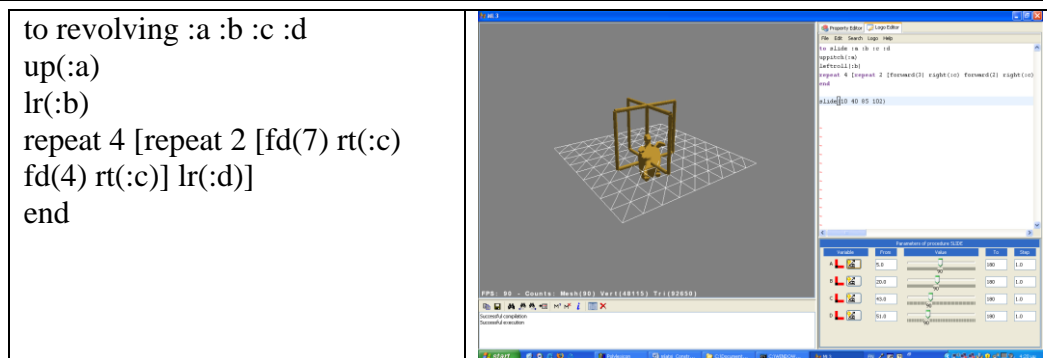
5.4.1 Ο μεταβολέας ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας

5.4.1.1 Αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου

Στα πλαίσια τόσο της 3^{ης} όσο και της 4^{ης} δραστηριότητας η μαθητές αλληλεπίδρασαν με τους μισοψημένους μικρόκοσμους ‘movedoor’ και ‘revolving door’ με στόχο να κατασκευάσουν το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει και το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας αντίστοιχα. Το πρόγραμμα των μισοψημένων μικροκόσμων είχε εκτελεστεί με μια τυχαία τιμή, πριν οι μαθητές έρθουν στο εργαστήριο και είχε ενεργοποιηθεί ο μεταβολέας. Ο μεταβολέας ήταν το πρώτο μέσο που χρησιμοποίησαν οι μαθητές για να αλληλεπιδράσουν με τους μικροκόσμους.



Εικόνα 24: Ο μισοψημένος μικρόκοσμος movedoor που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της 3^{ης} δραστηριότητας. Οι μαθητές εδώ μπορούσαν να χειριστούν μέσω του μεταβολέα τις τιμές των μεταβλητών a, b και c.



Εικόνα 25: Ο μισοψημένος μικρόκοσμος revolving που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας. Οι μαθητές μπορούσαν να χειριστούν μέσω του μεταβολέα τις τιμές των μεταβλητών a, b, c και d.

Σε μια πρώτη φάση οι μαθητές χειρίστηκαν το μεταβολέα προσπαθώντας να καταλάβουν τι μπορούν να κάνουν με αυτόν. Εστιάζοντας στη φαινομενολογία της οθόνης προσπάθησαν αρχικά να εντοπίσουν τι είναι αυτό που αλλάζει στη γραφική αναπαράσταση. Η περιγραφή του ρόλου κάθε μπάρας του μεταβολέα είχε να κάνει με τις αλλαγές που παρατηρούνταν στη σκηνή χωρίς να γίνει προσπάθεια είτε να συσχετιστούν οι τιμές με τη φαινομενολογία της οθόνης είτε να διερευνηθεί ο τρόπος, με τον οποίο χρησιμοποιούνταν η μεταβλητή τις τιμές της οποίας χειρίζονταν στον κώδικα Logo. Οι μπάρες του μεταβολέα είχαν περισσότερο το ρόλο ενός χειριστηρίου των αντικειμένων της διεπιφάνειας και δε συνδέονταν με συγκεκριμένα στάδια κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων με βάση τη Γεωμετρία της Χελώνας.

Για παράδειγμα στο παρακάτω απόσπασμα που έλαβε χώρα στα πλαίσια της 3^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές της ομάδας εστίασης αρχικά λογομαχούν σχετικά με το αν η μεταβλητή a καθορίζει πόσο μπροστά/πίσω πάει η γραφική αναπαράσταση στην οθόνη ή πόσο πάνω/κάτω. Κινώντας το μεταβολέα και παρατηρώντας τα γραφικά αποτελέσματα καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι 'η μεταβλητή a καθορίζει το ύψος του σχήματος', η μεταβλητή c 'καθορίζει το ίδιο το σχήμα' και η β 'τη στροφή της πόρτας' ενώ αρχικά είχε προταθεί ότι 'καθορίζει το άνοιγμα της πόρτας'. Είναι εμφανής και πάλι μια στενή εξάρτηση του καθορισμού του ρόλου του μεταβολέα από την αντιληπτική συνιστώσα και πιο συγκεκριμένα από μια νατουραλιστική-ρεαλιστική θέαση των γραφικών αναπαραστάσεων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2.

315.	M2	Τι κάνει η a; Η α καθορίζει αυτό... πηγαίνει μπροστά και πίσω.	
316.	M1	Τι μπροστά και πίσω, ρε; Αφού δεν πάει μπροστά και πίσω. Αν πήγαινε πίσω από εδώ, θα πήγαινε εδώ. Αν πήγαινε πίσω από εδώ, θα πήγαινε εκεί μέσα.	
317.	M2	Ωραία, για κάν' το πάλι να δούμε.	
318.	M3	Πηγαίνει πάνω και κάτω.	
319.	M2	Ε, ναι.	
320.	M1	Το βλέπεις να κουνιέται εσύ πιο μπροστά ή πιο πίσω;	
321.	M2	Όχι.	
322.	M1	Ε, τότε;	
323.	M3	Τι γράφουμε; Η α καθορίζει	
324.	M1	Η μεταβλητή a καθορίζει το ύψος της πόρτας... του σχήματος.	
325.	M2	Η β καθορίζει...	

326.	M1	Γράψε στη c. Η c καθορίζει το ίδιο το σχήμα. Κοίτα δω. Αλλάζει τελείως το σχήμα.	
327.	M2	Η μεταβλητή c αλλάζει...	
328.	M3	Το πώς θα είναι το σχήμα.	
329.	M2	Η μεταβλητή β καθορίζει το άνοιγμα.	
330.	M3	Όχι το άνοιγμα, τη στροφή της πόρτας. Κυρία, τα βρήκαμε και τα 4.	

Απόσπασμα 41

Αντίστοιχα στο παρακάτω απόσπασμα που έλαβε χώρα στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας οι μαθήτριες της ομάδας 2 προβληματίζονται σχετικά με το ρόλο της μεταβλητής :d. Παρότι υπήρχε ήδη η εμπειρία της εμπλοκής με τον μισοψημένο μικρόκοσμο *monedoor* στα πλαίσια της προηγούμενης δραστηριότητας προσδιορίζουν το ρόλο της μεταβλητής με βάση τις φαινομενολογικές ενδείξεις στη σκηνή του MaLT2, χωρίς να κοιτάζουν καθόλου τον κώδικα. Η μεταβλητή :d *‘αυτά τα μαζεύει’*, όπως λέει χαρακτηριστικά η μαθήτρια (σειρά 334) αναφερόμενη στα παραλληλόγραμμα που αναπαριστούν τις πόρτες της περιστρεφόμενης πόρτας, ενώ η τιμή 90 επιλέγεται, γιατί με αυτήν οι πόρτες θα έχουν ίση απόσταση μεταξύ τους. Αν και οι μαθήτριες θεωρούν ότι η τιμή 90 στο μεταβολέα της μεταβλητής d αντιστοιχεί σε μοίρες, προφανώς λόγω του ότι μέχρι εκείνη τη στιγμή χειρίζονταν αντίστοιχα γωνιακά μεγέθη, δε φαίνεται να συσχετίζουν τη μεταβλητή d είτε με τη γωνία στροφής της χελώνας είτε με τη γωνία μεταξύ των επιπέδων που ορίζουν τα παραλληλόγραμμα. Οι μαθήτριες επιλέγουν την τιμή 90 *‘για να έχουν ίση απόσταση οι πόρτες μεταξύ τους’*.

331.	M1	Το d τι κάνει;	
332.	M2	Δεν ξέρω.	
333.	M1	Το d στο 90	
334.	M2	Ναι, αλλά τι κάνει; Αυτά τα μαζεύει.	
335.	M1	Βάλε το 90.	
336.	M2	90 μοίρες για να έχουν ίση απόσταση οι πόρτες μεταξύ τους.	

*Απόσπασμα 42***5.4.1.2 Οπτικός έλεγχος και διαχείριση της κατασκευής****5.4.1.2.1 Οι γραφικές αναπαραστάσεις ως διακριτά στιγμιότυπα μιας δυναμικής διαδικασίας**

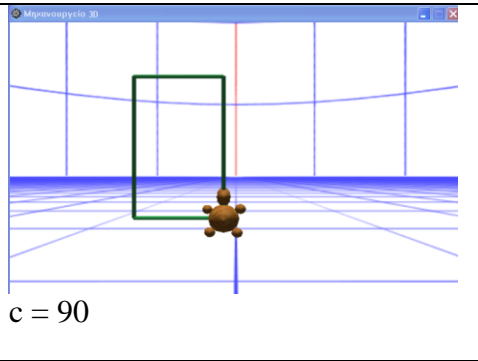
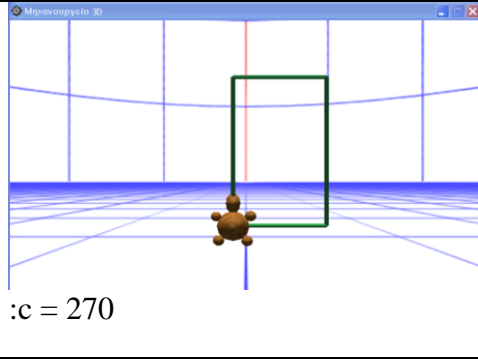
Μετά από μια πρώτη διερεύνηση των λειτουργικότητων του μεταβολέα στους μισοψημένους μικρόκοσμους, οι μαθητές χειρίστηκαν το μεταβολέα με στόχο να κατασκευάσουν στην 3^η δραστηριότητα το μοντέλο της πόρτας που ανοιγοκλείνει και στην 4^η δραστηριότητα το μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας. Αυτή η προσπάθεια κατασκευής συγκεκριμένων αναπαραστάσεων συνδυάστηκε με την αναζήτηση συγκεκριμένων θέσεων της μπάρας του μεταβολέα, οι οποίες αντιστοιχούσαν σε συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές για κάθε μεταβλητή. Έτσι οι επιθυμητές γραφικές αναπαραστάσεις άρχισαν να συνδέονται με συγκεκριμένες τιμές του μεταβολέα. Καθώς μάλιστα η αναζήτηση των επιθυμητών τιμών που θα ικανοποιούσαν τον

πρακτικό προσανατολισμό της δραστηριότητας γινόταν μέσω μιας δυναμικής διαδικασίας –οι μαθητές έσερναν την μπάρα του μεταβολέα και άλλαζαν σειριακά τις τιμές της μεταβλητής που διαχειρίζονταν κάθε φορά –συγκεκριμένες τιμές του μεταβολέα λειτούργησαν ως σημεία αναφοράς στον τρισδιάστατο χώρο. Για παράδειγμα η δυνατότητα κιναισθητικού χειρισμού των τιμών της μεταβλητής α η οποία όριζε το μέγεθος της γωνίας στροφής που εκτελούσε η χελώνα ως αποτέλεσμα της εντολής `urpitch` έδωσε τη δυνατότητα στους μαθητές να περιηγηθούν στο χώρο και να προσεγγίσουν την έννοια της διεδρης γωνίας μέσα από την εναλλαγή επιπέδων στο χώρο. Για παράδειγμα ο M1 της ομάδας 3 του ΣΤ1 συνδέει το μέγεθος της γωνία στροφής με συγκεκριμένες θέσεις του ορθογωνίου που αναπαριστά την πόρτα σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο. Έτσι *‘Στο α πρέπει να μπει 90 για να είναι όρθια. Αμα βάλεις 180 θα πέσει κάτω και 360 γυρίζει πίσω’* (δες και απόσπασμα 48 παρακάτω).

Αν και οι μαθητές δε συσχέτισαν τη μεταβλητή α με την εντολή `Logo` στην οποία αντιστοιχούσε, ούτε την είδαν ως μέρος της κατασκευαστικής διαδικασίας του μοντέλου της πόρτας στον υπολογιστή, μπόρεσαν να προσεγγίσουν δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας, να δουν δηλαδή τη γωνία ως αποτέλεσμα στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος, καθώς η φαινομενολογία της οθόνης απέδιδε ξεκάθαρα την εντολή στροφής στα πλαίσια της οποίας χρησιμοποιούνταν η μεταβλητή α . Μπορεί έμφαση να μη δόθηκε στην περιστροφή της κινούμενης οντότητας, αλλά στο παραλληλόγραμμο που αναπαριστούσε την πόρτα, όμως φαίνεται πως η φαινομενολογία της οθόνης επέτρεψε στους μαθητές -σε κάποιο βαθμό- την πρόσβαση στις μαθηματικές δομές που είχαν ενσωματωθεί στον μικρόκοσμο και αποτελούσαν το αντικείμενο της εργαλειακής ενορχήστρωσης. Μολαταύτα δε φάνηκε να συνέβη το ίδιο στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας και η φαινομενολογία της οθόνης δεν παρείχε ξεκάθαρες ενδείξεις όσον αφορά στη διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση της μεταβλητής c .

Στο παρακάτω απόσπασμα που έλαβε χώρα στα πλαίσια της 3^{ης} δραστηριότητας η ομάδα 3 του ΣΤ2 θεωρεί ότι *‘Η μεταβλητή C καθορίζει το σχήμα. Πόσο κλειστό ή ανοιχτό θα είναι’* (σειρά 337). Φαίνεται και πάλι η δυσκολία της συγκεκριμένης ομάδας να δει τη γραφική αναπαράσταση ως αποτέλεσμα των κινήσεων της χελώνας, ενώ πρέπει να επισημανθεί ότι και η φαινομενολογία της οθόνης δεν είναι ιδιαίτερα υποβοηθητική προς αυτή της κατεύθυνση. Ενώ ο κιναισθητικός χειρισμός των μεταβλητών α και β είχε ως γραφικό αποτέλεσμα την κίνηση της χελώνας και μαζί και την κίνηση του σχήματος, ο χειρισμός της μεταβλητής c είχε ως γραφικό αποτέλεσμα διαφορετικές τεθλασμένες γραμμές. Κινώντας δηλαδή το μεταβολέα και αλλάζοντας την τιμή της μεταβλητής c οι μαθητές βλέπουν τα ευθύγραμμα τμήματα που αποτελούν την τεθλασμένη γραμμή να αλλάζουν γωνιακή σχέση μεταξύ τους και τη χελώνα να αλλάζει προσανατολισμό ‘καρφωμένη’ στην άκρη της τεθλασμένης γραμμής. Η τεθλασμένη γραμμή φαίνεται να αλλάζει με ένα ‘μαγικό’ τρόπο, ενώ δεν υπάρχει καμιά οπτική ένδειξη ότι προέκυψε ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Τέλος, μέσα από τον πειραματισμό τους φαίνεται να υπάρχουν δύο τιμές που

‘κατασκευάζουν’ το επιθυμητό γραφικό αποτέλεσμα: η τιμή 90 και η τιμή 270. Αν και οι μαθήτριες έχουν διαισθητικά συσχετίσει τη θέση του σχήματος με την πλήρη γωνία (σειρά 342), δεν μπορούν να αναλύσουν τα διάφορα σχήματα σε επιμέρους κινήσεις της χελώνας και να τα συσχετίσουν με συγκεκριμένες εντολές Logo. Φαίνεται σαν να χωρίζουν το χώρο σε δύο μέρη με βάση τον κατακόρυφο άξονα της χελώνας, στα δεξιά σχεδιάζεται το παραλληλόγραμμο για στροφή 90 μοιρών και στα αριστερά για στροφή 270 μοιρών (σειρά 344).

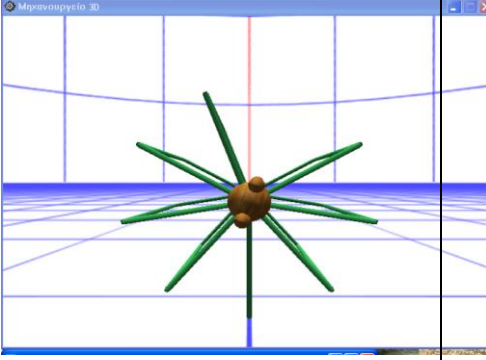
337.	M2	Η μεταβλητή C καθορίζει το σχήμα. Πόσο κλειστό ή ανοιχτό θα είναι. Να βλέπεις κλείνει και εδώ πέρα ανοίγει πάλι. Τι έκανες ρε Ήλια; Φτιάξ’ το πάλι.	
338.	M3	Ναι, όμως άμα άνοιγε το σχήμα θα πήγαινε έτσι. Θα πήγαινε από πάνω.	
339.	M2	Ανοίγει σου λέω. Βαλ’ το στο 90.	
340.	M3	Μπα, εγώ το θέλω στο 270.	
341.	Ερ	Πώς φτιάχνεται τότε δεξιά και τότε αριστερά;	
342.	M3	Η πόρτα κάνει κύκλο. Αυτή εδώ η θέση είναι για στροφή 90 μοιρών και η άλλη για στροφή 270.	
343.	Ερ	Για δείξε μου, ποια στροφή;	
344.	M2	Δηλαδή ανάλογα πώς το κουνάμε ανοιγοκλείνει το σχήμα τότε από τη μια μεριά και τότε από την άλλη και κλείνει, όταν είναι 90 και 270.	<i>Κινεί το μεταβολέα</i>

Απόσπασμα 43

Αντίστοιχες δυσκολίες αντιμετώπισε η παραπάνω ομάδα και όσον αφορά στο ρόλο της μεταβλητής d. Στο παρακάτω επεισόδιο οι μαθητές προσπαθούν να κάνουν τις αναγκαίες τροποποιήσεις στον κώδικα του μισοψημένου μικρόκοσμου revolving door, για να φτιάξουν την έλικα του νερόμυλου με 8 πτερύγια. Εντοπίζουν ότι πρέπει να αλλάξουν το νούμερο μετά την εντολή Repeat από 4 σε 8 και εκτελούν την

αλλαγή. Μολαταύτα ο αριθμός των πτερυγίων – παραλληλογράμμων εξακολουθεί να είναι 4. Οι μαθητές προβληματίζονται σχετικά με το αν έκαναν την κατάλληλη αλλαγή στον κώδικα. Ρυθμίζουν εκ νέου τις τιμές των μεταβλητών a, b, c και d και αποφασίζουν να περιστρέψουν το σχήμα αλλάζοντας με το μεταβολέα τις τιμές της μεταβλητής b. Και πάλι όμως οι πόρτες παραμένουν τέσσερις. Μετά από παρέμβαση της ερευνήτριας, συμπεραίνουν ότι η αλλαγή που έκαναν στον κώδικα ήταν προς τη σωστή κατεύθυνση και ξεκινούν να πειραματίζονται με τις τιμές της μεταβλητής d (σειρά 365). Κινώντας το μεταβολέα βλέπουν τις πόρτες από 4 να γίνονται 8 και καταλαβαίνουν ότι προηγουμένως οι πόρτες ήταν τέσσερις, γιατί η μια πόρτα έπεφτε πάνω στην άλλη. Δεν προβληματίζονται περισσότερο σχετικά με το ρόλο της μεταβλητής d και σταματούν τη διερεύνηση δίνοντάς της την τιμή 160, η οποία έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση και των 8 πορτών. Το οπτικό αποτέλεσμα ικανοποιεί τον πρακτικό στόχο της δραστηριότητας και οι μαθήτριες θεωρούν ότι έχουν ολοκληρώσει την εργασίας τους (σειρά 367).

345.	M2	Άρα, αντί για 4 φορές αυτό το βάζεις 8.	
346.	M3	Πολύ απλά.	
347.	M2	Αυτό εδώ είναι λάθος, Ήλια, γιατί είναι μόνο 4.	
348.	M3	Αυτό πρέπει να επαναλάβουμε 8 φορές. Είναι για τις μεταβλητές.	
349.	M2	Ποιο repeat πρέπει να πάει 8;	
350.	M3	Αυτό δεν πρέπει να πάει 8, γιατί πρέπει να φτιάξει;	
351.	M2	Ναι, όμως, γιατί δε βγαίνει; Το πρώτο βάλ' το 0, Βάλε τα άλλα 90	Εννοεί τις μεταβλητές a, b, c και d αντίστοιχα
352.	M3	Τίποτα.	
353.	M2	Γιατί βγαίνουν 4;	
354.	M3	Δεν πειράζει. Δεν πειράζει. Περίστρεψέ το.	Αλλάζουν με το μεταβολέα τις τιμές της μεταβλητή b
355.	M2	Μα γιατί κάνει 4;	
356.	M3	Μπορεί να πρέπει να πειράξουμε κάτι άλλο.	
357.		
358.	Ερ	Μέσα εδώ πέρα καταλάβατε τι κάνει με αυτή τη διαδικασία;	
359.	M3	Ναι	
360.	Ερ	Για εξήγησέ μου.	
361.	M3	Φτιάχνει τη μια πόρτα	
362.	Ερ	Ωραία και μετά στρίβει και ξαναφτιάχνει την άλλη κλπ. Πόσες πόρτες θέλετε να φτιάξετε;	
363.	M3	8	
364.	Ερ	Πού καθορίζεται πόσες πόρτες θα είναι; Αυτό	
365.	M2	Άρα 8. Καλά το είχα βάλει στην αρχή. Γιατί μου το έσβησες; Για κούνα τη αυτήν εδώ (εννοεί τη μεταβλητή :d).	

366.	M3	Γιούπι, 1 2 3 4 5 6 7 8 Λοιπόν, ξέρεις γιατί πριν ήταν 4, γιατί έπεσε η μια πάνω στην άλλη.	
367.	M2	Κυρία, το βρήκαμε. Είμαστε απίθανες!	

Απόσπασμα 44

Αν και στα πλαίσια της παραπάνω διερεύνησης οι μαθήτριες διαπίστωσαν ότι άλλη πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής d για τα 4 και άλλη για τα 8 πτερύγια-παραλληλόγραμμα, δεν προβληματίστηκαν σχετικά με το γιατί στην τιμή 90 τα παραλληλόγραμμα πέφτουν το ένα πάνω στο άλλο και γιατί στην τιμή 160 φαίνονται και τα 8, ούτε βέβαια μπόρεσαν να διακρίνουν ποια η σχέση μεταξύ του αριθμού των παραλληλογράμμων και της τιμής της μεταβλητής d . Δεν πρέπει όμως να διαφύγει της προσοχής μας ότι η συγκεκριμένη δραστηριότητα ενέπλεξε τους μαθητές σε μια διερεύνηση που είχε να κάνει με τη μαθηματοποίηση του τρισδιάστατου χώρου και παρότι η συσχέτιση μεταξύ του αριθμού των παραλληλογράμμων και της θέσης τους γύρω από ένα κοινό άξονα με την πλήρη γωνία δεν φαίνεται να επιτυγχάνεται ρητά, μετά και την παρέμβαση της ερευνήτριας, οι μαθήτριες δείχνουν να εμβαθύνουν στον ρόλο της μεταβλητής d κατά την κατασκευαστική διαδικασία. Αντιλαμβάνονται ότι καθορίζει τη θέση των παραλληλογράμμων γύρω από τον άξονα και μπορούν ως ένα σημείο να αποδομήσουν τη διαδικασία κατασκευής εξηγώντας τη φαινομενολογία της οθόνης, την εμφάνιση δηλαδή 4 παραλληλογράμμων αντί για 8, 'γιατί έπεσε η μια πάνω στην άλλη' (εννοούν την πόρτα –παραλληλόγραμμο, σειρά 366).

Στο παρακάτω απόσπασμα η ομάδα 5 του ΣΤ1, αν και συνδέει το ρόλο της μεταβλητής d με τις γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ των παραλληλογράμμων, δε φαίνεται να αντιλαμβάνεται ότι το σχέδιο προκύπτει ως αποτέλεσμα των κινήσεων και γωνιών στροφής της χελώνας. Μάλιστα, θεωρούν ότι η ψηφίδα Logo είναι άχρηστη (σειρά 370).

368.	M1	Πάλι τα ίδια είναι. ...η d ; A, το βρήκα. Αυτή η πόρτα είναι πάντα στη θέση της. Οι άλλες τώρα όμως...Πόσες μοίρες θα στρίψουν οι τρεις γωνίες.	
369.	M2	Ωραία, τις μοίρες των κάτω πλευρών	
370.	M1	Κυρία, τελειώσαμε. Βασικά αυτό το χρειαζόμαστε;	Εννοεί το logo component
371.	M2	Ναι, γιατί μπορείτε να κοιτάξετε και το πρόγραμμα και να καταλάβετε τι γίνεται.	

Απόσπασμα 45


Η ίδια ομάδα όταν προσπάθησε να επεκτείνει τη διαδικασία revolving door, καθώς δεν είχε κατανοήσει τη διαδικασία κατασκευή της γραφικής αναπαράστασης και είχε χρησιμοποιήσει το μεταβολέα ως απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας, δυσκολεύτηκε ιδιαίτερα να προσθέσει πτερύγια, όταν προσπάθησε να φτιάξει την έλικα του ανεμόμυλου. Με ευκολία μπόρεσε αρχικά να αλλάξει τον προσανατολισμό της περιστρεφόμενης πόρτας μέσω του μεταβολέα, καθώς είχε κατανοήσει ότι επρόκειτο για το ίδιο σχέδιο που απλά το έβλεπαν από διαφορετική οπτική γωνία (σειρά 372). Μάλιστα επινόησε ένα τρόπο να κατασκευάσει την έλικα του ανεμόμυλου χωρίς να χρησιμοποιήσει καθόλου προγραμματισμό: επανεκτέλεσε τη διαδικασία revolving door χωρίς να καθαρίσει την οθόνη στην οποία παρέμεινε το σχήμα που φαίνεται στη σειρά 168 του παρακάτω αποσπάσματος. Επανεκτελώντας τη διαδικασία χειρίστηκαν με το μεταβολέα της τιμές των μεταβλητών του νέου σχήματος, το οποίο και τοποθέτησαν κατάλληλα πάνω στο παλιό, ώστε να σχηματιστεί η έλικα με τα οκτώ πτερύγια, όπως φαίνεται στη σειρά 380.

372.	M1	Έτσι είναι; Απλώς εμείς το βλέπουμε από την άλλη πλευρά. .. Ξέρεις τι θα κάνουμε μετά; Μετά θα κάνουμε το ίδιο, όπως είναι αυτό και θα βγουν Θα κάνουμε slide πάλι για να κολλήσει μαζί. Πιστεύω. Δεν ξέρω. Μπορεί να κάνω λάθος.	
373.	M2	Το βρήκα! Να κάνουμε εδώ, άλλη μια	
374.	M1	Slide πάλι από κάτω; Άλλη μεταβλητή;	
375.	M2	Περίμενε. Μη φοβάσαι.	
376.	M1	Δίπλα σου δε φοβάμαι τίποτα.	
377.	M2	Θα κρατήσουμε τις αρχικές μεταβλητές και θα τις αλλάξουμε μετά.	Το επαναεκτελούν με τιμές 90 360 90
378.	M1	Δηλαδή κάνουμε ένα insert	
379.	M2	Και θα το γυρίσουμε έτσι και αυτό.	
380.	M1	90 0 ... Κυρία, τελειώσαμε.	

			$b = 315$
--	--	--	-----------

Απόσπασμα 46

Στη συνέχεια βέβαια φάνηκαν οι περιορισμοί του μοντέλου που κατασκεύασαν οι μαθητές, καθώς αν και ως στατικό σχήμα ικανοποιούσε τον πρακτικό προσανατολισμό της δραστηριότητας, δεν μπορούσε να γίνει αντικείμενο χειρισμού και να περιστραφεί. Οι μαθητές λοιπόν άρχισαν να σκέφτονται τι αλλαγές έπρεπε να κάνουν στο πρόγραμμα. Αρχικά σκέφτηκαν ότι έπρεπε να αλλάξουν το πρόγραμμα, ώστε τα παραλληλόγραμμα να γίνουν 8 και να τοποθετηθούν κατάλληλα γύρω από τον κοινό άξονα, κατόπιν προβληματίστηκαν αναφορικά με το πώς θα βάλουν τα παραλληλόγραμμα στην κατάλληλη θέση γύρω από τον κοινό άξονα. Όπως φάνηκε στο απόσπασμα 45, η συγκεκριμένη ομάδα είχε συνδέσει την τιμή της μεταβλητής :d με τη γωνία μεταξύ των παραλληλογράμμων- πορτών. Στο παρακάτω επεισόδιο ο μαθητής στηρίχτηκε λοιπόν στη διεδρη γωνία των 90 μοιρών που σχηματιζόταν μεταξύ των πορτών-παραλληλογράμμων στο μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας και σκέφτηκε ότι εκεί ανάμεσα αν τα πτερύγια είναι 8, θα πρέπει να υπάρχει άλλο ένα παραλληλόγραμμα. Συνεπώς, από το ένα στο άλλο παραλληλόγραμμα η γωνία θα είναι 45 (σειρά 382).

381	Er	Γιατί σκέφτεστε να αλλάξετε την τιμή αυτή;	
382	M2	Γιατί αν θέλουμε να είναι περιστρεφόμενη η πόρτα λογικά εδώ ανάμεσα θα πρέπει η γωνία να είναι 90 μοίρες. Αλλά αυτό θα έχει τα διπλάσια, θα είναι εδώ μέσα άλλο ένα και θα είναι το μισό, 45 η κάθε γωνία.	

Απόσπασμα 47

Οι μαθητές έκαναν την αντίστοιχη αλλαγή στο πρόγραμμα του μισοψημένου μικρόκοσμου και κατασκευάστηκε το τριδιάστατο αντικείμενο που ανέμεναν. Η στρατηγική που ακολούθησαν οι μαθητές, για να υπολογίσουν τη γωνία στροφής της χελώνας, πριν σχεδιάσει το επόμενο παραλληλόγραμμα, δε θα ήταν σαφέστατα αποδοτική για οποιοδήποτε αριθμό παραλληλογράμμων. Αυτό που προκύπτει είναι ότι σε τέτοιου είδους δραστηριότητες σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας, ακόμα και όταν οι αντιληπτικές διαδικασίες καθοδηγούνται από ‘μαθηματικές έννοιες’, τα νοήματα που κατασκευάζονται είναι περιορισμένα, αν δε συσχετιστούν με τη διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων ως αποτέλεσμα συγκεκριμένων εντολών που δόθηκαν στην κινούμενη οντότητα, τη χελώνα. Από την

άλλη η διασύνδεση της εξεικόνισης του τρισδιάστατου αντικειμένου με τις γωνιακές σχέσεις που συνδέουν τα συστατικά του στοιχεία, δείχνει αφενός ότι οι μαθητές μπορούν να αποδομήσουν το τρισδιάστατο αντικείμενο σε δισδιάστατα σχήματα, αφετέρου να ορίσουν τις γωνιακές σχέσεις των δισδιάστατων σχημάτων μέσω εντολών. Ο τρόπος, λοιπόν, που προσεγγίστηκε και υπολογίστηκε η δиеδρη γωνία μεταξύ των παραλληλογράμμων αποτελεί ένα είδος εντοπισμένης αφαίρεσης, ένα επιπλέον επίπεδο στη διαδικασία κατασκευής αφαιρετικής γνώσης αναφορικά με τη γωνία στον τρισδιάστατο χώρο.

5.4.1.2.2 Οι γραφικές αναπαραστάσεις ως δυναμικά εναλλασσόμενα στιγμιότυπα

Στόχος του κιναισθητικού χειρισμού των μεταβλητών a και c στο μισοψημένο μικρόκοσμο *movingdoor* και των μεταβλητών a , c και d στον μισοψημένο μικρόκοσμο *revolvingdoor* αντίστοιχα ήταν ο εντοπισμός μιας ή περισσότερων τιμών που θα έχουν ως αποτέλεσμα συγκεκριμένες γραφικές αναπαραστάσεις μέσω μιας δυναμικής διαδικασίας η οποία επέτρεψε στους μαθητές να πειραματιστούν με ένα εύρος γωνιακών μεγεθών. Όσον αφορά τώρα στο ρόλο της μεταβλητής b στόχος του κιναισθητικού χειρισμού υπήρξε η σειριακή εναλλαγή ενός εύρους τιμών που θα είχαν ως αποτέλεσμα τη δυναμική εναλλαγή και την κίνηση των γραφικών αναπαραστάσεων.

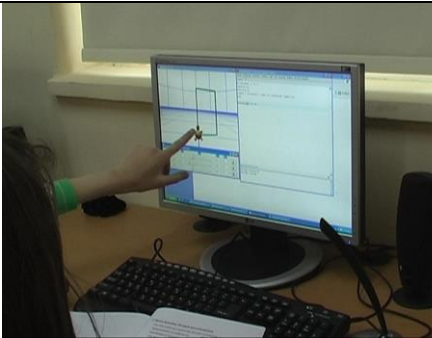
Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθήτριες της ομάδας 3 του ΣΤ1 χειριζόμενες μέσω του μεταβολέα τις τιμές της μεταβλητής b βλέπουν την πόρτα και μαζί της τη χελώνα να περιστρέφεται. Αρχικά σκέφτονται να βάλουν την τιμή 360, καθώς τη συνδέουν με την κυκλική κίνηση της πόρτας (σειρά 387). Κατόπιν, καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι, για να κατασκευαστεί το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει, μπορούν να βάλουν οποιαδήποτε τιμή, αλλά πρέπει να κινούν και το μεταβολέα (σειρά 392). Η μεταβολή του μεγέθους της γωνιακής περιστροφής μέσω του μεταβολέα αποκτά εδώ μια άλλη δυναμική: δεν πρόκειται απλά για ένα διαχειρίσιμο μεταβλητό μέγεθος, με το οποίο θα πειραματιστούν για να βρουν μια (ή περισσότερες) τιμές, οι οποίες θα έχουν ένα συγκεκριμένο στατικό γραφικό αποτέλεσμα, αλλά για ένα *δυναμικό αντικείμενο* η σειριακή αλλαγή των τιμών του οποίου θα έχει ως αποτέλεσμα την κίνηση στον προσομοιούμενο χώρο. Ή, διαφορετικά, η ίδια η κυκλική κίνηση προκύπτει ως αποτέλεσμα γωνιών στροφής με διαδοχικά αυξανόμενα (ή μειούμενα) μεγέθη. Μέσα από το χειρισμό της μεταβλητής b οι διαφορετικοί προσανατολισμοί των γραφικών αναπαραστάσεων της πόρτας δεν αποτελούν πια διακριτά χρονικά στιγμιότυπα, αλλά ξεδιπλώνονται μέσα από διαδοχικά βήματα στη διάρκεια του χρόνου. Οι οπτικές εικόνες αποδίδουν εδώ ταυτόχρονα χωρικές και χρονικές-διαδικαστικές πτυχές της έννοιας της γωνίας.

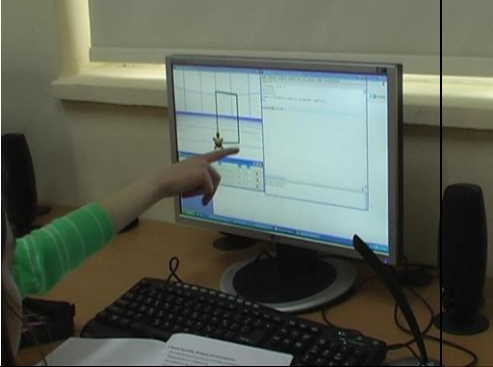
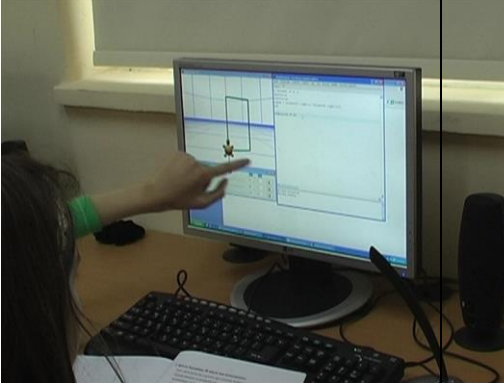
383.	M2	Στο a πρέπει να μπει 90, για να είναι όρθια. Άμα βάλεις 180 θα πέσει κάτω και 360 γυρίζει πίσω.	
384.	M1	Στη μεταβλητή b μπορεί να μπει ό,τι να 'ναι, κοίτα.	

385.	M2	Κάνει κύκλο	
386.	Er	Άρα τι τιμή πρέπει να βάλουμε στο β; Ποια τιμή λέτε;	
387.	M2	Το 360;	
388.	Er	Εμείς θέλουμε η πόρτα μας να ανοιγοκλείνει.	
389.	M2	Ανοιγοκλείνει και εδώ και εδώ και εδώ	Κινεί το μεταβολέα
390.	Er	Άρα τι θα απαντήσετε;	
391.	M1	Όποια τιμή θέλουμε.	
392.	M3	Ναι, αλλά πρέπει να κουνάμε και αυτό εδώ.	

Απόσπασμα 48

Στο παρακάτω απόσπασμα οι ίδιες μαθήτριες έχουν κατασκευάσει το μοντέλο της πόρτας που ανοιγοκλείνει και το κινούν χειριζόμενες με το μεταβολέα τις τιμές της μεταβλητής β. Ο μεταβολέας που αντιστοιχεί στη μεταβλητή β βρίσκεται τυχαία στην τιμή 10. Η ερευνήτρια ρωτάει τις μαθήτριες σε ποια γωνία αντιστοιχεί αυτή η τιμή. Οι μαθήτριες, αν και αναγνωρίζουν ότι οι 10 μοίρες αντιστοιχούν σε μια οξεία γωνία, δείχνουν αυτόματα τις εσωτερικές γωνίες του παραλληλογράμμου (σειρά 396). Παρ' ολή την εμπλοκή των μαθητριών με τις διερευνητικές δραστηριότητες φαίνεται ότι οι γωνίες με εμφανείς και τις δύο πλευρές και ιδιαίτερα οι εσωτερικές των σχημάτων γωνίες εξακολουθούν να δρουν μετωνυμικά και να είναι πιο εύκολα διακριτές, κάτι που αναπόφευκτα συνδέεται τόσο με τη χρήση του όρου γωνία στις καθημερινές συναναστροφές όσο και με τις σχολικές εμπειρίες σχετικά με την έννοια της γωνίας, όπως έχει διεξοδικά αναλυθεί στη βιβλιογραφική ανασκόπηση. Μετά από προτροπή της ερευνήτριας να χειριστούν το μεταβολέα και να παρατηρήσουν σε ποιες θέσεις βρίσκεται η πόρτα στις τιμές 0 και 10° , οι μαθήτριες καταφέρνουν να διακρίνουν σε ποια γωνία αντιστοιχεί η συγκεκριμένη τιμή και παράλληλα να τη δουν ως γεωμετρικό σχήμα, ανασύροντας τη μια πλευρά της -η οποία αντιστοιχεί στην αρχική θέση της πόρτας- από τη μνήμη και αισθητοποιώντας την στην οθόνη του υπολογιστή μέσα από το νοερό σχεδιασμό της με την κίνηση του δαχτύλου (σειρά 398).

393.	Er	Επίσης να ρωτήσω κάτι. Εδώ ο μεταβολέας λέει 10° . Ποια γωνία είναι 10 μοιρών;	
394.	M1	Είναι οξεία.	
395.	Er	Ναι, μπορείτε να μου τη δείξετε;	
396.	M2	Εδώ και	
		εδώ	

			
397.	Er	Για κουνήστε λίγο το μεταβολέα. Πού είναι πόρτα στο 0, πού είναι στις 10 μοίρες;	
398.	M2	Όπως είναι εδώ. (Δείχνει το ευθύγραμμο τμήμα που αντιστοιχεί στη βάση της πόρτας) και απέξω. (Δημιουργεί με το χέρι της μια ευθεία γραμμή που αντιστοιχεί στην αρχική θέση της πόρτας)	

Απόσπασμα 49

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στα περισσότερα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας η στροφή πραγματοποιείται αυτόματα με αποτέλεσμα να δυσκολεύονται οι μαθητές να συλλάβουν νοερά την κίνηση της χελώνας και τη γωνία στην οποία αυτή αντιστοιχεί. Μέσα από το χειρισμό όμως των τιμών του μεταβολέα οι μαθήτριες βλέπουν τόσο τη χελώνα όσο και την πόρτα να περιστρέφονται σταδιακά ως αποτέλεσμα των διαφορετικών γωνιών στροφής που εκτελεί η χελώνα, καθώς αλλάζουν οι τιμές του μεταβολέα σειριακά. Οι διαφορετικές θέσεις που παίρνει το παραλληλόγραμμο στο χώρο δε γίνονται αντιληπτές ως διαφορετικά στιγμιότυπα του σχήματος στο χώρο, αλλά δίνουν την αίσθηση της κίνησης, η οποία συμβάλλει στην εστίαση της προσοχής των μαθητών στη γωνία που διαγράφει το παραλληλόγραμμο, καθώς κινείται στο χώρο. Ο άμεσος χειρισμός των τιμών των μεταβλητών των προγραμμάτων σε Logo μέσω του μεταβολέα φαίνεται να υποστηρίζει εδώ την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικών εντολών και των οπτικών τους αποτελεσμάτων και να επιτρέπει στους μαθητές να αντιληφθούν τη γωνία όχι ως στατικό σχέδιο αλλά δυναμικά ως αποτέλεσμα προσανατολισμένης στροφής με μεταβλητό μέγεθος. Παράλληλα, αυτή η εντύπωση της κίνησης βοηθά τους μαθητές να συνδέσουν τη γωνία ως στροφή -η οποία αισθητοποιείται με την κίνηση του παραλληλογράμμου- με αντίστοιχες στατικές γωνίες με εμφανείς και τις δύο πλευρές.

5.4.2 *Ο μεταβολέας ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης συμβολικού ελέγχου και φαινομενολογίας της σκηνής*

Στην προηγούμενη ενότητα διαφάνηκαν τόσο οι δυνατότητες όσο και οι περιορισμοί του οπτικού ελέγχου των γεωμετρικών κατασκευών μέσα από τη χρήση του μεταβολέα ως χειριστηρίου των αντικειμένων της διεπιφάνειας. Στις περιπτώσεις που οι μαθητές εφάρμοσαν αυτό το σχήμα χρήσης του μεταβολέα τα νοήματα που κατασκευάστηκαν από αυτούς σχετίζονταν περισσότερο με τη φαινομενολογία της οθόνης. Η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων αλλά και η δυναμική εναλλαγή διαδοχικών θέσεων των γραφικών αναπαραστάσεων, που δημιούργησε την αίσθηση της κίνησης, ως αποτέλεσμα της χρήσης του μεταβολέα παρείχε στους μαθητές τελειώς νέες δυνατότητες ‘διανοητικής εμπλοκής’ με την προς διερεύνηση έννοια, καθώς οπτικές εικόνες απέδιδαν ταυτόχρονα χωρικές και χρονικές- διαδικαστικές πτυχές της έννοιας της γωνίας. Παράλληλα, φάνηκαν και οι περιορισμοί του οπτικού ελέγχου, όταν δεν συνδυάζεται με το συμβολικό έλεγχο, όταν δηλαδή η γραφικές αναπαραστάσεις δε συνδέονται με τη διαδικασία κατασκευής τους, όταν δεν γίνονται αντιληπτές από τους μαθητές ως το αποτέλεσμα των κινήσεων της χελώνας στη βάση συγκεκριμένων εντολών Logo. Στην παρούσα ενότητα εξετάζεται ο ρόλος του μεταβολέα και ως εργαλείου διαμεσολάβησης της σχέσης συμβολικού ελέγχου και φαινομενολογίας της οθόνης. Αρχικά παρουσιάζεται μια σειρά αποσπασμάτων που καταγράφει την παλινδρόμηση που παρατηρήθηκε πολλές φορές μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης έχοντας ως αφορμή τη χρήση του μεταβολέα και γίνεται προσπάθεια ερμηνείας των δυσκολιών που αντιμετώπισαν οι μαθητές να διασυνδέσουν λειτουργικά αυτές τις δύο πτυχές της κατασκευαστικής διαδικασίας.

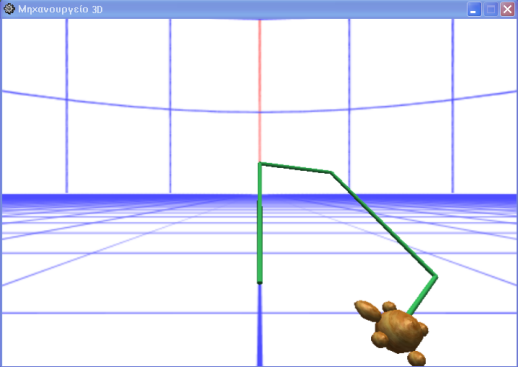
5.4.2.1 *Παλινδρόμηση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης*

Στα πλαίσια της 3^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές χειρίστηκαν δυναμικά τα μεταβλητά μεγέθη τριών διαφορετικών γωνιών στροφής του μισοψημένου μικρόκοσμου ‘Movedoor’. Στο παρακάτω επεισόδιο οι μαθήτριες προσπαθούν να καταλάβουν ποιος ο ρόλος της κάθε μεταβλητής, για να μπορέσουν κατόπιν να ρυθμίσουν έτσι τις τιμές μέσω του μεταβολέα, ώστε να φτιάξουν το μοντέλο της πόρτας που ανοιγοκλείνει. Μεταβάλλοντας με τον μεταβολέα την τιμή της μεταβλητής α οι μαθητές παρακολουθούν στην οθόνη τις μεταβολές στη θέση και τον προσανατολισμό τόσο της χελώνας όσο και της τεθλασμένης γραμμής που κατασκευάζει. Δίνοντας αρχικά έμφαση στη φαινομενολογία της οθόνης οι μαθητές θεωρούν ότι η μεταβλητή α καθορίζει το « ύψος της πόρτας από το έδαφος». Ο μεταβολέας σε αυτό το αρχικό στάδιο της διερεύνησης φαίνεται να έχει περισσότερο το ρόλο ενός χειριστηρίου το οποίο επιφέρει συγκεκριμένες αλλαγές στη γραφική αναπαράσταση, αλλαγές που έχουν να κάνουν περισσότερο με τα φαινομενολογικά χαρακτηριστικά αυτών. Στη συνέχεια ο άλλος μαθητής προτείνει να δουν τις εντολές προς τη χελώνα για να καταλάβουν ποιος ο ρόλος της μεταβλητής α . Κοιτώντας τις

εντολές ο ίδιος μαθητής καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η μεταβλητή a καθορίζει 'πόσο πάνω θα ανέβει η χελώνα'. Πρόκειται για ένα ορθό συμπέρασμα, το ερώτημα όμως που γεννάται είναι κατά πόσο αυτό μπορεί να συσχετιστεί σε αυτή την αρχική φάση με τη φαινομενολογία της οθόνης, στην οποία δε φαίνεται να ανασηκώνεται μόνο η χελώνα, αλλά ολόκληρο το σχήμα. Οι μαθήτριες παλινδρομούν μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και του συμβολικού προγράμματος, δε φαίνεται όμως να μπορούν να γεφυρώσουν εύκολα αυτά τα δύο.

Στη συνέχεια είναι ενδιαφέρουσα η διάκριση μεταξύ των εντολών `leftroll` και `right`. Η στροφή που θα κάνει η χελώνα με την εντολή `leftroll` είναι τελείως διαφορετική καθώς, όπως λέει χαρακτηριστικά η μαθήτρια είναι 'Αυτό που λέγαμε θα τη σουβλίσει γύρω γύρω' (σειρά 407), ενώ η εντολή `right` έχει να κάνει με το 'Πόσο δεξιά θα πάει το σχήμα χελώνα'. Στη συνέχεια προσπαθώντας να συνδέσουν τις εντολές με τη φαινομενολογία της οθόνης, η μαθήτρια διατείνεται ότι μπορεί η εντολή που αφορά τη μεταβλητή b να είναι `leftroll`, αλλά δεν έχει σημασία αν πουν δεξιά ή αριστερά καθώς η μεταβλητή b 'Και από τις δύο μεριές μπορεί να το στρίψει' (σειρά 411). Φαίνεται και πάλι η δυσκολία γεφύρωσης της φαινομενολογίας της οθόνης με το συμβολικό κώδικα: Καθώς οι μαθητές κινούν τον μεταβολέα δεξιά αριστερά και αλλάζουν τις τιμές της μεταβλητής b βλέπουν τη χελώνα να περιστρέφεται πότε δεξιόστροφα και πότε αριστερόστροφα. Μη συσχετίζοντας αυτό το γραφικό αποτέλεσμα με τις τιμές που παίρνει η μεταβλητή b , αλλά μόνο με τη φορά της κίνησης η μαθήτρια θεωρεί ότι το 'αριστερά' δεν είναι απόλυτο, καθώς βλέπει τη χελώνα να στρίβει τόσο δεξιά όσο και αριστερά.

399.	M1	Τι καθορίζει η μεταβλητή a ; Για κούνα τη μεταβλητή a .	
400.	M2	Η μεταβλητή a καθορίζει το ύψος της πόρτας από το έδαφος	
401.	M3	Όχι, δεν καθορίζει το ύψος.	
402.	M2	Την είχα φτιάξει τόσο ωραία. Πήγαινε πίσω. Το ύψος της πόρτας από το έδαφος	
403.	M1	Πάμε να δούμε λίγο τις οδηγίες, όκι;	
404.	M3	Στο 0 πήγαινε το. Κάτσε να δούμε τις μεταβλητές. Η μεταβλητή a καθορίζει πόσο πάνω θα ανέβει η χελώνα.	
405.	M2	Ναι, άρα πόσο θα πάνω θα ανέβει. Η μεταβλητή b πόσο αριστερά θα στρίψει	
406.	M1	Και το c πόσο δεξιά θα στρίψει.	
407.	M3	Κάτσε. Στο b είναι πόσο θα σουβλίσει η χελώνα. Αυτό που λέγαμε θα τη σουβλίσει γύρω γύρω είτε από τη δεξιά είτε από την αριστερή πλευρά. Είναι τελείως διαφορετικό. Πόσες μοίρες θα γυρίσει.	
408.	M2	Πόσες μοίρες θα γυρίσει το σώμα της χελώνας.	
409.	M3	Η μεταβλητή b , λοιπόν καθορίζει πόσες μοίρες μπορεί να πάει η χελώνα δεξιά το σώμα της.	
410.	M2	Να στρίψει αριστερά. Το <code>left</code> είναι αριστερά.	
411.	M3	Και από τις δύο μεριές μπορεί να το	Όταν αυξάνουν τις τιμές της μεταβλητής b το

		στρίβει. Πόσο πας στοίχημα; Εδώ το στρίβει αριστερά, εδώ το στρίβει δεξιά.	σχήμα κινείται αριστερόστροφα, όταν όμως τις μειώνουν κινείται δεξιόστροφα
412.	M2	Οπότε;	
413.	M3	Πόσες μοίρες μπορεί να στρίβει το σώμα της.	Δεν κινεί το μεταβολέα και εστιάζει στο πρόγραμμα
414.	M2	Η μεταβλητή c;	
415.	M3	Αυτό το c όμως είναι τελείως διαφορετικό. Πόσο δεξιά θα πάει το σχήμα χελώνα.	
416.	M2	Πώς θα το εκφράσουμε;	
417.	M3	Κυρία, η 3 (εννοεί η 3 ^η μεταβλητή) δεν είναι ακριβώς αυτό που λέει εκεί, που λέει δεξιά. Το σχήμα πόσες μοίρες το στρίβει.	Κινεί το μεταβολέα

Απόσπασμα 50

Η ίδια δυσκολία παλινδρόμησης μεταξύ προγράμματος και φαινομενολογίας της οθόνης παρατηρείται και όσον αφορά στο ρόλο της μεταβλητής C. Καθώς κινούν το μεταβολέα και αλλάζουν τις τιμές της μεταβλητής :c, εντοπίζουν ασυμβατότητα μεταξύ της εντολής και του γραφικού αποτελέσματος, όπως χαρακτηριστικά λέει η μαθήτρια ‘δεν είναι ακριβώς αυτό που λέει εκεί, που λέει δεξιά’ (σειρά 417). Συνεχίζοντας εξηγεί ότι δε στρίβει η χελώνα δεξιά, όπως θα ανέμενε, αλλά το σχήμα. Φαίνεται και πάλι η δυσκολία της συγκεκριμένης ομάδας να δει το γραφικό αποτέλεσμα ως αποτέλεσμα των κινήσεων της χελώνας. Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι και η φαινομενολογία της οθόνης δεν είναι ιδιαίτερα υποβοηθητική προς αυτή της κατεύθυνση. Ενώ ο κιναισθητικός χειρισμός των μεταβλητών α και β είχε ως γραφικό αποτέλεσμα την κίνηση της χελώνας και μαζί και την κίνηση του σχήματος, οπότε μπορούσε να γίνει εύκολα αντιστοίχιση μεταξύ των εντολών στροφής και της φαινομενολογίας της οθόνης, ο χειρισμός της μεταβλητής c είχε ως γραφικό αποτέλεσμα διαφορετικές τεθλασμένες γραμμές. Κινώντας δηλαδή το μεταβολέα και αλλάζοντας την τιμή της μεταβλητής :c οι μαθητές βλέπουν τα ευθύγραμμα τμήματα που αποτελούν την τεθλασμένη γραμμή να αλλάζουν αυτόματα γωνιακή σχέση μεταξύ τους και τη χελώνα να αλλάζει προσανατολισμό ‘καρφωμένη’ στην άκρη της τεθλασμένης γραμμής (δες εικόνα σειρά 415). Η τεθλασμένη γραμμή φαίνεται να αλλάζει με ένα ‘μαγικό’ τρόπο, ενώ δεν υπάρχει καμιά οπτική ένδειξη ότι προέκυψε ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Σε αυτή την περίπτωση είναι ακόμα πιο δύσκολο να διακρίνουν οι μαθητές ανάμεσα στη γωνία που διέγραψε η χελώνα πριν σχεδιάσει το επόμενο ευθύγραμμο τμήμα και στη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ των τεσσάρων ευθυγράμμων τμημάτων της τεθλασμένης γραμμής απ’ ότι αναφέρεται συνήθως στη βιβλιογραφία (δες βιβλιογραφική ανασκόπηση παράγραφος 2.5.3.), για τον πρόσθετο λόγο ότι οι μαθητές δεν

κατασκευάζουν οι ίδιοι τη γραφική αναπαράσταση βήμα βήμα αλλά προσπαθούν μέσα από τον κιναισθητικό χειρισμό μεταβλητών και στη βάση φαινομενολογικών ενδείξεων να αποδομήσουν τη διαδικασία κατασκευής της γραφικής αναπαράστασης έχοντας συγκεκριμένο πρακτικό στόχο.

Αντίστοιχα, η ομάδα 1 του ΣΤ2 στηριζόμενη αρχικά στη φαινομενολογία της οθόνης καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η μεταβλητή d καθορίζει τον αριθμό των πορτών της περιστρεφόμενης πόρτας, καθώς παρατηρεί ότι όταν η μεταβλητή d έχει τιμή 360 εμφανίζεται μια πόρτα και σιγά σιγά καθώς αυξομειώνει την τιμή της μεταβλητής ο αριθμός των πορτών αυξάνεται. Πρόκειται για ένα βιαστικό συμπέρασμα των μαθητών, το οποίο δεν επιβεβαιώνεται ούτε από τη φαινομενολογία της οθόνης, π.χ. για την τιμή 360 εμφανίζεται μία πόρτα και όχι 360, ενώ σε καμιά περίπτωση δεν είναι πάνω από 4. Ο μαθητής 2 κατόπιν παρατηρεί ότι κινώντας το μεταβολέα μετακινούνται και οι πόρτες, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις ενώνονται. Μετά από παρότρυνση της ερευνήτριας ο μαθητής αναζητά την εντολή στην οποία χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη μεταβλητή. Καθώς δεν μπορεί να δει την εντολή στροφής ως τμήμα ενός συνόλου εντολών που κατασκευάζουν τη γραφική αναπαράσταση, ούτε να δει τη γραφική αναπαράσταση ως ένα συνδυασμό διαδοχικών κινήσεων της χελώνας, προσπαθεί να συνδέσει την κίνηση της πόρτας με την κίνηση της χελώνας. Προσπαθώντας να συνδέσει την εντολή στροφής της χελώνας με τη φαινομενολογία της οθόνης καταλήγει στο ότι *‘Γυρίζει η χελώνα προς τα δεξιά και τις ενώνει’* (σειρά 434). Φαίνεται σα να προσωποποιεί τη χελώνα και να της δίνει ένα ρόλο *‘κινουμένου σχεδίου’* που στρίβει και μαζεύει τις πόρτες. Στο συγκεκριμένο απόσπασμα φαίνεται ο κυρίαρχος ρόλος της αντιληπτικής συνιστώσας και η αδυναμία των μαθητών να ελέγξουν το σχήμα με βάση τις γεωμετρικές του ιδιότητες.

418.	M2	Κυρία, η d δεν καθορίζει τον αριθμό των πορτών;	
419.	Ερ	Δηλαδή όταν βάζεις 360, γίνονται 360 πόρτες; Για σκέψου λίγο.	
420.	M2	Ενώνει τις πόρτες.	
421.	Ερ	Γιατί ενώνονται οι πόρτες;	
422.	M2κ	Εδώ είναι πολλές οι πόρτες. Άμα κουνήσουμε τη μεταβλητή οι πόρτες γυρνάνε και πάνε κοντά μεταξύ τους και ενώνονται.	
423.	Ερ	Πόσες είναι οι πόρτες που υπάρχουν;	
424.	M1	4	
425.	Ερ	Γίνεται να γίνουν πιο πολλές;	
426.	M2	Όχι.	
427.	Ερ	Τώρα πόσες είναι;	
428.	M2	Μια.	
429.	Ερ	Τι τιμή έχεις βάλει;	
430.	M2	360.	
431.	Ερ	Κατάλαβες γιατί είναι μία;	
432.	M2	Ναι, γιατί ενώθηκαν όλες. Έστριψαν και κόλλησαν.	
433.	ερ	Το πρόγραμμα το κοιτάζεις μήπως σε βοηθήσει να καταλάβεις τι έγινε;	
434.	M2	Γυρίζει η χελώνα προς τα δεξιά και τις ενώνει;	

Απόσπασμα 51

Η επέκταση όμως της 4^{ης} δραστηριότητας και η προσπάθεια των παιδιών να κάνουν τις κατάλληλες αλλαγές στον κώδικα του μισοψημένου μικρόκοσμου 'RevolvingDoor', φαίνεται ότι σε αρκετές περιπτώσεις αφενός ανέδειξε τους περιορισμούς του οπτικού ελέγχου μέσω του μεταβολέα και των νοημάτων που κατασκευάστηκαν στα πλαίσια αυτής της διαδικασίας αφετέρου αποτέλεσε το πεδίο ενός γόνιμου προβληματισμού και διερεύνησης. Η ομάδα 3 του ΣΤ1 δεν κατάφερε να κάνει εκείνες της αλλαγές στο πρόγραμμα που θα της επέτρεπαν να φτιάξει την έλικα ενός νερόμυλου με 8 πτερύγια. Αν και εντόπισαν ότι ο αριθμός των επαναλήψεων της κατασκευής των παραλληλογράμμων έπρεπε να γίνει από 4 8 και έκαναν την αντίστοιχη αλλαγή στο μισοψημένο μικρόκοσμο, δεν μπόρεσαν να καταλάβουν στη συνέχεια, γιατί τα παραλληλόγραμμα που φτιάχνονταν στην οθόνη του υπολογιστή εξακολουθούσαν να είναι 4. Αν και κατανοούσαν μια μια τις εντολές, ήταν δύσκολο να αναλύσουν τη διαδικασία κατασκευής του τριδιάστατου αντικειμένου σε επιμέρους κινήσεις της χελώνας. Ειδικότερα, φαίνεται να μην είχαν κατανοήσει το ρόλος της εντολής στροφής `leftroll(90)` που οι ίδιες είχαν βάλει στη θέση της εντολής `leftroll(d)` του μισοψημένου μικρόκοσμου `revolving door`. Ενώ δηλαδή στην προηγούμενη φάση της 4^{ης} δραστηριότητας οι μαθήτριες αφενός εντόπισαν μέσα από το δυναμικό χειρισμό των τιμών την κατάλληλη τιμή για τη μεταβλητή `d`, ώστε να σχηματιστεί το επιθυμητό μοντέλο, αφετέρου εντόπισαν στο πρόγραμμα την αντίστοιχη εντολή και έκαναν εκεί τις απαιτούμενες αλλαγές, ώστε ο κώδικας του μικρόκοσμου να έχει τις λιγότερες δυνατές μεταβλητές, δεν είχαν κατανοήσει το ρόλο της εντολής στροφής που χρησιμοποιούνταν η μεταβλητή `d` όσον αφορά στην κατασκευαστική διαδικασία. Πρόκειται για μια επιπλέον ένδειξη όχι μόνο των περιορισμών του οπτικού ελέγχου, αλλά και του 'μηχανιστικού' τρόπου με τον οποίο μπορεί να γίνει η αντιστοίχιση φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικού κώδικα μέσα από τη διαμεσολάβηση του κιναισθητικού χειρισμού των τιμών συγκεκριμένων μεταβλητών.

435.	Er	Ενώ του είχατε πει 8, γιατί δεν έβγαλε 8 πόρτες, αλλά 4;	
436.	M3	Πρέπει να πειράζουμε και τα άλλα;	
437.	Er	Κάτι πρέπει να πειράξετε από τα άλλα, αλλά σκεφτείτε το τι είναι αυτό. ... Για να σκεφτούμε πώς το κάνει. Του λέτε να επαναλάβει 8 φορές αυτό το μέσα, έτσι; Φτιάχνει μια πόρτα, στρίβει 90, φτιάχνει μια πόρτα στρίβει 90, ξαναφτιάχνει την άλλη πόρτα στρίβει 90 κλπ., 8 φορές. Γιατί ενώ το κάνει 8 φορές, φαίνονται 4 οι πόρτες;	Η ερευνήτρια χρησιμοποιεί το χελωνάκι – μινιατούρα για να αναπαραστήσει την κίνηση της χελώνας
438.	M2p	Γιατί είναι οι δύο πόρτες πλάι –πλάι. Άρα πρέπει να κάνουμε το γύρω γύρω;	
439.	Er	Άρα; Κοίταξε στο ξαναλέω. Φτιάχνει τη μια πόρτα, στρίβει 90 φτιάχνει την άλλη πόρτα, ξαναστρίβει 90 και έτσι στο τέλος η μια πόρτα πέφτει πάνω στην άλλη. Τι πρέπει να του αλλάξετε;	
440.	M2	Να μη στρίβει 90.	
441.	Er	Πόσο να στρίβει;	
442.	M2	180;	
443.	Er	Για να το κάνουμε να το δούμε	Βλέπουν να δημιουργούνται μόνο δύο παραλληλόγραμμα γύρω από τον κοινό

			άξονα.
444.	M1	Αν του βάλουμε 45;	
445.	Ερ	Για βάλτε το.	
446.		
447.	ερ	Γιατί 45; Αυτό θέλω να μου πείτε και τελειώσαμε.	
448.	M2ρ	Επί 8;	
449.	Ερ	Πόσο κάνει;	
450.	M2	360. Άρα το βάλουμε γύρω γύρω στον κύκλο.	
451.	Ερ	Ας πούμε ότι ο ανεμόμυλός μας δε θέλαμε να έχει 8 πόρτες, αλλά να έχει 10. Τι αλλαγές θα κάνατε και πού;	
452.	M2	160 δια 10 36. Εδώ 10 και εδώ 36.	

Απόσπασμα 52

Όπως φαίνεται στο παραπάνω απόσπασμα, όταν η ερευνήτρια χρησιμοποιεί το χελωνάκι και προσπαθεί να αναπαραστήσει την κίνηση της χελώνας εντολή προς εντολή, οι μαθήτριες αρχίζουν να συνειδητοποιούν το ρόλο της μεταβλητής :d, ότι δηλαδή αυτή καθορίζει τη θέση των παραλληλογράμμων γύρω από τον κοινό τους άξονα και για αυτό, ενώ σχεδιάζονται 8 παραλληλόγραμμα, φαίνονται 4. Όπως λέει χαρακτηριστικά η μαθήτρια είναι 'δύο πόρτες πλάι –πλάι' (σειρά 438). Ψάχνοντας να βρει το κατάλληλο γωνιακό μέγεθος για την εντολή leftroll προτείνει την τιμή 180: Αφού διπλασιάστηκαν τα παραλληλόγραμμα, η μαθήτρια αυτόματα διπλασιάζει και το μέγεθος της γωνίας στροφής της χελώνας σαν να επρόκειτο για ποσά ανάλογα, πράγμα που δείχνει ότι δεν έχει σχετιστεί ακόμα η θέση τους στο χώρο γύρω από τον κοινό άξονα με την πλήρη γωνία. Στη συνέχεια η μαθήτρια αφού δοκιμάζει τη τιμή 180 και βλέπει να εμφανίζονται 2 παραλληλόγραμμα στη σκηνή, προτείνει την τιμή 45 η οποία δίνει το επιθυμητό γραφικό αποτέλεσμα. Ο διάλογος που ακολουθεί φανερώνει ότι η μαθήτρια έχει πλέον συσχετίσει τη θέση των παραλληλογράμμων στο χώρο με την πλήρη γωνία και μπορεί να υπολογίσει με ευκολία το μέγεθος της γωνίας στροφής της χελώνας σε συνάρτηση με τον αριθμό των παραλληλογράμμων-πτερυγίων που θα θελήσει κάθε φορά να κατασκευάσει γύρω από τον κοινό άξονα.



Ως σύνοψη της ανάλυσης που προηγήθηκε θα μπορούσε να ειπωθεί ότι ο άμεσος χειρισμός γωνιακών μεγεθών με τη χρήση του μεταβολέα συνέβαλε μέσω του πειραματισμού στην προσέγγιση δυναμικών πτυχών της έννοιας της γωνίας στον προσομοιούμενο τρισδιάστατο χώρο. Μολαταύτα στην προσπάθεια διασύνδεση του κιναισθητικού χειρισμού των τιμών των μεταβλητών και της φαινομενολογίας της οθόνης με τον κώδικα σε γλώσσα Logo φαίνεται ότι οι μαθητές αντιμετώπισαν ιδιαίτερες δυσκολίες, καθώς οι δραστηριότητες γίνονταν πιο περίπλοκες. Πιο έντονα υπήρξαν τα προβλήματα στις περιπτώσεις που η γωνία στροφής αφορούσε όχι τόσο τον προσανατολισμό του τρισδιάστατου αντικειμένου στο χώρο, αλλά τη διαδικασία κατασκευής του. Για παράδειγμα τόσο στην 3^η όσο και στην 4^η δραστηριότητα η διασύνδεση της φαινομενολογίας της οθόνης με τις εντολές στροφής της χελώνας σε γλώσσα Logo δε φαίνεται να δυσκόλεψε ιδιαίτερα τους μαθητές όσον αφορά στο ρόλο των μεταβλητών :α και :β, όπου η κίνηση και ο προσανατολισμός του σχήματος συνέπιπτε με την κίνηση και τον προσανατολισμό της κινούμενης οντότητας. Στη σκηνή δινόταν η εντύπωση ότι η χελώνα μετακινούσε μαζί της και το σχήμα.

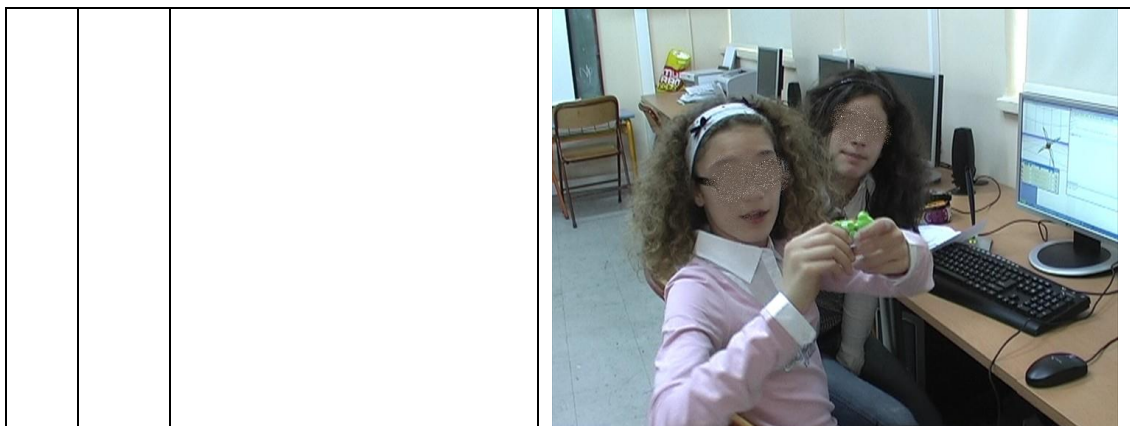
Συνεπώς, δεν υπήρχε η ανάγκη αλλαγής σημείου εστίασης: από την κίνηση της χελώνας στο γεωμετρικό σχήμα ως αποτέλεσμα συνδυασμού διαφορετικών κινήσεων της χελώνας. Αντίθετα τόσο η μεταβλητή :c όσο και η μεταβλητή :d δυσκόλεψαν τους μαθητές. Ακόμα και στις περιπτώσεις που οι μαθητές προσπάθησαν να εμβαθύνουν (π.χ. απόσπασμα 50 για τη μεταβλητή :c και απόσπασμα 51 για τη μεταβλητή d) στο ρόλο των μεταβλητών παλινδρόμησαν μεταξύ της φαινομενολογίας της οθόνης και των εντολών Logo, χωρίς να καταφέρουν να διασυνδέσουν λειτουργικά τις δύο αυτές πτυχές. Μια τέτοιου είδους λειτουργική διασύνδεση θα απαιτούσε να δουν οι μαθητές ταυτόχρονα τα τρισδιάστατα αντικείμενα ως όλον και ως αποτέλεσμα συνδυασμού κινήσεων της χελώνας στη βάση συγκεκριμένων εντολών σε γλώσσα Logo.

5.4.2.2 Αναγνώριση της αλληλόδρασης μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης

Στην παρούσα παράγραφο αυτό που υποστηρίζεται είναι ότι ο πειραματισμός μέσω του κιναισθητικού χειρισμού τιμών μεταβλητών με το μεταβολέα μπορεί να διαμεσολαβήσει την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης και έτσι να παράσχει στους μαθητές πρόσβαση σε μαθηματικές δομές που έχουν ενσωματωθεί στους μικροκόσμους, και δεν μπορούν να προσεγγιστούν αποκλειστικά και μόνο μέσω του οπτικού ελέγχου των αντικειμένων της διεπιφάνειας. Σε ορισμένες περιπτώσεις η ανάδειξη αυτής της αλληλόδρασης μπορεί να μην προκύψει άμεσα κατά τον πειραματισμό με το μεταβολέα, αλλά ο πειραματισμός με το μεταβολέα που έχει προηγηθεί να λειτουργήσει ως νοητική σκαλωσιά για την εμπλοκή των μαθητών με τη συμβολική δραστηριότητα σε μετέπειτα στάδια της κατασκευαστικής διαδικασίας. Για παράδειγμα, στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές της ομάδας 6 του ΣΤ' 2 προσπαθούν να αλλάξουν προσανατολισμό στο μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο, ώστε να μοιάζει περισσότερο με την έλικα ενός νερόμυλου στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας. Στηριζόμενοι στην εμπειρία τους από τον προηγούμενο πειραματισμό με το μεταβολέα προσπαθούν να κάνουν αλλαγές στο πρόγραμμα. Αρχικά σκέφτονται να ξαναβάλουν πίσω τη μεταβλητή *a*, κατόπιν ο μαθητής 1 προτείνει να προσθέσουν μια αντίθετη εντολή μετά το `urpitch 90` για να ακυρωθεί στην ουσία η εντολή `urpitch`. Ο μαθητής 2 όμως επιμένει ότι το επιθυμητό αποτέλεσμα μπορεί να επιτευχθεί με την κατάλληλη τιμή στη θέση της μεταβλητής *a*. Όπως λέει χαρακτηριστικά στη σειρά 458: *Πριν τη ρίχναμε την πόρτα και με το α*. Καταλήγει στην τιμή 0, τιμή που στη συνέχεια εισάγουν στο πρόγραμμα και πετυχαίνουν το επιθυμητό γραφικό αποτέλεσμα.

453.	M1	Ωχ, πώς το κάναμε πριν και ήταν πεσμένο;	
454.	M2	Πειράζαμε το <i>a</i> .	
455.	M1	Το βγάλαμε πριν το <i>a</i> . Τώρα πρέπει να το ξαναβάλουμε;	
456.	M2	Μάλλον...Όταν ήταν εδώ	

		<p>πεςμένο, πού ήταν το α; ... Κάτσε να το σκεφτούμε. Εδώ βάλουμε 90, για να είναι όρθια. Όταν ήταν πεσμένη;</p>	
457.	M1	<p>Μήπως να βάλουμε εδώ το αντίθετο για να ξαναπέσει; Downpitch 90. Ναι. Downpitch 90.</p>	
458.	M2	<p>Πριν τη ρίχναμε την πόρτα και με το α. Πάει να πει να μη σηκωθεί καθόλου. Μήπως 0; Καθόλου προς τα πάνω. Ναι, εδώ είναι το 0.</p>	
459.	M3	<p>Δεν πρέπει να είναι όρθια. Πρέπει να είναι οριζόντια.</p>	
460.	M2	<p>Βάλε 0 και θα δεις. ...Νάτο, κυρία, τελειώσαμε</p>	
461.	ερ	<p>Τι κάνατε εσείς εδώ;</p>	
462.	M2	<p>Βάλουμε το α 0. Έτσι όπως ήταν η πόρτα πρέπει να πέσει κάτω. Πες ότι αυτή είναι η πόρτα, πρέπει να πέσει κάτω και να αρχίσει να γυρνάει έτσι.</p>	 



Απόσπασμα 53

Ενδιαφέρουσα στο παραπάνω απόσπασμα είναι και η ανάλυση του επιθυμητού προσανατολισμού και των κινήσεων του τρισδιάστατου αντικειμένου μέσα από το χειρισμό της χελώνας-μινιατούρας, η οποία εδώ δεν αισθητοποιεί την κίνηση της χελώνας, αλλά χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει την κίνηση ολόκληρου του τρισδιάστατου αντικειμένου, πράγμα που δείχνει σαφώς ότι το σημείο εστίασης των μαθητών δεν είναι πλέον οι κινήσεις της χελώνας αλλά ολόκληρου του τρισδιάστατου αντικειμένου. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, όταν η κίνηση και ο προσανατολισμός του σχήματος συμπίπτει με την κίνηση και τον προσανατολισμό της κινούμενης οντότητας, η φαινομενολογία της οθόνης μπορεί εύκολα να διασυνδεθεί με τις εντολές Logo, καθώς ολόκληρο το σχήμα φαίνεται να υποκαθιστά τη χελώνα και να 'υπακούει' στις αντίστοιχες εντολές.

Στο παρακάτω απόσπασμα φαίνεται πώς ο μεταβολέας μπορεί να μετατραπεί από απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας σε εργαλείο διερεύνησης, το οποίο μπορεί να γεφυρώσει τον κιναισθητικό χειρισμό με τον προγραμματισμό σε γλώσσα Logo. Οι μαθητές της ομάδας εστίασης του ΣΤ2 προσπαθώντας να κατασκευάσουν την έλικα του νερόμυλου με 8 πτερύγια άλλαξαν στο μισοψημένο μικρόκοσμο revolving door τον αριθμό των επαναλήψεων της εντολής repeat από 4 σε 8. Κατόπιν χειρίστηκαν τις μεταβλητές του μισοψημένου μικρόκοσμου και βρήκαν ότι με την τιμή 45 στην μεταβλητή d κατασκευάζεται στην οθόνη του υπολογιστή το επιθυμητό μοντέλο. Αν και παρατήρησαν ότι, όταν άλλαξαν τον αριθμό των επαναλήψεων της κατασκευής των παραλληλογράμμων και η τιμή της μεταβλητής d ήταν 90, τα παραλληλόγραμμα που εμφανίζονταν εξακολουθούσαν να είναι 4, δεν προβληματίστηκαν σχετικά, αλλά συνέχισαν να πειραματίζονται μέχρι να έχουν το επιθυμητό γραφικό αποτέλεσμα. Όπως λέει χαρακτηριστικά ο M1 'Απλά πειραματιζόμουν με την d και το έβγαλα' (σειρά 477). Και πάλι βλέπουμε ότι οι μαθητές σταματούν τη διερεύνηση μόλις επιτυγχάνεται ο πρακτικός στόχος της δραστηριότητας. Μόνο, όταν η ερευνήτρια ζητά στη συνέχεια περισσότερα παραδείγματα κατασκευής έλικας με διαφορετικούς αριθμούς πτερυγίων, καταφέρνουν οι μαθητές να συσχετίσουν τον αριθμό των επαναλήψεων με τη γωνία στροφής που ορίζει η μεταβλητή d . Ο πειραματισμός με το μεταβολέα και η εύρεση του μεγέθους της γωνία στροφής, όταν ο αριθμός των παραλληλογράμμων είναι 6 και

10 αντίστοιχα, σε συνδυασμό με τον κώδικα επιτρέπει στους μαθητές να εμβαθύνουν στις μαθηματικές δομές που έχουν εσωτερικευθεί στο μικρόκοσμο.

463.	Er	Για πείτε μου τι κάνατε εδώ;	
464.	M1	Έβαλα εδώ στο Repeat όπως είπα και πριν από 4 8.	
465.	Er	Γιατί;	
466.	M1	Γιατί ήθελα 8 πόρτες και μετά...	
467.	M2	Βοήθησα λίγο.	
468.	M1	Ναι, βοήθησες.	
469.	er	Βλέπω και εδώ μια αλλαγή. Τι αλλαγή είναι αυτή;	
470.	M2	Βάλαμε 90	
471.	M1	Γιατί με το 90 έβγαιναν 4 πόρτες και έβαλα το 45 που είναι το μισό.	
472.	er	Γιατί βάλατε 45;.	
473.	M1	Γιατί στο 90 έβγαιναν 4 και στο 45 έβγαιναν 8.	
474.	er	Αν είχατε βάλει εδώ 8 και εδώ 90, θα βγαίναν πόσες πόρτες;	
475.	M2	4	
476.	er	Γιατί;	
477.	M1	Δεν είμαι σίγουρος. Απλά πειραματιζόμουν με την d και το έβγαλα.	
478.	er	Αν οι πόρτες ήταν 6;... Αν ήταν 10. Για σκεφτείτε το λίγο.	
479.	M1	Αν ήταν 6,...θα ήταν πιο πόλυ από 45	
480.	M2	Δώσε μου να δω.	
481.	M1	Δε φτάνει μόνο ο μεταβολέας, πρέπει να βάλουμε και στο Repeat 6, hello	
482.	M2	Βαλ' το. Για να δούμε. Θα το κουνήσω εγώ. Να εδώ . 60	
483.	M1	Ναι, γιατί.. και στο 10 για να δούμε κούνα το...35 36. Περίπου 36	
484.	Er	Τι κάνει το d;	
485.	M2	Leftroll (:d)	
486.	Er	Πότε κάνει leftroll (:d);	
487.	M1	Το βρήκα. Κάνει την πόρτα και στρίβει. Πρέπει να μπουν οι πόρτες γύρω γύρω. 10 επί 36 360. Αυτό είναι. Πρέπει να κάνουμε τον κύκλο.	

Απόσπασμα 54

Ο δυναμικός χειρισμός των τιμών των μεταβλητών παρέχει σαφέστατα ένα μέσο αναμόρφωσης του τρόπου με τον οποίο ο μαθηματικός φορμαλισμός χρησιμοποιείται από τους μαθητές. Παράλληλα, η χρήση μιας ποικιλίας αλληλοσυνδεόμενων αναπαραστάσεων, τις οποίες οι μαθητές μπορούν να διαχειριστούν σε διάφορα επίπεδα επιτρέπει στους μαθητές να υπερπηδήσουν ένα από τα βασικά προβλήματα κατά τη χρήση οπτικών αναπαραστάσεων: τη χρήση μιας μη μεταβλητής μη-διαχειρίσιμης αναπαράστασης, η οποία περιορίζει τη σκέψη και τις διαδικασίες οπτικοποίησης στα στενά όρια ενός και μόνο παραδείγματος (Presmeg, 2006). Το χάσμα, όμως, μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης μπορεί να γεφυρωθεί μόνο στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας δε χρησιμοποιείται ως απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας αλλά στα πλαίσια του συντονισμού των διαφορετικών σημειωτικών συστημάτων: της φαινομενολογίας της οθόνης, του

συμβολισμού σε γλώσσα Logo και του κιναισθητικού χειρισμού αριθμητικών τιμών μέσω του μεταβολέα. Και σε αυτό το σημείο ανακύπτει για άλλη μια φορά η σημασία της εργαλειακής ενορχήστρωσης, αφενός του σχεδιασμού των μικροκόσμων αφετέρου των δραστηριοτήτων που θα προσδιορίσουν τον πρακτικό προσανατολισμό της δραστηριότητας. Για παράδειγμα, στο παραπάνω επεισόδιο φάνηκε ότι η διερεύνηση περισσότερων απ' ότι είχε αρχικά σχεδιαστεί μοντέλων με διαφορετικό αριθμό παραλληλογράμμων γύρω από τον κοινό άξονα βοήθησε τους μαθητές να εμβαθύνουν στην κατασκευαστική διαδικασία και να μεταβούν σε ένα πιο αφαιρετικό επίπεδο.

5.4.3 Σύνοψη

Όπως φάνηκε στην ανάλυση που προηγήθηκε ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε είτε ως χειριστήριο αντικειμένων της διεπιφάνειας είτε ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης μεταξύ προγραμματιστικών διαδικασιών και φαινομενολογίας της οθόνης. Στην πρώτη περίπτωση μπορούμε να διακρίνουμε δύο υποκατηγορίες χρήσης τους μεταβολέα ανάλογα με τον πρακτικό στόχο της δραστηριότητας: α) στόχος του κιναισθητικού χειρισμού είναι η εύρεση μιας ή περισσότερων τιμών που θα έχουν συγκεκριμένο γραφικό αποτέλεσμα μέσω μιας δυναμικής διαδικασίας εναλλαγής των τιμών των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών που κατασκευάζουν τις γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή και β) στόχος του κιναισθητικού χειρισμού είναι μέσα από τη σειριακή εναλλαγή ενός εύρους τιμών να επιτευχθεί η δυναμική εναλλαγή και αντίστοιχα η εντύπωση της κίνησης των γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή.

Όσον αφορά στο πρώτο σχήμα χρήσης, ο μεταβολέα έμφαση δινόταν στη φαινομενολογία της οθόνης, ενώ οι διάφορες αριθμητικές τιμές του μεταβολέα δε συνδέονταν με συγκεκριμένα στάδια κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων με βάση τη Γεωμετρία της Χελώνας. Απ' την άλλη η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω του μεταβολέα επέτρεψε αφενός στους μαθητές να πειραματιστούν με ένα μεγάλο εύρος τιμών αφετέρου να χρησιμοποιήσουν τις γραφικές αναπαραστάσεις ως 'υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα', τα οποία δεν μπορούσαν να χειριστούν άμεσα, κάτι που φαίνεται να συνέβαλε σε κάποιο βαθμό στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος-γραφικής αναπαράστασης. Για παράδειγμα η προσπάθεια κατασκευής συγκεκριμένων αναπαραστάσεων από τους μαθητές συνδυάστηκε με την αναζήτηση συγκεκριμένων θέσεων της μπάρας του μεταβολέα, οι οποίες αντιστοιχούσαν σε συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές για κάθε μεταβλητή. Καθώς η αναζήτηση των επιθυμητών τιμών πραγματοποιούνταν μέσω μια δυναμικής διαδικασίας συγκεκριμένες τιμές του μεταβολέα συνδέθηκαν με συγκεκριμένες θέσεις των γεωμετρικών αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο, οι οποίες λειτούργησαν και ως σημεία αναφοράς κατά τον προσδιορισμό του μεγέθους των διαφόρων γωνιών στροφής. Επιπρόσθετα η δυνατότητα πειραματισμού με ένα εύρος τιμών γωνιών στροφής έδωσε στους μαθητές τη δυνατότητα πολλαπλών οδών για το ίδιο γραφικό

αποτέλεσμα. Για παράδειγμα, σε ορισμένες περιπτώσεις η ίδια γραφική αναπαράσταση κατασκευάστηκε με δύο διαφορετικές τιμές γωνίας στροφής. Προβληματίζει όμως το κατά πόσο οι διάφορες τιμές που είναι λειτουργικά ισοδύναμες ως προς το γραφικό αποτέλεσμα αποκτούν νόημα για τους μαθητές ή είναι απλά ένα σύνολο αριθμών που ικανοποιούν τον πρακτικό στόχο της δραστηριότητας.

Σε ορισμένες περιπτώσεις πάλι η γωνιακή περιστροφή της χελώνας και συνακόλουθα των γραφικών αναπαραστάσεων δεν ήταν απλά ένα διαχειρίσιμο μεταβλητό μέγεθος με το οποίο οι μαθητές θα πειραματίζονταν για να βρουν μια (ή περισσότερες) τιμές, οι οποίες θα είχαν ένα συγκεκριμένο στατικό γραφικό αποτέλεσμα, αλλά ένα *δυναμικό αντικείμενο* η σειριακή αλλαγή των τιμών του οποίου θα έχει ως αποτέλεσμα την κίνηση στον προσομοιούμενο χώρο. Οι διαφορετικοί προσανατολισμοί των γραφικών αναπαραστάσεων στο χώρο δεν αποτελούσαν διακριτά χρονικά στιγμιότυπα, αλλά ξεδιπλώνονταν μέσα από διαδοχικά βήματα στη διάρκεια του χρόνου αποδίδοντας ταυτόχρονα χωρικές και χρονικές- διαδικαστικές πτυχές της έννοιας της γωνίας. Ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε για τη δυναμική εναλλαγή και κίνηση των γραφικών αναπαραστάσεων στον τρισδιάστατο χώρο φάνηκε να υποστήριζε την αλληλόδραση μεταξύ του χωρικού-γραφικού και του θεωρητικού πεδίου επιτρέποντας στους μαθητές να αντιληφθούν τη γωνία όχι ως στατικό σχέδιο αλλά δυναμικά ως αποτέλεσμα προσανατολισμένης περιστροφής με μεταβλητό μέγεθος και παράλληλα να τη συνδέσουν με στατικές γωνίες με εμφανείς και τις δύο πλευρές.

Αν και στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας, υπήρχε μια στενή εξάρτηση των νοημάτων που κατασκεύασαν οι μαθητές από την φαινομενολογία της οθόνης και όχι από την κατασκευαστική διαδικασία στη βάση εντολών Logo, ο συνδυασμός φαινομενολογίας της οθόνης και δυναμικού χειρισμού τιμών γωνιών στροφής επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας, να δουν δηλαδή τη γωνία ως αποτέλεσμα στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος. Είναι χαρακτηριστικές οι περιπτώσεις χειρισμού των μεταβλητών a και b και των δύο μισοψημένων μικροκόσμων που χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής. Μολαταύτα δε φάνηκε να συνέβη το ίδιο στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας και η φαινομενολογία της οθόνης δεν παρείχε ξεκάθαρες ενδείξεις όσον αφορά στη διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση την μεταβλητής c στο μισοψημένο μικρόκοσμο 'movedoor' και της d στο μισοψημένο μικρόκοσμο 'revolvingdoor'. Ο τρόπος που οι μαθητές προσέγγισαν και χειρίστηκαν τις μεταβλητές c και d έφερε στο προσκήνιο τους περιορισμούς του κιναισθητικού και οπτικού ελέγχου μιας γεωμετρικής κατασκευής, όταν αυτός δε γίνεται συστηματικά και δε συνδέεται λειτουργικά με το συμβολικό έλεγχο μέσω προγραμματισμού. Ακόμα και όταν οι αντιληπτικές διαδικασίες καθοδηγούνται από 'μαθηματικές έννοιες', τα νοήματα που κατασκευάζονται είναι περιορισμένα, αν δε

συσχετιστούν με τη διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων ως αποτέλεσμα συγκεκριμένων εντολών προς την κινούμενη οντότητα, τη χελώνα. Η διάκριση- αποσύνδεση μεταξύ της πρόθεσης κατασκευής, η οποία εδώ υλοποιείται μέσω της συνύπαρξης προγραμματισμού-δυναμικού χειρισμού και της υλοποίησης της κατασκευής, η οποία πραγματοποιείται από τον υπολογιστή ως γραφική αναπαράσταση δεν οδηγεί αυτόματα στην προσέγγιση του γραφικού αντικειμένου ως γεωμετρικού σχήματος με συγκεκριμένες γεωμετρικές ιδιότητες.

Στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο διαμεσολάβησης της φαινομενολογίας της οθόνης και του συμβολικού κώδικα παρατηρήθηκαν ιδιαίτερες δυσκολίες διάκρισης της λειτουργικής διασύνδεσης αυτών των δύο πτυχών της κατασκευαστικής δραστηριότητας με τους μαθητές να παλινδρομούν τότε περισσότερο προς τη μια ή την άλλη κατεύθυνση. Καθώς αρχικά στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων οι μαθητές δεν έφτιαζαν εξαρχής τα μοντέλα της πόρτας και της περιστρεφόμενης πόρτας, αλλά ήρθαν σε επαφή με ημιτελείς διαδικασίες δυσκολεύτηκαν να δουν κάθε εντολή του κώδικα ως μέρος ενός όλου και το σχήμα ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων. Επιπρόσθετα, καθώς οι μαθητές είχαν συγκεκριμένο πρακτικό στόχο, η όποια διερεύνηση σταματούσε, όταν το γραφικό αποτέλεσμα τους ικανοποιούσε οπτικά. Έτσι ένα κεντρικό σημείο προβληματισμού παραμένει το κατά πόσο ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων ήταν τέτοιος, τουλάχιστον αρχικά, που να θέσει τα κατάλληλα εμπόδια και περιορισμούς στους μαθητές, ώστε αυτοί να κατασκευάσουν νοήματα που θα ήταν αφενός συμβατά με τη μαθηματική γνώση που είχε εσωτερικευθεί στο μικρόκοσμο, αφετέρου θα ήταν απαραίτητα για την επιτυχή δράση των μαθητών στα πλαίσια των μικροκόσμων.

Η επέκταση του μισοψημένου μικρόκοσμου ‘revolvingdoor’, ώστε να κατασκευαστεί η έλικα ενός νερόμυλου με οκτώ πτερύγια φαίνεται ότι προβλημάτισε περισσότερο τους μαθητές και ανέδειξε σε μεγάλο βαθμό την ανάγκη συνδυασμού οπτικού και συμβολικού ελέγχου. Ο πειραματισμός μέσω του κιναισθητικού χειρισμού τιμών μεταβλητών με το μεταβολέα μπορεί να διαμεσολαβήσει την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης και έτσι να παράσχει στους μαθητές πρόσβαση σε μαθηματικές δομές, που έχουν ενσωματωθεί στους μικροκόσμους, και δεν μπορούν να προσεγγιστούν αποκλειστικά και μόνο μέσω του οπτικού ελέγχου των αντικειμένων της διεπιφάνειας. Σε ορισμένες περιπτώσεις η ανάδειξη αυτής της αλληλόδρασης μπορεί να μην προκύψει άμεσα κατά τον πειραματισμό με το μεταβολέα, αλλά ο πειραματισμός με το μεταβολέα που έχει προηγηθεί να λειτουργήσει ως νοητική σκαλωσιά για την εμπλοκή των μαθητών με τη συμβολική δραστηριότητα σε μετέπειτα στάδια της κατασκευαστικής διαδικασίας, διευκολύνοντας τη γενίκευση και την αφαίρεση συγκεκριμένων μαθηματικών δομών.

5.5 Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και γωνία στροφής

Οι νέες οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις που μας παρέχονται από τα υπολογιστικά περιβάλλοντα πρέπει να μας προβληματίσουν όχι μόνο σε σχέση με τα εικονικά/οπτικά χαρακτηριστικά τους αλλά και σε σχέση με τις δυνατότητες χρήσης τους, τους χειρισμούς που επιδέχονται, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο οι όποιες αλλαγές σε αυτές επηρεάζουν άλλες συνδεδεμένες με αυτές αναπαραστάσεις (Morgan et al., 2009). Στο MaLT2 τα διάφορα χαρακτηριστικά των γραφικών αναπαραστάσεων στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο (π.χ. σχήμα, μέγεθος, χωρικές σχέσεις) καθώς και ο τρόπος της γραφικής μεταβολής αυτών (π.χ. με τη χρήση μεταβλητών) μπορούν να καθοριστούν μέσω προγραμματισμού σε Logo. Οι γραφικές αναπαραστάσεις μπορούν να γίνουν ταυτόχρονα και αντικείμενα δυναμικού χειρισμού μέσα από τη σειριακή εναλλαγή των τιμών των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών που τις κατασκεύασαν χρησιμοποιώντας ειδικά σχεδιασμένα εργαλεία μεταβολής. Επιπρόσθετα, η προοπτική θέασης του προσομοιούμενου χώρου μπορεί να αλλάξει μέσα από τον χειρισμό των καμερών του περιβάλλοντος (δες και παράγραφο 3.4.1.). Έτσι μπορούμε να παρατηρήσουμε μια γραφική αναπαράσταση από διαφορετικές προοπτικές: α) μέσα από την περιστροφή της με χρήση του μεταβολέα , β) μέσω του καθορισμού της θέσης της και του προσανατολισμού της στον τριδιάστατο χώρο προγραμματιστικά και γ) μέσα από τον χειρισμό της κάμερας θέασης του τρισδιάστατου χώρου.

Η περιστροφή ενός αντικειμένου και η αλλαγή προοπτικής θέασης μπορούν να βοηθήσουν τον παρατηρητή να συλλάβει σε ένα αφαιρετικό επίπεδο τις ιδιότητες και τη δομή ενός αντικειμένου και να αποκτήσει μια αίσθηση σταθερότητας του σχήματος. Αν και η περιστροφή ενός αντικειμένου και η αλλαγή γωνίας θέασης μπορούν να θεωρηθούν λογικά και αλγεβρικά ισοδύναμες, δεν είναι ισοδύναμες σε ψυχολογικό επίπεδο, εξαιτίας διαφορών στις στρατηγικές που χρησιμοποιούνται (Sachter, 1991). Με την περιστροφή του αντικειμένου η θέση και ο προσανατολισμός του παρατηρητή παραμένουν σταθερά, ενώ με την αλλαγή προοπτικής θέασης ο παρατηρητής πρέπει να αλλάξει πλαίσιο αναφοράς (Newcombe & Learmonth, 2005).

Τα διάφορα εργαλεία αλλαγής προοπτικής θέασης στο MaLT2 (προγραμματισμός σε Logo, εργαλεία μεταβολής, κάμερες) δεν μπορούν να θεωρηθούν απλά ως υποστηρικτικά της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων. Αποτελούν μια τελείως νέα πηγή γνώσης που μπορεί εν δυνάμει να αλλάξει τη δομή των δραστηριοτήτων και να έχει ως αποτέλεσμα την επιδίωξη νέων στόχων (Noss et al, 1997). Θεωρώντας τις εικόνες στην οθόνη του υπολογιστή ως σημαίνοντα που διαμεσολαβούνται από τα συμβατικά συστήματα με βάση τα οποία δημιουργήθηκαν, θα ήταν ενδιαφέρον να διερευνηθεί το πώς η θέαση ενός αντικειμένου μέσω πολλαπλών προοπτικών αλληλεπιδρά με τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τη γωνία ως

εργαλείο για τον καθορισμό των χωρικών ιδιοτήτων των τρισδιάστατων σχημάτων. Ειδικότερα, στην παρούσα ενότητα το ενδιαφέρον στρέφεται γύρω από:

A) την αλληλόδραση μεταξύ της μεταφοράς της χελώνας και της νοερής σύλληψης του χώρου (space vsualisation) μέσω διαφορετικών προοπτικών

B) την αλληλόδραση μεταξύ των διαφορετικών προοπτικών θέασης του ίδιου γραφικού αντικειμένου και των γεωμετρικών του ιδιοτήτων

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της ‘ταυτότητας’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα ενότητα. Ανά απόσπασμα δίνονται πληροφορίες αναφορικά με το τμήμα και την ομάδα από την οποία προέρχεται, αλλά και αναφορικά με τη δραστηριότητα στα πλαίσια της οποίας έλαβε χώρα. Έτσι, δίνεται μια σφαιρικότερη εικόνα αναφορικά τόσο με την ποσότητα των χρησιμοποιούμενων αποσπασμάτων όσο και με τη ‘διασπορά’ τους οριζόντια και εγκάρσια.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΥ ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΜΗΜΑ	ΟΜΑΔΑ	ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
55	Στ2	ΟΜ6	2 ^η δραστηριότητα
56	Στ1	ΟΜ7	2 ^η δραστηριότητα
57	Στ2	ΟΜ5	2 ^η δραστηριότητα
58	Στ1	ΟΕ	2 ^η δραστηριότητα
59	Στ1	ΟΕ	1 ^η δραστηριότητα
60	Στ2	ΟΜ6	4 ^η δραστηριότητα
61	Στ1	ΟΕ	2 ^η δραστηριότητα

Πίνακας 23: Η ‘ταυτότητα’ των πολυτροπικών αποσπασμάτων που χρησιμοποιούνται στην παράγραφο 5.5

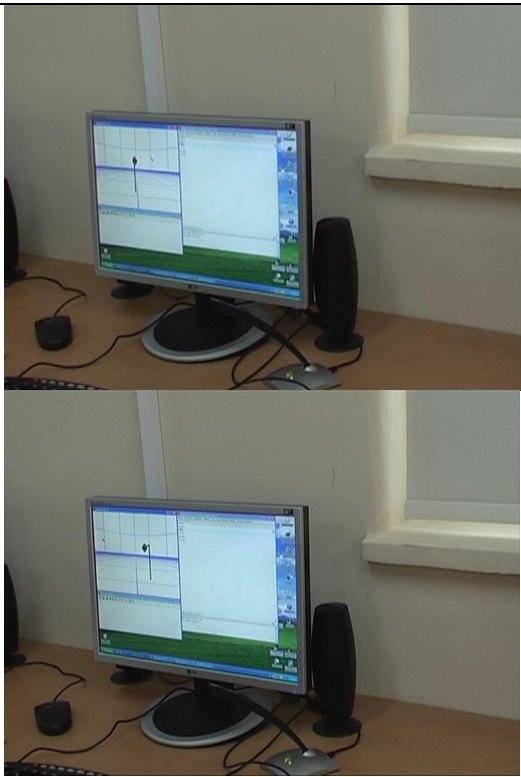
5.5.1 *Αλλαγή προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου μέσω αλλαγής της θέσης και του προσανατολισμού της κάμερας*

Οι μαθητές χρησιμοποίησαν τη λειτουργικότητα της αλλαγής της γωνίας θέασης του τριδιάστατου προσομοιούμενου χώρου κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών δραστηριοτήτων για διάφορους λόγους:

- ο Για να διακρίνουν τον προσανατολισμό της χελώνας

Στο παρακάτω επεισόδιο που έλαβε χώρα στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας, οι μαθήτριες της ομάδας 6 προσπαθούν να κατασκευάσουν τον ένα τοίχο του εικονικού δωματίου. Καθώς δεν έχουν κατά νου κάποια συγκεκριμένη στρατηγική, δεν έχουν δηλαδή αναλύσει το σχήμα που θέλουν να κατασκευάσουν σε επιμέρους κινήσεις της χελώνας, αλλά προχωρούν βήμα βήμα, χρειάζεται ανά πάσα στιγμή να γνωρίζουν τον προσανατολισμό της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, πριν δώσουν την επόμενη εντολή κίνησης. Στη συγκεκριμένη στιγμή η χελώνα έχει κινηθεί κατά μήκος του άξονα των Z και με την προκαθορισμένη οπτική του τρισδιάστατου χώρου δεν είναι

ευδιάκριτη η κατεύθυνση της κεφαλής/προσώπου της χελώνας. Για αυτό ακριβώς και κινούν την κάμερα με το ποντίκι κατά μήκος του άξονα των x για να έχουν μια καλύτερη προοπτική της χελώνας ως τρισδιάστατου αντικειμένου.

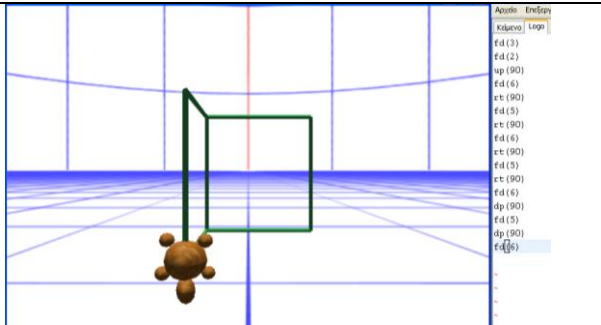
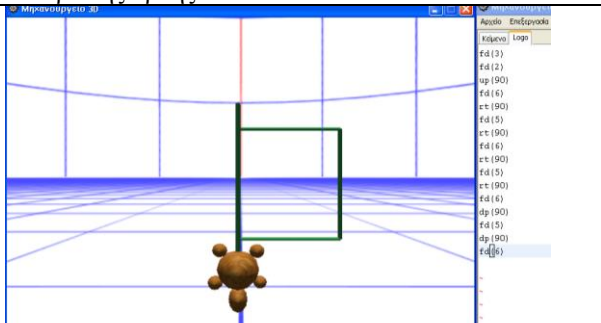
48	Αγ	Ποια είναι η κεφαλα της τωρα. Καταρχας δυσκολευομαστε να καταλαβουμε ποιο είναι το κεφαλι της χελωνας. ...Κυρια, η κεφαλα της που πεφτει;	 <p data-bbox="863 1122 1385 1153">Αλλάζουν οπτική με το ποντίκι</p>
----	----	---	---

Απόσπασμα 55

- ο Για να επικυρώσουν ισχυρισμούς και να εξηγήσουν κάτι στους συμμαθητές τους, όταν υπήρχε κάποια διαφωνία

Η αλλαγή προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου μέσω αλλαγής της θέσης και της κατεύθυνσης της κάμερας χρησιμοποιήθηκε ιδιαίτερα και στις περιπτώσεις που υπήρχε διαφωνία σχετικά με διάφορες πτυχές της κατασκευαστικής διαδικασίας. Στο παρακάτω επεισόδιο υπάρχει διαφωνία μεταξύ των μαθητών αναφορικά με το μέγεθος της διέδρης γωνίας που έχει σχηματιστεί, ο ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι είναι ορθή ενώ ο άλλος ότι είναι αμβλεία. Ο μαθητής που ισχυρίστηκε ότι είναι ορθή προσπαθεί να πείσει το συμμαθητή του θυμίζοντάς του ότι χρησιμοποίησαν την τιμή των 90 μοιρών κατά τη κατασκευή. Ο Μ2 όμως επιμένει ότι πρόκειται για αμβλεία γωνία στηριζόμενος στα οπτικά/εικονικά χαρακτηριστικά της κατασκευής, που δημιουργούν την εντύπωση της αμβλείας γωνία, εξαιτίας του σημείου φυγής που χρησιμοποιείται για να αποδοθεί η αίσθηση του βάθους. Μάλιστα για να το αποδείξει, αισθητοποιεί με το χέρι του στην οθόνη του υπολογιστή τη θέση που θα έπρεπε να είχε ο τοίχος για να σχηματίζεται ορθή γωνία. Τότε ο Μ2 κινεί την κάμερα κατά μήκος του άξονα των x έτσι, ώστε η τομή της διέδρης με το οριζόντιο επίπεδο να φαίνεται ότι ταυτίζεται με τις οριζόντιες και καθέτες γραμμές που δημιουργούν

την πλακόστρωση του οριζοντίου επιπέδου. Χρησιμοποιώντας αυτές τις γραμμές ως οπτικά σημεία αναφοράς και ως μέτρο σύγκρισης, προσπαθεί να αποδείξει ότι η γωνία είναι ορθή. Η πλακόστρωση του οριζοντίου επιπέδου η οποία έγινε ακριβώς για να δοθεί η αίσθηση του βάθους χρησιμοποιήθηκε εδώ ως ένα είδος γνώμονα για τη διάκριση μεταξύ ορθών και αμβλειών γωνιών.

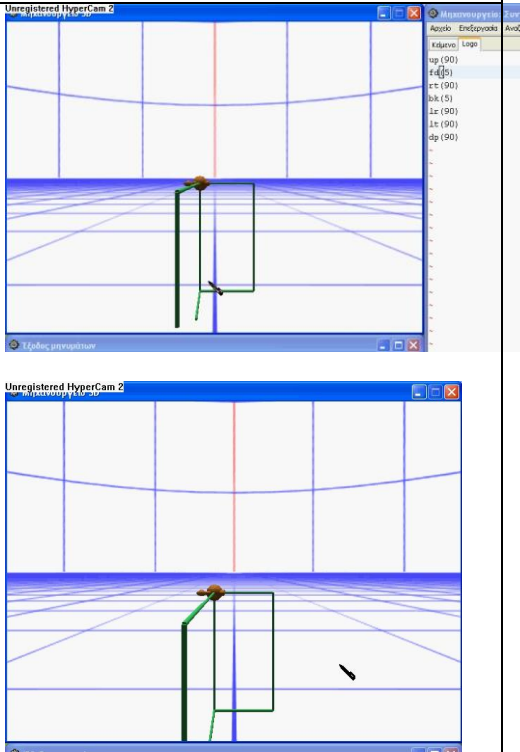
489.	M1	Αυτή εδώ; Α, κατάλαβα που είναι έτσι. (Σχηματίζει και αυτός με τα χέρια του μια διεδρη γωνία). Είναι 90 μοίρες	
490.	M2	Τι ; 90; Αμβλεία είναι. Δε την βλέπεις; Αμβλεία, κυρία.	
491.	M1	Τι λες ρε; 90 μοίρες δε βάλουμε;	
492.	M2	Άμα ήταν ορθή, αυτός ο τοίχος θα έπρεπε να πηγαίνει έτσι. Μπουμπούνα.	Με το χέρι του αισθητοποιεί πάνω στην οθόνη του υπολογιστή τη θέση της που θα έπρεπε να είχε η μια πλευρά της ορθής.
493.	M1	Άμα το κουνήσουμε θα πάει. Δε θυμάσαι πώς ήταν στην αρχή; Κοίτα. Ορθή δεν είναι;	
494.	M2	Κυρία, τι είναι τελικά; Άμα το κουνάμε έτσι είναι ορθή και άμα το κουνάμε έτσι αμβλεία;	

Απόσπασμα 56

Ανακύπτει και πάλι η στενή εξάρτηση των μαθητών από την αντιληπτική συνιστώσα, αλλά και οι δυνατότητες των πολλαπλών προοπτικών θέασης ενός αντικείμενου, οι οποίες φαίνεται να αίρουν τους περιορισμούς και τις παρανοήσεις που ενδεχομένως δημιουργεί η μια και μοναδική προοπτική. Ταυτόχρονα, είναι πιθανόν να δημιουργηθούν νέες παρανοήσεις. Για παράδειγμα ο M2 φαίνεται να δυσκολεύεται να διακρίνει, αν οι διαφορές που παρατηρούνται στην τρισδιάστατη αναπαράσταση είναι διαφορές που οφείλονται σε αλλαγές στην ίδια την αναπαράσταση ή την προοπτική θέασης της (σειρά 494). Έτσι προκύπτει για άλλη μια φορά η ανάγκη εξοικείωσης των μαθητών με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για να αναπαρασταθούν τρισδιάστατα αντικείμενα στη δισδιάστατη οθόνη του υπολογιστή, καθώς και η ανάγκη για περισσότερες οπτικές ενδείξεις που θα βοηθούσαν τους μαθητές να κινηθούν με άνεση στον προσομοιούμενο τρισδιάστατο χώρο.

- ο Για να καλύψουν 'οπτικά' πρόβλημα στην κατασκευή

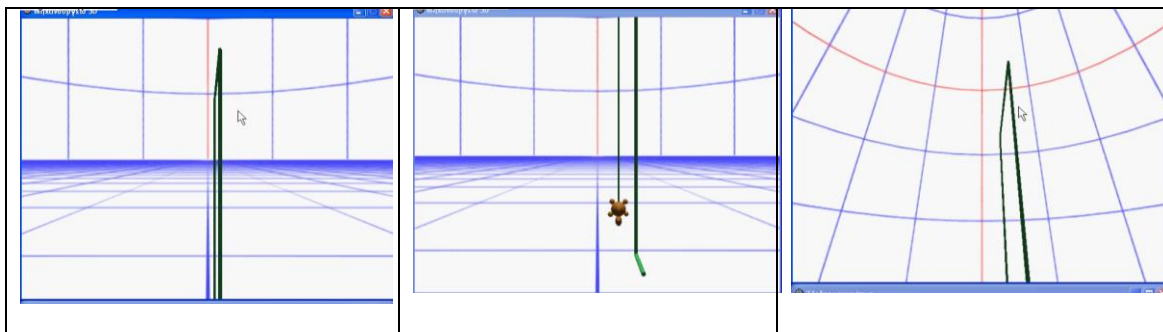
Σε κάποιες περιπτώσεις οι μαθητές χρησιμοποίησαν την αλλαγή προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου, για να καλύψουν κατασκευαστικά προβλήματα. Για παράδειγμα στο παρακάτω επεισόδιο οι μαθητές έχουν προσπαθήσει να κατασκευάσουν τους δύο διαδοχικούς τοίχους στα πλαίσια της 2^η δραστηριότητας, όμως δε έχουν καταφέρει να κλείσουν την τεθλασμένη γραμμή που αντιστοιχεί στον έναν από τους δύο τοίχους (δες εικόνα σειρά 498) και σκέφτονται ότι πρέπει να ξαναξεκινήσουν από την αρχή. Η μια μαθήτρια όμως φαίνεται ικανοποιημένη από το κατασκεύασμα τους και προτείνει να κρύψουν την ‘ατέλεια’ της κατασκευής τους αλλάζοντας προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου (δες εικόνα σειρά 498).

495.	M2	Έχουμε κάνει λάθος. Πρέπει να το φτιάξουμε όλο από την αρχή.	
496.	M1	Γιατί; Καλό είναι.	
497.	M3	Τι καλό, παιδάκι μου; Εδώ πέρα δεν έπρεπε να πηγαίνει έτσι αυτό. Έπρεπε να πηγαίνει έτσι.	
498.	M1	Να σας πω, αν δεν είναι έτσι, δε φαίνεται το λάθος μας.	 <p>Αλλάζει οπτική με το ποντίκι.</p>

Απόσπασμα 57

- ο Για να δουν καλύτερα την κατασκευή τους

Πολλές φορές οι μαθητές χρησιμοποίησαν τις κάμερες του μικρόκοσμου, για να δουν καλύτερα τις κατασκευές τους, είτε γιατί δεν μπορούσαν να έχουν συνολική εικόνα του αντικειμένου που κατασκεύασαν, όταν οι διαστάσεις του αντικειμένου ήταν τέτοιες που ξεπερνούσαν το πλαίσιο της προκαθορισμένης οπτικής του χώρου, είτε σε περιπτώσεις που ήθελαν να φαίνεται καλύτερα το σχήμα τους ως τρισδιάστατο αντικείμενο.



Εικόνα 26: Τρεις διαφορετικές προοπτικές τις ίδιας γεωμετρικής κατασκευής

Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές της ομάδας εστίασης του ΣΤ1 σκέφτονται πώς να προσανατολίσουν τη χελώνα, πριν ξεκινήσουν την κατασκευή των τοίχων στη 2^η δραστηριότητα. Αποφασίζουν να αφήσουν τη χελώνα με τον αρχικό προσανατολισμό της στη σκηνή, να κατασκευάσουν τους τοίχους και μετά να αλλάξουν οπτική 'στρίβοντας το σχήμα με το ποντίκι για να φαίνεται' (σειρά 502). Η συγκεκριμένη ομάδα φαίνεται προβληματισμένη όσον αφορά στην προοπτική θέασης των τρισδιάστατων αντικειμένων. Αποφασίζουν να σχεδιάσουν λοιπόν με την παρούσα οπτική και τον προσανατολισμό της χελώνας και κατόπιν να αλλάξουν οπτική για να είναι πιο ευδιάκριτο το τρισδιάστατο του σχήματος στους άλλους (ερευνήτρια και συμμαθητές).

499.	M1	Εγώ λέω να το αφήσουμε έτσι, να το προχωρήσουμε, να φτιάξουμε έναν τοίχο. Κοίτα την οθόνη. Είναι εδώ. Το προχωράμε	
500.	M2	Α να κάνει αυτό;	
501.	M1	Θα το κεντράρουμε καταρχήν	
502.	M2	Και μετά το στρίβουμε με το ποντίκι για να φαίνεται	

Απόσπασμα 58

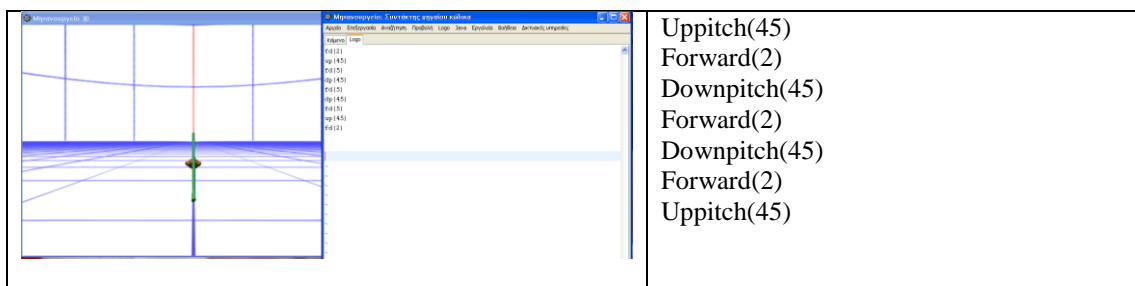
Είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον ότι οι μαθητές εδώ διαχωρίζουν την προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου κατά την κατασκευή του αντικειμένου, όπου έμφαση δίνεται στην πλοήγηση της χελώνας, και την προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου κατά την 'επίδειξη' του τρισδιάστατου αντικειμένου, όπου έμφαση δίνεται καθαρά στα οπτικά/εικονικά χαρακτηριστικά του αντικειμένου. Το ερώτημα που γεννάται είναι γιατί τα παιδιά προτιμούν την προκαθορισμένη οπτική για να κατασκευάσουν τους δύο τοίχους, ενώ όπως φαίνεται και από τα λεγόμενά τους, δεν αποτελεί την καλύτερη προοπτική θέασης του συγκεκριμένου τρισδιάστατου αντικειμένου;

Γενικά, μπορεί να ειπωθεί ότι η αλλαγή οπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου ήταν μάλλον περιορισμένη. Είναι ενδεικτικό ότι όλα τα παραπάνω επεισόδια προέρχονται από τις δύο πρώτες δραστηριότητες, ενώ δεν έχει καταγραφεί κάποιο επεισόδιο που να φαίνεται η χρήση των καμερών θέασης του προσομοιούμενου χώρου στα πλαίσια της 3^{ης} και 4^{ης} δραστηριότητας, όπου έμφαση δόθηκε στη χρήση του μεταβολέα. Επιπρόσθετα, είναι ενδεικτικό ότι όλα τα παραπάνω επεισόδια έχουν να κάνουν με χρήση της κάμερας είτε πριν είτε μετά το πέρας της κατασκευαστικής διαδικασίας. Οι επιλογές των μαθητών όσον αφορά στη χρήση των καμερών θέασης του τρισδιάστατου

χώρου μπορούν να ερμηνευθούν πιθανότατα μέσω δύο παραμέτρων: α) των σημάνσεων και λειτουργικότητας του εργαλείου και β) της ιδιαιτερότητας των κατασκευών στα πλαίσια της Γεωμετρίας της Χελώνας.

Όσον αφορά στις σημάνσεις του εργαλείου μπορεί να ειπωθεί ότι η χρήση δισδιάστατων συσκευών εισόδου, όπως το ποντίκι και το πληκτρολόγιο, για τον καθορισμό της οπτικής θέασης του τριδιάστατου χώρου βρίσκεται σε αναντιστοιχία με την κίνηση σε τρεις διαστάσεις στον προσομοιούμενο χώρο, κάτι που όπως έχει επισημανθεί σε έρευνες (Yeh & Nason, 2004), μπορεί να δημιουργήσει δυσκολίες στους χρήστες. Από την άλλη η κίνηση των καμερών κατά μήκος των τριών αξόνων που όριζαν τον προσομοιούμενο χώρο ήταν μάλλον αντιδραστική, καθώς δεν μπορεί να συσχετιστεί με τις ανθρώπινες εμπειρίες επισκόπησης του περιβάλλοντος ή αντικειμένων. Για παράδειγμα ήταν ιδιαίτερα δύσκολο να χειριστεί κάποιος έτσι τις κάμερες ώστε να περιστραφεί ως παρατηρητής γύρω από ένα αντικείμενο του τρισδιάστατου χώρου. Αν αυτό συσχετιστεί και με το ότι ο χειρισμός των καμερών γινόταν μόνο κιναισθητικά και δεν άφηνε κάποιες ενδείξεις αναφορικά με το σημείο θέασης του χώρου (π.χ. συντεταγμένες, χρήση πυξίδας κλπ.), μπορούμε να υποθέσουμε ότι η δυσκολία προσανατολισμού του χρήστη σε σχέση με το σύνολο του χώρου αλλά και σε σχέση με τα αντικείμενα μέσα σε αυτόν (είτε τη χελώνα είτε τις τριδιάστατες γραφικές αναπαραστάσεις) αποθάρρυνε τους μαθητές από το να κάνουν μια εκτεταμένη χρήση των καμερών.

Από την άλλη οι δραστηριότητες είχαν σχεδιαστεί έτσι, ώστε έμφαση να δίνεται στην πλοήγηση της χελώνας και στην κατασκευή τρισδιάστατων αντικειμένων και όχι στην περιεπισκόπηση του χώρου από το χρήστη. Η ανάγκη και οι δυσκολίες συντονισμού του σώματος του χρήστη με τη χελώνα (δες και παραγράφους 5.2.1.- 5.2.4.) πιθανόν να αποθάρρυνε τους μαθητές στη χρήση πολλαπλών διαφορετικών οπτικών του τριδιάστατου χώρου. Η προεπιλεγμένη κύρια όψη φαίνεται ότι βοήθησε τους μαθητές να συντονιστούν με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη. Έτσι στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας σχεδόν όλες οι ομάδες πέταξαν τη χελώνα προς το βάθος της οθόνης (κατά μήκος τους άξονα των Z) παρότι δεν σχηματιζόταν μια ξεκάθαρη αναπαράσταση του ταξιδιού της χελώνας (δες εικόνα 27).



Εικόνα 27: Απογειώνοντας και προσγειώνοντας τη χελώνα

Όταν οι μαθητές της ομάδας εστίασης του ΣΤ1 ρωτήθηκαν σχετικά, όπως φαίνεται και στο παρακάτω απόσπασμα, επεσήμαναν την ευκολία σχεδίασης με τη δεδομένη

οπτική καθώς μπορούσαν να συντονιστούν πιο εύκολα με τη χελώνα και να αποφασίσουν τις διάφορες εντολές στροφής στηριζόμενοι στον προσανατολισμό τους σώματός τους. Όπως λέει χαρακτηριστικά ο μαθητής 1 *‘αν θέλουμε να πάει δεξιά, ας πούμε, μπορούμε να δούμε από τα χέρια μας πού είναι το δεξιά και να την πάμε.’* (σειρά 505). Με δεδομένη τη συγκεκριμένη προοπτική θέασης του χώρου η κίνηση κατά μήκος τους άξονα των Z επέτρεπε στους μαθητές να συντονίσουν τα ποικίλα πλαίσια αναφοράς όσον αφορά στον προσανατολισμό της κίνησης της χελώνας. Έτσι, ο προσανατολισμός της κινούμενης οντότητας ταυτιζόταν με τον προσανατολισμό του χρήστη – οι μαθητές μπορούν από τα χέρια τους να βρουν το δεξιά και το αριστερά- αλλά και με το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου, όπου οι κατευθύνσεις πάνω/κάτω θεωρούνται δεδομένες λόγω της βαρύτητας. Σε αυτό το πλαίσιο η χρήση των εντολών *uppitch/downpitch* καθώς και η κίνηση της χελώνας κατά μήκος του άξονα των Z, που έδινε την αίσθηση του βάθους στην προκαθορισμένη οπτική, μπορούσε πιο εύκολα να συνδυαστεί με τις καθημερινές εμπειρίες των παιδιών και τις αναπαραστάσεις ιπτάμενων αεροσκαφών.

503.	Er	Γιατί κάνατε την πτήση προς τα μέσα και όχι προς τα δεξιά ή διαγώνια;	
504.	M2	Πιο εύκολο είναι να πάει ευθεία, γιατί χρειάζεται μόνο fd και γιατί άμα πάει διαγώνια χρειάζεται να πατήσουμε και Rt 45. Πρέπει να κάνουμε πιο πολλά πράγματα.	
505.	M1	Όπως είναι έτσι, αν θέλουμε να πάει δεξιά ας πούμε μπορούμε να δουμε από τα χέρια μας πού είναι το δεξιά και να την πάμε.	

Απόσπασμα 59

Αν και η προκαθορισμένη προοπτική θέασης μπορεί να θεωρηθεί ότι διευκολύνει το συντονισμό με τη χελώνα ιδιαίτερα σε σχέση με τον αρχικό προσανατολισμό της στη σκηνή και την κίνηση της κατά μήκος του άξονα των Z, το ερώτημα που γεννάται είναι, γιατί οι μαθητές δεν άλλαζαν προοπτική θέασης του τριδιάστατου χώρου, καθώς άλλαζαν επίπεδα στον τρισδιάστατο χώρο π.χ. στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας (δες και επεισόδιο 58 παραπάνω), ώστε να συντονιστούν πιο εύκολα με τη χελώνα; Η επιλογή μιας σταθερής προοπτικής θέασης του τριδιάστατου χώρου κατά τη διάρκεια της κατασκευαστικής διαδικασίας είχε να κάνει μόνο με τις λειτουργικότητες της κάμερας, π.χ. με τις δυσκολίες παρακολούθησης της χελώνας²⁴ ή περιστροφής του χρήστη ως παρατηρητή γύρω από το αντικείμενο ή υπήρχαν πρόσθετοι λόγοι;

Σύμφωνα με τη Yakimanskaya (1991) ο καθορισμός της χωρικής διευθέτησης ή της σχετικής θέσης αντικειμένων στο χώρο απαιτεί ένα σύστημα όπου η αρχική θέση του παρατηρητή λαμβάνεται ως σημείο αναφοράς ακόμα και στις περιπτώσεις που τα

²⁴ Για παράδειγμα δεν υπήρχε η δυνατότητα μιας τριδιάστατης ‘εμβυθισμένης’ οπτικής όπου ο χώρος θα μπορεί να ιδωθεί μέσα από την οπτική της χελώνας με μια κάμερα προσαρμοσμένη πάνω στη χελώνα ή μιας τριδιάστατης οπτικής όπου η κάμερα θα ακολουθεί τη χελώνα από μια σταθερή απόσταση (Wickens et al., 2005).

παιδιά συναντούν τυπικά συστήματα χωρικών γραφικών αναπαραστάσεων. Έτσι μπορεί να ειπωθεί ότι οι μαθητές προτίμησαν να δουν το χώρο από ένα σταθερό σημείο θέασης κατά τη διάρκεια τη κατασκευής για να μην αλλάξουν θέση ως παρατηρητές και να έχουν έτσι ένα σταθερό σημείο αναφοράς, κάτι που πιθανόν να μείωνε το γνωστικό φόρτο. Από την άλλη κατά την κατασκευή αναπαραστάσεων σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ δύο πραγμάτων: της πλοήγησης της χελώνας ώστε να κατασκευαστεί ένα γεωμετρικό σχήμα και του αποτελέσματος αυτής της πλοήγησης, του γεωμετρικού σχήματος (Fein et al, 1987). Με άλλα λόγια όταν κατασκευάζουν ένα αντικείμενο χρησιμοποιώντας εντολές Logo, οι μαθητές πρέπει να συντονίσουν δύο διαφορετικές προοπτικές: την προοπτική θέασης της χελώνας, η οποία πρέπει να κινηθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να σχεδιάσει μια γραφική αναπαράσταση και την προοπτική θέασης του εξωτερικού παρατηρητή που βλέπει το γραφικό αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας από μια συγκεκριμένη θέση. Πιθανότατα η σταθερή προκαθορισμένη οπτική του τρισδιάστατου χώρου να έδωσε στους μαθητές μια αίσθηση σταθερότητας του χώρου και να τους βοήθησε στο σχεδιασμό των κινήσεων της χελώνας ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που στόχος δεν ήταν η πλοήγηση της χελώνας αλλά η σχεδίαση ενός γεωμετρικού σχήματος, που έπρεπε να αναλυθεί σε ένα σύνολο επιμέρους κινήσεων της χελώνας. Σε αυτό το πλαίσιο, θεωρώντας δηλαδή το γεωμετρικό σχήμα ως ένα σύνολο επιμέρους κινήσεων της χελώνας, δεν μπορεί να ληφθεί υπόψη μόνο η θέση και ο προσανατολισμός της χελώνας εντολή προς εντολή, αλλά το σύνολο του προσομοιούμενου χώρου με ιδιαίτερη έμφαση στην αρχική θέση της χελώνας. Προσπαθώντας να ερμηνεύσουμε τον τρόπο χρήσης των καμερών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων πρέπει να λάβουμε υπόψη τόσο θέματα που άπτονται της οπτικοποίησης του χώρου, όσο και θέματα που άπτονται της ιδιαιτερότητας των γεωμετρικών κατασκευών στα περιβάλλοντα γεωμετρίας της χελώνας.

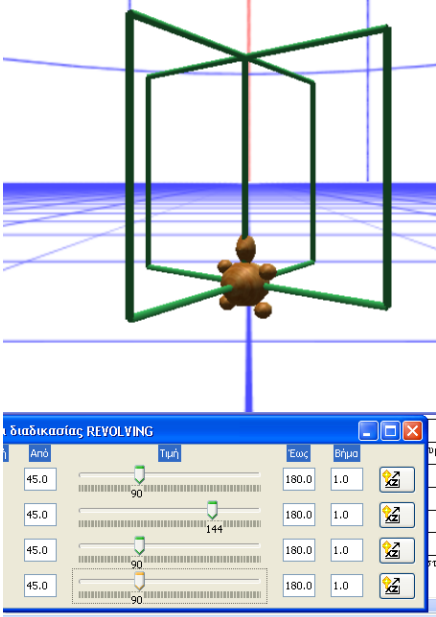
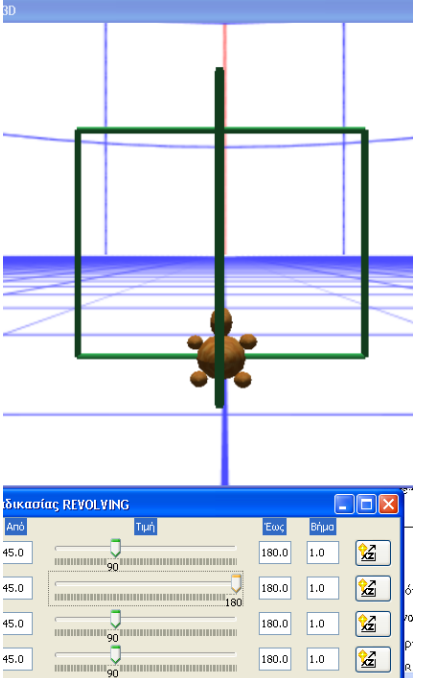
5.5.2 *Αλλαγή προοπτικής θέασης των τρισδιάστατων αντικειμένων μέσα από τη χρήση του μονοδιάστατου μεταβολέα*

Η διάκριση μεταξύ αυτού που αναπαρίσταται και του τρόπου αναπαράστασης του δεν είναι συχνά εύκολη, όταν χρησιμοποιούνται τα παραδοσιακά στατικά μέσα, καθώς απαιτείται ικανότητα νοερής σύλληψης όλων των πιθανών διαφορετικών αναπαραστάσεων που μπορούν να αποδοθούν σε ένα τρισδιάστατο γεωμετρικό αντικείμενο (Gutierrez, 1996). Αντίθετα στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο η περιστροφή ενός αντικειμένου και η δυνατότητα παρατήρησης του μέσω διαφορετικών προοπτικών μπορεί να συμβάλει ώστε ο παρατηρητής να αντιληφθεί τη δομή και τις γεωμετρικές ιδιότητες ενός αντικειμένου. Αν και η περιστροφή ενός αντικειμένου και η αλλαγή σημείου θέασης του τρισδιάστατου χώρου μπορούν να ‘αποκαλύψουν’ τις ίδιες πτυχές του αντικειμένου, ως διαδικασίες δεν είναι ισοδύναμες. Με την περιστροφή του αντικειμένου η θέση και ο προσανατολισμός του παρατηρητή παραμένουν σταθερά, ενώ με την αλλαγή προοπτικής θέασης ο

παρατηρητής πρέπει να αλλάξει πλαίσιο αναφοράς (Newcombe & Learmonth, 2005), κάτι που θεωρείται περισσότερο γνωστικά απαιτητικό. Στο MaLT2 η θέση και ο προσανατολισμός ενός τρισδιάστατου αντικειμένου μπορούν να καθοριστούν δυναμικά μέσα από το χειρισμό των τιμών των μεταβλητών των διαδικασιών σε Logo που κατασκεύασαν τη συγκεκριμένη γραφική αναπαράσταση. Για παράδειγμα στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων της 3^{ης} και 4^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές χειρίστηκαν τα μεταβλητά μεγέθη των εντολών στροφής `uppitch` και `leftroll`, οι οποίες όριζαν τη θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας, πριν σχεδιάσει το μοντέλο της πόρτας και της περιστρεφόμενης πόρτας αντίστοιχα. Οι μαθητές δεν άλλαζαν σημείο θέασης του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου ως παρατηρητές, αλλά μπορούσαν να δουν το τρισδιάστατο αντικείμενο από διαφορετικές προοπτικές, καθώς κινούσαν το μεταβολέα και άλλαζαν τις τιμές των μεταβλητών *a* και *b* (δες κώδικα μισοψημένων μικροκόσμων εικόνα 14 και εικόνα 17).

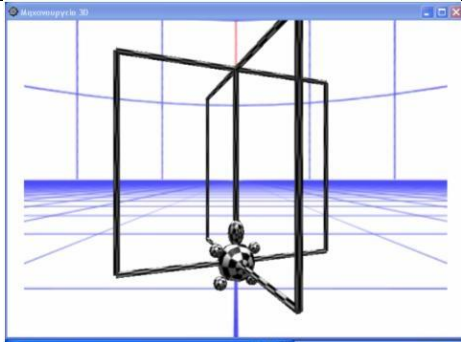
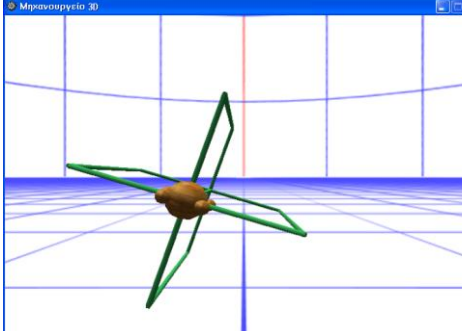
Ως αποτέλεσμα του πειραματισμού και του δυναμικού χειρισμού των τιμών των μεταβλητών οι μαθητές προσέγγισαν το ίδιο αντικείμενο μέσα από διαφορετικές προοπτικές και μπόρεσαν να κάνουν διάκριση μεταξύ των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που έχουν να κάνουν με τις γεωμετρικές του ιδιότητες και των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που έχουν να κάνουν με τις διαφορετικές προοπτικές θέασης. Το παρακάτω απόσπασμα έλαβε χώρα στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας και αφορά την ομάδα 6 του ΣΤ2. Σε ερώτηση της ερευνήτριας αναφορικά με το μέγεθος της διέδρης γωνίας μεταξύ των παραλληλογράμμων (που καθορίζεται από τις τιμές της μεταβλητής *d*) οι μαθητές απαντούν ότι η γωνία είναι 90 μοιρών, γιατί έχουν βάλει στη *d* την τιμή 90. Όταν η ερευνήτρια επικεντρώνει την προσοχή των μαθητών στα οπτικά χαρακτηριστικά της γωνίας που θεώρησαν ως ορθή και η οποία μοιάζει περισσότερο ως αμβλεία, ο M3 αυθόρμητα αλλάζει την τιμή της μεταβλητής *β* από 144 σε 180 (δες εικόνα σειρά 513 και 517). Περιστρέφοντας το αντικείμενο γύρω από τον άξονα των *χ* και αλλάζοντας την προοπτική θέασής του από το χρήστη η αναπαράσταση της διέδρης μοιάζει περισσότερο με ορθή, καθώς είναι πιο ευδιάκριτη η καθετότητα των γραμμών σε συνδυασμό και με τις οριζόντιες και κάθετες γραμμές της πλακόστρωσης του οριζοντίου επιπέδου. Να σημειωθεί τέλος ότι η ίδια ομάδα στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας (δες απόσπασμα 39) είχε δυσκολευτεί να προσδιορίσει το μέγεθος της διέδρης γωνίας που σχημάτιζαν ‘οι τοίχοι’ που είχε σχεδιάσει στον προσομοιούμενο χώρο, καθώς κάποιοι μαθητές στήριζαν τις εκτιμήσεις τους στα οπτικά χαρακτηριστικά της διέδρης, η οποία έμοιαζε περισσότερο με αμβλεία, λόγω του σημείου φυγής που χρησιμοποιείται στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, για να δοθεί η αίσθηση του βάθους.

506	Ερ	Τι καθορίζει η <i>d</i> ;	
507	M1	Τη θέση που θα είναι οι πόρτες.	
508	Ερ	Εδώ γιατί το βάλατε 90;	
509	M2	Για να σχηματίζεται σταυρός;	
510	Ερ	Και γιατί με το 90 σχηματίζεται σταυρός;	

511	M3	90, γιατί είναι ορθή γωνία;	
512	ερ	Ποια είναι ορθή;	
513	M3	Αυτή εδώ ανάμεσα.	
514	ερ	Εμένα μου φαίνεται αμβλεία.	
515	M3	Είναι γιατί το έχουμε στρίψει. Καθίστε να το γυρίσω λίγο να φαίνεται καλύτερα.	

Απόσπασμα 60

Αντίστοιχα στο τέλος της 4^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές της ομάδας εστίασης συνειδητοποιούν ότι μια έλικα ενός νερόμυλου με 4 πτερύγια είναι το ίδιο σχήμα με την περιστρεφόμενη πόρτα, με διαφορετικό προσανατολισμό ως προς το οριζόντιο επίπεδο, γι' αυτό και πρέπει να 'ρίζουν το σχήμα κάτω' αλλάζοντας τις τιμές της μεταβλητής α . Μάλιστα συνειδητοποιούν ότι αλλάζοντας τον προσανατολισμό ως προς το οριζόντιο επίπεδο η αναπαράσταση του επιθυμητού σχήματος θα είναι η ίδια με αυτή που θα είχαν, αν έβλεπαν την περιστρεφόμενη πόρτα από πάνω (σειρά 518).

516.	M1	Πρέπει να το ρίξουμε κάτω.	
517.	M2	Είναι το ίδιο με πριν. Κούνα το α.	
518.	M1	Ναι, είναι κάπως, σα να το βλέπεις από πάνω.	

Απόσπασμα 61

Η γωνία στροφής με μεταβλητό μέγεθος δε χρησιμοποιήθηκε μόνο για τον καθορισμό των γεωμετρικών ιδιοτήτων των τρισδιάστατων σχημάτων, αλλά λειτουργήσε και ως εργαλείο για τον προσδιορισμό των χωρικών ιδιοτήτων της θέσης και του προσανατολισμού τους στο χώρο. Παράλληλα μέσα από τον δυναμικό χειρισμό του μεγέθους συγκεκριμένων γωνιών στροφής η γωνία λειτουργήσε ως εργαλείο οπτικοποίησης των τρισδιάστατων αντικειμένων παρέχοντας της δυνατότητα πρόσβασης σε διαφορετικές προοπτικές του ίδιου αντικειμένου όχι μόνο ως διακριτών και στατικών στιγμιότυπων αλλά και μέσα από τη συνεχή εναλλαγή στιγμιότυπων που δημιουργούσαν την εντύπωση της κίνησης γύρω από διαφορετικούς άξονες του τρισδιάστατου χώρου. Έχοντας πρόσβαση σε πολλαπλές αναπαραστάσεις του ίδιου αντικειμένου μέσω του μεταβολέα και μάλιστα μέσω μιας διαδικασίας που δεν ήταν απλά κιναισθητική, αλλά συνδεόταν με τις γεωμετρικές ιδιότητες και τη διαδικασία κατασκευής του τρισδιάστατου αντικειμένου οι μαθητές βοηθήθηκαν να ‘ερμηνεύσουν’ σωστά τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή, χωρίς να παρασυρθούν από τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για τη αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων σε διδιάστατα μέσα.

5.5.3 Αλλαγή προοπτικής θέασης μέσω προγραμματισμού

Η αλλαγή προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου μπορεί να γίνει και προγραμματιστικά μέσα από τη μεταφορά της χελώνας και τη χρήση της γλώσσας Logo. Στην παρούσα έρευνα οι μαθητές χρησιμοποίησαν τον προγραμματισμό: α) για να αλλάξουν προοπτική θέασης της χελώνας μέσω εντολών περιστροφής και β) για να καθορίσουν την προοπτική θέασης των τριδιάστατων αντικειμένων μέσα από τον

καθορισμό της θέσης και του προσανατολισμού της χελώνας, πριν από την κατασκευή του αντικειμένου.

Η επανεκτέλεση της ίδιας εντολής στροφής, όταν δεν ακολουθείται από κίνηση εμπρός ή πίσω, έχει ως αποτέλεσμα την περιστροφή της χελώνας και συνεπώς την αλλαγή προοπτικής θέασης της ως τρισδιάστατου αντικειμένου, γεγονός που χρησιμοποιήθηκε για τη διάκριση και τον προσδιορισμό των χωρικών χαρακτηριστικών της χελώνας. Ειδικότερα, όπως φάνηκε και στο επεισόδιο (32) η ευκολία επανεκτέλεσης της εντολής *up*, χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας για να βοηθηθούν αναφορικά με τον προσανατολισμό της κεφαλής της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, καθώς δεν ήταν οπτικά ευδιάκριτος. Περιστρέφοντας τη χελώνα και βλέποντάς την από διαφορετικές προοπτικές οι μαθητές μπόρεσαν να διακρίνουν τον προσανατολισμό της στο χώρο και κατόπιν να αποφασίσουν για τις εντολές που θα έπρεπε να δοθούν στη χελώνα, για να κατασκευαστεί το επιθυμητό τρισδιάστατο αντικείμενο.

Από την άλλη, ήταν ιδιαίτερα ενδιαφέρον ότι μια ομάδα μαθητών αποφάσισε να καθορίσει τον προσανατολισμό του τρισδιάστατου αντικειμένου στο χώρο και αντίστοιχα να ορίσει την προοπτική θέασης του στρίβοντας μέσω εντολών *Logo* τη χελώνα κατά 45 μοίρες προς τα δεξιά στην προκαθορισμένη οπτική και πριν αρχίσει την κατασκευή της στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας. Πρόκειται για μια πολύ συνειδητή επιλογή των μαθητών, πριν ξεκινήσουν την κατασκευή τους - για 'να φαίνεται καλύτερα' (σειρά 520) το τρισδιάστατο αντικείμενο που θα κατασκεύαζαν- η οποία δείχνει ότι οι συγκεκριμένοι μαθητές μπορούν αφενός να εκτιμήσουν τα οπτικά αποτελέσματα της αλλαγής προοπτικής αφετέρου να καθορίσουν την προοπτική θέασης της κατασκευής τους μέσω προγραμματισμού. Αν και η στροφή μιας αναπαράστασης κατά 45 μοίρες, θεωρείται ότι δεν επιβαρύνει ιδιαίτερα γνωστικά αυτόν που την παρατηρεί, καθώς δεν αλλάζει εντελώς η προοπτική θέασης του αντικειμένου (Wickens et al, 2005), αυτό που έχει ιδιαίτερη σημασία εδώ είναι ότι οι μαθητές μπορούν να διακρίνουν τις ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος και να τις μεταφράσουν σε εντολές *Logo* ανεξάρτητα από τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη του υπολογιστή και κατά συνέπεια ανεξάρτητα από την προοπτική θέασης του ίδιου του τρισδιάστατου αντικειμένου και των οπτικών του χαρακτηριστικών.

519.	M2	Αν είναι εδώ, διαγώνια θα το πάμε;	
520.	M1	Για να φαίνεται καλύτερα	
521.	M2	Θα πάμε διαγώνια 45, για να πάει έτσι καταρχήν	

του υπολογιστή, αν άρχιζαν την κατασκευή τους με βάση τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη αλλά και τις αλλαγές που θα συμβούν στον προσανατολισμό της τριδιάστατης αναπαράστασης, αν η χελώνα στρίψει κατά 45 μοίρες πριν ξεκινήσει να ‘σχεδιάζει’ τους τοίχους (σειρά 522).

5.5.4 Σύνοψη

Στην αρχή του κεφαλαίου θεωρήθηκε ενδιαφέρον να ερευνηθεί: α) η αλληλόδραση μεταξύ της μεταφοράς της χελώνας και της οπτικοποίησης του χώρου μέσω διαφορετικών προοπτικών και β) η αλληλόδραση μεταξύ των διαφορετικών προοπτικών θέασης του ίδιου γραφικού αντικειμένου και των γεωμετρικών του ιδιοτήτων. Από την άλλη η αλλαγή προοπτικής θέασης ενός γεωμετρικού αντικειμένου που έχει κατασκευαστεί μέσω της μεταφοράς της χελώνας στο συγκεκριμένο υπολογιστικό περιβάλλον μπορεί να πραγματοποιηθεί: α) μέσα από τον χειρισμό των καμερών θέασης του τρισδιάστατου χώρου, β) μέσα από το δυναμικό χειρισμό των μεταβλητών μεγεθών, που ορίζουν μια γεωμετρική κατασκευή σε γλώσσα Logo και γ) προγραμματιστικά.

Όσον αφορά στη μεταφορά της χελώνας η αλλαγή προοπτικής θέασης του χώρου μέσω καμερών άπτεται δύο θεμάτων: α) τη διάκριση του προσανατολισμού της χελώνας β) του συντονισμού του σώματος του χρήστη με τη χελώνα. Όσον αφορά στο πρώτο θέμα οι κάμερες χρησιμοποιήθηκαν εκτενώς, καθώς σε πολλές περιπτώσεις ο προσανατολισμός της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο δεν ήταν ευδιάκριτος, αφενός λόγω των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται στον τρισδιάστατο χώρο για να δοθεί η αίσθηση του βάθους αφετέρου λόγω των χωρικών χαρακτηριστικών της χελώνας ως τρισδιάστατου αντικειμένου. Από την άλλη φάνηκε ότι κατά την πλοήγηση της χελώνας στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στο συντονισμό με τη χελώνα, πράγμα που εξηγεί και την προτίμησή τους στην προκαθορισμένη οπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου, καθώς σε συνδυασμό με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο τους επέτρεψε να συντονίσουν με ευκολία τα διαφορετικά πλαίσια αναφοράς, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που έπρεπε να αποφασίσουν το είδος της εντολής στροφής που έπρεπε να δοθεί στη χελώνα.

Από την άλλη ερωτήματα γεννώνται από την περιορισμένη χρήση των καμερών κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών διαδικασιών. Ενώ δηλαδή οι μαθητές χρησιμοποιούν τις κάμερες πριν ή μετά την κατασκευή, π.χ. για να δουν καλύτερα την κατασκευή τους ή για να καλύψουν οπτικά προβλήματα των κατασκευών τους, φαίνεται να δουλεύουν αποκλειστικά στην προκαθορισμένη οπτική ενόσω καθοδηγούν τη χελώνα να κατασκευάσει συγκεκριμένα γεωμετρικά σχήματα. Αυτό φαίνεται να έρχεται σε αντίθεση με το προηγούμενο συμπέρασμα βάσει του οποίου οι μαθητές δούλεψαν στην προκαθορισμένη οπτική, γιατί τους βοηθούσε να συντονιστούν με την κίνηση της χελώνας. Αν ίσχυε το παραπάνω συμπέρασμα, δεν θα έπρεπε να αλλάζουν προοπτικές θέασης του χώρου για να συντονιστούν με τη

χελώνα; Η συγκεκριμένη επιλογή έχει να κάνει τόσο με τις σημάνσεις και τις λειτουργικότητες του εργαλείου (π.χ. αντιδισαιθητική κίνηση στο χώρο, δυσκολία προσανατολισμού σε σχέση με το σύνολο του χώρου και τα αντικείμενα μέσα σε αυτόν κλπ.) όσο και με τις ιδιαιτερότητες των γεωμετρικών κατασκευών σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας.

Η σταθερή προοπτική θέασης του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου παρέχει ένα σταθερό σημείο αναφοράς με βάση το οποίο μπορούν να προσδιοριστούν οι χωρικές ιδιότητες των αντικειμένων περιορίζοντας έτσι το γνωστικό φόρτο, σε αντίθεση με την αλλαγή σημείου θέασης, όπου δεν αλλάζει απλά η προοπτική θέασης του αντικειμένου, αλλά το όλο πλαίσιο αναφοράς με βάση το οποίο πρέπει να επαναπροσδιοριστούν οι χωρικές σχέσεις (Wickens et al., 2005). Από την άλλη κατά την κατασκευή αναπαραστάσεων σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ δύο πραγμάτων: της πλοήγησης της χελώνας ώστε να κατασκευαστεί ένα γεωμετρικό σχήμα και του αποτελέσματος αυτής της πλοήγησης, του γεωμετρικού σχήματος (Fein et al., 1987). Η ανάλυση ενός γεωμετρικού σχήματος σε ένα σύνολο επιμέρους κινήσεων της χελώνας, δεν γίνεται πάντα και αποκλειστικά σε ένα εσωγενές πλαίσιο, δηλαδή δεν καθορίζεται η επόμενη εντολή κίνησης με βάση την αμέσως προηγούμενη αλλά και με βάση το σύνολο του προσομοιούμενου χώρου, στον οποίο η αρχική θέση της χελώνας έχει ιδιαίτερη σημασία. Μια σταθερή οπτική λοιπόν του τρισδιάστατου χώρου πιθανόν να συντέλεσε, ώστε οι μαθητές να συνδυάσουν την προοπτική θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων ως εξωτερικοί παρατηρητές και την προοπτική θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας.

Από την άλλη ο πειραματισμός με τις τιμές μεταβλητών γωνιακών μεγεθών μέσω δυναμικού χειρισμού επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν το ίδιο αντικείμενο μέσα από διαφορετικές προοπτικές, καθώς αυτό περιστρεφόταν στον προσομοιούμενο χώρο και να κάνουν διάκριση μεταξύ των χαρακτηριστικών του αντικειμένου, που είχαν να κάνουν με τις γεωμετρικές του ιδιότητες και των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που είχαν να κάνουν με τις διαφορετικές προοπτικές θέασης. Έχοντας πρόσβαση σε πολλαπλές αναπαραστάσεις του ίδιου αντικειμένου μέσω του μεταβολέα και μάλιστα μέσω μιας διαδικασίας που δεν ήταν απλά κιναισθητική αλλά συνδεόταν με τις γεωμετρικές ιδιότητες και τη διαδικασία κατασκευής του τριδιάστατου αντικειμένου, οι μαθητές βοηθήθηκαν στο να 'ερμηνεύσουν' σωστά τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή, χωρίς να παρασυρθούν από τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων σε δισδιάστατα μέσα. Η γωνία στροφής με μεταβλητό μέγεθος δε χρησιμοποιήθηκε μόνο για τον καθορισμό των γεωμετρικών ιδιοτήτων των τριδιάστατων σχημάτων, αλλά λειτούργησε και ως εργαλείο για τον προσδιορισμό των χωρικών ιδιοτήτων της θέσης και του προσανατολισμού τους στο χώρο. Παράλληλα μέσα από τον δυναμικό χειρισμό του μεγέθους συγκεκριμένων γωνιών στροφής, η γωνία λειτούργησε ως εργαλείο οπτικοποίησης των τρισδιάστατων αντικειμένων παρέχοντας της δυνατότητα πρόσβασης σε διαφορετικές

προοπτικές του ίδιου αντικειμένου όχι μόνο ως διακριτών και στατικών στιγμιτύπων αλλά μέσα από τη συνεχή εναλλαγή στιγμιτύπων, που δημιουργούσαν την εντύπωση της κίνησης γύρω από διαφορετικούς άξονες του τριδιάστατου χώρου.

Αν και η γωνία ως στροφή χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για τη δυναμική οπτικοποίηση των χωρικών ιδιοτήτων τριδιάστατων σχημάτων κυρίως στο πλαίσιο των μισοψηφισμένων μικροκόσμων της 3^{ης} και 4^{ης} δραστηριότητας, φαίνεται ότι κάποιοι μαθητές μπόρεσαν να τη χρησιμοποιήσουν με αυτό το ρόλο και στα πλαίσια κατασκευών που ήταν εξολοκλήρου δικές τους. Έτσι όρισαν την επιθυμητή προοπτική θέασης της κατασκευής τους μέσω του προσανατολισμού της χελώνας στο χώρο, πριν ξεκινήσει η κατασκευή, γεγονός που αποτελεί μια ακόμη ένδειξη ότι οι μαθητές –τουλάχιστον κάποιοι από αυτούς- μπόρεσαν να διακρίνουν τις ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος και να τις μεταφράσουν σε εντολές Logo ανεξάρτητα από τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη του υπολογιστή και κατά συνέπεια ανεξάρτητα από την προοπτική θέασης του ίδιου του τρισδιάστατου αντικειμένου και των οπτικών του χαρακτηριστικών.

5.6 Επισκόπηση αποτελεσμάτων και σύνθεση

Από την ανάλυση των δεδομένων που προηγήθηκε φάνηκε ότι το υπολογιστικό περιβάλλον MaLT2 στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων έγινε ένα εργαλείο για τη διαπραγμάτευση –και όχι για τη μεταφορά - νοημάτων σχετικά με την έννοια της γωνίας. Ειδικότερα, η γωνία φαίνεται ότι προσεγγίστηκε:

- Ως προσανατολισμένη στροφή στον τρισδιάστατο χώρο με συγκεκριμένο μέγεθος
- Ως διαχειρίσιμο δυναμικά μεταβλητό μέγεθος, η σειριακή αλλαγή των τιμών του οποίου είχε ως αποτέλεσμα την εντύπωση της κίνησης δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων στον προσομοιούμενο χώρο

Ενώ χρησιμοποιήθηκε:

- Ως εργαλείο για την αλλαγή επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο και τον προσδιορισμό των χωρικών ιδιοτήτων και σχέσεων δισδιάστατων σχημάτων
- Ως εργαλείο οπτικοποίησης τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων, καθώς παρείχε τη δυνατότητα πρόσβασης σε διαφορετικές πτυχές του ίδιου αντικειμένου.

Κομβικά σημεία κατά την πορεία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τις παραπάνω δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας υπήρξαν:

- Η μεταφορά της χελώνας ως μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας σε έναν τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο
- Η αλληλόδραση μεταξύ γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή και συμβολικής δραστηριότητας, είτε αυτό γινόταν άμεσα με εισαγωγή και εκτέλεση εντολών από τους μαθητές είτε με τη διαμεσολάβηση του δυναμικού χειρισμού μεταβλητών τιμών με χρήση του μεταβολέα
- Οι πολλαπλές προοπτικές θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων
- Ο διαμεσολαβητικός ρόλος ενσώματων μέσων (κίνηση του σώματος, χειρονομίες) και ενός τρισδιάστατου χειραπτικού μοντέλου χελώνας

Η μεταφορά της χελώνας ως μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας σε έναν τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο

Η μετάβαση από τον πραγματικό /πρακτικό χώρο στο χώρο πλοήγησης της χελώνας απαιτεί ανάμεσα στα άλλα την κατάκτηση νέων μεθόδων προσανατολισμού στο χώρο, πράγμα που προξενεί μεγάλες δυσκολίες, καθώς απαιτεί νέα συστήματα

αναφοράς στα οποία το σημείο αναφοράς δεν είναι η θέση του ανθρώπινου σώματος, αλλά κάποιο άλλο αντικείμενο σε σχέση με το οποίο μεταβάλλεται όλο το σύστημα του προσανατολισμού. Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε ότι η χρήση των εντολών στροφής της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο είναι στενά συνδεδεμένη με τη μεταφορά που χρησιμοποιείται και την προσπάθεια των μαθητών να αποδώσουν νόημα σε αυτή στηριζόμενοι τόσο στις ενσώματες και επίγειες κινητικές τους εμπειρίες όσο και στη χρήση του καθημερινού λεξιλογίου. Παράλληλα με τα πλεονεκτήματα της χρήσης της μεταφοράς της χελώνας (π.χ. η νοηματοδότηση της έννοιας της προσανατολισμένης στροφής μέσω των ενσώματων εμπειριών κίνησης) αναδείχτηκαν και οι περιορισμοί που τη συνοδεύουν, καθώς σε κάθε περίπτωση η όποια μεταφορά δεν μπορεί να θεωρηθεί δομικά και λειτουργικά ισοδύναμη με την έννοια ή το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται.

Η λεκτική διατύπωση εντολών στροφής στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας προϋποθέτει αφενός τον προσδιορισμό του προσανατολισμού της στροφής αφετέρου τον προσδιορισμό του μεγέθους της στροφής. Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο ο προσδιορισμός του προσανατολισμού της στροφής είναι πολύ πιο περίπλοκος, καθώς δεν υπάρχει μόνο ένα ζεύγος στροφών (δεξιά/αριστερά), όπως συμβαίνει στη δισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, αλλά τρία. Καθοριστικοί παράγοντες κατά τη διαδικασία μετάβασης από τις ενσώματες και κινητικές εμπειρίες στη διατύπωση συγκεκριμένων εντολών στροφής υπήρξαν οι παρακάτω:

- Οι διαφορές μεταξύ των καθημερινών εμπειριών κίνησης στο γήινο πλαίσιο αναφοράς και του τρόπου κίνησης της χελώνας στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο
- Τα 'χωρικά' χαρακτηριστικά της κινούμενης τριδιάστατης οντότητας
- Ο βαθμός αντιστοιχίας μεταξύ της λεκτικής διατύπωσης των εντολών Logo και λεκτικών εκφράσεων που χρησιμοποιούνται κατά την ανάλυση και περιγραφή χωρικών κινήσεων στις καθημερινές εμπειρίες των παιδιών
- Η χρήση δομικών λίθων γωνιών στροφής

Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο το πλαίσιο αναφοράς του 'κόσμου', όπου το πάνω και το κάτω είναι δεδομένα ως αποτέλεσμα της βαρύτητας, καθώς επίσης και το γεγονός ότι κινούμαστε σε ένα οριζόντιο δισδιάστατο επίπεδο τίθενται υπό αμφισβήτηση. Ο χρήστης του περιβάλλοντος πρέπει να συντονίσει το σώμα του με μια τρισδιάστατη χελώνα που μπορεί να αλλάζει επίπεδα και προσανατολισμό χωρίς κανένα περιορισμό ως αποτελέσματα της χρήσης του ζεύγους εντολών στροφής: *κλίση_πάνω/κάτω n μοίρες* ('*uppitch-downpitch n degrees*' ή '*up-dp n degrees*'). Η απόρριψη του πλαισίου αναφοράς του κόσμου και η υιοθέτηση ενός τελείως 'χελωνοκεντρικού' μοντέλου ήταν κάτι που δυσκόλεψε τους μαθητές, όχι μόνο γιατί αντίκειται στις δικές τους ενσώματες εμπειρίες, αλλά και γιατί αντίκειται στον τρόπο

που κινείται μια πραγματική χελώνα ως τετράποδο ον, καθώς η προσομοιούμενη χελώνα μπορεί να έχει διάφορους προσανατολισμούς ως προς το οριζόντιο επίπεδο.

Επιπρόσθετα το γεγονός ότι η χελώνα ταυτίζεται με ένα τρισδιάστατο αντικείμενο δυσκόλεψε τους μαθητές στο χειρισμό της ως σημειακό αντικείμενο, πράγμα που με τη σειρά του δημιούργησε δυσκολίες κατά την πλοήγηση και τη σχεδίαση, καθώς οι μαθητές δεν μπορούσαν να ερμηνεύσουν σωστά τη γραφική αναπαράσταση ως αποτέλεσμα των κινήσεων μιας σημειακής οντότητας. Από την άλλη για τον προσανατολισμό της τρισδιάστατης οντότητας στον προσομοιούμενο χώρο ιδιαίτερη σημασία απέκτησαν τα χωρικά χαρακτηριστικά της –κυρίως η κατεύθυνση του προσώπου/κεφαλής, καθώς αν αυτά τα χαρακτηριστικά δεν ήταν σαφή, ο προσανατολισμός της γωνίας στροφής γινόταν ιδιαίτερα περίπλοκος. Αν και στο συγκεκριμένο περιβάλλον δεν ήταν ιδιαίτερα ευδιάκριτα τα χωρικά χαρακτηριστικά της χελώνας, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που η χελώνα απομακρυνόταν προς το βάθος της οθόνης, ήταν ενδιαφέρον το πώς ‘τα εμπόδια’ που έθεσε σε επίπεδο εικονικών αναπαραστάσεων και σημάνσεων το λογισμικό έγιναν αφορμή για προβληματισμό, αναστοχασμό προηγούμενων εντολών, οπτικοποίηση της κίνησης της χελώνας και εξαγωγής συμπερασμάτων.

Η λεκτική διατύπωση χωρικών αναπαραστάσεων και η έκφραση χωρικών διαισθήσεων θεωρείται ότι διευκολύνεται από τη ‘φυσικότητα’ του λεξιλογίου της Logo (Papert, 1980). Μολαταύτα προβληματισμός γεννήθηκε σχετικά με το κατά πόσο τα ζεύγη των νέων εντολών στροφής που έχουν ενσωματωθεί στο MaLT2 αντλούν από τη φυσική γλώσσα και το κατά πόσο διευκολύνουν στην ανάλυση και στο λεκτικό προσδιορισμό των χωρικών σχέσεων. Το γεγονός ότι τα παιδιά προσπάθησαν να συσχετίσουν τις εντολές στροφής της χελώνας με τις καθημερινές τους εμπειρίες και να τις μεταφράσουν σε όρους καθημερινής βιωμένης πραγματικότητας έδειξε ότι η συγκεκριμένη ορολογία που χρησιμοποιήθηκε (τόσο στα αγγλικά όσο και στα ελληνικά) δεν είχε την αναμενόμενη ‘φυσικότητα’, προφανώς και λόγω του ότι συγκεκριμένες στροφές, όπως αναπτύχθηκε διεξοδικά, δεν αποτελούν μέρος της καθημερινότητας των παιδιών. Σε κάθε περίπτωση οι δυσκολίες που συνάντησαν οι μαθητές με τα νέα ζεύγη εντολών στροφής, φαίνεται ότι, ανάμεσα στα άλλα, είχαν να κάνουν με τη μη χρήση αντίστοιχων όρων στο καθημερινό λεξιλόγιο για την περιγραφή της κίνησης.

Από την άλλη ο προσδιορισμός του μεγέθους της γωνίας στροφής στηρίχτηκε στη χρήση δομικών λίθων γωνιών στροφής, ιδίως όσον αφορά στις δύο πρώτες δραστηριότητες. Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές στηρίχτηκαν στους δομικούς λίθους α) των 90° , β) των 45° , γ) των 180° και δ) των 360° . Η γωνία των 90° μοιρών υπήρξε βασικός δομικός λίθος για τον υπολογισμό δεξιόστροφων και αριστερόστροφων γωνιακών κινήσεων στο χώρο, καθώς είναι αφενός ευδιάκριτη αφετέρου ευδιάκριτα είναι τα πολλαπλάσια και οι υποδιαιρέσεις της (π.χ. η γωνία των 45° προσδιορίστηκε από τους μαθητές ως μισή ορθή). Η πρακτική της χρήσης δομικών λίθων για τον υπολογισμό γωνιακών περιστροφών φάνηκε ότι διευκολύνθηκε και από την ευκολία

επανεκτέλεσης εντολών στροφής στο συγκεκριμένο λογισμικό. Η συγκεκριμένη λειτουργικότητα επέτρεψε αφενός τον πειραματισμό με συγκεκριμένους δομικούς λίθους -ως υποδιαιρέσεις της πλήρους γωνίας ή ως ισοϋπόλοιπα 360° - αφετέρου την αισθητοποίηση της κίνησης της χελώνας μέσω συγκεκριμένων προσανατολισμών-σημείων αναφοράς, κάτι που πρέπει να συνυπολογιστεί, δεδομένου ότι στο συγκεκριμένο περιβάλλον οι εντολές στροφής πραγματοποιούνται άμεσα και ο χρήστης δεν έχει τη δυνατότητα να παρατηρήσει τη χελώνα να στρίβει. Ως αποτέλεσμα του πειραματισμού με στροφές διαφορετικού μεγέθους και προσανατολισμού οι μαθητές μπόρεσαν να διακρίνουν τη λειτουργική ισοδυναμία στροφών διαφορετικού προσανατολισμού και μεγέθους (π.χ. δεξιά στροφή 270° αντιστοιχεί στον ίδιο προσανατολισμό της χελώνας με αριστερή στροφή 90°).

Η αλληλόδραση μεταξύ γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή και συμβολικής δραστηριότητας

Στην προηγούμενη ενότητα υπογραμμίστηκε η ανάγκη εξοικείωσης τόσο με τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται όσον αφορά στον τρόπο που κινείται η χελώνα στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο όσο και με το λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται για τη διατύπωση συγκεκριμένων εντολών στροφής προς την κινούμενη υπολογιστική οντότητα. Από τη στιγμή που οι μαθητές ‘μετέφρασαν’ τις διαισθήσεις τους σε εντολές Logo εξετάστηκε η ανατροφοδοτική λειτουργία και η αλληλόδραση μεταξύ συμβολικής δραστηριότητας και φαινομενολογίας της οθόνης. Αρχικά, πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ δύο περιπτώσεων: α) των περιπτώσεων που η αλληλόδραση μεταξύ φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικής δραστηριότητας των μαθητών υπήρξε άμεση. Αυτό συνέβη όταν η γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή κατασκευαζόταν εξολοκλήρου από τους μαθητές, π.χ. στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας και β) των περιπτώσεων που η αλληλόδραση μεταξύ συμβολικής δραστηριότητας και φαινομενολογίας της οθόνης έλαβε χώρα στα πλαίσια μισοψημένων μικροκόσμων και διαμεσολαβήθηκε –τουλάχιστον αρχικά– από τον κιναισθητικό χειρισμό των τιμών των μεταβλητών γωνιών στροφής με χρήση του μεταβολέα.

- ο Κατασκευάζοντας εξαρχής τις γραφικές αναπαραστάσεις:

Η μετάβαση από την αναπαράσταση πραγματικών αντικειμένων του περιβάλλοντος χώρου σε μια γεωμετρική αναπαράσταση τους περιλαμβάνει την ανάπτυξη κατάλληλων τεχνικών και μεθόδων για τη δημιουργία συμβατικών τρόπων αναπαράστασης, η οποία εδώ διαμεσολαβήθηκε από τη μεταφορά μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας, της χελώνας. Αυτό που προέκυψε από την ανάλυση των δεδομένων ήταν ότι ‘λάθη’ όσον αφορά στην αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο δεν έχουν να κάνουν μόνο με την πιθανή δυσκολία διάκρισης συγκεκριμένων χωρικών σχέσεων στα πραγματικά αντικείμενα, ούτε απλά με δυσκολία κίνησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, αλλά με έλλειψη εξοικείωσης με τις δυνατότητες αλλά και τις συμβάσεις σχεδίασης στον

τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Ειδικότερα, σε κάποιες περιπτώσεις η ανατροφοδοτική λειτουργία των φαινομενολογικών ενδείξεων της οθόνης υπήρξε αρκετά περιορισμένη εξαιτίας: α) δυσκολιών αποτίμησης των συμβάσεων που ακολουθούνται κατά την κατασκευή τρισδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2, β) δυσκολιών αποτίμησης των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός τρισδιάστατου αντικειμένου στη δισδιάστατη οθόνη του υπολογιστή.

Από την άλλη υπήρξαν χαρακτηριστικά παραδείγματα του πώς η λειτουργική σύνδεση φαινομενολογίας της οθόνης και προγραμματισμού στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων μπόρεσε να αλλάξει τον τρόπο με τον οποίο έγιναν αντιληπτές οι οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή. Η ανάλυση των χωρικών εικόνων σε εντολές Logo ανάγκασε τους μαθητές να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους με έναν οργανωμένο και αναλυτικό – διαδικαστικό τρόπο, γεγονός που απαιτούσε μια προσέγγιση, η οποία ξεπερνούσε τους άμεσους πρακτικούς στόχους της κατασκευής μιας γραφικής αναπαράστασης. Ιδιαίτερα η χρήση του συμβολικού κώδικα φαίνεται ότι έγινε μέρος των αντιληπτικών δυνατοτήτων των μαθητών, καθώς ο εικονικός χώρος που κινήθηκε η χελώνα έγινε αντιληπτός από αυτούς όχι μόνο με βάση τα εξωτερικά/εικονικά χαρακτηριστικά του αλλά σε συνδυασμό με τις προθέσεις, δυνατότητες δράσης και εμπειρίες των μαθητών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων.

Κατασκευάζοντας γραφικές αναπαραστάσεις με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα

Προγραμματίζοντας με Logo οι μαθητές ‘έρχονται αντιμέτωποι’ με μια αναπαράσταση της ίδιας τους της μαθηματικής δραστηριότητας (Hoyles, 1995) παρά με μια δοσμένη μαθηματική αναπαράσταση. Η συμβολική δραστηριότητα σε Logo απαιτεί την εστίαση στη διαδικασία και είναι αυτός ακριβώς ο φορμαλισμός του προγραμματισμού που μπορεί να γεφυρώσει το χάσμα μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης. Μολαταύτα, η αποκλειστική αλληλόδραση με το υπολογιστικό περιβάλλον μέσω συμβολικού κώδικα περιορίζει το είδος των γεωμετρικών διερευνήσεων που μπορούν να φέρουν σε πέρας ιδιαίτερα οι μαθητές μικρών ηλικιών (Laborde & Laborde, 1995). Πολλοί από τους περιορισμούς που τίθενται από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές αναφορικά με τη συντακτική δομή της Logo αίρονται στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, καθώς οι μαθητές μπορούσαν να ελέγξουν αρχικά την κατασκευαστική διαδικασία μέσα από τον κιναισθητικό χειρισμό των τιμών μεταβλητών γωνιακών μεγεθών των διαδικασιών που είχαν ενσωματωθεί στους μικροκόσμους και κατασκεύαζαν τις γραφικές αναπαραστάσεις. Το ερώτημα που γεννήθηκε ήταν κατά πόσο αυτή η διαμεσολάβηση περιορίστηκε σε έναν οπτικό έλεγχο της κατασκευής ή συνέβαλε και πώς στην αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης, καθώς και πώς αυτό συνδέεται με τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με την έννοια της γωνίας.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης υπογραμμίζουν το αλληλένδετο της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων και του τρόπου χρήσης των συγκεκριμένων εργαλείων, καθώς τα μαθηματικά νοήματα προκύπτουν εν δράσει και σχετίζονται με τα φαινόμενα για τη μελέτη των οποίων κατασκευάστηκαν, χρησιμοποιήθηκαν ή επεκτάθηκαν. Όπως φάνηκε, ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε είτε ως χειριστήριο αντικειμένων της διεπιφάνειας είτε ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης μεταξύ προγραμματιστικών διαδικασιών και φαινομενολογίας της οθόνης. Στην πρώτη περίπτωση μπορούμε να διακρίνουμε δύο υποκατηγορίες χρήσης τους μεταβολέα ανάλογα με τον πρακτικό στόχο της δραστηριότητας: α) στόχος του κιναισθητικού χειρισμού υπήρξε η εύρεση μιας ή περισσότερων τιμών που θα είχαν συγκεκριμένο γραφικό αποτέλεσμα μέσω μιας δυναμικής διαδικασίας εναλλαγής των τιμών των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών, που κατασκεύαζαν τις γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή και β) στόχος του κιναισθητικού χειρισμού υπήρξε μέσα από τη σειριακή αλλαγή ενός εύρους τιμών η δυναμική εναλλαγή και αντίστοιχα η εντύπωση της κίνησης των γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή.

Όσον αφορά στην πρώτη υποκατηγορία έμφαση δινόταν στη φαινομενολογία της οθόνης, ενώ οι διάφορες αριθμητικές τιμές του μεταβολέα δε συνδέονταν με συγκεκριμένα στάδια κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων με βάση τη Γεωμετρία της Χελώνας. Απ' την άλλη η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω του μεταβολέα επέτρεψε αφενός στους μαθητές να πειραματιστούν με ένα μεγάλο εύρος τιμών αφετέρου να χρησιμοποιήσουν τις γραφικές αναπαραστάσεις ως 'υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα' τα οποία δεν μπορούσαν να χειριστούν άμεσα, κάτι που φαίνεται να συνέβαλε σε κάποιο βαθμό στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος-γραφικής αναπαράστασης. Σε ορισμένες περιπτώσεις πάλι και ανάλογα με το στόχο της δραστηριότητας, η γωνιακή περιστροφή της χελώνας και συνακόλουθα των γραφικών αναπαραστάσεων δεν ήταν απλά ένα διαχειρίσιμο μεταβλητό μέγεθος με το οποίο οι μαθητές θα πειραματίζονταν για να βρουν μια (ή περισσότερες) τιμές, οι οποίες θα είχαν ένα συγκεκριμένο στατικό γραφικό αποτέλεσμα, αλλά ένα *δυναμικό αντικείμενο*, η σειριακή αλλαγή των τιμών του οποίου είχε ως αποτέλεσμα την κίνηση στον προσομοιούμενο χώρο. Οι διαφορετικοί προσανατολισμοί των γραφικών αναπαραστάσεων στο χώρο δεν αποτελούσαν πια διακριτά χρονικά στιγμιότυπα, αλλά ξεδιπλώνονταν μέσα από διαδοχικά βήματα στη διάρκεια του χρόνου αποδίδοντας ταυτόχρονα χωρικές και χρονικές- διαδικαστικές πτυχές της έννοιας της γωνίας, επιτρέποντας στους μαθητές να αντιληφθούν τη γωνία όχι ως στατικό σχέδιο, αλλά δυναμικά ως αποτέλεσμα προσανατολισμένης στροφής με μεταβλητό μέγεθος και παράλληλα να τη συνδέσουν με στατικές γωνίες με εμφανείς και τις δύο πλευρές.

Αν και στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας, υπήρχε μια στενή εξάρτηση των νοημάτων που κατασκεύαζαν οι μαθητές από την φαινομενολογία της οθόνης και όχι από την κατασκευαστική διαδικασία στη βάση εντολών Logo, ο συνδυασμός φαινομενολογίας

της οθόνης και δυναμικού χειρισμού τιμών γωνιών στροφής επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας, να δουν δηλαδή τη γωνία ως αποτέλεσμα στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος. Αυτό συνέβη όμως μόνο στις περιπτώσεις που η φαινομενολογία της οθόνης απέδιδε ξεκάθαρα την εντολή στροφής στα πλαίσια της οποίας χρησιμοποιούνταν η μεταβλητή. Παράλληλα, ήρθαν στο προσκήνιο οι περιορισμοί του κιναισθητικού και οπτικού ελέγχου μιας γεωμετρικής κατασκευής, όταν αυτός δε γίνεται συστηματικά και δε συνδέεται λειτουργικά με το συμβολικό έλεγχο μέσω προγραμματισμού. Ακόμα και όταν οι αντιληπτικές διαδικασίες καθοδηγούνται από ‘μαθηματικές έννοιες’, τα νοήματα που κατασκευάζονται φαίνεται ότι είναι περιορισμένα, αν δε συσχετιστούν με τη διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων, ως αποτέλεσμα συγκεκριμένων εντολών που δόθηκαν στην κινούμενη οντότητα, τη χελώνα.

Στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο διαμεσολάβησης της φαινομενολογίας της οθόνης και του συμβολικού κώδικα παρατηρήθηκαν ιδιαίτερες δυσκολίες διάκρισης της λειτουργικής διασύνδεση αυτών των δύο πτυχών της κατασκευαστικής δραστηριότητας, με τους μαθητές να παλινδρομούν πότε περισσότερο προς τη μια ή την άλλη κατεύθυνση. Καθώς αρχικά στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων οι μαθητές ήρθαν σε επαφή με ημιτελής μεν αλλά προκατασκευασμένες διαδικασίες δυσκολεύτηκαν να δουν κάθε εντολή του κώδικα ως μέρος ενός όλου και το σχήμα ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων. Επιπρόσθετα, καθώς οι μαθητές είχαν συγκεκριμένο πρακτικό στόχο, η όποια διερεύνηση σταματούσε, όταν το γραφικό αποτέλεσμα τους ικανοποιούσε οπτικά. Από την άλλη η ανάγκη επέκτασης και τροποποίησης των μισοψημένων μικροκόσμων φαίνεται ότι προβλημάτισε περισσότερο τους μαθητές, καθώς ανέδειξε σε μεγάλο βαθμό την ανάγκη συνδυασμού οπτικού και συμβολικού ελέγχου και εν μέρει ανάγκασε τους μαθητές σε ένα εξορθολογισμό των σχημάτων χρήσης του μεταβολέα.

Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε ότι ο πειραματισμός μέσω του κιναισθητικού χειρισμού τιμών μεταβλητών με το μεταβολέα μπορεί να διαμεσολαβήσει την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης και έτσι να παράσχει στους μαθητές πρόσβαση σε μαθηματικές δομές, που έχουν ενσωματωθεί στους μικροκόσμους, και δεν μπορούν να προσεγγιστούν αποκλειστικά και μόνο μέσω του οπτικού ελέγχου των αντικειμένων της διεπιφάνειας, αν και αυτό δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένο. Σε ορισμένες περιπτώσεις η ανάδειξη αυτής της αλληλόδρασης δεν προέκυψε άμεσα κατά τον πειραματισμό με το μεταβολέα, αλλά ο πειραματισμός με το μεταβολέα που είχε προηγηθεί λειτούργησε ως νοητική σκαλωσιά για την εμπλοκή των μαθητών με τη συμβολική δραστηριότητα σε μετέπειτα στάδια της κατασκευαστικής διαδικασίας. Αν και ο άμεσος χειρισμός του μεταβολέα μέσω του ποντικιού δεν απαιτεί φορμαλισμούς, μέσω του πειραματισμού και της διασύνδεσής του με τον κώδικα σε γλώσσα Logo μπορεί να προάγει όχι μόνο την κατανόηση συγκεκριμένων γεωμετρικών ιδιοτήτων, όπως γίνεται σε άλλα περιβάλλοντα δυναμικής γεωμετρίας

αλλά και το μαθηματικό φορμαλισμό παρέχοντας ένα μέσο πρόσβασης στη βαθειά δομή, στον τρόπο, δηλαδή, κατασκευής των γεωμετρικών αναπαραστάσεων.

Οι πολλαπλές προοπτικές θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων

Από τη μια δεν είναι δυνατό να εισάγουμε μια γεωμετρική έννοια χωρίς να χρησιμοποιήσουμε σχήματα ή μοντέλα ως παραδείγματα και από την άλλη αυτά τα ίδια τα παραδείγματα μπορεί να περιορίσουν τη νοερή σύλληψη της έννοιας (Fishbein, 1993). Στο υπολογιστικό περιβάλλον MaLT2 οι περιορισμοί της μιας και μοναδικής αναπαράστασης ενός γεωμετρικού αντικειμένου φαίνεται ότι αίρονται από τη δυνατότητα πολλαπλών προοπτικών θέασης ενός αντικειμένου: α) μέσα από τον χειρισμό των καμερών θέασης του τρισδιάστατου χώρου, β) μέσα από το δυναμικό χειρισμό των μεταβλητών μεγεθών που ορίζουν μια γεωμετρική κατασκευή σε γλώσσα Logo και γ) προγραμματιστικά. Έτσι, θεωρήθηκε ενδιαφέρον να ερευνηθεί: α) η αλληλόδραση μεταξύ της μεταφοράς της χελώνας και της οπτικοποίησης του χώρου μέσω διαφορετικών προοπτικών και β) η αλληλόδραση μεταξύ των διαφορετικών προοπτικών θέασης του ίδιου γραφικού αντικειμένου και των γεωμετρικών του ιδιοτήτων.

Όσον αφορά στη μεταφορά της χελώνας η αλλαγή προοπτικής θέασης του χώρου μέσω καμερών άπτεται δύο θεμάτων: α) τη διάκριση του προσανατολισμού της χελώνας και β) του συντονισμού του σώματος του χρήστη με τη χελώνα. Όσον αφορά το πρώτο θέμα οι κάμερες χρησιμοποιήθηκαν εκτενώς καθώς σε πολλές περιπτώσεις ο προσανατολισμός της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο δεν ήταν ευδιάκριτος, αφενός λόγω των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται στον τρισδιάστατο χώρο για να δοθεί η αίσθηση του βάθους αφετέρου λόγω των χωρικών χαρακτηριστικών της χελώνας ως τρισδιάστατου αντικειμένου. Από την άλλη φάνηκε ότι κατά την πλοήγηση της χελώνας στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στο συντονισμό με τη χελώνα, πράγμα που εξηγεί και την προτίμησή τους στην προκαθορισμένη οπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου, καθώς σε συνδυασμό με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο τους επέτρεψε να συντονίσουν με ευκολία τα διαφορετικά πλαίσια αναφοράς -ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που έπρεπε να αποφασίσουν το είδος της εντολής στροφής που έπρεπε να δοθεί στη χελώνα.

Από την άλλη ερωτήματα γεννώνται από την περιορισμένη χρήση των καμερών κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών διαδικασιών. Ενώ δηλαδή οι μαθητές χρησιμοποιούν τις κάμερες πριν ή μετά την κατασκευή, π.χ. για να δουν καλύτερα την κατασκευή τους ή για να καλύψουν οπτικά προβλήματα των κατασκευών τους, φαίνεται να δουλεύουν αποκλειστικά στην προκαθορισμένη οπτική ενόσω καθοδηγούν τη χελώνα να κατασκευάσει συγκεκριμένα γεωμετρικά σχήματα. Αυτό φαίνεται να έρχεται σε αντίθεση με το προηγούμενο συμπέρασμα βάσει του οποίου οι μαθητές δούλεψαν στην προκαθορισμένη οπτική, γιατί τους βοηθούσε να συντονιστούν με την κίνηση της χελώνας. Αν ίσχυε το παραπάνω συμπέρασμα, δεν

θα έπρεπε να αλλάζουν προοπτικές θέασης του χώρου, για να συντονιστούν με τη χελώνα;

Προσπαθώντας να ερμηνεύσουμε τον τρόπο χρήσης των καμερών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων πρέπει να λάβουμε υπόψη θέματα που άπτονται: α) των σημάνσεων του εργαλείου, β) της οπτικοποίησης του χώρου και γ) της ιδιαιτερότητας των γεωμετρικών κατασκευών στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας. Η επιλογή της προκαθορισμένης οπτικής κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών δραστηριοτήτων σαφώς έχει να κάνει με τις σημάνσεις και τις λειτουργικότητες του εργαλείου, π.χ. αντιδιδαισθητική κίνηση στο χώρο, δυσκολία προσανατολισμού σε σχέση με το σύνολο του χώρου και τα αντικείμενα μέσα σε αυτόν, έλλειψη εξοικείωσης με τρισδιάστατες υπολογιστικές αναπαραστάσεις κλπ., που πιθανόν δεν επέτρεψαν στους μαθητές να αξιοποιήσουν τις πολλαπλές οπτικές του χώρου και των αντικειμένων σε αυτόν. Επιπρόσθετα η σταθερή προοπτική θέασης του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου φαίνεται ότι παρείχε ένα σταθερό σημείο αναφοράς για τον προσδιορισμό των χωρικών ιδιοτήτων των αντικειμένων σε αντίθεση με την αλλαγή σημείου θέασης, όπου δεν αλλάζει απλά η προοπτική θέασης του αντικειμένου αλλά όλου του πλαισίου αναφοράς με βάση το οποίο πρέπει να προσδιοριστούν οι χωρικές σχέσεις (Wickens et al., 2005). Από την άλλη κατά την κατασκευή αναπαραστάσεων σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ δύο πραγμάτων: της πλοήγησης της χελώνας, ώστε να κατασκευαστεί ένα γεωμετρικό σχήμα και του αποτελέσματος αυτής της πλοήγησης, του γεωμετρικού σχήματος (Fein et al, 1987). Η ανάλυση ενός γεωμετρικού σχήματος σε ένα σύνολο επιμέρους κινήσεων της χελώνας, δεν γίνεται πάντα και αποκλειστικά σε ένα εσωγενές πλαίσιο, δηλαδή δεν καθορίζεται η επόμενη εντολή κίνησης με βάση την αμέσως προηγούμενη αλλά και με βάση το σύνολο του προσομοιούμενου χώρου, στον οποίο η αρχική θέση της χελώνας έχει ιδιαίτερη σημασία. Μια σταθερή οπτική λοιπόν του τρισδιάστατου χώρου πιθανόν να συντέλεσε, ώστε οι μαθητές να συνδυάσουν την προοπτική θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων ως εξωτερικοί παρατηρητές και την προοπτική θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας.

Ταυτόχρονα, ο πειραματισμός με τις τιμές μεταβλητών γωνιακών μεγεθών μέσω δυναμικού χειρισμού επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν το ίδιο αντικείμενο μέσα από διαφορετικές προοπτικές, καθώς αυτό περιστρεφόταν στον προσομοιούμενο χώρο και να κάνουν διάκριση μεταξύ των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που είχαν να κάνουν με τις γεωμετρικές του ιδιότητες και των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που είχαν να κάνουν με τις διαφορετικές προοπτικές θέασης. Έχοντας πρόσβαση σε πολλαπλές αναπαραστάσεις του ίδιου αντικειμένου μέσω του μεταβολέα και μάλιστα μέσω μιας διαδικασίας που δεν ήταν απλά κιναισθητική αλλά συνδεδεόταν με τις γεωμετρικές ιδιότητες και τη διαδικασία κατασκευής του τρισδιάστατου αντικειμένου οι μαθητές βοηθήθηκαν να 'ερμηνεύσουν' σωστά τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή χωρίς να παρασυρθούν από τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση

τρειςδιάστατων αντικειμένων σε δισδιάστατα μέσα. Έτσι η γωνία λειτούργησε ως εργαλείο οπτικοποίησης των τρισδιάστατων αντικειμένων παρέχοντας τη δυνατότητα πρόσβασης σε διαφορετικές προοπτικές του ίδιου αντικειμένου όχι μόνο ως διακριτών και στατικών στιγμιότυπων αλλά μέσα από τη συνεχή εναλλαγή στιγμιότυπων που δημιουργούσαν την εντύπωση της κίνησης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο.

Αν και η γωνία ως στροφή χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για τη δυναμική οπτικοποίηση των χωρικών ιδιοτήτων κυρίως με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα, από κάποιους μαθητές χρησιμοποιήθηκε για αυτό το σκοπό στα πλαίσια της δικής τους συμβολικής δραστηριότητας. Έτσι όρισαν την επιθυμητή προοπτική θέασης της κατασκευής τους μέσω του προσανατολισμού της χελώνας στο χώρο, πριν ξεκινήσει η κατασκευή, γεγονός που αποτελεί μια ακόμη ένδειξη ότι οι μαθητές μπόρεσαν –σε κάποιο βαθμό– να διακρίνουν τις ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος και να τις μεταφράσουν σε εντολές Logo, ανεξάρτητα από τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη του υπολογιστή και κατά συνέπεια ανεξάρτητα από την προοπτική θέασης του ίδιου του τριδιάστατου αντικειμένου και των οπτικών του χαρακτηριστικών.

Ο διαμεσολαβητικός ρόλος ενσώματων μέσων (κίνηση του σώματος, χειρονομίες) και ενός τριδιάστατου χειραπτικού μοντέλου χελώνας

Το νόημα που αποδίδουν οι μαθητές στη λέξη γωνία δεν αναφέρεται σε μια αφηρημένη έννοια άσχετα από την ανθρώπινη εμπειρία. Τα νοήματα που κατασκευάστηκαν από τους μαθητές στα πλαίσια των δραστηριοτήτων που περιγράφησαν παραπάνω είναι –ανάμεσα στα άλλα– και ‘ενσώματα’ (embodied), δεδομένου ότι οι αισθησιοκινητικές εμπειρίες δεν μπορούν παρά να θεωρηθούν ως αναπόσπαστο τμήμα των γνωστικών διαδικασιών (Radford et al, 2009). Στην παρούσα διατριβή η κίνηση του σώματος και οι χειρονομίες ερευνήθηκαν ως μέσο ανάδειξης υποσυνείδητων παραγόντων κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων, ενώ θεωρήθηκε ότι συνδέονται στενά με τις ‘ενσώματες’ μεταφορές που χρησιμοποιούνται στη Γεωμετρία της Χελώνας. Η ανάλυση των δεδομένων που προηγήθηκε ανέδειξε το πόσο η κίνηση του σώματος και οι χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν όχι μόνο για να αποσαφηνίσουν τα λεχθέντα ή διευκολύνουν την επικοινωνία, αλλά για την οργάνωση χωρικών αναπαραστάσεων και την έκφραση διαισθήσεων που είχαν σχέση με χωρικές έννοιες, πριν αυτές τυποποιηθούν μέσω της γλώσσας και του μαθηματικού συμβολισμού. Ειδικότερα η διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με την έννοια της γωνίας διερευνήθηκε σε σχέση:

- με την κίνηση ολόκληρου του σώματος,
- σε σχέση με τη χρήση χειρονομιών
- σε σχέση με την κίνηση ενός τρισδιάστατου χειραπτικού μοντέλου χελώνας

Παρ' όλες τις αναντιστοιχίες μεταξύ του μοντέλου κίνησης της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο και του ανθρώπινου μοντέλου κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο ενός τρισδιάστατου κόσμου, ολόκληρο το σώμα των μαθητών χρησιμοποιήθηκε στην προσπάθειά τους να συντονιστούν με την κίνηση της χελώνας, κυρίως όσον αφορά στη χρήση των εντολών δεξιά/αριστερά. Οι μαθητές προσπάθησαν με επιτυχία να συνδυάσουν το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς, όπου η θέση και ο προσανατολισμός των αντικειμένων και ειδικότερα το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζονται σε σχέση με τον κορμό του χρήστη, και το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας όπου το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζεται σε σχέση με τη θέση του κορμού της χελώνας.

Αν και η χρήση ολόκληρου του σώματος μπορεί να βοηθά στην αισθητοποίηση συγκεκριμένων εντολών στροφής, ιδιαίτερα των στροφών δεξιά/αριστερά, η μεταφορά του 'παίζω την χελώνα' (Papert, 1980) με το ανθρώπινο σώμα δεν είναι εφαρμόσιμη σε πρακτικό επίπεδο στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, καθώς η τρισδιάστατη χελώνα δεν κινείται αποκλειστικά στο οριζόντιο επίπεδο, αλλά μοιάζει να 'ίπταται' στον τρισδιάστατο χώρο. Αντίθετα, η χρήση χειρονομιών και ειδικότερα η χρήση της παλάμη υπήρξε εκτενής. Μολαταύτα πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ χειρονομιών που στόχο είχαν:

- ο την αναπαράσταση του προσανατολισμού και της πλοήγησης της χελώνας
- ο την αναπαράσταση των τρισδιάστατων γραφικών αναπαραστάσεων

Η παλάμη χρησιμοποιήθηκε εκτενώς για τον προσδιορισμό τους είδους της στροφής της χελώνας και εν γένει για το σχεδιασμό και την πρόβλεψη ή τον έλεγχο μιας διαδρομής καθώς, ως προέκταση του ανθρώπινου σώματος, είναι άμεσα διαχειρίσιμη και παρατηρήσιμη, ενώ μπορεί να κινηθεί και στις τρεις διαστάσεις του χώρου και να αισθητοποιήσει όλα τα ζεύγη στροφών. Έτσι, η παλάμη λειτούργησε ως ένα τριδιάστατο αντικείμενο ανάλογο της υπολογιστικής χελώνας -καθώς έχει και ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά 'εμπρός- πίσω' 'πάνω – κάτω' και 'δεξιά-αριστερά'- και χρησιμοποιήθηκε για να αναπαραστήσει τόσο την τρισδιάστατη οντότητα όσο και την κίνησή της στο χώρο. Η παλάμη δε χρησιμοποιήθηκε όμως μόνο αναπαραστασιακά αλλά και δεικτικά, για να σηματοδοτήσει την κατεύθυνση της χελώνας στον χώρο. Πρέπει να τονιστεί ότι η παλάμη δε χρησιμοποιήθηκε δεικτικά όσον αφορά σε κάποια υπαρκτά αντικείμενα ή χαρακτηριστικά του περικειμένου της δραστηριότητας, αλλά συνδύαζε και αφηρημένα χαρακτηριστικά, υποδηλώνοντας μια μεταφορική χρήση του χώρου, όπου συγκεκριμένα γωνιακά μεγέθη αποκτούσαν χωρικές ιδιότητες.

Προσπαθώντας να μεταφράσουν τις διαισθήσεις τους σε οπτικές εικόνες και να αναπαριστήσουν εικονικά τα γεωμετρικά σχήματα και τη διευθέτησή τους στο χώρο οι μαθητές χρησιμοποίησαν μια ποικιλία αναπαραστασιακών χειρονομιών, οι οποίες μπορούν να διακριθούν σε δυο κατηγορίες: α) στατικές αναπαραστασιακές χειρονομίες β) δυναμικές αναπαραστασιακές χειρονομίες. Η διάκριση μεταξύ της

διαδικασίας νοερού οπτικού συλλογισμού, όπου έμφαση δόθηκε στην αντιστοίχιση πραγματικών αντικειμένων με απλοποιημένες γραφικές αναπαραστάσεις και της κατασκευής γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας, αποτυπώθηκε και στη χρήση συγκεκριμένου είδους χειρονομιών. Έτσι οι αναπαραστασιακές χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν αρχικά για να αποδώσουν στατικά τη δομή των αντικειμένων, ενώ κατά τη μετάβαση από τις στατικές τρισδιάστατες εικόνες στη σχεδίαση μέσω της πλοήγησης της χελώνας παρατηρήθηκε η χρήση *δυναμικών αναπαραστασιακών χειρονομιών*, οι οποίες φάνηκε ότι αναπαριστούσαν το τρισδιάστατο αντικείμενο ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Καθώς ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα δεν είναι πρακτικά εφικτός στην τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, οι χειρονομίες φαίνεται να διαδραματίζουν ένα ιδιαίτερα σημαίνοντα ρόλο, καθώς σχετίζονται όχι μόνο με αναπαραστάσεις στατικών εικόνων αλλά και με την έκφραση των νοερών δράσεων που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Noble, 1997).

Η παλάμη ως πιο άμεση και ‘ενσώματη’ χρησιμοποιήθηκε ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που οι μαθητές προσπαθούσαν να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους και να συστηματοποιήσουν τις χωρικές τους εικόνες. Όταν όμως οι μαθητές δυσκολεύονταν να καταλάβουν την κίνηση της χελώνας ή για τη διαπραγμάτευση, επίτευξη και διατήρηση ενός κοινού σημείου εστίασης σε διάφορες φάσεις της επικοινωνίας, οι μαθητές κατέφυγαν πολλές φορές στη χρήση της τρισδιάστατης χειραπτικής χελώνας, η οποία χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με κινήσεις του σώματος και της παλάμης ως επί το πλείστον. Καθώς το χειραπτικό χελωνάκι είχε ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά και μπορούσε με ευκολία να πλοηγηθεί στον τρισδιάστατο πραγματικό χώρο λειτούργησε ως ένα επιπλέον ενδιάμεσο μεταβατικό αντικείμενο μεταξύ του κιναισθητικού, του άμεσου, του διαισθητικού από τη μια και του υπολογιστικά διαχειρίσιμου μέσω συμβολικού κώδικα από την άλλη.

Υπό το πρίσμα της κατασκευαστικής θεώρησης (Kafai & Resnic, 1996, Kynigos et al, 1997), οι όποιες αλλαγές πραγματοποιούνται αναφορικά με τις ευκαιρίες που έχουν οι μαθητές να κατασκευάσουν πράγματα έχουν καθοριστικότερη επίδραση στη μάθηση από τις όποιες αλλαγές/βελτιώσεις στις διδακτικές πρακτικές του διδάσκοντος στην προσπάθεια μετάδοσης της γνώσης. Ο υπολογιστικός μικρόκοσμος MaLT2 χρησιμοποιήθηκε ως μέσο για την παροχή ‘μαθηματικών’ εμπειριών στους μαθητές, ενώ έγινε αντιληπτός περισσότερο ως ένα ‘*διανοητικό πλαίσιο*’ (Clements & Sarama, 1997b) πάνω στο οποίο στηρίχτηκαν οι διαδικασίες επίλυσης προβλήματος και συνεκδοχικά οι διαδικασίες κατασκευής της γνώσης. Οι δυνατότητες κατασκευής νοημάτων στα πλαίσια του συγκεκριμένου υπολογιστικού περιβάλλοντος υπήρξαν σημαντικά διαφορετικές από τα παραδοσιακά μέσα, καθώς οι μαθητές ήρθαν σε επαφή με μαθηματικές εμπειρίες, ιδέες και έννοιες που δε θα συναντούσαν στο παραδοσιακό αναλυτικό πρόγραμμα στο συγκεκριμένο επίπεδο. Παράλληλα φάνηκε ότι ανέπτυξαν μια νέα προοπτική επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων μέσω μιας διαδικασίας πειραματισμού, μοντελοποίησης, ελέγχου εικασιών (που γεννώνται εν

μέρει και από την εμπλοκή με τα συγκεκριμένα υπολογιστικά περιβάλλοντα), ερμηνείας και γενίκευσης.

Η πρόσβαση που είχαν οι μαθητές στον προσομοιούμενο χώρο διαμορφώθηκε από τη δράση που ανέπτυξαν και η οποία κατέστη εφικτή από τα συμβολικά συστήματα τα οποία υπήρξαν διαθέσιμα στο συγκεκριμένο πολιτισμικό περικείμενο, στο οποίο ο ρόλος των μικροκόσμων ήταν μεν κομβικός, αλλά δεν μπορεί να διαχωριστεί από το ρόλο και άλλων μέσων, όπως π.χ. των χειρονομιών (Morgan et al., 2009). Σε αυτό το πλαίσιο έντονος είναι ο προβληματισμός αναφορικά με τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των νοημάτων που προκύπτουν από την ‘εμπλοκή’ με το συγκεκριμένο εργαλείο και των νοημάτων που είναι πολιτισμικά αναγνωρίσιμα ως μαθηματικά. Για παράδειγμα η δυνατότητα που παρέχεται από το λογισμικό για διάκριση- αποσύνδεση μεταξύ της πρόθεσης κατασκευής, η οποία εδώ υλοποιείται μέσω της συνύπαρξης προγραμματισμού-δυναμικού χειρισμού και της υλοποίησης της κατασκευής, η οποία πραγματοποιείται από τον υπολογιστή ως γραφική αναπαράσταση δεν οδηγεί αυτόματα στην προσέγγιση του γραφικού αντικειμένου ως γεωμετρικού σχήματος με συγκεκριμένες γεωμετρικές ιδιότητες. Από την άλλη έντονος είναι ο προβληματισμός σχετικά με το κατά πόσο η εργαλειική ενορχήστρωση (Trousche, 2004) ήταν τέτοια, τουλάχιστον αρχικά, που να θέσει τα κατάλληλα εμπόδια και περιορισμούς στους μαθητές, ώστε αυτοί να κατασκευάσουν νοήματα που θα ήταν αφενός συμβατά με τη μαθηματική γνώση που είχε εσωτερικευθεί στο μικρόκοσμο αφετέρου θα ήταν απαραίτητα για την επιτυχή δράση των μαθητών στα πλαίσια των μικροκόσμων.

Οι μισοψημένοι μικρόκοσμοι ενέπλεξαν τους μαθητές σε μια γεωμετρική διερεύνηση που είχε ως αποτέλεσμα την κατασκευή νοημάτων σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας μέσα από τη ‘μαθηματοποίηση’ της στροφής στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Μπορεί πολλά από τα νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές να μη συνάδουν πλήρως με τα πολιτισμικά αποδεκτά ως μαθηματικά νοήματα, πρέπει όμως να ιδωθούν στα πλαίσια μιας αφαιρετικής διαδικασίας που επιτελείται σταδιακά μέσω διαδοχικών εντοπισμένων αφαιρέσεων. Και ίσως αυτός να είναι και ο σημαντικότερος ρόλος του εργαλείου, όχι τόσο δηλαδή να βοηθήσει τους μαθητές να κατασκευάσουν αφαιρετικά νοήματα, αλλά να λειτουργήσει ως γνωστική σκαλωσιά για την κατασκευή πιο αφηρημένων εννοιών στα πλαίσια της τυπικής διδασκαλίας αργότερα (Papert, 1972) ή μέσα από την ενοποίηση των διαφορετικών εμπειριών στα πλαίσια της τάξης και με την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού (Hoyles et al., 2004). Το προσδόκιμο δεν είναι στα πλαίσια μιας περιορισμένης χρονικά δραστηριότητας να εξαντληθεί η ‘διδασκαλία’ μιας αφηρημένης έννοιας, κάτι που μπορεί να είναι προϊόν μόνο μακροχρόνιων διαδικασιών, αλλά η παροχή εκείνων των διευκολύνσεων που θα επιτρέψουν στους μαθητές να δουν πράγματα που μέχρι τώρα δεν μπορούσαν να δουν, να κατασκευάσουν και να συνδέσουν αναπαραστάσεις με τρόπους που δεν ήταν εφικτοί μέχρι σήμερα, κάτι που αναπόφευκτα θα έχει επιδράσεις και στην μετέπειτα ‘τυπικά μαθηματική’ δραστηριότητα των παιδιών.

6 Η ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΗΣ ΈΡΕΥΝΑΣ

Η κυρίως έρευνα της παρούσας διατριβής επεκτάθηκε με αφορμή τις νέες λειτουργικότητες, που προστέθηκαν στην υπολογιστική πλατφόρμα MaLT, όσον αφορά στον καθορισμό της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου. Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζεται αρχικά το σκεπτικό της επέκτασης της έρευνας, το οποίο εδράζεται: α) στο θεωρητικό και μεθοδολογικό πλαίσιο της παρούσας έρευνας και β) στη συμβολή που ενδεχομένως έχει η επέκταση της έρευνας τόσο όσον αφορά στην επανεξέταση και εκλέπτυνση συγκεκριμένων πτυχών της κυρίως έρευνας όσο και στην ανάδειξη νέων θεμάτων, που αφορούν στη διδακτική αξιοποίηση υπολογιστικών περιβαλλόντων που συνδυάζουν την τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας με το δυναμικό χειρισμό της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου. Κατόπιν, παρουσιάζονται οι νέες λειτουργικότητες που προστέθηκαν στην υπολογιστική πλατφόρμα MaLT στην έκδοση 3. Όσον αφορά στη μεθοδολογία της έρευνας στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται μόνο το περιεχόμενο της επέκτασης της έρευνας, καθώς ακολουθήθηκε η ερευνητική μέθοδος και χρησιμοποιήθηκαν τα ερευνητικά εργαλεία που παρουσιάστηκαν λεπτομερώς στο κεφάλαιο 4, με τη διαφορά ότι το εμπειρικό πεδίο κατά την επέκταση της έρευνας δεν το αποτέλεσε το σύνολο των ομάδων μιας τάξης, αλλά μια ομάδα μαθητών της τάξης, οι οποίοι εργάστηκαν στον υπολογιστή μετά το πέρας του επίσημου σχολικού προγράμματος. Τέλος, παρουσιάζεται η ανάλυση των δεδομένων της επέκτασης της έρευνας, η οποία εστιάζει στην αλληλόδραση μεταξύ των επιλογών των μαθητών όσον αφορά στον τρόπο θέασης του προσομοιούμενου χώρου και των νοημάτων που κατασκεύασαν σχετικά με τη γωνία ως εργαλείο τόσο για την πλοήγηση της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο, όσο και για τον καθορισμό των χωρικών ιδιοτήτων τρισδιάστατων σχημάτων.

6.1 Το σκεπτικό της επέκτασης της έρευνας

Κατά τη διάρκεια της ανάλυσης των δεδομένων της κυρίως έρευνας η υπολογιστική πλατφόρμα MaLT βρισκόταν υπό ανάπτυξη, στα πλαίσια του έργου Remath (2005-2009). Λαμβάνοντας υπόψη και τις υποδείξεις της ερευνήτριας, τον Απρίλιο του 2009 κυκλοφόρησε μια νέα έκδοση της υπολογιστικής πλατφόρμας, η οποία είχε βασικές αλλαγές ως προς τις δυνατότητες επιλογής του τρόπου θέασης του τρισδιάστατου χώρου. Στη βάση αυτών των αλλαγών η ερευνήτρια αποφάσισε να επεκτείνει την κυρίως έρευνα, επαναλαμβάνοντας τις δραστηριότητες που είχαν αρχικά σχεδιαστεί με χρήση της νέας έκδοσης του MaLT. Στη λήψη αυτής της απόφασης συντέλεσαν οι παρακάτω παράγοντες: α) η ιδιαιτερότητα της μεθόδου της έρευνας σχεδιασμού, κατά την οποία η έρευνα δεν έχει μια γραμμική εξέλιξη, αλλά εντάσσεται στα πλαίσια μιας επαναληπτικής κυκλικής διαδικασίας, β) η σημασία που αποδίδεται στην παρούσα έρευνα στον διαμεσολαβητικό ρόλο των εργαλείων και στη διαδικασία της εργαλειακής γένεσης, γ) το μεγάλο κενό που υπάρχει στην έρευνα όσον αφορά στα νοήματα που κατασκευάζουν οι μαθητές, όταν δουλεύουν σε περιβάλλοντα που

συνδυάζουν την τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνα με το δυναμικό χειρισμό των προοπτικών θέασης του τρισδιάστατου χώρου και δ) τη δυνατότητα ‘επανεξέτασης’ και εκλέπτυνσης των αποτελεσμάτων της ανάλυσης της κυρίως έρευνας όσον αφορά στην αλλαγή προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων.

Στη βιβλιογραφία καταγράφεται ένα έντονο ενδιαφέρον σχετικά με την αντίληψη του χώρου που έχουν οι μαθητές σε τρισδιάστατα εικονικά περιβάλλοντα (Lowrie, 2002, Haurtman, 2010), ενώ στην έρευνα στα πλαίσια της διδακτικής των μαθηματικών αυτό το ενδιαφέρον εστιάζεται στις επιδράσεις αυτών των νέων τεχνολογικών εξελίξεων στην μάθηση (Hollebrands et al., 2008, Jones et al., 2010). Τα διάφορα εργαλεία αλλαγής προοπτικής θέασης του χώρου στο MaLT2, όπως έδειξε και η κυρίως έρευνα, δεν μπορούν να θεωρηθούν απλά ως υποστηρικτικά της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων. Οι νέες οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις, που μας παρέχονται από τα υπολογιστικά περιβάλλοντα πρέπει να μας προβληματίσουν όχι μόνο σε σχέση με τα εικονικά/οπτικά χαρακτηριστικά τους αλλά και σε σχέση με τις δυνατότητες χρήσης τους, τους χειρισμούς που επιδέχονται, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο οι όποιες αλλαγές σε αυτές επηρεάζουν άλλες συνδεδεμένες με αυτές αναπαραστάσεις (Morgan et al., 2009). Ταυτόχρονα, αποτελούν μια τελείως νέα πηγή γνώσης που μπορεί εν δυνάμει να αλλάξει τη δομή των δραστηριοτήτων και να έχει ως αποτέλεσμα την επιδίωξη νέων στόχων (Noss et al, 1997). Θεωρώντας τις εικόνες στην οθόνη του υπολογιστή ως σημαίνοντα που διαμεσολαβούνται από τα συμβατικά συστήματα με βάση τα οποία δημιουργήθηκαν, θα ήταν ενδιαφέρον να διερευνηθεί περαιτέρω το πώς η θέαση ενός αντικειμένου μέσω πολλαπλών οπτικών (δισδιάστατων και τρισδιάστατων) αλληλεπιδρά με τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τη γωνία ως εργαλείο για τον καθορισμό των χωρικών ιδιοτήτων τρισδιάστατων σχημάτων.

Στις έρευνες σχεδιασμού τόσο ο σχεδιασμός της παρέμβασης όσο και η διερεύνηση των εμπλεκόμενων σε αυτή παραγόντων και η ανάπτυξη ενός ερμηνευτικού πλαισίου εντάσσονται στα πλαίσια μιας επαναληπτικής-κυκλικής διαδικασίας, ως μιας διαδικασίας σταδιακής εστίασης στις αναδυόμενες πτυχές και θέματα (Gravemeijer & Cobb, 2006, Barab & Squire, 2004, Cobb et al., 2003). Καθώς η επέκταση της έρευνας πραγματοποιήθηκε στη βάση των νέων λειτουργικοτήτων του εργαλείου ήταν εστιασμένη στην αναζήτηση ενδείξεων σχετικά με τον τρόπο χρήσης των νέων λειτουργικοτήτων, οι οποίες θα επέτρεπαν στην ερευνήτρια να εμβαθύνει στη μελέτη τόσο σε σχέση με τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων όσο και σε σχέση με τα μέσα που υποστήριζαν αυτή τη διαδικασία. Θεωρώντας τα γεγονότα που συνέβησαν στην ομάδα εστίασης κατά την επέκταση της έρευνας ως παραδειγματικές περιπτώσεις ευρύτερων θεμάτων, στόχος της ανάλυσης υπήρξε η ανάπτυξη μιας λειτουργικής ερμηνείας, η οποία παρότι εντοπισμένη σε συγκεκριμένα περικείμενα, αναδεικνύει κριτικής σημασίας θέματα και μπορεί να λειτουργήσει ως πλαίσιο αναφοράς, για την εφαρμογή του σχεδιασμού των συγκεκριμένων υπολογιστικών περιβαλλόντων και συνοδευτικών δραστηριοτήτων σε αντίστοιχα ή διαφορετικά περικείμενα. Σημείο

εστίασης δεν υπήρξε η μελέτη της μοναδικότητας της συγκεκριμένης περίπτωσης – εδώ μιας ομάδας μαθητών- στο σύνολό της, αλλά η μελέτη της συγκεκριμένης περίπτωσης ως προς ένα οριοθετημένο θέμα, για να έρθουν στο προσκήνιο πιθανόν νέες προεκτάσεις αυτού, καθώς στόχος ήταν ο εντοπισμός συγκεκριμένων επαναλαμβανόμενων προτύπων (patterns) και κανονικότητων στον τρόπο που οι μαθητές δημιούργησαν νοήματα και ο συσχετισμός αυτών των προτύπων με τα μέσα που τα κατέστησαν εφικτά.

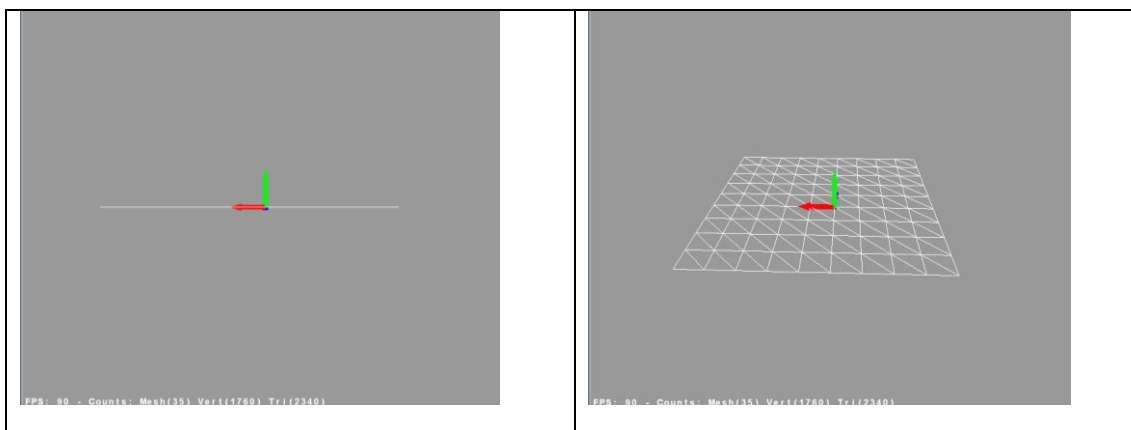
Στην παρούσα ενότητα το ενδιαφέρον περιστρέφεται γύρω από το παρακάτω ερώτημα, το οποίο αποτελεί και μια εξειδικευμένη εκδοχή του 2^{ου} ερευνητικού ερωτήματος της παρούσας διατριβής (δες ενότητα 1.2):

- Μέσω ποιας διαδικασίας κατασκεύασαν οι μαθητές νοήματα σχετικά με την έννοια της γωνίας και ποιος ο ρόλος των εργαλείων καθορισμού της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου σε αυτή τη διαδικασία; Ειδικότερα:
 - Κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων από τους μαθητές ποια η αλληλόδραση μεταξύ της μεταφοράς της χελώνας και της οπτικοποίησης του χώρου μέσω διαφορετικών προοπτικών θέασης;
 - Κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων από τους μαθητές ποια η αλληλόδραση μεταξύ των διαφορετικών προοπτικών θέασης του ίδιου γραφικού αντικειμένου και των γεωμετρικών του ιδιοτήτων;

6.2 Καθορισμός του τρόπου θέασης του προσομοιούμενου χώρου στο MaLT 3

Στο περιβάλλον MaLT2²⁵ επιχειρήθηκε η σύζευξη της Γεωμετρία της Χελώνας όχι μόνο με το δυναμικό χειρισμό των τρισδιάστατων γραφικών αναπαραστάσεων, αλλά και με το δυναμικό χειρισμό της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου, κάτι που στο MaLT3 φαίνεται να υποστηρίζεται περαιτέρω μέσα από τις νέες λειτουργικότητες που προστέθηκαν. Στο MaLT3 ο δυναμικός χειρισμός της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου περιλαμβάνει πέρα από τον καθορισμό της θέσης και της αντίστοιχης κατεύθυνσης της κάμερας κατά μήκος των τριών αξόνων που ορίζουν τον τρισδιάστατο χώρο, μια σειρά προκαθορισμένων δισδιάστατων οπτικών του χώρου, καθώς και δυνατότητα περιεπισκόπησης των γραφικών αντικειμένων, μέσα από τον καθορισμό της θέσης της κάμερας στην επιφάνεια της νοερής σφαίρας που ορίζει τον προσομοιούμενο χώρο.

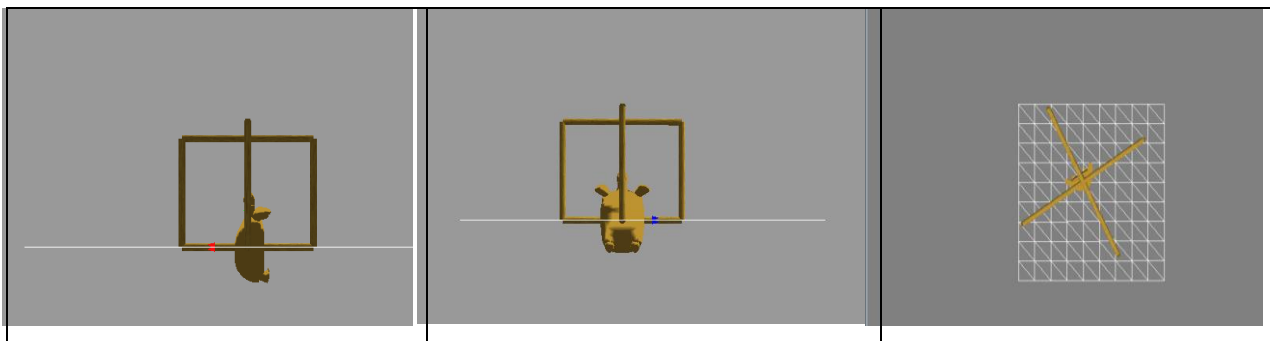
Στο MaLT 3 ο προσομοιούμενος χώρος αποδίδεται με τη χρήση ενός οριζοντίου τετράγωνου πλέγματος. Οι παράλληλες μεταξύ τους εγκάρσιες ευθείες, που είναι κάθετες στη νοερή γραμμή του ορίζοντα, φαίνεται να συγκλίνουν προς ένα σημείο της νοερής γραμμής του ορίζοντα, ενώ οι παράλληλες με αυτή παραμένουν παράλληλες σχηματίζοντας με τις εγκάρσιες την ‘πλακόστρωση’ του οριζοντίου επιπέδου. Το υπόβαθρο είναι γκρι (αν και υπάρχει η δυνατότητα επιλογής διαφόρων υποβάθρων), ενώ η αρχική οθόνη παρουσιάζει μια πλάγια δισδιάστατη όψη του προσομοιούμενου χώρου.



Εικόνα 28: Αριστερά η αρχική οθόνη του MaLT3. Δεξιά: Ο προσομοιούμενος τρισδιάστατος χώρος

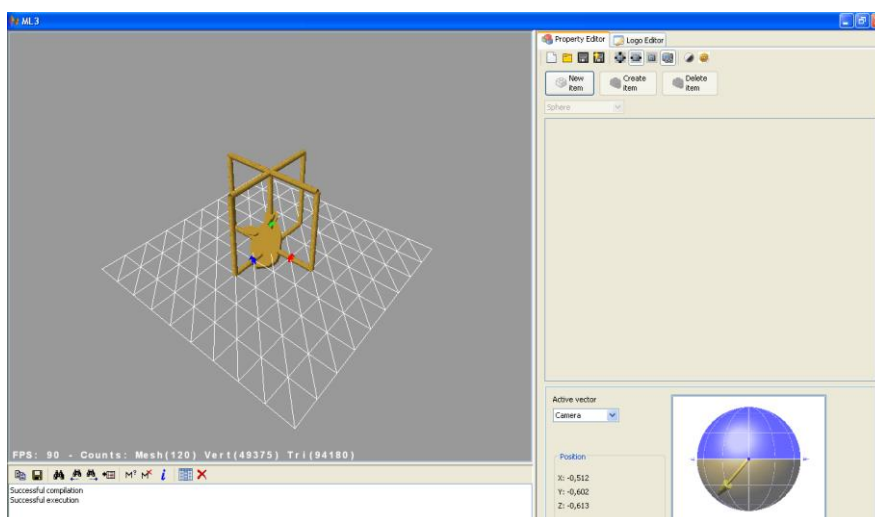
Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει την προοπτική θέασης του προσομοιούμενου χώρου: α) μέσα από την επιλογή εικονιδίων της μπάρας εργαλείων, όπου μπορεί να γίνει επιλογή μεταξύ τριών προκαθορισμένων δισδιάστατων οπτικών: κύρια όψη, πλάγια όψη και κάτωψη.

²⁵ Η προστιθέμενη μαθησιακή αξία, καθώς και οι λειτουργικότητες της υπολογιστικής πλατφόρμας MaLT έχουν παρουσιαστεί δεξιοδικά στην ενότητα (3.4.1.).



Εικόνα 29: Από αριστερά: Η κύρια όψη, η πλάγια όψη και η κάτοψη του μοντέλου της περιστρεφόμενης πόρτας

β) μέσω χειρισμού με το ποντίκι ενός ειδικά σχεδιασμένου διανυσματικού εργαλείου, που ονομάζεται ενεργό διάνυσμα. Με το ενεργό διάνυσμα ο χρήστης μπορεί να ορίσει είτε την κατεύθυνση της κάμερας (η οποία βρίσκεται στην αρχική θέση θέασης του προσομοιούμενου χώρου), είτε τη θέση της κάμερας στην επιφάνεια της νοερής σφαίρας που ορίζει τον προσομοιούμενο χώρο και με κατεύθυνση πάντα προς το κέντρο του προσομοιούμενου χώρου.



Εικόνα 30: Ο προσομοιούμενος χώρος στα αριστερά και κάτω δεξιά το ενεργό διάνυσμα

Η συμβολή των τρισδιάστατων υπολογιστικών περιβαλλόντων στη διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας είναι ένας καινούργιος σχετικά τομέας στην έρευνα της διδακτικής, που φαίνεται να επηρεάζεται άμεσα από τις τεχνολογικές εξελίξεις. Γενικά, θεωρείται ότι αυτού του είδους τα περιβάλλοντα μπορούν να συμβάλλουν στην καλλιέργεια και ανάπτυξη της χωρικής γνώσης (Hauptman, 2010). Όσον αφορά στο MaLT3 3 εικάζεται ότι μέσω των πολλαπλών οπτικών, οι οποίες μάλιστα δεν αποτελούν διακριτά στιγμιότυπα, αλλά φαίνεται να διαδέχονται η μια την άλλη (Gutierrez, 1996), ο χρήστης διευκολύνεται στο να διασυνδέσει όλες τις πιθανές οπτικές και τις γραφικές αναπαραστάσεις (δισδιάστατες ή τρισδιάστατες), που μπορούν να αποδοθούν σε ένα γεωμετρικό τρισδιάστατο αντικείμενο (Lowrie, 2002). Η παραπάνω διαδικασία θεωρείται απαραίτητη για να συλλάβει κανείς σε ένα αφαιρετικότερο επίπεδο τις ιδιότητες και τη δομή ενός τρισδιάστατου αντικειμένου (Yakimanskaya, 1991), ανεξάρτητα από την προοπτική θέασης αυτού (Christou &

Bulthoff, 1999). Μολαταύτα, το κατά πόσο ο δυναμικός χειρισμός της προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου μπορεί να συμβάλει στην οπτικοποίηση τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων εξακολουθεί να προβληματίζει, καθώς πρέπει να διερευνηθεί τόσο ο τρόπος με τον οποίο οι μαθητές αντιλαμβάνονται τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για την απόδοση τρισδιάστατων αντικειμένων στη δισδιάστατη οθόνη του υπολογιστή όσο και ο τρόπος που μπορούν να αξιοποιήσουν τις νέες λειτουργικότητες στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων.

6.3 Το περιεχόμενο της επέκτασης της έρευνας

Η επέκταση της κυρίως έρευνας έλαβε χώρα στο 3ο Δημοτικό Σχολείο της Νέας Περάμου. Εξαιτίας των πολύ εξειδικευμένων ερευνητικών ερωτημάτων και της ανάγκης εμβάθυνσης σε αυτά, αλλά και λόγω μιας σειράς πρακτικών προβλημάτων, κατά την επέκταση της έρευνας συλλέχθηκαν δεδομένα μόνο από μια ομάδα μαθητών της ΣΤ' τάξης του σχολείου. Πρακτικά προβλήματα που είχαν να κάνουν με την εκ νέου αδειοδότηση της πρόσβασης σε τάξη δημόσιου σχολείου, αλλά και με τον εξοπλισμό των εργαστηρίων των δημόσιων σχολείων, ανάγκασαν την ερευνήτρια να επαναλάβει την ενότητα των δραστηριοτήτων με τίτλο 'Διαγράφοντας γωνίες ως αποτέλεσμα πλοήγησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο' (δες ενότητα 3.4.2.2.) με χρήση της υπολογιστικής πλατφόρμας MaLT3 εκτός του ωρολογίου προγράμματος του σχολείου. Η επέκταση της έρευνας έλαβε χώρα στο εργαστήριο του σχολείου με μια ομάδα δύο μαθητών –ένα αγόρι και ένα κορίτσι-, που δέχτηκαν να συμμετάσχουν στην έρευνα μετά και τη σύμφωνη γνώμη των γονέων τους. Οι μαθητές επιλέχτηκαν μετά από συνεννόηση με την εκπαιδευτικό της τάξης. Τα κριτήρια επιλογής της ομάδας ήταν:

- Να μην βρίσκονται οι μαθητές στα άκρα της κλίμακας σχολικής επίδοσης.
- Να έχουν σχετική άνεση στη χρήση υπολογιστικών εργαλείων.
- Να συνεργάζονται και να επικοινωνούν στην ομάδα τους εκφράζοντας ανοιχτά τις σκέψεις και τις ιδέες τους.

Πριν τη διεξαγωγή της επέκτασης της έρευνας, η δασκάλα της Στ' τάξης, που είχε πιστοποίηση Β' επιπέδου όσον αφορά στην παιδαγωγική και διδακτική αξιοποίηση των ΤΠΕ, εφάρμοσε στην τάξη με τη συνδρομή και της ερευνήτριας το σύνολο των δραστηριοτήτων, που είχαν σχεδιαστεί στα πλαίσια της κυρίως έρευνας στο δισδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου με τίτλο 'Η γωνία ως στροφή μέσα από τη μεταφορά της μέτρησης της ώρας' (δες ενότητα 3.4.2.1.), ώστε να εξασφαλιστεί ότι οι μαθητές θα είχαν κάποια πρότερη εμπειρία με δισδιάστατα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας, ανάλογη με αυτή των μαθητών της κυρίως έρευνας. Να επισημανθεί ότι όλοι οι μαθητές της συγκεκριμένης τάξης δεν είχαν χρησιμοποιήσει περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας στο παρελθόν.

Η επέκταση της έρευνας διήρκησε συνολικά ενάμισι μήνα, από την 1^η Νοεμβρίου έως τη 15η Δεκεμβρίου 2009. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 6 δίωρες συναντήσεις. Κατά τη διεξαγωγή της έρευνας, λόγω του πεπαλαιωμένου σχολικού εργαστηρίου, χρησιμοποιήθηκε ο φορητός υπολογιστής της ερευνήτριας. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε ως προς το ρόλο του ερευνητή, τα είδη των ερευνητικών δεδομένων, καθώς και τον τρόπο συλλογής και ανάλυσης αυτών αλλά και τη δεοντολογία της

έρευνας ταυτίζεται με ότι περιγράφεται στο κεφάλαιο της μεθοδολογίας της κυρίως έρευνας (κεφάλαιο 3).

Στον παρακάτω πίνακα περιγράφονται συνοπτικά τόσο το είδος όσο και η ποσότητα των δεδομένων που συλλέχτηκαν κατά την επέκταση της έρευνας:

Μέσο συλλογής	βιντεοκάμερα	Πρόγραμμα καταγραφής οθόνης (Hypercam)	Παρατηρήσεις ερευνήτριας
Είδος δεδομένων	Αρχεία τύπου *.avi	Αρχεία τύπου *.avi	Χειρόγραφες σημειώσεις
Ποσότητα δεδομένων	10 αρχεία των 45 λεπτών	12 αρχεία των 45 λεπτών	5 σελίδες Α4

Εικόνα 31: Το είδος και η ποσότητα των δεδομένων της επέκτασης της έρευνας

6.4 Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και γωνία στροφής

Η κατασκευή με τη χρήση απλών ή σύνθετων εργαλείων φαίνεται πως είναι όχι μόνο χαρακτηριστικό της ανθρώπινης δραστηριότητας, αλλά και καθοριστικός παράγοντας κατά την κατασκευή νοημάτων και την απόκτηση γνώσεων (Nunez, 1997). Ένα εργαλείο δεν υπάρχει αφ'εαυτού, αλλά μόνο μέσα από την προοπτική της χρήσης του, δεν είναι κάτι σταθερό αλλά προκύπτει εξελικτικά. Αυτή ακριβώς η σχέση που διαμορφώνεται με το εργαλείο μέσα από τη δράση που αναπτύσσουμε θεωρείται κομβικής σημασίας στη διαδικασία κατασκευής της γνώσης (Noss et al., 1997). Σε αυτό το πλαίσιο οι κατασκευαστικές δράσεις των μαθητών, αλλά και το 'τελικό' προϊόν αυτής της δραστηριότητας, δεν μπορούν να νοηθούν ανεξάρτητα από μια σημειωτική διαδικασία απόδοσης νοήματος (Artigue, 2009, Morgan et al. 2009), χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η διαδικασία αυτή οδηγεί απαραίτητα σε βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (Guin & Trouche, 1999). Η ανάλυση των δεδομένων της επέκτασης της κυρίως έρευνας που ακολουθεί διερευνά τον τρόπο με τον οποίο τα διαθέσιμα στο MaLT3 εργαλεία χειρισμού της προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων και κατασκευαστικών διαδικασιών. Εστιάζοντας κατά την ανάλυση των δεδομένων στις διαδικασίες κατασκευής νοημάτων σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας τα θέματα που προέκυψαν -και τα οποία στις επόμενες παραγράφους προσεγγίζονται λεπτομερώς- είναι τα εξής:

- Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και συντονισμός με τη χελώνα

Η επιλογή συγκεκριμένων οπτικών θέασης του προσομοιούμενου χώρου συνδέεται με την προσπάθεια των μαθητών να οργανώσουν χωρικές αναπαραστάσεις και να εκφράσουν διαισθήσεις που είχαν σχέση με χωρικές έννοιες, σε συνδυασμό βέβαια και με άλλα μέσα, όπως οι χειρονομίες και οι κινήσεις του σώματος. Από τα δεδομένα της έρευνας φάνηκε ότι, όταν δινόταν έμφαση στην πλοήγηση της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, οι μαθητές επέλεγαν συγκεκριμένες οπτικές θέασης, στις οποίες οι διάφορες εντολές στροφής αποκτούσαν νόημα και δεν ήταν αντίθετες προς τις γήινες και ενσώματες κινητικές τους εμπειρίες, κάτι που υπογραμμίζει τη σημασία του συντονισμού του χρήστη με τη χελώνα-όχημα της κίνησης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο.

- Εναλλαγή οπτικών και διαδικασίες κατασκευής που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι

Οι πολλαπλές διαφορετικές οπτικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές τους επέτρεψαν να περιηγηθούν στο χώρο και γύρω από τα αντικείμενα και να τα διερευνήσουν. Η χρήση πολλαπλών οπτικών στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής δραστηριότητας

υιοθετήθηκε ιδίως στις περιπτώσεις που οι μαθητές ακολούθησαν κατασκευαστικές στρατηγικές που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, όταν δηλαδή οι μαθητές δεν είχαν ξεκάθαρη ιδέα σχετικά με τις δράσεις που έπρεπε να αναλάβουν και όταν η κατασκευή τους προχωρούσε εντολή εντολή μέσω δοκιμής και πλάνης. Αυτό που διερευνήθηκε ήταν κατά πόσο οι συγκεκριμένες επιλογές συνδέονται με την απειρία των μαθητών όσον αφορά στον προγραμματισμό σε τρισδιάστατα περιβάλλοντα και τις συμβάσεις που ακολουθούνται ή σχετίζονται με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της Γεωμετρίας της Χελώνας εν γένει και ειδικότερα των διαφόρων εντολών στροφής στον προσομοιούμενο χώρο, καθώς και την ανάγκη των παιδιών να εστιάσουν σε συγκεκριμένες πτυχές της κατασκευής τους.

- ο Εξωγενής προοπτική θέασης και αναλυτικές κατασκευαστικές διαδικασίες

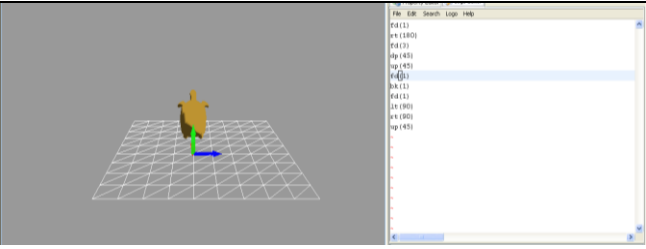
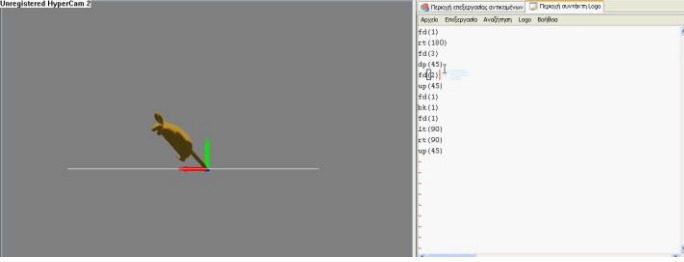

Καθώς η κατασκευαστική διαδικασία γινόταν πιο περίπλοκη και παράλληλα οι μαθητές εξοικειώνονταν τόσο με τις λειτουργικότητες του εργαλείου όσο και με τις συμβάσεις που ακολουθούνταν για την αναπαράσταση αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο μέσω πολλαπλών οπτικών, σε πολλές περιπτώσεις οι μαθητές επέλεξαν να παρατηρήσουν το χώρο ως εξωτερικοί παρατηρητές, μέσω μιας εξωγενούς προοπτικής, η οποία αντανακλάται στην επιλογή μιας σταθερής τρισδιάστατης οπτικής καθόλη τη διάρκεια της κατασκευαστικής δραστηριότητας. Οι συγκεκριμένες επιλογές συζητούνται λαμβάνοντας υπόψη τόσο θέματα που άπτονται της οπτικοποίησης του χώρου, όσο και θέματα που άπτονται της ιδιαιτερότητας των γεωμετρικών κατασκευών και της γωνίας στροφής στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας.


6.4.1 Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και συντονισμός με τη χελώνα

Η ανάλυση των δεδομένων που ακολουθεί δείχνει ότι η επιλογή συγκεκριμένων οπτικών θέασης του προσομοιούμενου χώρου συνδέεται με την προσπάθεια των μαθητών να οργανώσουν χωρικές αναπαραστάσεις και να εκφράσουν διαισθήσεις που είχαν σχέση με χωρικές έννοιες, με τρόπο σύμφωνο προς τις ενσώματες κινητικές τους εμπειρίες. Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προσπαθούν να πετάξουν τη χελώνα προς το βάθος της σκηνής και κατά μήκος του άξονα των Z. Αρχικά ήταν ενεργοποιημένη η κύρια οπτική, η οποία έχει προσαρμοστεί ελαφρά με το διάνυσμα, έτσι ώστε να δίνεται μια τρισδιάστατη εικόνα του προσομοιούμενου χώρου. Μετά από κάποιες άκαρπες αρχικές δοκιμές, που ακολουθήθηκαν από καθαρισμό της οθόνης, οι μαθητές εκτελούν τις εντολές $ur(45)$ και $Fd(2)$. Στη συνέχεια, καθώς στη δεδομένη οπτική δεν ήταν ευδιάκριτο το ταξίδι της χελώνας, οι μαθητές επιλέγουν πλάγια όψη και ολοκληρώνουν το ταξίδι.

Αν και στην πλάγια όψη το ταξίδι της χελώνας είναι πιο ευδιάκριτο, στο απόσπασμα που ακολουθεί φαίνεται ότι τουλάχιστον ο ένας από τους δύο μαθητές έχει δυσκολίες στο να αποδώσει την επιθυμητή διαδρομή της χελώνας με εντολές Logo. Έτσι στη

σειρά (525) θέλει να ‘απογειώσει’ λίγο ακόμα τη χελώνα, εννοώντας ότι πρέπει να ξαναχρησιμοποιήσουν την εντολή `uppitch` (`up`) και όχι την εντολή `forward` (`Fd`) που θα είχε το επιθυμητό αποτέλεσμα. Στην αμέσως επόμενη σειρά ο ίδιος μαθητής αναφέρει ότι ‘ουσιαστικά αριστερά πρέπει να πάνε τη χελώνα’, ενώ η μαθήτρια εκτελεί την εντολή `fd` (3). Ο μαθητής φαίνεται ότι περιγράφει την επιθυμητή κίνηση με βάση το πλαίσιο αναφοράς της δισδιάστατης σταθερής οθόνης του υπολογιστή, ενώ η μαθήτρια εκτελεί μια εντολή με βάση το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας. Η διαφορά ως προς το πλαίσιο αναφοράς, που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να αποφασίσουν τι εντολές πρέπει να δώσουν στη χελώνα, συνεχίζεται και κατά την προσπάθεια προσγειώσης της χελώνας (σειρές 528-535) με τον μαθητή να μην πείθεται ότι για να πραγματοποιήσει η χελώνα την κίνηση που αναπαριστά με το χέρι του και να προσγειωθεί πρέπει να εκτελέσει την εντολή `fd(3)`.

524	M1		 <p>Δοκιμάζει διαφορετικές οπτικές και επιλέγει κύρια όψη. (Το κόκκινο βέλος προς αριστερά)</p>  <p>Μετά το <code>fd</code> και <code>Rt 90</code> κάνουν <code>up 45</code> και γυρίζουν πλαϊνή όψη.</p>
525	M2	Πάμε να την απογειώσουμε λίγο ακόμα;	
526	M1	Την απογειώσαμε. Τώρα πάμε μπροστά.	
527	M2	Ουσιαστικά αριστερά πρέπει να την πάμε	Η M1 γράφει <code>fd 2</code>
528	M1	Τώρα να την ξαναπάμε προς τα κάτω.	
529	M2	Dp 45 90 να το κάνω, να πάει όλο κάτω. Και άλλο κα άλλο (εννοεί dp) και μετά θα το πάμε αριστερά.	Κάνουν <code>dp 90</code> και μετά <code>up 45</code>
530	M1	Ευθεία	

531	M2	Ξανά πάλι αυτό	Νομίζει ότι η στροφή θα τον προχωρήσει και μπροστά.
532	M1	Ευθεία	
533	M2	Δε θέλεις να κατεβεί έτσι, να πάει. Και μετά να....	
534	M1	Ε, ναι. Fd3	
535	M2	Βαλ' το ευθεία να δούμε. Πού θα πάει. Εγώ αυτό θέλω να δω.	
536	M1	Είδες που πήγε;	

Απόσπασμα 63

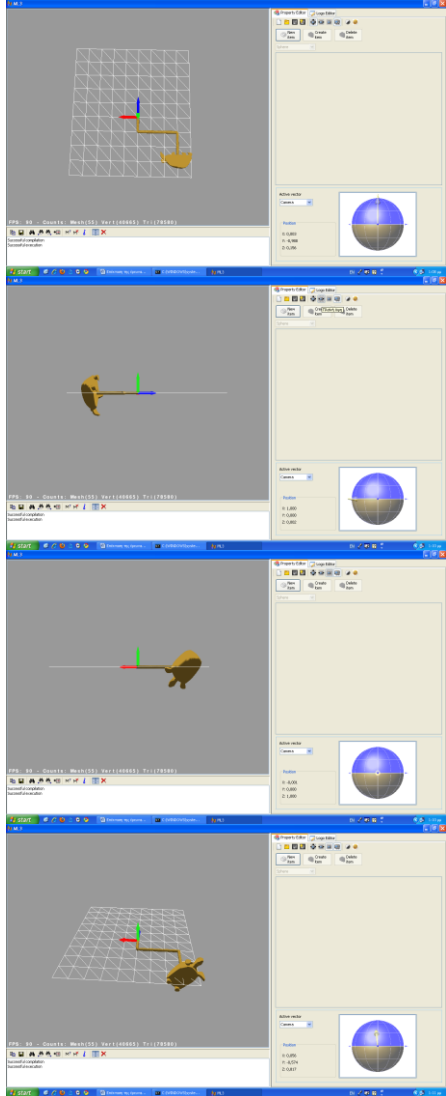
Το παραπάνω απόσπασμα έρχεται να επιβεβαιώσει πολλά από τα συμπεράσματα αναφορικά με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στο συντονισμό τους με τη χελώνα ως μια τρισδιάστατη οντότητα που κινείται στον προσομοιούμενο χώρο, τα οποία και παρουσιάστηκαν διεξοδικά σε προηγούμενο κεφάλαιο. Αυτό που προβληματίσε την ερευνήτρια σε σχέση με το συγκεκριμένο επεισόδιο είναι, γιατί οι μαθητές άλλαξαν οπτική από κύρια σε πλάγια. Στην κυρίως έρευνα όλες οι ομάδες κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης της πτήσης της χελώνας, προτίμησαν την αρχική οπτική, η οποία τους επέτρεπε να συντονίσουν τον προσανατολισμό του σώματός τους στον πραγματικό χώρο με αυτό της χελώνας στον προσομοιούμενο, παρότι το ταξίδι της δεν ήταν ιδιαίτερα ευδιάκριτο. Η επιλογή των μαθητών κατά την προσομοίωση του ταξιδιού της χελώνας με το MaLT3 γέννησε ερωτήματα στην ερευνήτρια αναφορικά με το αν η συγκεκριμένη επιλογή των μαθητών στην κυρίως έρευνα είχε να κάνει περισσότερο με τη δυσκολία χειρισμού των καμερών θέασης του τρισδιάστατου χώρου και όχι τόσο με την ανάγκη συντονισμού με τη χελώνα.

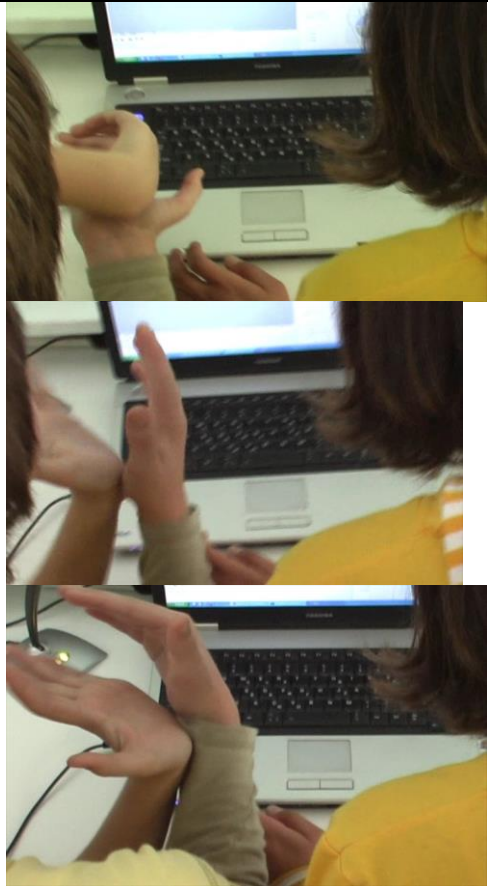

Μήπως, λοιπόν, εδώ οι μαθητές επιλέγουν μια απλοποιημένη δισδιάστατη οπτική για να διευκολυνθούν στην κατασκευή τους, να δουλέψουν σε ένα δισδιάστατο επίπεδο που θα ήταν λιγότερο γνωστικά απαιτητικό ως προς το είδος των εντολών που θα χρησιμοποιούσαν και την αναπαράσταση που θα κατασκεύαζαν, όπως έχει παρατηρηθεί σε σχετικές έρευνες (Kynigos & Latsi, 2006, 2007); Μολαταύτα, στο πλαίσιο της συγκεκριμένης δραστηριότητας και των μεταφορών που χρησιμοποιούνται (η χελώνα ως κινούμενη οντότητα και η προσομοίωση της κίνησης ενός αεροσκάφους), αν και υπό δισδιάστατη οπτική, η κίνηση της χελώνας δεν περιορίζεται σε ένα επίπεδο -όπως συμβαίνει στα δισδιάστατα περιβάλλοντα της Γεωμετρίας της Χελώνας, όπου επαρκεί η χρήση του ζεύγους εντολών στροφής δεξιά/αριστερά. Τόσο ο προσανατολισμός του οριζοντίου επιπέδου στην οθόνη του υπολογιστή όσο και ο αρχικός προσανατολισμός της χελώνας σε αυτό είναι συμβατά με τις καθημερινές εμπειρίες και τις αναπαραστάσεις των παιδιών στο γήινο περιβάλλον, κάτι που πιθανόν να είχε ιδιαίτερη σημασία όσον αφορά στη χρήση των εντολών uppitch/downpitch. Αν και σχετικές έρευνες έχουν υπογραμμίσει τις

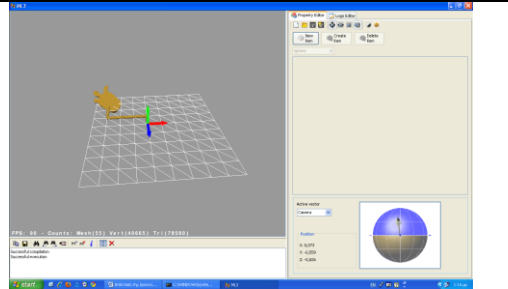
δυσκολίες των παιδιών να χρησιμοποιήσουν τις παραπάνω εντολές σε ένα εσωγενές πλαίσιο (Kynigos et al., 2009), με δεδομένο τον προσανατολισμό της χελώνας στο παραπάνω επεισόδιο, είτε στην κύρια όψη είτε στην πλάγια όψη δεν υπήρχε διάσταση ως προς το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου και το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας. Ο προσανατολισμός, δηλαδή του πάνω/κάτω της χελώνας ταυτίζεται με τα σταθερά σημεία του πάνω/κάτω στο γήινο περιβάλλον, τα οποία φαίνεται να αποτελούν βασικά σημεία αναφοράς για τον προσδιορισμό των χωρικών σχέσεων (Fishbein, 1987, Yakimanskaya, 1991). Αν και ο προσανατολισμός της χελώνας στην πλάγια όψη δε συνέπιπτε με τον προσανατολισμό του σώματος του χρήστη, ούτε με το δεξιά/αριστερά την οθόνης του υπολογιστή, αυτό δε φαίνεται να δημιουργήσει ιδιαίτερα προβλήματα στους μαθητές, καθώς πέρα από τις εντολές στροφής *uppitch/downpitch* δε χρησιμοποιήθηκαν άλλα είδη στροφής, που πιθανόν να έκανα τα πράγματα πιο περίπλοκα. Οι δυσκολίες που είχε από την άλλη ο μαθητής στο να αποφασίσει το είδος των εντολών που έπρεπε να δοθούν στη χελώνα δεν είχαν να κάνουν τόσο με προβλήματα συντονισμού που σχετίζονταν με συγκεκριμένες οπτικές, όσο με την καθοδήγηση της χελώνας στη βάση ενός εσωγενούς πλαισίου, με αυτή δηλαδή ως επίκεντρο και όχι με βάση άλλα εξωτερικά σημεία αναφοράς.

Αν και στο παραπάνω απόσπασμα η πλάγια όψη που επέλεξαν οι μαθητές να εργαστούν κατά το μεγαλύτερο μέρος της κατασκευαστικής τους δραστηριότητας δε συνέβαλε ιδιαίτερα στο συντονισμό του σώματος του χρήστη με τη χελώνα, στο παρακάτω απόσπασμα φαίνεται ότι οι μαθητές, όταν έχουν δυσκολίες στο συντονισμό με τη χελώνα, επιλέγουν οπτικές που τους διευκολύνουν σε αυτό. Στα πλαίσια της 1^{ης} δραστηριότητας ο μαθητής ρώτησε αν το αεροπλάνο μεταφέρει επιβάτες ή είναι πολεμικό αεροσκάφος. Δράττοντας της ευκαιρίας η ερευνήτρια τους ζήτησε να προσομοιώσουν την κίνηση ενός αεροσκάφους της πολιτικής αεροπορίας και στη συνέχεια ενός μαχητικού. Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προσπαθούν να απογειώσουν το αεροσκάφος και να κάνουν τους ελιγμούς ενός μαχητικού. Οι μαθητές αρχικά δουλεύουν σε κάτοψη, η οποία τους δίνει αφενός μια συνολική αίσθηση του χώρου αφετέρου παρέχει μια δισδιάστατη απλοποιημένη οπτική, στην οποία με δεδομένο τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στη σκηνή είναι εύκολο να συντονιστούν με αυτή και να την κινήσουν στο οριζόντιο επίπεδο που αναπαριστά 'το πάτωμα' του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου, χρησιμοποιώντας τα ζεύγη εντολών στροφής της δισδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας. Έτσι ενώ στόχος είναι να προσομοιώσουν την κίνηση ενός μαχητικού, οι μαθητές κινούν αρχικά τη χελώνα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σχηματίζουν μια τεθλασμένη γραμμή. Όταν στη συνέχεια εκτελούν την εντολή *up(90)* τρεις φορές, η χελώνα-αεροσκάφος φαίνεται να διαπερνά το οριζόντιο επίπεδο/έδαφος. Οι μαθητές που μέχρι εκείνη τη στιγμή δούλευαν σε κάτοψη δυσκολεύονται να συνεχίσουν και αλλάζουν οπτικές. Αρχικά δοκιμάζουν τις δισδιάστατες προκαθορισμένες οπτικές. Καταλήγουν στην κύρια όψη και εκτελούν την εντολή *up(180)*. Στη συνέχεια προσαρμόζουν λίγο την οπτική με το διάνυσμα και η χελώνα έχει ένα προσανατολισμό στο χώρο που είναι αντίθετος με τον προσανατολισμό του σώματος τους χρήστη, όσον αφορά στις κατευθύνσεις

δεξιά/αριστερά. Κατόπιν (σειρά 538) ο μαθητής αισθητοποιεί με χειρονομίες την επιθυμητή κίνηση της χελώνας, και καταλήγει στο ότι πρέπει να πάνε τη χελώνα προς τα αριστερά και να δώσουν την εντολή left. Η μαθήτρια προσπαθώντας να του εξηγήσει ότι πρέπει να δώσει την εντολή 'right' σηκώνεται και προσανατολίζει το σώμα της στο χώρο ανάλογα με τον προσανατολισμό της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο. Μάλιστα απλώνει και τα χέρια της για να δείξει καλύτερα το δεξιά και το αριστερά της χελώνας (σειρά 541). Στη συνέχεια ο μαθητής προσπαθώντας να εξηγήσει το λάθος του λέει ότι μπερδεύτηκε με τον προσανατολισμό της κεφαλής της χελώνας και προσαρμόζει έτσι την οπτική, ώστε να συντονίζεται το σώμα του με αυτή, πριν δώσει την επόμενη εντολή στροφής στη χελώνα (σειρά 542).

537.	M1	<p>Τώρα υποτίθεται ότι είναι πάνω και εδώ είναι ένα βουνό και πάει και πέφτει μέσα.</p>	<p>Περιστρέφουν το επίπεδο με το διάνυσμα.</p>  <p>Κάνουν up (180) (κύρια όψη που πειράζουν λίγο με το διάνυσμα)</p>
------	----	---	---

538.	M2	<p>Οπότε να το γυρίσουμε τώρα. ... Έτσι όπως είναι τώρα δεν πρέπει να το γυρίσουμε ;</p> <p>Άμα το σηκώσουμε και άλλο προς τα κει θα φύγει απέξω.</p> <p>Να το πάμε πιο αριστερά Left</p>	
539.	M1	Δεξιά	
540.	M2	Αριστερά δε θέλουμε να πάει;	
541.	M1	<p>Παιδί μου, όπως είναι η χελώνα, εδώ είναι το δεξιά, εδώ είναι το αριστερά.</p>	

542.	M2	Μπερδεύτηκα με το κεφάλι της κατά κάποιο τρόπο. Κάτσε να το γυρίσω. Εδώ είναι το κεφάλι της. Το βλέπεις; Άρα δεξιά 90, όχι 45 και τη σηκώσαμε όλη προς τα πάνω.	
543.	M1	Ναι, καλύτερα έτσι. Βαλ' το.	

Απόσπασμα 64

Στα παραπάνω αποσπάσματα φαίνεται ότι οι μαθητές επέλεξαν συγκεκριμένες οπτικές θέασης του τρισδιάστατου χώρου, στις οποίες οι διάφορες εντολές στροφής αποκτούσαν νόημα και δεν ήταν αντίθετες προς της γήινες και ενσώματες κινητικές τους εμπειρίες, κάτι που υπογραμμίζει τη σημασία του συντονισμού του χρήστη με τη χελώνα-όχημα της κίνησης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Έτσι, η κύρια αλλά και η πλάγια οπτική δε δημιουργούν δυσκολίες κατά τη χρήση των εντολών στροφής *uppitch/downpitch*, καθώς με δεδομένο τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στη σκηνή, το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας ταυτίζεται με το πλαίσιο αναφοράς του κόσμου, όπου το πάνω/κάτω είναι σταθερά ως αποτέλεσμα της βαρύτητας στο γήινο περιβάλλον. Από την άλλη με δεδομένο και πάλι τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στη σκηνή, τα γραφικά αποτελέσματα της εκτέλεσης των εντολών δεξιά/αριστερά είναι ιδιαίτερα ευδιάκριτα στην κάτοψη, όπου οι μαθητές μπορούν με ευκολία να συνδυάσουν το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς, όπου η θέση και ο προσανατολισμός των αντικειμένων και ειδικότερα το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζονται σε σχέση με τον κορμό του χρήστη, και το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας όπου το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζεται σε σχέση με τη θέση του κορμού της χελώνας. Μάλιστα, η κάτοψη προσφέρει μια απλοποιημένη οπτική, όπου ο χρήστης μπορεί να κινηθεί με άνεση σε ένα επίπεδο χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τις εντολές της δισδιάστατης Γεωμετρίας της Χελώνας. Όταν, όμως η χελώνα αλλάζει επίπεδο και οι μαθητές έχουν δυσκολίες στο να συντονίσουν τις ενσώματες γήινες κινητικές τους εμπειρίες και το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς με τη χελώνα, καταφεύγουν στην επιλογή οπτικών που τους βοηθούν να συντονιστούν με αυτή. Στις οπτικές που επιλέγονται η θέση και ο προσανατολισμός του σώματος του χρήστη στον πραγματικό χώρο ταυτίζεται εν πολλοίς με τη θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο.

Η έμφαση που δίνεται αρχικά στην πλοήγηση της χελώνας και στην ανάγκη συντονισμού με τη χελώνα ιδιαίτερα όσον αφορά στον καθορισμό των διαφόρων εντολών στροφής αποτυπώνεται στις επιλογές των μαθητών ως προς τον τρόπο θέασης του προσομοιούμενου χώρου. Χρησιμοποιώντας τη μεταφορά της χελώνας/κινούμενης οντότητας, οι μαθητές φαίνεται ότι προσπαθούν να 'εμβυθιστούν' στο χώρο, να τον διερευνήσουν 'από μέσα' και να πλοηγηθούν σε αυτόν μέσω μιας εσωγενούς προοπτικής θέασης. Αυτή η εσωγενής προοπτική θέασης του προσομοιούμενου χώρου αντανακλά πιθανόν την προοπτική θέασης που

υιοθετείται από τους ανθρώπους στον πραγματικό χώρο (Tversky, 2005), όταν εξερευνούν ένα περιβάλλον και πλοηγούνται σε αυτό. Στη συνέχεια της ανάλυσης φαίνεται ότι καθώς η έμφαση μετατοπίζεται από την πλοήγηση της χελώνας στις γεωμετρικές ιδιότητες των γραφικών αναπαραστάσεων, από τη γωνία στροφής της χελώνας στη γωνία ως εργαλείο σχεδίασης τρισδιάστατων μοντέλων, ο χώρος αρχίζει να γίνεται αντιληπτός μέσω μιας 'εξωγενούς' προοπτικής θέασης, η οποία αποτυπώνεται και στις επιλογές των μαθητών όσον αφορά στον τρόπο θέασης του προσομοιούμενου χώρου.

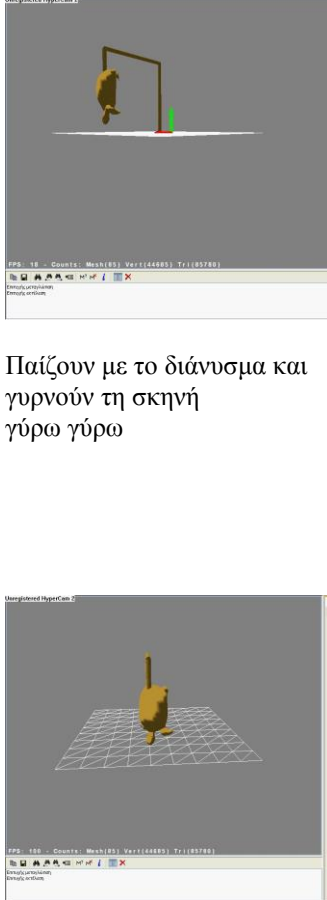
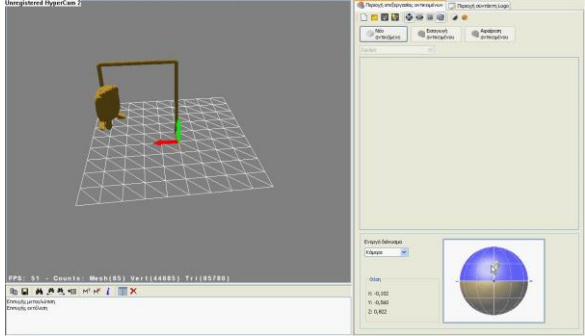
6.4.2 *Εναλλαγή οπτικών και διαδικασίες κατασκευής που χαρακτηρίζονται ως 'μερεμέτι'*

Από τα δεδομένα προκύπτει ότι οι μαθητές χρησιμοποίησαν εκτενώς τα διαθέσιμα εργαλεία χειρισμού της γωνίας θέασης του τρισδιάστατου χώρου και προσέγγισαν τις κατασκευές τους μέσω πολλαπλών οπτικών: α) όταν υιοθετούσαν κατασκευαστικές διαδικασίες που μπορούν να χαρακτηριστούν ως μερεμέτι και β) όταν πειραματίζονταν με συγκεκριμένες πτυχές των κατασκευών τους.

Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές προσπαθούν να κατασκευάσουν ένα τοίχο στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας. Δίνουν εντολές στη χελώνα στηριζόμενοι σε οπτικές ενδείξεις, ενώ δεν έχουν κατά νου κάποια ξεκάθαρη στρατηγική. Οι κατασκευαστικές διαδικασίες που υιοθετούν θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως 'μερεμέτι' (Papert, 1993, Turkle & Papert, 1990, Kafai, 1995), καθώς οι μαθητές δεν έχουν σχεδιάσει εξ αρχής τα βήματα που θα ακολουθήσουν κατά την κατασκευή τους, δεν έχουν σκεφτεί πώς θα μεταφράσουν σε εντολές Logo το γεωμετρικό σχήμα που θέλουν να κατασκευάσουν. Η κατασκευή προκύπτει βήμα βήμα με την εκτέλεση μιας εντολής κάθε φορά, ενώ, για να αποφασίσουν ποια θα είναι η επόμενη κίνηση της χελώνας, χρειάζονται την άμεση γραφική ανατροφοδότηση του περιβάλλοντος. Αυτή η στρατηγική της δοκιμής και πλάνης αντανακλάται χαρακτηριστικά και στο μεγάλο αριθμό εντολών που δίνονται στη χελώνα, καθώς προσπαθούν να φτιάξουν ένα παραλληλόγραμμο. Για παράδειγμα στη σειρά 544 στη 2^η στήλη του παρακάτω επεισοδίου, όπου δίνονται οι εντολές που εκτέλεσαν οι μαθητές για να κατασκευάσουν το παραλληλόγραμμο, φαίνεται ότι αρχικά εκτέλεσαν διαδοχικά τρεις διαφορετικές εντολές στροφής (Ur(180) Dp(45) Dp(45)), που η μια ακύρωνε την άλλη, για να δώσουν τον επιθυμητό προσανατολισμό στη χελώνα. Αντίστοιχα στη συνέχεια εκτέλεσαν διαδοχικά πέντε φορές την εντολή rt(90), ενώ για τον ίδιο τελικό προσανατολισμό θα αρκούσε η εκτέλεση της συγκεκριμένης εντολής μια φορά.

Κεφάλαιο 6: Η επέκταση της έρευνας

Ενότητα 6.4: Προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου και γωνία στροφής

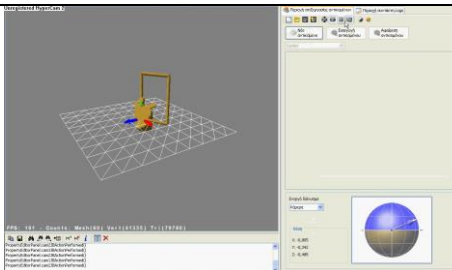
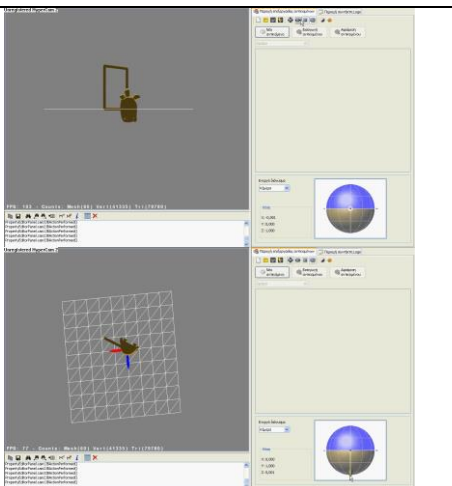
544.	M2	<p>Αλλά δεν έχει αγγίξει. Κάτσε, θέλω να δω κάτι άλλο, αγγίζει;</p> <p>Δεν αγγίζει. Είναι ακόμα στον αέρα. Άμα είναι στον αέρα, πώς θα κάνουμε τετράγωνο;</p>	<p>Οι εντολές που εκτέλεσαν οι μαθητές για να κατασκευάσουν τον 'εικονικού δωματίου' στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας:</p> <p>Ur(180) Dp(45) Dp(45) Fd(4) Rt(90) Rt(90) Rt(90) Rt(90) Rt(90) Fd(4) Bk(1) Bk(1) Bk(1) Fd(1) Fd(1) Fd(1) Dp(45) Rt(90) Fd(1) Fd(1)</p>	 <p>Παίζουν με το διάνυσμα και γυρνούν τη σκηνή γύρω γύρω</p>
545.	M1	<p>Θέλουμε να τη στρίψουμε να πάει ...</p>		
546.	M2	<p>Κοίτα κενό. Fd, πιο πολύ Fd, πιο πολύ... Πρέπει να το κάνουμε forward 0,5. Έχει 0,5?</p>		

Απόσπασμα 65

Στο παραπάνω απόσπασμα, όταν δεν ήταν οπτικά ξεκάθαρο, αν είχε κατασκευαστεί ένα κλειστό σχήμα, οι μαθητές δεν ασχολήθηκαν με τις γεωμετρικές ιδιότητες του σχήματος (π.χ. ότι θα έπρεπε οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου να έχουν τα ίδια μήκη για να κλείσει το σχήμα), αλλά κατέφυγαν στα εργαλεία χειρισμού του τρόπου θέασης του τρισδιάστατου χώρου για να ελέγξουν, αν έκλεισε το σχήμα. Κατόπιν προχώρησαν τη χελώνα με μοναδιαία βήματα. Σε αυτή τη φάση ήταν πιο σημαντικό για τους μαθητές να διερευνήσουν το περιβάλλον, να πλοηγηθούν σε αυτό βήμα βήμα μέσω μιας κινούμενης οντότητας, να 'περιεργαστούν' οπτικά τις κατασκευές τους δίνοντας περισσότερο έμφαση στα εξωτερικά/οπτικά χαρακτηριστικά αυτών και όχι στις γεωμετρικές τους ιδιότητες. Η χρήση πολλαπλών

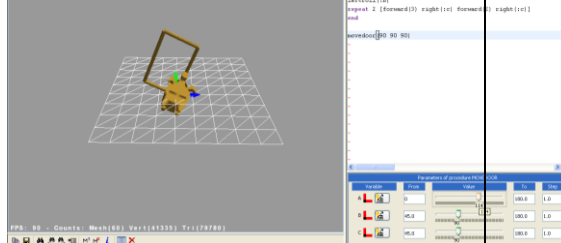
οπτικών –δισδιάστατων ή μη- στα πλαίσια της ίδιας κατασκευής συνδέθηκε με κατασκευαστικές διαδικασίες που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, και οι οποίες με τη σειρά τους πιθανόν να συνδέονται και με το βαθμό εξοικείωσης των μαθητών με το συγκεκριμένο περιβάλλον και τον προγραμματισμό στον τρισδιάστατο χώρο (Kafai, 1995). Σε διάφορες έρευνες έχει βρεθεί ότι αρχικά οι μη έμπειροι προγραμματιστές δεν έχουν ένα ξεκάθαρο μοντέλο κατά νου, με βάση το οποίο θα κινηθούν (Turkle & Papert, 1990). Συνεπώς, μπορεί να διατυπωθεί η υπόθεση ότι οι μαθητές ακολούθησαν τις συγκεκριμένες κατασκευαστικές διαδικασίες λόγω της απειρίας τους. Πέρα όμως από τον παράγοντα της απειρίας, η ερευνήτρια θεωρεί ότι οι συγκεκριμένες κατασκευαστικές διαδικασίες στα πλαίσια περιβαλλόντων της Γεωμετρίας της Χελώνας αντικατοπτρίζουν την έμφαση που δίνεται από τους μαθητές αρχικά στο συντονισμό με την κινούμενη οντότητα, νοερά ή μη, και στην προοπτική θέασης των κατασκευών εσωγενώς, σε σχέση δηλαδή μόνο με την αμέσως προηγούμενη θέση της χελώνας και όχι στο σύνολο της επιθυμητής διαδρομής –ως άθροισμα πάντα επιμέρους κινήσεων- στον προσομοιούμενο χώρο.

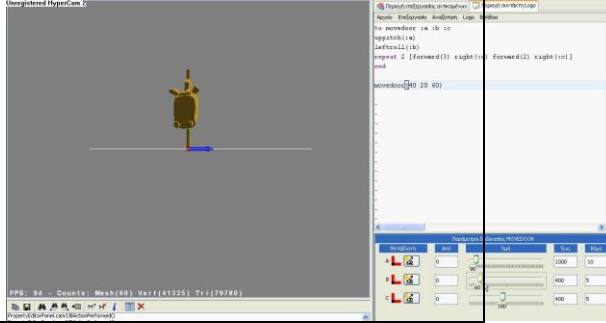
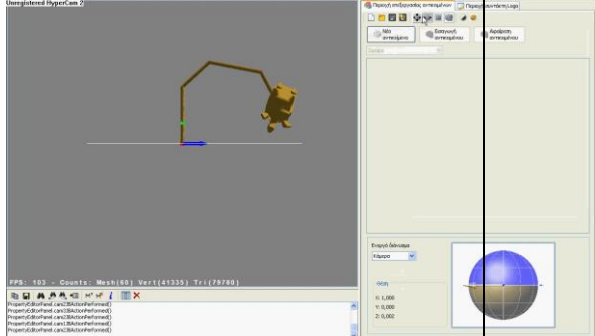
Οι πολλαπλές διαφορετικές οπτικές που χρησιμοποιήσαν οι μαθητές τους επέτρεψαν να περιηγηθούν στο χώρο και γύρω από τα αντικείμενα και να τα διερευνήσουν. Πολλαπλές εναλλασσόμενες οπτικές χρησιμοποιήσαν οι μαθητές στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων της 3^{ης} και 4^{ης} δραστηριότητας. Στο παρακάτω απόσπασμα οι μαθητές δοκιμάζουν μια σειρά τιμών στη μεταβλητή c της παραμετρικής διαδικασίας `movendoor`, για τις οποίες θεωρούν ότι θα δημιουργηθεί ένα παραλληλόγραμμο/πόρτα. Αυτό που εντυπωσιάζει στο παρακάτω επεισόδιο είναι ότι, παρότι οι μαθητές δεν έχουν συστηματοποιήσει τις παρατηρήσεις τους, δε φαίνεται δηλαδή να έχουν ξεκαθαρίσει γιατί δημιουργείται ένα κλειστό σχήμα με τις συγκεκριμένες τιμές της μεταβλητής c , δεν αρκούνται στις οπτικές ενδείξεις μιας και μόνο οπτικής θέασης της κατασκευής τους, αλλά δοκιμάζουν μια σειρά οπτικών για να βεβαιωθούν ότι το σχήμα έχει κλείσει. Η μέχρι εκείνη τη στιγμή ενασχόληση των μαθητών με κατασκευές στον προσομοιούμενο χώρο και η παρατήρηση αυτών μέσω πολλαπλών οπτικών φαίνεται ότι τους έχει ευαισθητοποιήσει ως προς τα διαφορετικά χαρακτηριστικά μιας τρισδιάστατης αναπαράστασης που μπορεί να φέρνει στο προσκήνιο ή να αποκρύπτει μια συγκεκριμένη οπτική θέασης αυτής, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα ερευνών, όπου χρησιμοποιούνται στατικές τρισδιάστατες και δισδιάστατες αναπαραστάσεις στα πλαίσια της τρισδιάστατης γεωμετρίας (Parzysz, 1988). Αν και η διάκριση μεταξύ αυτού που αναπαρίσταται και του τρόπου αναπαράστασης του δεν είναι συχνά εύκολη, όταν χρησιμοποιούνται τα παραδοσιακά στατικά μέσα, καθώς απαιτείται ικανότητα νοερής σύλληψης όλων των πιθανών διαφορετικών αναπαραστάσεων που μπορούν να αποδοθούν σε ένα τρισδιάστατο γεωμετρικό αντικείμενο (Gutierrez, 1996), στην παρούσα έρευνα φαίνεται ότι αυτή η διάκριση διευκολύνεται από τη δυνατότητα των παιδιών να χειριστούν δυναμικά τον τρόπο θέασης του τρισδιάστατου χώρου και αντίστοιχα των γραφικών αντικειμένων που έχουν κατασκευαστεί σε αυτόν.

547	M2	90 σίγουρα, όπα, δε με βολεύει η οπτική. Στο 360 από αυτό που θέλαμε να πάει, πάει 360. Στο 450 πάλι θα κάνει πόρτα, και μετά στο 810 μου φαίνεται. Για να το σιγουρέψουμε.	
548	M1	Για βάλει άλλες οπτικές να δούμε έκλεισε η πόρτα;	
549	M2	Ναι, έχει κλείσει.	

Απόσπασμα 66

Επιπλέον, στην έρευνα φάνηκε ότι στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων οι μαθητές επέλεξαν διαφορετικές οπτικές ανάλογα με το είδος της στροφής, που αποτελούσε το αντικείμενο της διερεύνησης. Στο παρακάτω απόσπασμα, αφού οι μαθητές ολοκλήρωσαν την 3^η δραστηριότητα, έχουν ρωτηθεί από την ερευνήτρια ποια οπτική θα επέλεγαν για να δείξουν στους συμμαθητές τους: α) το μοντέλο της πόρτας που ανοιγοκλείνει και β) το ρόλο της καθεμιάς μεταβλητής του μισοψημένου μικρόκοσμου. Φαίνεται ότι οι μαθητές επιλέγουν διαφορετική οπτική, όταν θέλουν να δείξουν ολόκληρο το μοντέλο της πόρτας που ανοιγοκλείνει, και διαφορετική οπτική, όταν θέλουν να δείξουν το ρόλο της κάθε μεταβλητής. Έτσι, όταν θέλουν να δείξουν το μοντέλο της πόρτας που ανοιγοκλείνει, ρυθμίζουν έτσι την οπτική θέασης του χώρου με το ενεργό διάνυσμα, ώστε να δίνεται μια τρισδιάστατη αίσθηση του χώρου (σειρά 550). Αντίθετα, όταν θέλουν να δείξουν το ρόλο της μεταβλητής b και c, μετά από δοκιμές επιλέγουν την προκαθορισμένη δισδιάστατη πλάγια όψη (σειρά 553-555).

550.	M2	Καλή όψη είναι αυτή.	
551.	M1	Για την a αυτή. Να ανεβοκατεβαίνει.	
552.	ερ	Μάλιστα, για τη μεταβλητή β, ποια οπτική θα επιλέγατε;	

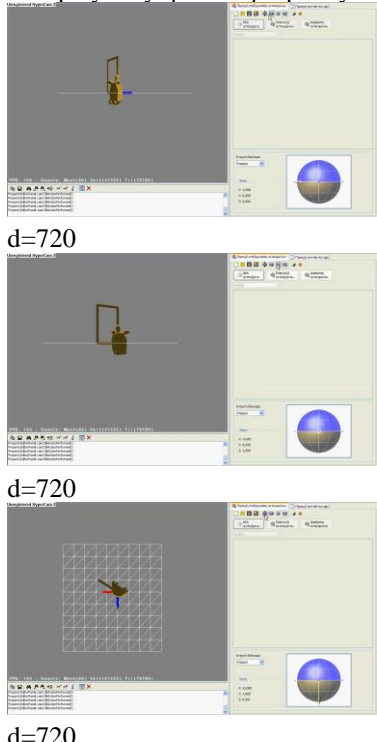
553.	M1	Αυτή.	Πλαϊνή όψη για τη β από τις προκαθορισμένες όψεις.	
554.	Ερ	Και για τη C;		
555.	M1	Αυτή, εντάξει; Ναι, φαίνεται καλά το σχήμα.		

Απόσπασμα 67

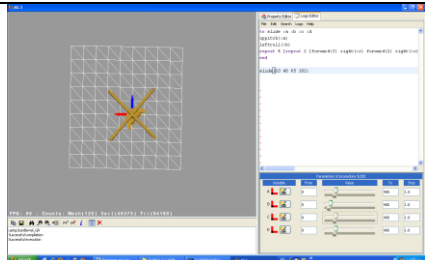
Οι επιλογές που έκαναν οι μαθητές στο παραπάνω απόσπασμα και οι οποίες επιβεβαιώνονται εν πολλοίς και στα αποσπάσματα που ακολουθούν δείχνουν ότι οι μαθητές επέλεξαν τις δισδιάστατες απλοποιημένες οπτικές, όταν ήθελαν να εστιάσουν στα γραφικά αποτελέσματα συγκεκριμένων στροφών της χελώνας, ενώ η τρισδιάστατη οπτική χρησιμοποιούνταν, για να παρατηρήσουν ολόκληρο το μοντέλο. Έτσι, στο παραπάνω απόσπασμα οι μαθητές επέλεξαν την πλαϊνή οπτική για να εστιάσουν στην περιστροφή της χελώνας και την ίδια δισδιάστατη οπτική για να εστιάσουν στο γεωμετρικό σχήμα που κατασκευάζονταν ως αποτέλεσμα του δυναμικού χειρισμού των τιμών της μεταβλητής :c. Αν και στην περίπτωση της εντολή `leftroll(:b)` η φαινομενολογία της οθόνης στην πλαϊνή όψη αποδίδει ξεκάθαρα την περιστροφή της χελώνας γύρω από τον κάθετο νοητό άξονα του 'σώματός' της, η πλαϊνή όψη που επιλέγεται, για να αισθητοποιηθεί η εντολή στροφής `right(:c)` δεν αποδίδει ξεκάθαρα τη συγκεκριμένη εντολή στροφής, καθώς το σχήμα και η χελώνα δείχνει περισσότερο να ανεβοκατεβαίνει. Οι οπτικές αυτές ενδείξεις σε συνδυασμό με τον προσανατολισμό του σώματος της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο, οποίος είναι ακριβώς αντίθετος με τον προσανατολισμό του σώματος του χρήστη, τόσο ως προς τις κατευθύνσεις πάνω/κάτω, όσο και ως προς τις κατευθύνσεις δεξιά/αριστερά οδήγησε την ερευνήτρια στο συμπέρασμα ότι η συγκεκριμένη οπτική επιλέχτηκε για να δοθεί έμφαση όχι στην κίνηση της χελώνας ως αποτέλεσμα της συγκεκριμένης εντολής στροφής, αλλά στο γραφικό αποτέλεσμα αυτής της κίνησης. Σε αυτή την περίπτωση, βέβαια, το ερώτημα που προκύπτει είναι κατά πόσον οι μαθητές περιορίζονται στις φαινομενολογικές ενδείξεις και κατά πόσο βλέπουν το σχήμα ως το άθροισμα συγκεκριμένων κινήσεων της χελώνας.

Όσον αφορά στη μεταβλητή a , οι μαθητές επέλεξαν μια τρισδιάστατη οπτική, για να αισθητοποιήσουν καλύτερα την κίνηση της χελώνας ως αποτέλεσμα της εντολής `urpitch` σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο. Όπως λέει χαρακτηριστικά η μαθήτρια στη σειρά (551), επιλέγεται η συγκεκριμένη οπτική για να φαίνεται η χελώνα 'Να ανεβοκατεβαίνει'. Έτσι εικάζεται ότι στη συγκεκριμένη επιλογή οι μαθητές στηρίζονται για άλλη μια φορά στις ενσώματες κινητικές τους εμπειρίες στο γήινο περιβάλλον, όπου η κατεύθυνση του πάνω και του κάτω είναι σταθερές και ορίζονται σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο. Έτσι για να αισθητοποιήσουν το γραφικό αποτέλεσμα της εντολής `urpitch(:a)`, πρέπει να φαίνεται ξεκάθαρα²⁶ το οριζόντιο επίπεδο, όπως συμβαίνει στην τρισδιάστατη οπτική που επιλέγουν τα παιδιά.

Στα πλαίσια της 4^{ης} δραστηριότητας οι μαθητές είχαν ιδιαίτερες δυσκολίες αναφορικά με το ρόλο της μεταβλητής d , η οποία καθόριζε το μέγεθος της γωνίας στροφής της χελώνας και την αντίστοιχη θέση της στον τρισδιάστατο χώρο, πριν σχεδιάσει καθεμιά από τις διαδοχικές πόρτες του μοντέλου της περιστρεφόμενης πόρτας. Στο επόμενο απόσπασμα οι μαθητές κάνουν εικασίες σχετικά με τον αριθμό των ορατών παραλληλογράμμων (πορτών), αν η τιμή που θα δοθεί στη μεταβλητή d είναι 720. Καθώς δε θεωρούν την προκαθορισμένη κύρια όψη βολική, αφού δοκιμάσουν τις άλλες δύο προκαθορισμένες οπτικές, επιλέγουν να συνεχίσουν την εργασία τους σε κάτοψη.

556.	M1	Για να δούμε πόσες θα είναι οι πόρτες, αν βάλουμε 720...Μόνο μία; Αυτή η οπτική δε με βολεύει. Θα την αλλάξω.	<p>Δοκιμάζει τις προκαθορισμένες οπτικές</p>  <p>Κύρια όψη, d=720</p> <p>Πλάγια όψη, d=720</p> <p>Κάτοψη, d=720</p>
557.	M2	Όπως ακριβώς και με το 360. Κάνει δύο	

²⁶ Το οριζόντιο επίπεδο φαίνεται ξεκάθαρα και στην κάτοψη. Σε αυτή τη διςδιάστατη όμως οπτική δε φαίνεται ξεκάθαρα η κίνηση ως αποτέλεσμα των εντολών `urpitch/downpitch` στο συγκεκριμένο μισοψημένο μικρόκοσμο.

		γύρους.	
558.	M1	Ναι, τα μαζεύει όλα αυτά σε ένα. Όταν το κουνάμε, οι πόρτες αλλάζουν θέση. Κολλάνε μεταξύ τους ή ξεκολλάνε.	
559.	M2	Δεν μπορούμε να πούμε αυτό. Κοίτα, όταν είναι 90, στρίβουν και κάνουν ένα σταυρό, κάνουν ορθές γωνίες. Ναι, ορθές γωνίες. Αυτό θα πούμε. Με το 360 και το 720, γυρνάνε και πέφτουν όλες στην ίδια γραμμή.	

Απόσπασμα 68

Προσπαθώντας να ερμηνεύσουν τη φαινομενολογία της οθόνης σε σχέση με το μέγεθος της εντολής στροφής leftroll στο παραπάνω απόσπασμα οι μαθητές επέλεξαν την κάτοψη, όπου εύκολα μπορούσαν να παρατηρήσουν την περιστροφή της χελώνας και τον αριθμό των παραλληλογράμμων που σχηματίζονταν. Σε αυτή την οπτική, η διέδρη γωνία μεταξύ των παραλληλογράμμων ήταν πιο εύκολα διακριτή, καθώς προσομοιάζει των δισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων με τα οποία οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι. Έτσι, οι μαθητές μπόρεσαν κατά κάποιο τρόπο να συνδέσουν τη στροφή της χελώνας και των παραλληλογράμμων με στατικές γεωμετρικές αναπαραστάσεις της γωνίας για τα μεγέθη των 90, των 360 και 720 μοιρών (σειρά 559). Όταν η τιμή της μεταβλητής d είναι 90° σχηματίζεται σταυρός, όπως λένε χαρακτηριστικά οι μαθητές, ενώ με ευκολία μπορούν να διακρίνουν τις ορθές γωνίες. Τέλος, για τα μεγέθη των 360 και 720 μοιρών η θέση των ευθύγραμμων τμημάτων που σχηματοποιούσαν προηγουμένως τη γωνία των 90° συμπίπτει.

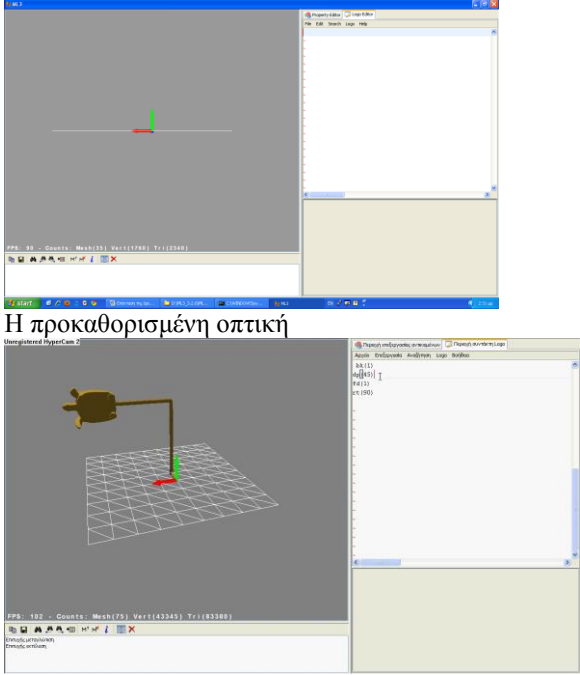
Ως αποτέλεσμα του πειραματισμού και του δυναμικού χειρισμού των προοπτικών θέασης του τρισδιάστατου χώρου οι μαθητές προσέγγισαν το ίδιο αντικείμενο μέσα από διαφορετικές προοπτικές και μπόρεσαν να συνδέσουν δισδιάστατες και τρισδιάστατες αναπαραστάσεις, αλλά και να κάνουν διάκριση μεταξύ αυτού που αναπαρίσταται και του τρόπου αναπαράστασης του από διαφορετικές προοπτικές, κάτι που δεν είναι συχνά εύκολο, όταν χρησιμοποιούνται τα παραδοσιακά στατικά μέσα (Gutierrez, 1996, Parzys, 1988). Από την άλλη και σε σχέση πάντα με τις μεταφορές που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια της κάθε δραστηριότητας, οι μαθητές επέλεξαν να δουλέψουν με συγκεκριμένες δισδιάστατες οπτικές, όταν ήθελαν να εστιάζουν στο ρόλο ή στα γραφικά αποτελέσματα συγκεκριμένων εντολών στροφής. Με την επιλογή συγκεκριμένων δισδιάστατων οπτικών πιθανόν να μειωνόταν και ο γνωστικός φόρτος που προκύπτει από την ενασχόληση με τρισδιάστατες αναπαραστάσεις, καθώς ο ρεαλισμός του τρισδιάστατου μπορεί να προσθέσει λεπτομέρειες που δε σχετίζονται με το στόχο, για τον οποίο χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη αναπαράσταση, κάνοντας παράλληλα δυσδιάκριτα άλλα σημεία, τα οποία και αποτελούν το αντικείμενο του ενδιαφέροντος (Tversky, 2005).

Παράλληλα, βλέπουμε τους μαθητές να αποστασιοποιούνται σιγά σιγά από τη χελώνα και να αρχίζουν να δίνουν έμφαση στις γραφικές αναπαραστάσεις που

προκύπτουν ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας, όπως συμβαίνει π.χ. με τα γραφικά αποτελέσματα που προκύπτουν από το δυναμικό χειρισμό των μεταβλητών :c και :d. Έτσι οι πολλαπλές οπτικές στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής διαδικασίας θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως ενδιάμεσο στάδιο ή ως παλλινδρόμηση μεταξύ της εσωγενούς προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου -όπου έμφαση δίνεται στην πλοήγηση της χελώνας- και της εξωγενούς προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου, που θα αναλυθεί στην επόμενη ενότητα, όπου έμφαση δίνεται στο γραφικό αποτέλεσμα ως το άθροισμα επί μέρους κινήσεων της χελώνας λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο του προσομοιούμενου χώρου.

6.4.3 Εξωγενής προοπτική θέασης και αναλυτικές κατασκευαστικές διαδικασίες

Από τα δεδομένα προκύπτει ότι οι μαθητές συχνά ξεκινούν τη διερεύνησή τους με μια τρισδιάστατη οπτική, ενώ στη συνέχεια άλλαζαν οπτική, ανάλογα με τις κατασκευαστικές διαδικασίες που ακολουθούνταν, τις δυσκολίες που ανέκυπταν και το σημείο εστίασης. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα και στα πλαίσια της 2^{ης} δραστηριότητας, οι μαθητές, πριν ξεκινήσουν την κατασκευή των τοίχων του εικονικού δωματίου, αλλάζουν την πλάγια προκαθορισμένη αρχική οπτική, ώστε να έχουν μια ξεκάθαρη τρισδιάστατη άποψη του χώρου και της γραφικής αναπαράστασης. Όπως λένε χαρακτηριστικά στις σειρές 561-562, επέλεξαν τη συγκεκριμένη οπτική για να φαίνονται και τα 'πλαϊνά' των τοίχων και 'πώς είναι από μέσα'. Μολαταύτα στη συνέχεια όπως φάνηκε και στο απόσπασμα 65 παραπάνω για την κατασκευή των τοίχων του εικονικού δωματίου οι μαθητές χρησιμοποίησαν πολλαπλές και σε πολλές περιπτώσεις διςδιάστατες οπτικές.

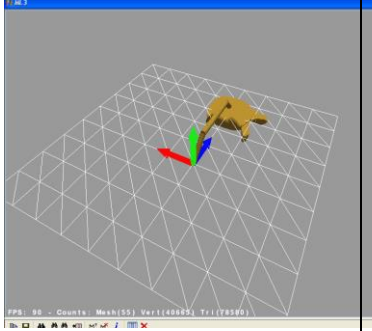
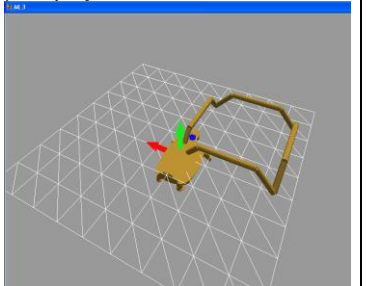
560.	Ερ	Τώρα, γιατί το βάλατε έτσι;	 <p>Η προκαθορισμένη οπτική</p> <p>Η οπτική που επέλεξαν οι μαθητές</p>
------	----	-----------------------------	---

561.	M1	Για να φτιάξουμε τους τοίχους έτσι και να φαίνονται τα πλαϊνά.	
562.	M2	Όταν φαίνεται από πάνω, δε φαίνεται πώς θα είναι μέσα, πώς είναι όλο.	

Απόσπασμα 69

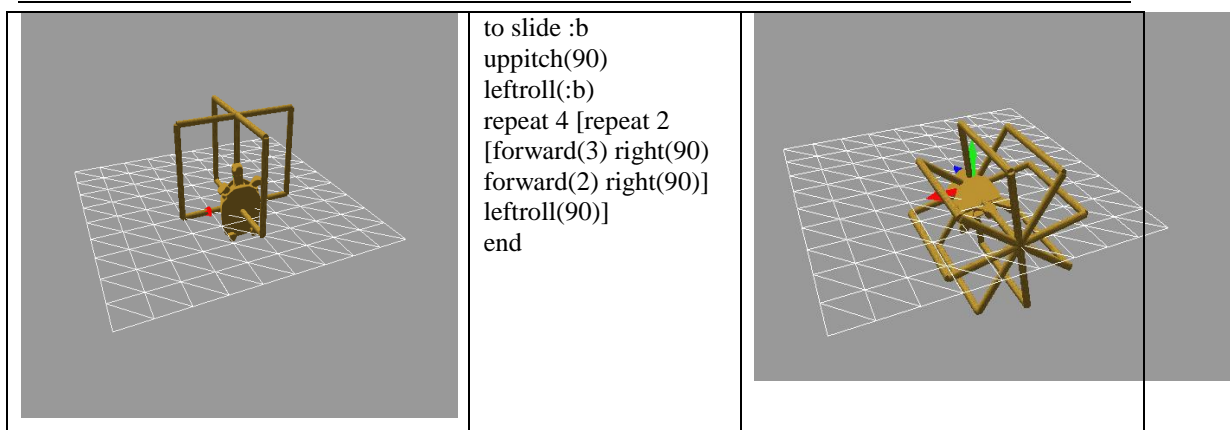
Σε ορισμένες περιπτώσεις, όμως, οι μαθητές φαίνεται να επιλέγουν εξαρχής μια τρισδιάστατη οπτική, την οποία και διατηρούν καθόλη τη διάρκεια της κατασκευαστικής δραστηριότητας. Χαρακτηριστικό είναι το απόσπασμα που ακολουθεί. Στο τέλος της 2^{ης} δραστηριότητας υπήρχε λίγος ελεύθερος χρόνος και οι μαθητές αυθόρμητα αποφάσισαν να κατασκευάσουν ένα κλειστό σχήμα στηριζόμενοι στις εμπειρίες τους από τις ‘πτήσεις’ της χελώνας στην 1^η δραστηριότητα. Πριν ξεκινήσουν την κατασκευή τους, οι μαθητές προσαρμόσαν τον τρόπο θέασης του τρισδιάστατου χώρου μέσω του ενεργού διανύσματος, έτσι ώστε να έχουν μια ξεκάθαρη αίσθηση προοπτικής του προσομοιούμενου χώρου, όπως είχαν κάνει και για την κατασκευή των τοίχων προηγουμένως. Αυτό όμως που ήταν ιδιαίτερα ενδιαφέρον ήταν ότι συνέχισαν να δουλεύουν κρατώντας αυτή την οπτική σταθερή. Ήταν επίσης ενδιαφέρον ότι οι μαθητές υιοθέτησαν μια πιο αναλυτική κατασκευαστική διαδικασία –η οποία πρέπει να αντιδιασταλεί προς τις κατασκευαστικές διαδικασίες που χαρακτηρίστηκαν ως μερεμέτι στην προηγούμενη ενότητα- συλλαμβάνοντας νοερά όλο το ταξίδι της χελώνας, το οποίο και εξηγούσαν ο ένας στον άλλο πριν το εκτελέσουν στον υπολογιστή (σειρές 563-567). Κάθε απογείωση και προσγείωση της χελώνας χρησιμοποιήθηκε ως δομικός λίθος ενός περιέργου σχήματος που προέκυψε ως αποτέλεσμα των επαναλήψεων του αρχικού ταξιδιού της χελώνας, η οποία και έστριβε κατά 90 μοίρες πριν το επαναλάβει. Είναι εντυπωσιακό πόσο πιο λίγες και ακριβείς είναι οι εντολές που εκτέλεσαν οι μαθητές σε σχέση π.χ. με την κατασκευή του παραλληλογράμμου/τοίχου στο απόσπασμα 65. Επιπλέον, αφού εισήγαγαν τις εντολές, τις εκτέλεσαν ως ομάδα εντολών, με αποτέλεσμα να κατασκευαστεί η μια διαδρομή της χελώνας (δες εικόνα σειρά 568). Στη συνέχεια δεν έγραψαν νέες εντολές, αλλά επανεκτέλεσαν τρεις φορές την παραπάνω ομάδα εντολών με αποτέλεσμα να κατασκευαστεί ένα κλειστό σχήμα.

563.	M1	<i>Θες να κάνουμε ένα σχέδιο;</i>	
564.	M2	<i>Να κάνουμε ένα κύκλο;</i>	
565.	M1	<i>Να πάμε έτσι και μετά έτσι και πάλι έτσι.</i>	
566.	M2	Να κάνουμε ένα τρίγωνο. Όχι, έχω μια ιδέα. Να βάλουμε 45, για να πάει έτσι, και μετά πάλι 45 για να πάει έτσι και μετά πάλι 45.	Δείχνουν στην οθόνη του υπολογιστή και χρησιμοποιούν τα χέρια τους για να αναπαραστήσουν το ταξίδι της χελώνας
567.	M1	<i>Ναι, και πάλι 90 και θα γυρίσουμε πίσω.</i>	

568.			Uppitch(45) Forward(2) Downpitch(45) Forward(2) Downpitch(45) Forward(2) Uppitch(45) Right(90)	 <p>Το γραφικό αποτέλεσμα της εκτέλεσης της ομάδας των εντολών που εισήγαγαν οι μαθητές</p>  <p>Το γραφικό αποτέλεσμα που προέκυψε μετά από τρεις διαδοχικές επανεκτελέσεις</p>
------	--	--	---	---

Απόσπασμα 70

Η επιλογή μιας σταθερής τρισδιάστατης οπτικής σε συνδυασμό με τις συγκεκριμένες κατασκευαστικές διαδικασίες δεν ήταν πιθανότατα τυχαία, καθώς οι μαθητές έκαναν τις ίδιες επιλογές κατά τη διάρκεια της κατασκευής της φτερωτής του ανεμόμυλου στην 4^η δραστηριότητα. Προσάρμοσαν και πάλι τη γωνία θέασης, ώστε να έχουν μια ξεκάθαρη αίσθηση προοπτικής του τρισδιάστατου χώρου και τη διατήρησαν σταθερή καθόλη τη διάρκεια της κατασκευής. Αν και στα πλαίσια της συγκεκριμένης δραστηριότητας οι μαθητές δεν κατασκεύασαν εξ αρχής μια γραφική αναπαράσταση στη βάση μιας αναλυτικής κατασκευαστικής διαδικασίας, όπως έγινε στο προηγούμενο επεισόδιο, η κατασκευή της φτερωτής απαιτούσε συγκεκριμένες επεμβάσεις στον κώδικα του προγράμματος, καθώς οι μαθητές δούλευαν πάνω στο 'διορθωμένο' από αυτούς κώδικα του μοντέλου της περιστρεφόμενης πόρτας (δες εικόνα 32). Καθώς στο 'διορθωμένο' κώδικα το μοντέλο της φτερωτής δε μπορούσε να κατασκευαστεί μόνο μέσα από τον κιναισθητικό χειρισμό του τιμών συγκεκριμένων μεταβλητών γωνιακών μεγεθών -όπως συνέβαινε με την κατασκευή της περιστρεφόμενης πόρτας-, οι μαθητές προβληματίστηκαν για αρκετή ώρα σχετικά με το ποιες αλλαγές έπρεπε να γίνουν στον κώδικα, ενώ έκαναν πολύ εστιασμένες παρεμβάσεις.



Εικόνα 32: Η τρισδιάστατη οπτική του προσομοιούμενου χώρου που επέλεξαν οι μαθητές και ο ‘διορθωμένος’ από αυτούς κώδικας της ‘Περιστρεφόμενης πόρτας’, πάνω στον οποίο δούλεψαν, για να κατασκευάσουν τη ‘φτερωτή του ανεμόμυλου, που εικονίζεται στην 3^η στήλη.

Τα ερωτήματα που προκύπτουν είναι τα εξής: Γιατί οι μαθητές συνέχισαν να δουλεύουν με μια δεδομένη οπτική καθ’ όλη τη διάρκεια των παραπάνω κατασκευών, οι οποίες μάλιστα φαίνεται ότι απαιτούσαν ένα υψηλό βαθμό εξεικόνισης και υψηλές ικανότητες προσανατολισμού στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο; Ποιοι ήταν οι λόγοι για αυτή την αλλαγή όσον αφορά στη χρήση των εργαλείων χειρισμού του τρόπου θέασης του τρισδιάστατου χώρου;

Προσπαθώντας να ερμηνεύσουμε τον τρόπο χρήσης των καμερών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων πρέπει να λάβουμε υπόψη τόσο θέματα που άπτονται της οπτικοποίησης του χώρου, όσο και θέματα που άπτονται της ιδιαιτερότητας των γεωμετρικών κατασκευών στα περιβάλλοντα γεωμετρίας της χελώνας. Σύμφωνα με τους Yakimanskaya (1991) ο καθορισμός της χωρικής διευθέτησης ή της σχετικής θέσης αντικειμένων στο χώρο απαιτεί ένα σύστημα όπου η αρχική θέση του παρατηρητή λαμβάνεται ως σημείο αναφοράς ακόμα και στις περιπτώσεις που τα παιδιά συναντούν τυπικά συστήματα χωρικών γραφικών αναπαραστάσεων. Μπορεί, λοιπόν, να ειπωθεί ότι οι μαθητές προτίμησαν να δουν το χώρο από ένα σταθερό σημείο θέασης κατά τη διάρκεια της κατασκευής, για να μην αλλάξουν θέση ως παρατηρητές και να έχουν, έτσι, ένα σταθερό σημείο αναφοράς, κάτι το οποίο θα ήταν πιθανότατα λιγότερο γνωστικά απαιτητικό. Από την άλλη κατά την κατασκευή αναπαραστάσεων σε περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ δύο πραγμάτων: της πλοήγησης της χελώνας ώστε να κατασκευαστεί ένα γεωμετρικό σχήμα και του αποτελέσματος αυτής της πλοήγησης, του γεωμετρικού σχήματος (Fein et al, 1987). Με άλλα λόγια, όταν κατασκευάζουν ένα αντικείμενο χρησιμοποιώντας εντολές Logo, οι μαθητές πρέπει να συντονίσουν δύο διαφορετικές προοπτικές: την προοπτική θέασης της χελώνας, η οποία πρέπει να κινηθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχεδιάσει μια γραφική αναπαράσταση και την προοπτική θέασης του εξωτερικού παρατηρητή, που βλέπει το γραφικό αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας από μια συγκεκριμένη θέση.

Φαίνεται ότι καθώς η κατασκευαστική διαδικασία γινόταν πιο περίπλοκη και παράλληλα οι μαθητές εξοικειώνονταν τόσο με τις λειτουργικότητες του εργαλείου όσο και με τις συμβάσεις που ακολουθούνταν για την αναπαράσταση αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο μέσω πολλαπλών οπτικών, προτίμησαν να παρατηρήσουν το χώρο μέσω μιας εξωγενούς προοπτικής. Προτίμησαν δηλαδή να παρατηρήσουν το χώρο ως εξωτερικοί παρατηρητές εστιάζοντας περισσότερο στον προγραμματισμό και τις γεωμετρικές ιδιότητες αντικειμένων. Κατασκευάζοντας τη γεωμετρική αναπαράσταση ενός τρισδιάστατου αντικειμένου και παρατηρώντας τον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο μέσω μιας τρισδιάστατης οπτικής δεν ήταν απλά κάτι πιο ρεαλιστικό ή πιο οικείο στους μαθητές, αλλά κάτι που τους επέτρεψε να συλλάβουν εκ νέου τα τρισδιάστατα αντικείμενα στη βάση εντολών Logo δίνοντας προσοχή όχι μόνο στην αμέσως προηγούμενη θέση της χελώνας αλλά στο σύνολο του τρισδιάστατου χώρου. Έτσι κατά την επέκταση της 2^{ης} δραστηριότητας, όπως φαίνεται στο απόσπασμα 70 οι μαθητές εκτέλεσαν τέσσερις φορές την εντολή στροφής right (90) ώστε να *‘γυρίσουν πίσω’*, όπως λένε χαρακτηριστικά (σειρά 567). Αλλάζοντας τον προσανατολισμό της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο παράλληλα με μια σταθερή τρισδιάστατη οπτική φαίνεται ότι οι μαθητές μπόρεσαν να συντονιστούν νοερά με τη χελώνα και ταυτόχρονα να προσεγγίσουν, τουλάχιστον διαισθητικά, το *‘θεώρημα του ολοκληρωμένου ταξιδιού της χελώνας’* (Papert, 1991, σελ. 100): *‘Αν η χελώνα ταξιδέψει στα όρια οποιασδήποτε περιοχής και καταλήξει στην ίδια κατάσταση από την οποία ξεκίνησε με τον ίδιο προσανατολισμό, τότε το σύνολο των στροφών της είναι 360 μοίρες’*.

Αντίστοιχα, κατά την επέκταση της 4^{ης} δραστηριότητας και ενώ οι μαθητές είχαν δυσκολίες στο να συντονίσουν τον αριθμό των επαναλήψεων της εντολής repeat σε συνδυασμό με την τιμή της εντολής στροφής leftroll και να κάνουν τις αντίστοιχες αλλαγές στον κώδικα, όταν ρωτήθηκαν γιατί προτίμησαν τη συγκεκριμένη οπτική, απάντησαν: *«Είναι πιο βολικό, γιατί μπορείς να το δεις όλο»*. Αυτό πιθανόν να δείχνει για άλλη μια φορά τη συνειδητοποίηση από μέρος των μαθητών του γεγονότος ότι δεν μπορεί να κατασκευαστεί ένα περίπλοκο σχήμα βήμα βήμα μέσω δοκιμής και πλάνης, χωρίς να ληφθεί υπόψη τόσο το σχήμα ως όλον με συγκεκριμένες ιδιότητες όσο και το σύνολο του χώρου στο οποίο θα κινηθεί η χελώνα, για να σχεδιάσει το συγκεκριμένο σχήμα. Οι κατασκευαστικές διαδικασίες που ακολούθησαν οι μαθητές σε συνδυασμό με την σταθερή τρισδιάστατη οπτική θεωρούνται από την ερευνήτρια ως αντιπροσωπευτικές της προσπάθειας συνδυασμού μιας εσωγενούς προοπτικής θέασης του χώρου μέσω νοερού συντονισμού με τη χελώνα και μιας εξωγενούς προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου.

6.5 Σύνοψη των αποτελεσμάτων της ανάλυσης και συζήτηση

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων της επέκτασης της κυρίως έρευνας που προηγήθηκε προσπάθησε να δείξει ότι ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιήθηκαν τα διαθέσιμα εργαλεία χειρισμού του τρόπου θέασης του τρισδιάστατου χώρου βρισκόταν σε διαρκή αλληλόδραση τόσο με τις δραστηριότητες που εκτελούσαν οι μαθητές όσο και με τις κατασκευαστικές διαδικασίες που ακολουθούνταν. Αξίζει εδώ να σημειωθεί ότι όσον αφορά στον τρόπο χρήσης των εργαλείων χειρισμού της οπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου παρατηρούνται μεγάλες διαφορές κατά την επέκταση της έρευνας σε σχέση με τα αποτελέσματα της κυρίως έρευνας, όπου η αλλαγή οπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου ήταν μάλλον περιορισμένη. Η αλλαγή αυτή δεν αφορά μόνο στη συχνότητα χρήσης των εργαλείων αλλά είναι και ποιοτικά διαφορετική. Ενώ δηλαδή στην κυρίως έρευνα οι κάμερες χρησιμοποιήθηκαν μόνο στα πλαίσια των δύο πρώτων δραστηριοτήτων και μάλιστα είτε πριν είτε μετά το πέρας αυτών, εδώ χρησιμοποιούνται στο σύνολο των δραστηριοτήτων και κατά τη διάρκεια αυτών. Οι αλλαγές αυτές που παρατηρήθηκαν κατά την επέκταση της έρευνας σε σχέση με την κυρίως έρευνα όσον αφορά στη χρήση των καμερών θέασης του τρισδιάστατου χώρου μπορούν να ερμηνευθούν πιθανότατα σε σχέση με τις σημάνσεις του εργαλείου και τις νέες λειτουργικότητες. Έτσι θα μπορούσε να διατυπωθεί η άποψη ότι οι αλλαγές που παρατηρούνται ως προς τον τρόπο χρήσης των εργαλείων θέασης οφείλονται:

1. Στη δυνατότητα περιεπισκόπησης των γραφικών αντικειμένων σε αντίθεση προς την αντιδραστική κίνηση της κάμερας θέασης του τρισδιάστατου χώρου κατά μήκος των τριών αξόνων που ορίζουν τον προσομοιούμενο χώρο. Στο επίκεντρο της παρατήρησης βρίσκονται τώρα οι διάφορες κατασκευές, καθώς ο χρήστης μπορεί με ευκολία να περιστραφεί ως παρατηρητής γύρω από ένα αντικείμενο του τρισδιάστατου χώρου.
2. Στην ευκολία καθορισμού μέσω κιναισθητικού χειρισμού και των τριών διαστάσεων της κίνησης της κάμερας θέασης του προσομοιούμενου χώρου μέσω του ενεργού διανύσματος που κινείται μέσα σε ένα τρισδιάστατο θόλο. Αυτός ο τρόπος καθορισμού είναι λιγότερο αντιδραστικός σε σχέση με την προηγούμενη έκδοση, όπου η κίνηση της κάμερας σε κάθε άξονα οριζόταν από διακριτές κινήσεις του ποντικιού.
3. Στην ύπαρξη προκαθορισμένων δισδιάστατων οπτικών, οι οποίες όχι μόνο μείωσαν το γνωστικό φόρτο και συνέβαλαν στη διασύνδεση δισδιάστατων και τρισδιάστατων αναπαραστάσεων του ίδιου αντικειμένου, αλλά λειτούργησαν και ως 'πυξίδα' στο προσομοιούμενο χώρο, καθώς με την ενεργοποίησή τους οι μαθητές 'επανέρχονταν' σε συγκεκριμένες οπτικές του χώρου, με

αποτέλεσμα να μην έχουν την αίσθηση ότι ‘χάνονται’ στο χώρο, όπως στην προηγούμενη έκδοση του εργαλείου.

Από τα δεδομένα της έρευνας φάνηκε ότι, όταν δινόταν έμφαση στην πλοήγηση της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, οι μαθητές επέλεξαν συγκεκριμένες οπτικές θέασης, στις οποίες οι διάφορες εντολές στροφής αποκτούσαν νόημα και δεν ήταν αντίθετες προς της γήινες και ενσώματες κινητικές τους εμπειρίες, κάτι που υπογραμμίζει τη σημασία του συντονισμού του χρήστη με τη χελώνα-όχημα της κίνησης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Αυτές οι επιλογές των μαθητών όσον αφορά στα εργαλεία θέασης του χώρου θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι εντάσσονται στα πλαίσια μιας εσωγενούς προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου, η οποία αντανακλά πιθανόν την προοπτική θέασης που υιοθετείται από τους ανθρώπους κατά την πλοήγηση στον πραγματικό χώρο, όταν εξερευνούν ένα περιβάλλον και πλοηγούνται σε αυτό. Στον προσομοιούμενο χώρο μέσα από το συντονισμό με τη χελώνα και γενικότερα μέσα από την προβολή των ανθρώπινων ενσώματων εμπειριών στην κινούμενη οντότητα σε συνδυασμό με συγκεκριμένες προοπτικές θέασης, ο χρήστης μοιάζει να ‘εμβυθίζεται’ κατά κάποιο τρόπο στο χώρο και να προσπαθεί να τον δει από το εσωτερικό του.

Η επιλογή συγκεκριμένων οπτικών θέασης του προσομοιούμενου χώρου συνδέεται με την προσπάθεια των μαθητών να οργανώσουν χωρικές αναπαραστάσεις και να εκφράσουν διαισθήσεις που είχαν σχέση με χωρικές έννοιες, σε συνδυασμό βέβαια και με άλλα μέσα, όπως οι χειρονομίες και οι κινήσεις του σώματος. Η χρήση πολλαπλών οπτικών στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής δραστηριότητας υιοθετήθηκε ιδίως στις περιπτώσεις που οι μαθητές ακολούθησαν κατασκευαστικές στρατηγικές που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, όταν δηλαδή οι μαθητές δεν είχαν ξεκάθαρη ιδέα σχετικά με τις δράσεις που έπρεπε να αναλάβουν και όταν η κατασκευή τους προχωρούσε εντολή εντολή μέσω δοκιμής και πλάνης. Πολλαπλές οπτικές χρησιμοποίησαν οι μαθητές και κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών δραστηριοτήτων στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων ιδίως κατά την αρχική φάση της διερεύνησης του ρόλου των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών. Ως αποτέλεσμα του πειραματισμού και του δυναμικού χειρισμού των προοπτικών θέασης του τρισδιάστατου χώρου οι μαθητές προσέγγισαν το ίδιο αντικείμενο μέσα από διαφορετικές προοπτικές και μπόρεσαν να συνδέσουν δισδιάστατες και τρισδιάστατες αναπαραστάσεις της γωνίας, αλλά και να κάνουν διάκριση μεταξύ αυτού που αναπαρίσταται και του τρόπου αναπαράστασης του από διαφορετικές προοπτικές, κάτι που δεν είναι συχνά εύκολο, όταν χρησιμοποιούνται τα παραδοσιακά στατικά μέσα (Gutierrez, 1996, Parzyz, 1988). Σε σχέση πάντα με τις μεταφορές που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια της κάθε δραστηριότητας, οι μαθητές επέλεξαν να δουλέψουν με συγκεκριμένες δισδιάστατες οπτικές, όταν ήθελαν να εστιάζουν στο ρόλο ή στα γραφικά αποτελέσματα συγκεκριμένων εντολών στροφής. Από την άλλη πιθανόν οι μαθητές, αν και όχι συνειδητά, να επιλέγουν συγκεκριμένες δισδιάστατες οπτικές, στα πλαίσια της προσπάθειάς τους να περιορίσουν το γνωστικό φόρτο που προκύπτει από την ενασχόληση με τρισδιάστατες αναπαραστάσεις.

Οι πολλαπλές διαφορετικές οπτικές που χρησιμοποιήσαν οι μαθητές τους επέτρεψαν να περιηγηθούν στο χώρο και γύρω από τα αντικείμενα και να τα διερευνήσουν. Οι χρήση πολλαπλών οπτικών –δισδιάστατων ή μη- στα πλαίσια της ίδιας κατασκευής και αντίστοιχα η υιοθέτηση κατασκευαστικών διαδικασιών που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, πιθανότατα να συνδέονται και με το βαθμό εξοικείωσης των μαθητών με το συγκεκριμένο περιβάλλον και τον προγραμματισμό στον τρισδιάστατο χώρο (Kafai, 1995). Πέρα όμως από τον παράγοντα της απειρίας, η ερευνήτρια θεωρεί ότι τόσο οι συγκεκριμένες κατασκευαστικές διαδικασίες όσο και αντίστοιχα οι προοπτικές θέασης του χώρου που επέλεξαν οι μαθητές στα πλαίσια του συγκεκριμένου περιβάλλοντος της Γεωμετρίας της χελώνας αντικατοπτρίζουν και την έμφαση που δίνεται από τους μαθητές αρχικά στο συντονισμό με την κινούμενη οντότητα νοερά ή μη και στην προοπτική θέασης των κατασκευών εσωγενώς, σε σχέση δηλαδή μόνο με την αμέσως προηγούμενη θέση της χελώνας και όχι στο σύνολο της επιθυμητής διαδρομής στον προσομοιούμενο χώρο (Papert, 1980, Abelson & Disessa, 1981).

Καθώς οι δραστηριότητες ξεδιπλώνονταν οι μαθητές αποστασιοποιήθηκαν σιγά σιγά από τη χελώνα και άρχισαν να δίνουν έμφαση στις γραφικές αναπαραστάσεις που προκύπταν ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Έτσι, ιδίως κατά την 3^η και 4^η δραστηριότητας οι πολλαπλές οπτικές που επέλεξαν οι μαθητές στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής διαδικασίας θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως ενδιάμεσο στάδιο ή ως παλινδρόμηση μεταξύ της εσωγενούς προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου -όπου έμφαση δίνεται στην πλοήγηση της χελώνας- και της εξωγενούς προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου, όπου έμφαση δίνεται στη γραφική αναπαράσταση και στο σύνολο του χώρου.

Καθώς η κατασκευαστική διαδικασία γινόταν πιο περίπλοκη και παράλληλα οι μαθητές εξοικειώνονταν τόσο με τις λειτουργικότητες του εργαλείου όσο και με τις συμβάσεις που ακολουθούνταν για την αναπαράσταση αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο μέσω πολλαπλών οπτικών, σε πολλές περιπτώσεις προτίμησαν να παρατηρήσουν το χώρο μέσω μιας εξωγενούς προοπτικής, η οποία αντανακλάται στην επιλογή μιας σταθερής τρισδιάστατης οπτικής καθόλη τη διάρκεια της κατασκευαστικής δραστηριότητας. Προτίμησαν δηλαδή να παρατηρήσουν το χώρο ως εξωτερικοί παρατηρητές εστιάζοντας περισσότερο στον προγραμματισμό και τις γεωμετρικές ιδιότητες αντικειμένων. Κατασκευάζοντας τη γεωμετρική αναπαράσταση ενός τρισδιάστατου αντικειμένου και παρατηρώντας τον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο μέσω μιας τρισδιάστατης οπτικής δεν ήταν απλά κάτι πιο ρεαλιστικό ή πιο οικείο στους μαθητές, αλλά κάτι που τους επέτρεψε να συλλάβουν εκ νέου τα τρισδιάστατα αντικείμενα στη βάση εντολών Logo, δίνοντας προσοχή όχι μόνο στην αμέσως προηγούμενη θέση της χελώνας αλλά στο σύνολο της διαδρομής της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο. Η σταθερή τρισδιάστατη οπτική του προσομοιούμενου χώρου δεν παρείχε απλά ένα σταθερό σημείο αναφοράς με βάση το οποίο μπορούσαν να προσδιοριστούν οι χωρικές ιδιότητες των αντικειμένων περιορίζοντας έτσι το γνωστικό φόρτο, αλλά πιθανόν να συντέλεσε, ώστε οι μαθητές

να συνδυάσουν την προοπτική θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων ως εξωτερικοί παρατηρητές και την προοπτική θέασης των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας. Επιπλέον, μια ολιστική/εξωτερική οπτική του τρισδιάστατου χώρου φαίνεται να συνάδει με μια αναλυτική κατασκευαστική διαδικασία, όπου οι μαθητές προσπαθούν να συλλάβουν νοερά το ταξίδι της χελώνας λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο του τρισδιάστατου χώρου, πριν εκτελέσουν τις εντολές στην οθόνη του υπολογιστή, κάτι που επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν το 'θεώρημα του ολοκληρωμένου ταξιδιού της χελώνας' (Papert, 1980) και να δουν την τελική θέση της χελώνας ως το άθροισμα επιμέρους στροφών και κινήσεων προς τα εμπρός.

7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

7.1 Εισαγωγή

Οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις χωρικές ιδιότητες αντικειμένων της καθημερινής μας εμπειρίας και, υπό αυτή την προοπτική, οι γεωμετρικές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες με τις οπτικές εικόνες. Μολαταύτα οι οπτικές αυτές εικόνες πρέπει να ‘αναγνωσθούν’ με ένα μαθηματικό τρόπο, ώστε να αναδειχτεί η σχέση τους με τις γεωμετρικές έννοιες. Η νέου τύπου διαμεσολάβηση της μαθησιακής εμπειρίας που πραγματώθηκε μέσω των ψηφιακών εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής παρείχε στους μαθητές τελείως νέες δυνατότητες ‘εμπλοκής’ με γραφικές αναπαραστάσεις, για την κατασκευή των οποίων η έννοια της γωνίας υπήρξε κομβική. Η χρήση των συγκεκριμένων υπολογιστικών περιβαλλόντων δεν άλλαξε τόσο το είδος των προβλημάτων που τέθηκαν στους μαθητές όσο τις διαδικασίες επίλυσης που αυτοί ακολούθησαν. Οι υπολογιστικοί μικρόκοσμοι ως τεχνολογικά κατασκευάσματα διαμεσολάβησαν αυτές τις διαδικασίες, οι οποίες υπήρξαν αναπόφευκτα συνδεδεμένες με τα συγκεκριμένα εργαλεία όχι τόσο ως προϊόντα του θεωρητικού πλαισίου και των επιδιώξεων της παρούσας διδακτορικής διατριβής, αλλά ως προϊόντα εργαλειακής γένεσης, αναφορικά δηλαδή με τις δυνατότητες χρήσης των εργαλείων που έγιναν αντιληπτές από τους μαθητές και τον τρόπο που αυτοί τα χρησιμοποίησαν.

Η ‘πρόσβαση’ που είχαν οι μαθητές στην έννοια της γωνίας διαμορφώθηκε από τη δράση που ανέπτυξαν και η οποία κατέστη εφικτή από τα συμβολικά συστήματα τα οποία υπήρξαν διαθέσιμα στο συγκεκριμένο πολιτισμικό περικείμενο, στο οποίο ο ρόλος των μικροκόσμων ήταν καίριος, αλλά δεν μπορεί να διαχωριστεί από το ρόλο και άλλων μέσων, όπως π.χ. των χειρονομιών (Morgan et al., 2009). Η ανάλυση που προηγήθηκε όσον αφορά στα μαθηματικά νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές έδειξε ότι αυτά ήταν ταυτόχρονα εντοπισμένα σε μια συγκεκριμένη περίπτωση και διαμορφώσιμα από τα διαθέσιμα εργαλεία αλλά και από τη σχέση που αναπτύσσει ο χρήστης με αυτά τα εργαλεία. Δεν υπάρχουν ‘καθαρές’ έννοιες που μπορούν να εξαχθούν από τις εκάστοτε συμβολικές αναπαραστάσεις. Αντίθετα, φαίνεται ότι οι συμβολικές αναπαραστάσεις που κάθε φορά χρησιμοποιούνται αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα των εννοιών που διαμεσολαβούν (Vergnaud, 1988). Σε αυτό το πλαίσιο έντονος είναι ο προβληματισμός αναφορικά με τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των νοημάτων που προκύπτουν από την ‘εμπλοκή’ με τα συγκεκριμένα εργαλεία και των νοημάτων που είναι πολιτισμικά αναγνωρίσιμα ως μαθηματικά.

Δύο υπήρξαν τα κεντρικά ερωτήματα στη βάση των οποίων σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε η παρούσα έρευνα. Το πρώτο ερώτημα είχε να κάνει με τα νοήματα που κατασκευάζουν οι μαθητές αναφορικά με την έννοια της γωνίας στο επίπεδο και στον

τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, καθώς δουλεύουν συνεργατικά στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων και χρησιμοποιώντας τα επιλεγμένα ψηφιακά εργαλεία. Το δεύτερο εστίαζε στη διαδικασία κατασκευής των παραπάνω νοημάτων και στους παράγοντες που επηρεάζουν αυτή τη διαδικασία. Τα ερωτήματα αυτά δεν στόχευαν στον έλεγχο υποθέσεων αλλά στην κατανόηση και ερμηνεία των διαδραματισθέντων στο συγκεκριμένο χώρο και χρόνο που πραγματοποιήθηκε η έρευνα. Οι δύο ενότητες που ακολουθούν συνοψίζουν τα αποτελέσματα της ανάλυσης και παρουσιάζουν τον προβληματισμό που αναπτύχθηκε όσον αφορά στα δύο κεντρικά ερευνητικά ερωτήματα. Η τελευταία ενότητα συνοψίζει τις ενδείξεις τις παρούσας έρευνας όσον αφορά στο διδακτικό σχεδιασμό αλλά και σε θέματα που εγείρονται και απαιτούν περαιτέρω έρευνα.

7.2 Νοήματα σχετικά με την έννοια της γωνίας

Εκλαμβάνοντας την αφαιρετική διαδικασία κυρίως ως μια σταδιακή επίστροφή νοήματος παρά ως μια διαδικασία αντικατάστασης ενός νοήματος από ένα άλλο (Noss & Hoyles, 1996), η ερευνήτρια δε θεωρεί ότι στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων οι μαθητές ‘κατέκτησαν’ την έννοια της γωνίας, αλλά ότι απέκτησαν μια πλούσια και με νόημα μαθηματική εμπειρία που είχε ως αποτέλεσμα την κατασκευή νοημάτων σχετικά με δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας μέσα από τη ‘μαθηματοποίηση’ της στροφής στο επίπεδο και στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Μπορεί πολλά από τα νοήματα που κατασκεύασαν οι μαθητές να μη συνάδουν πλήρως με τα πολιτισμικά αποδεκτά ως μαθηματικά νοήματα, πρέπει όμως να ιδωθούν στα πλαίσια μιας αφαιρετικής διαδικασίας που επιτελείται σταδιακά μέσω διαδοχικών εντοπισμένων αφαιρέσεων. Και ίσως αυτός να είναι και ο σημαντικότερος ρόλος του εργαλείου, όχι τόσο δηλαδή να βοηθήσει τους μαθητές να κατασκευάσουν αφαιρετικά νοήματα, αλλά να λειτουργήσει ως γνωστική σκαλωσιά για την κατασκευή πιο αφηρημένων εννοιών στα πλαίσια της τυπικής διδασκαλίας αργότερα (Papert, 1972) ή μέσα από την ενοποίηση των διαφορετικών εμπειριών στα πλαίσια της τάξης και με την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού (Hoyles et al., 2004). Το προσδόκιμο δεν είναι στα πλαίσια μιας περιορισμένης χρονικά δραστηριότητας να εξαντληθεί η ‘διδασκαλία’ μιας αφηρημένης έννοιας, κάτι που μπορεί να είναι προϊόν μόνο μακροχρόνιων διαδικασιών, αλλά η παροχή εκείνων των διευκολύνσεων που θα επιτρέψουν στους μαθητές να δουν πράγματα που μέχρι τώρα δεν μπορούσαν να δουν, να κατασκευάσουν και να συνδέσουν αναπαραστάσεις με τρόπους που δεν ήταν εφικτοί μέχρι σήμερα, κάτι που αναπόφευκτα θα έχει επιδράσεις και στην μετέπειτα ‘τυπικά μαθηματική’ δραστηριότητα των παιδιών.

Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά οι πτυχές της έννοιας που προσεγγίστηκαν τόσο στο δισδιάστατο υπολογιστικό περιβάλλον όσο και στον προσομοιούμενο χώρο.

ο Στο δισδιάστατο υπολογιστικό περιβάλλον

Η έννοια της γωνίας προσεγγίστηκε μέσα από τη λειτουργική σύνδεση διαφορετικών πτυχών της. Η γωνία:

- ο έγινε αντιληπτή ως μια δυναμική έννοια και ως αποτέλεσμα στροφής.
- ο συνδέθηκε λειτουργικά με την έννοια του μετρήσιμου μεγέθους, για τον υπολογισμό του οποίου χρησιμοποιήθηκαν συγκεκριμένοι δομικοί λίθοι/οπτικές μονάδες.
- ο ως στροφή διασυνδέθηκε με συγκεκριμένα στατικά γεωμετρικά σχήματα.

Οι αναπαραστάσεις και οι μεταφορές με τις οποίες οι μαθητές ήρθαν σε επαφή μέσα από τη χρήση των συγκεκριμένων υπολογιστικών μικρόκοσμων –ιδίως όσον αφορά στις τρεις πρώτες δραστηριότητες- φαίνεται ότι μετατράπηκαν σε σημεία/σύμβολα με τη βυγκοτσική έννοια του όρου, τα οποία συνέβαλαν στην κατασκευή νοημάτων στα πλαίσια κοινωνικών πρακτικών των μαθηματικών (Sabena, 2004, Radford, 2005) και μπόρεσαν να χρησιμοποιηθούν στο τέλος ανεξάρτητα από τη χρήση των συγκεκριμένων εργαλείων. Στην παρούσα έρευνα παρατηρήθηκε μια μετάβαση από μια νατουραλιστική-ρεαλιστική θέαση του σχεδίου-μοντέλου του αναλογικού ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή σε μια μαθηματική θέασή του ως γεωμετρικού σχήματος και ως μαθηματικού εργαλείου, ως ένα είδος κυκλικού μοιρογνωμονίου για τη μέτρηση γωνιακών μεγεθών, γεγονός που επέτρεψε στους μαθητές να ‘διακρίνουν’ χαρακτηριστικά και ιδιότητες που δεν αναγνωρίζονται σε ένα αναλογικό ρολόι από άτομα που δε μετέχουν της μαθηματικής κουλτούρας.

Η δυνατότητα πειραματισμού μέσω του μεταβολέα και η παρακολούθηση των αντίστοιχων μεταβολών στη γραφική αναπαράσταση συνέβαλε στη σύνδεση δυναμικών και αριθμητικών πτυχών της έννοιας της γωνίας, της γωνίας δηλαδή ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους. Αν και η στροφή ως συνεχής κίνηση γίνεται δύσκολα αντιληπτή ως μια γωνιακή σχέση, καθώς δεν μπορεί εύκολα να συσχετιστεί με κάποιο στατικό γεωμετρικό σχήμα (Mitchelmore & White, 1998), στην παρούσα έρευνα φαίνεται ότι έγινε αυτή η συσχέτιση με επιτυχία. Οι δείκτες του ρολογιού, οι οποίοι αισθητοποιούσαν τη στροφή από τη μια πλευρά της νοητής γωνίας στην άλλη, λειτούργησαν ως ενδιάμεσο μοντέλο για το πέρασμα από τη γωνία ως στροφή στη γωνία ως γεωμετρικό σχήμα που ορίζεται από δύο ημιευθείες. Καθώς οι αριθμητικές στρατηγικές για τον υπολογισμό του μεγέθους της περιστροφής των δεικτών ‘εξελίχθηκαν’ σε γεωμετρικές, οι δομικοί λίθοι που χρησιμοποιούνταν δε γίνονταν πλέον αντιληπτοί κυρίως ως αριθμητικές μονάδες, αλλά συνδέθηκαν στενά με συγκεκριμένα σημεία αναφοράς πάνω στην περιφέρεια του ρολογιού. Έτσι η στροφή των 90 μοιρών έγινε αντιληπτή ως ορθή γωνία, ως γωνία δηλαδή με συγκεκριμένο σχήμα και διασυνδέθηκε με τη γωνία του τετραγώνου, η στροφή των 180 μοιρών έγινε αντιληπτή ως μια ευθεία που κόβει τον κύκλο στη μέση, η στροφή των 30 ως η γωνία μεταξύ δύο ενδείξεων-ευθυγράμμων τμημάτων στην περιφέρεια του κύκλου και η στροφή των 360 ως μια πλήρης περιστροφή, την οποία μπορούμε να υπερβούμε και να πάρουμε όμοιες γωνίες με διαφορετικό όμως μέγεθος (η γωνία ως ισοϋπόλοιπο 360). Επιπλέον, η ικανότητα να μεταφράζεται μια στροφή ως σχέση μεταξύ δύο γραμμών και παράλληλα η αναγνώριση της γωνιακής ομοιότητας μεταξύ μιας στροφής και μιας γωνίας ενός στατικού γεωμετρικού σχήματος αποτελεί πιθανότατα μια ένδειξη της προσπάθειας ενοποίησης δύο διαφορετικών πτυχών της έννοιας: της γωνίας ως γεωμετρικού σχήματος και της γωνίας ως μιας δυναμικής έννοιας.

○ **Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο**

Από την ανάλυση των δεδομένων που προηγήθηκε φάνηκε ότι το υπολογιστικό περιβάλλον MaLT στα πλαίσια των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων έγινε ένα

εργαλείο για τη διαπραγμάτευση –και όχι για τη μεταφορά - νοημάτων σχετικά με την έννοια της γωνίας. Ειδικότερα, η γωνία φαίνεται ότι προσεγγίστηκε:

- Ως προσανατολισμένη στροφή στον τρισδιάστατο χώρο με συγκεκριμένο μέγεθος, κάτι που φαίνεται να διευκολύνθηκε από τη χρήση συγκεκριμένων δομικών λίθων υπολογισμού της γωνίας στροφής.
- Ως διαχειρίσιμο δυναμικά μεταβλητό μέγεθος, η σειριακή αλλαγή των τιμών του οποίου είχε ως αποτέλεσμα την εντύπωση της κίνησης δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων στον προσομοιούμενο χώρο.

Ενώ χρησιμοποιήθηκε:

- Ως εργαλείο για την αλλαγή επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο και τον προσδιορισμό των χωρικών ιδιοτήτων και σχέσεων δισδιάστατων σχημάτων
- Ως εργαλείο οπτικοποίησης τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων, καθώς παρείχε τη δυνατότητα πρόσβασης σε διαφορετικές πτυχές του ίδιου αντικειμένου.

Η έμφαση που δόθηκε στο περιβάλλον του ‘Χελωνόκοσμου’ στη γωνία που διαγράφει η χελώνα, καθώς στριβει, και όχι στη γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών ευθύγραμμων τμημάτων, που προέκυψαν ως το ίχνος της κίνησης της χελώνας, φαίνεται να λειτούργησε ως νοητική σκαλωσιά για την πλοήγηση της χελώνας στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, όπου το πλαίσιο ήταν πιο περίπλοκο, καθώς περιελάμβανε τόσο τη γωνία ως στροφή με συγκεκριμένο μέγεθος όσο και τη μετατόπιση - άρα και τη στροφή σε διαφορετικά σημεία ή άξονες του προσομοιούμενου χώρου. Ο προσδιορισμός του μεγέθους της γωνιακής περιστροφής στηρίχτηκε και εδώ στη χρήση δομικών λίθων γωνιακής περιστροφής -ιδίως όσον αφορά στις δύο πρώτες δραστηριότητες- οι οποίοι ήταν ανάλογοι αυτών που χρησιμοποιήθηκαν στο δισδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου, με τη διαφορά ότι δε χρησιμοποιήθηκε στον τρισδιάστατο χώρο ο δομικός λίθος των 30°, ο οποίος σαφώς συνδέεται με τη χρήση της μεταφοράς της μέτρησης της ώρας στο δισδιάστατο περιβάλλον. Ταυτόχρονα οι κομβικής σημασίας παράγοντες κατά τη διαδικασία σχηματισμού των παραπάνω νοημάτων στα πλαίσια του τρισδιάστατου προσομοιούμενου χώρου του MaLT υπήρξαν ανάλογοι αυτών που παρατηρήθηκαν στο δισδιάστατο υπολογιστικό περιβάλλον του ‘Χελωνόκοσμου’. Μολονότι, όπως φάνηκε στην ανάλυση που προηγήθηκε, οι παράμετροι αυτές της μαθησιακής διαδικασίας είχαν διαφορετική βαρύτητα ανάλογα με το αν οι μαθητές εργάζονταν στο επίπεδο ή στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο παρατηρείται ένα είδος ‘συνέχειας’ από το επίπεδο στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Οι παράμετροι αυτές θα μπορούσαν να συνοψιστούν στα εξής:

- Η χρήση μεταφορών

- Η αλληλόδραση μεταξύ γραφικών αναπαραστάσεων και συμβολικής έκφρασης σε Logo και ο διαμεσολαβητικός ρόλος του μεταβολέα
- Η χρήση ενσώματων αναπαραστάσεων και χειραπτικών μοντέλων
- Η προοπτική θέασης του προσομοιούμενου χώρου

Οι παράμετροι αυτές προσεγγίζονται διεξοδικότερα στην επόμενη ενότητα.

7.3 Κομβικές παράμετροι της διαδικασίας κατασκευής νοημάτων

7.3.1 Η χρήση μεταφορών

Καθώς οι μαθητές ενεπλάκησαν σε μια πολύπλοκη σημειωτική δραστηριότητα κατασκευής και μετάφρασης συμβόλων που προέρχονται από τη φυσική γλώσσα, το συμβατικό μαθηματικό λόγο και το μαθηματικό συμβολισμό (Saenz-Ludlow, 2003), σημαντική κατά την κατασκευή νοημάτων αναδείχτηκε η χρήση δύο μεταφορών:

- ο Η κοινωνικά διαμεσολαβημένη εμπειρία της μέτρησης της ώρας, η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει μια ισχυρή οπτική/εικονική διάσταση, το αναλογικό ρολόι, είτε ως γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως φυσικό αντικείμενο κοινωνιοπολιτισμικά διαμεσολαβημένο και γνωστό στους μαθητές από την καθημερινή τους εμπειρία (Magina & Hoyles, 1997).
- ο Η μεταφορά της χελώνας, η οποία λειτούργησε ως όχημα για τη διασύνδεση μεταξύ κάποιων ενσώματων/καθημερινών εννοιών, όπως η προσανατολισμένη στροφή μιας κινούμενης οντότητας, με την έννοια της γωνίας και το αριθμητικό της μέγεθος μετρημένο σε μοίρες.

Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας

Στην παρούσα έρευνα τα ρολόγια επιλέχθηκαν, γιατί αποτελούν μια κοινωνικά διαμεσολαβημένη καθημερινή εμπειρία των παιδιών και γιατί ο τρόπος που ο χρόνος αναπαρίσταται και μετράται σε ένα αναλογικό ρολόι μπορεί να θεωρηθεί ανάλογος και να διασυνδεθεί με την έννοια της μέτρησης γωνιών μέσω περιστροφής (Freudenthal, 1983). Οι δυνατότητες που παρείχε ο 'Χελωνόκοσμος' ανέδειξαν την αναλογία μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της μέτρησης των γωνιών με ένα τελείως διαφορετικό και λειτουργικό τρόπο: ο δείκτης του ρολογιού μπορούσε να μετακινηθεί μόνο μέσα από τον καθορισμό συγκεκριμένου μεγέθους γωνίας στροφής. Το γεγονός ότι οι μαθητές μπόρεσαν να χειριστούν δυναμικά μέσω του μεταβολέα το μέγεθος της γωνιακής περιστροφής, αλλά και να έχουν πρόσβαση στη βαθιά δομή, στη διαδικασία δηλαδή κατασκευής των αναλογικών ρολογιών, τους επέτρεψε να υπερπηδήσουν ένα από τα βασικά προβλήματα κατά τη χρήση οπτικών αναπαραστάσεων: τη χρήση μιας μη μεταβλητής, μη-διαχειρίσιμης αναπαράστασης, η οποία περιορίζει τη σκέψη και τις διαδικασίες οπτικοποίησης στα στενά όρια ενός και μόνο παραδείγματος μιας κλάσης αντικείμενων, περιορίζοντας έτσι παράλληλα τις αφαιρετικές διαδικασίες και τις διαδικασίες γενίκευσης (Presmeg, 2006).

Η εξεικόνιση του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αν και αναπαραστασιακά πιο φτωχή από ένα πραγματικό ρολόι, διαμεσολάβησε αποτελεσματικότερα

σημσιολογικά και διαδικαστικά τη μαθηματική έννοια, η οποία αποτέλεσε αντικείμενο διερεύνησης. Συνέβαλε στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος/γραφικής αναπαράστασης, γεγονός που με τη σειρά του ανέδειξε την αναλογία μεταξύ της μέτρησης της ώρας και της γωνίας ως στροφής. Το σχέδιο-μοντέλο του αναλογικού ρολογιού μετατράπηκε αρχικά σε γεωμετρικό σχήμα με συγκεκριμένες ιδιότητες και κατόπιν σε κυκλικό μοιρογνωμόνιο το οποίο χρησιμοποιήθηκε είτε ως εξωτερικό αντικείμενο-εργαλείο στην οθόνη του υπολογιστή είτε ως εσωτερικευμένο πλέον εργαλείο-σύμβολο, το οποίο οι μαθητές προσέγγισαν και χρησιμοποίησαν νοερά, διασυνδέοντας έτσι τις ατομικές ψυχολογικές διεργασίες με το κοινωνιοπολιτισμικό περικείμενο στο οποίο αυτές έλαβαν χώρα.

Η μεταφορά της μέτρησης της ώρας σε ένα αναλογικό ρολόι, πέρα από τα πλεονεκτήματά της αναφορικά με τον τρόπο που μπορεί να γίνει η σύνδεση της έννοιας της γωνίας ως στροφής και ως μετρήσιμου μεγέθους, έθεσε σαφώς και τους περιορισμούς της στον τρόπο που γίνεται αντιληπτή η έννοια της γωνίας και στον τρόπο που αξιοποιήθηκαν διδακτικά οι μικρόκοσμοι, κυρίως όσον αφορά στον προσανατολισμό της στροφής και στο σημείο εκκίνησης της μέτρησης του μεγέθους της γωνίας. Μολαταύτα, κατά την ανάλυση των δεδομένων υπήρχαν αρκετές ενδείξεις, οι οποίες αίρουν εν μέρει αυτές τις επιφυλάξεις.

Η μεταφορά της χελώνας

Η διασύνδεση της έννοιας της γωνίας με αυτές της στροφής και του μετρήσιμου μεγέθους, τόσο στο δισδιάστατο υπολογιστικό περιβάλλον όσο και στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, κατέστη εφικτή με ένα λειτουργικό τρόπο μέσα από τη μεταφορά της χελώνας (Kynigos, 1992, Clements & Sarama, 1997b): α) ως μιας οντότητας με την οποία μπορούμε να συντονίσουμε το σώμα μας β) ως μιας οντότητας την οποία μπορούμε να προγραμματίσουμε και γ) ως μιας οντότητας την οποία μπορούμε να χειριστούμε κιναισθητικά. Μέσα από την προσπάθεια της αναπαράστασης της κίνησης της χελώνας, ήρθαν στο προσκήνιο ανθρώπινες δυνατότητες δράσης και μια προσπάθεια απόδοσης νοήματος μέσω ανθρωπομορφισμού. Τα γραφικά αποτελέσματα στην οθόνη του υπολογιστή έγιναν σε μεγάλο βαθμό αντιληπτά όχι ως στατικές αναπαραστάσεις, αλλά σε σχέση με τις νοερές δράσεις που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν, για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Noble, 1997).

Μολαταύτα νέα θέματα φαίνεται να εγείρονται από τη χρήση της μεταφορά της χελώνας ως μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο ο προσδιορισμός του προσανατολισμού της στροφής είναι πολύ πιο περίπλοκος, καθώς δεν υπάρχει μόνο ένα ζεύγος στροφών (δεξιά/αριστερά), όπως συμβαίνει στη διδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, αλλά τρία. Καθοριστικοί παράγοντες κατά τη διαδικασία μετάβασης από

τις ενσώματες και κινητικές εμπειρίες στη διατύπωση συγκεκριμένων εντολών στροφής στον προσομοιούμενο χώρο υπήρξαν οι παρακάτω:

- Οι διαφορές μεταξύ των καθημερινών εμπειριών κίνησης στο γήινο πλαίσιο αναφοράς και του τρόπου κίνησης της χελώνας στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο.
- Τα ‘χωρικά’ χαρακτηριστικά της κινούμενης τριδιάστατης οντότητας.
- Ο βαθμός αντιστοιχίας μεταξύ της λεκτικής διατύπωσης των εντολών Logo και λεκτικών εκφράσεων που χρησιμοποιούνται κατά την ανάλυση και περιγραφή χωρικών κινήσεων στις καθημερινές εμπειρίες των παιδιών.

Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο το πλαίσιο αναφοράς του ‘κόσμου’ όπου το πάνω και το κάτω είναι δεδομένα ως αποτέλεσμα της βαρύτητας, καθώς επίσης και το γεγονός ότι κινούμαστε σε ένα οριζόντιο δισδιάστατο επίπεδο τίθενται υπό αμφισβήτηση. Ο χρήστης του περιβάλλοντος πρέπει να συντονίσει το σώμα του με μια τρισδιάστατη χελώνα που μπορεί να αλλάζει επίπεδα και προσανατολισμό χωρίς κανένα περιορισμό. Η απόρριψη του πλαισίου αναφοράς του κόσμου και η υιοθέτηση ενός τελείως ‘χελωνοκεντρικού’ μοντέλου ήταν κάτι που δυσκόλεψε τους μαθητές, όχι μόνο γιατί αντίκειται στις δικές τους ενσώματες εμπειρίες, αλλά και γιατί αντίκειται στον τρόπο που κινείται μια πραγματική χελώνα ως τετράποδο ον.

Επιπρόσθετα το γεγονός ότι η χελώνα ταυτίζεται με ένα τρισδιάστατο αντικείμενο δυσκόλεψε τους μαθητές στο χειρισμό της ως σημειακό αντικείμενο, πράγμα που με τη σειρά του δημιούργησε δυσκολίες κατά την πλοήγηση και τη σχεδίαση, καθώς οι μαθητές δεν μπορούσαν να ερμηνεύσουν σωστά τη γραφική αναπαράσταση ως αποτέλεσμα των κινήσεων μιας σημειακής οντότητας. Από την άλλη για τον προσανατολισμό της τριδιάστατης οντότητας στον προσομοιούμενο χώρο ιδιαίτερη σημασία απέκτησαν τα χωρικά χαρακτηριστικά της –κυρίως η κατεύθυνση του προσώπου/κεφαλής-, καθώς αν αυτά τα χαρακτηριστικά δεν ήταν σαφή, ο προσανατολισμός της γωνίας στροφής γινόταν ιδιαίτερα περίπλοκος.

Η λεκτική διατύπωση χωρικών αναπαραστάσεων και η έκφραση χωρικών διαισθήσεων θεωρείται ότι διευκολύνεται από τη ‘φυσικότητα’ του λεξιλογίου της Logo (Papert, 1980). Μολαταύτα προβληματισμός γεννήθηκε σχετικά με το κατά πόσο τα ζεύγη των νέων εντολών στροφής που έχουν ενσωματωθεί στο MaLT αντλούν από τη φυσική γλώσσα και το κατά πόσο διευκολύνουν στην ανάλυση και στο λεκτικό προσδιορισμό των χωρικών σχέσεων. Το γεγονός ότι τα παιδιά προσπάθησαν να συσχετίσουν τις νέες εντολές στροφής της χελώνας με τις καθημερινές τους εμπειρίες και να τις μεταφράσουν σε όρους καθημερινής βιωμένης πραγματικότητας έδειξε ότι η συγκεκριμένη ορολογία που χρησιμοποιήθηκε (τόσο στα αγγλικά όσο και στα ελληνικά) δεν είχε την αναμενόμενη ‘φυσικότητα’, προφανώς και λόγω του ότι συγκεκριμένες στροφές, όπως αναπτύχθηκε διεξοδικά, δεν αποτελούν μέρος της καθημερινότητας των παιδιών.

7.3.2 Γραφικές αναπαραστάσεις, συμβολική δραστηριότητα και δυναμικά μεταβαλλόμενη γωνία στροφής

Ένα από τα κεντρικά ζητήματα που προέκυψε κατά την ανάλυση των δεδομένων υπήρξε η ανατροφοδοτική λειτουργία και η αλληλόδραση μεταξύ συμβολικής δραστηριότητας και φαινομενολογίας της οθόνης. Μολαταύτα πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ δύο περιπτώσεων: α) των περιπτώσεων που η αλληλόδραση μεταξύ φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικής δραστηριότητας των μαθητών υπήρξε άμεση. Αυτό συνέβη, όταν η γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή κατασκευαζόταν εξολοκλήρου από τους μαθητές²⁷ στη βάση συγκεκριμένων εντολών σε γλώσσα Logo και β) των περιπτώσεων που η αλληλόδραση μεταξύ συμβολικής δραστηριότητας και της φαινομενολογίας της οθόνης έλαβε χώρα στα πλαίσια μισοψημένων μικροκόσμων και διαμεσολαβήθηκε –τουλάχιστον αρχικά – από τον κιναισθητικό χειρισμό των τιμών μεταβλητών μεγεθών με χρήση του μεταβολέα²⁸.

Κατασκευάζοντας εξαρχής τις γραφικές αναπαραστάσεις στο περιβάλλον του MaLT2

Προγραμματίζοντας με Logo οι μαθητές ‘έρχονται αντιμέτωποι’ με μια αναπαράσταση της ίδιας τους της μαθηματικής δραστηριότητας (Hoyles, 1995) παρά με μια δοσμένη μαθηματική αναπαράσταση. Η συμβολική δραστηριότητα σε Logo απαιτεί την εστίαση στη διαδικασία και είναι αυτός ακριβώς ο φορμαλισμός του προγραμματισμού που μπορεί να γεφυρώσει το χάσμα μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης. Η μετάβαση από την αναπαράσταση πραγματικών αντικειμένων του περιβάλλοντος χώρου σε μια γεωμετρική αναπαράσταση τους περιλαμβάνει την ανάπτυξη κατάλληλων τεχνικών και μεθόδων για τη δημιουργία συμβατικών τρόπων αναπαράστασης, η οποία εδώ διαμεσολαβήθηκε από τη μεταφορά μιας τρισδιάστατης κινούμενης οντότητας, της χελώνας. Αυτό που προέκυψε από την ανάλυση των δεδομένων ήταν ότι ‘λάθη’ όσον αφορά στην αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο δεν έχουν να κάνουν μόνο με την πιθανή δυσκολία διάκρισης συγκεκριμένων χωρικών σχέσεων στα πραγματικά αντικείμενα, ούτε απλά με δυσκολία κίνησης της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, αλλά με έλλειψη εξοικείωσης με τις δυνατότητες αλλά και τις συμβάσεις σχεδίασης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Ειδικότερα, σε κάποιες περιπτώσεις η ανατροφοδοτική λειτουργία των φαινομενολογικών ενδείξεων της οθόνης υπήρξε αρκετά περιορισμένη εξαιτίας: α) δυσκολιών αποτίμησης των συμβάσεων που ακολουθούνται κατά την κατασκευή τρισδιάστατων αντικειμένων στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT2, β) δυσκολιών αποτίμησης των συμβάσεων

²⁷ Αυτό συνέβη στις δύο πρώτες δραστηριότητες που πραγματοποιήθηκαν στο περιβάλλον MaLT

²⁸ Αυτό συνέβη σε όλες τις δραστηριότητες που έλαβαν χώρα στο περιβάλλον του ‘Χελωνόκοσμου’ και στην 3^η και 4^η δραστηριότητα που πραγματοποιήθηκε στο περιβάλλον MaLT.

που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση ενός τρισδιάστατου αντικειμένου στη δισδιάστατη οθόνη του υπολογιστή.

Από την άλλη υπήρξαν χαρακτηριστικά παραδείγματα του πώς η λειτουργική σύνδεση φαινομενολογίας της οθόνης και προγραμματισμού στα πλαίσια κατασκευαστικών δραστηριοτήτων μπόρεσε να αλλάξει τον τρόπο με τον οποίο έγιναν αντιληπτές οι οπτικές/εικονικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή. Η ανάλυση των χωρικών εικόνων σε εντολές Logo ανάγκασε τους μαθητές να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους με έναν οργανωμένο και αναλυτικό – διαδικαστικό τρόπο, γεγονός που απαιτούσε μια προσέγγιση που ξεπερνούσε τους άμεσους πρακτικούς στόχους της κατασκευής μιας γραφικής αναπαράστασης. Ιδιαίτερα η χρήση του συμβολικού κώδικα φαίνεται ότι έγινε μέρος των αντιληπτικών δυνατοτήτων των μαθητών, καθώς ο εικονικός χώρος που κινήθηκε η χελώνα έγινε αντιληπτός από αυτούς όχι μόνο με βάση τα εξωτερικά/εικονικά χαρακτηριστικά του αλλά σε συνδυασμό με τις προθέσεις, δυνατότητες δράσης και εμπειρίες των μαθητών στα πλαίσια συγκεκριμένων κατασκευαστικών δραστηριοτήτων.

Κατασκευάζοντας γραφικές αναπαραστάσεις με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα

Πολλοί από τους περιορισμούς όσον αφορά στο είδος των γεωμετρικών διερευνήσεων που μπορούν να φέρουν σε πέρας ιδιαίτερα οι μαθητές μικρών ηλικιών, εξαιτίας δυσκολιών που αντιμετωπίζουν αναφορικά με τη συντακτική δομή της Logo (Laborde & Laborde, 1995), αίρονται στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή, καθώς οι μαθητές μπορούσαν να ελέγξουν αρχικά την κατασκευαστική διαδικασία κιναισθητικά μέσω του μεταβολέα. Ο μεταβολέας αποτέλεσε σαφέστατα ένα μέσο αναμόρφωσης του τρόπου με τον οποίο ο μαθηματικός φορμαλισμός χρησιμοποιήθηκε από τους μαθητές, καθώς επέτρεψε το δυναμικό χειρισμό των τιμών των μεταβλητών των διαδικασιών που κατασκεύαζαν τις γραφικές αναπαραστάσεις. Το ερώτημα βέβαια είναι κατά πόσο ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο γεωμετρικής διερεύνησης και όχι απλά ως ένα γραφικό εργαλείο, κατά πόσο οι συγκεκριμένες τιμές που έπαιρνε ο μεταβολέας αποκτούσαν νόημα και ποιο για τους μαθητές.

Όπως φάνηκε, ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε τόσο στο δισδιάστατο υπολογιστικό περιβάλλον όσο και στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο είτε ως χειριστήριο αντικειμένων της διεπιφάνειας είτε ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης μεταξύ προγραμματιστικών διαδικασιών και φαινομενολογίας της οθόνης. Στην πρώτη περίπτωση μπορούμε να διακρίνουμε δύο υποκατηγορίες χρήσης τους μεταβολέα ανάλογα με τον πρακτικό στόχο της δραστηριότητας: α) στόχος του κιναισθητικού χειρισμού υπήρξε η αναγνώριση των αντικειμένων ελέγχου και η εύρεση μιας ή περισσότερων τιμών που θα είχαν συγκεκριμένο γραφικό αποτέλεσμα, μέσω μιας δυναμικής διαδικασίας εναλλαγής των τιμών των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών, που κατασκεύαζαν τις γραφικές αναπαραστάσεις στην οθόνη του υπολογιστή και β) στόχος του κιναισθητικού χειρισμού υπήρξε μέσα από τη σειριακή

αλλαγή ενός εύρους τιμών η δυναμική εναλλαγή και αντίστοιχα η εντύπωση της κίνησης των γραφικών αναπαραστάσεων στην οθόνη του υπολογιστή (ιδίως όσον αφορά στην 3^η και 4^η δραστηριότητα στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο).

Στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο αντικειμένων της διεπιφάνειας έμφαση δινόταν στη φαινομενολογία της οθόνης, ενώ οι διάφορες αριθμητικές τιμές του μεταβολέα δε συνδέονταν με συγκεκριμένα στάδια κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων με βάση τη Γεωμετρία της Χελώνας. Απ' την άλλη η δυναμική διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων μέσω του μεταβολέα επέτρεψε στους μαθητές αφενός να πειραματιστούν με ένα μεγάλο εύρος τιμών αφετέρου να χρησιμοποιήσουν τις γραφικές αναπαραστάσεις ως 'υπολογιστικά χειραπτικά αντικείμενα', τα οποία δεν μπορούσαν να χειριστούν άμεσα, κάτι που φαίνεται να συνέβαλε σε κάποιο βαθμό στη διάκριση μεταξύ διαδικασίας κατασκευής και τελικού προϊόντος-γραφικής αναπαράστασης. Στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας, ο συνδυασμός φαινομενολογίας της οθόνης και δυναμικού χειρισμού τιμών γωνιών στροφής επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν δυναμικές πτυχές της έννοιας της γωνίας, να δουν δηλαδή τη γωνία ως αποτέλεσμα στροφής με συγκεκριμένο μέγεθος. Πρέπει, όμως, να επισημανθεί ότι αυτό συνέβη μόνο στις περιπτώσεις που η φαινομενολογία της οθόνης απέδιδε ξεκάθαρα την εντολή στροφής στα πλαίσια της οποίας χρησιμοποιούνταν η μεταβλητή.

Η αλληλόδραση με το υπολογιστικό περιβάλλον μόνο μέσω δυναμικού χειρισμού και οπτικού ελέγχου των κατασκευών, καθώς και η εξαγωγή συμπερασμάτων στη βάση μόνο φαινομενολογικών ενδείξεων, παρ' όλες τις δυνατότητες που παρείχε, φαίνεται ότι επέβαλε και συγκεκριμένους περιορισμούς. Έτσι ήρθαν στο προσκήνιο οι περιορισμοί του κιναισθητικού και οπτικού ελέγχου μιας γεωμετρικής κατασκευής, όταν αυτός δε γίνεται συστηματικά και δε συνδέεται λειτουργικά με το συμβολικό έλεγχο μέσω προγραμματισμού. Ακόμα και όταν οι αντιληπτικές διαδικασίες καθοδηγούνταν από 'μαθηματικές έννοιες', τα νοήματα που κατασκευάζονταν ήταν περιορισμένα, αν δε συσχετιζονταν με τη διαδικασία κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων ως αποτέλεσμα συγκεκριμένων εντολών που δόθηκαν στην κινούμενη οντότητα, τη χελώνα. Μπορεί οι κανόνες λειτουργίας του μεταβολέα να ήταν άρρηκτα συνδεδεμένοι με τις έννοιες και τις αναπαραστάσεις του γνωστικού αντικείμενου, αυτό όμως δε σήμαινε απαραίτητα ότι οι μαθητές είχαν και πρόσβαση στις συγκεκριμένες έννοιες και ότι τις χρησιμοποιούσαν ως εργαλεία κατασκευής. Το χάσμα μεταξύ των ενεργειών των μαθητών -οι οποίες πηγάζουν από τους πρακτικούς και άμεσους στόχους τους- και της μαθηματικής γνώσης μπορεί να γεφυρωθεί μόνο στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας δε χρησιμοποιείται ως απλό χειριστήριο των αντικειμένων της διεπιφάνειας αλλά στα πλαίσια του συντονισμού των διαφορετικών σημειωτικών συστημάτων: της φαινομενολογίας της οθόνης, του συμβολισμού σε γλώσσα Logo και του κιναισθητικού χειρισμού αριθμητικών τιμών

Στις περιπτώσεις που ο μεταβολέας χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο διαμεσολάβησης της σχέσης μεταξύ φαινομενολογίας της οθόνης και συμβολικού κώδικα παρατηρήθηκαν ιδιαίτερες δυσκολίες διάκρισης της λειτουργικής διασύνδεση αυτών των δύο πτυχών της κατασκευαστικής δραστηριότητας με τους μαθητές να παλινδρομούν τότε περισσότερο προς τη μια ή την άλλη κατεύθυνση. Καθώς αρχικά στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων οι μαθητές ήρθαν σε επαφή με ημιτελής μεν αλλά προκατασκευασμένες διαδικασίες, δυσκολεύτηκαν να δουν κάθε εντολή του κώδικα ως μέρος ενός όλου και το σχήμα ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων. Οι δυσκολίες των μαθητών να ολοκληρώσουν συγκεκριμένες δραστηριότητες (π.χ. η 4^η δραστηριότητα στο περιβάλλον του 'Χελωνόκοσμου') πιθανόν να σχετίζονταν όχι μόνο με δυσκολίες σε σχέση με τις εμπλεκόμενες γεωμετρικές έννοιες, αλλά και με τον τρόπο που οι μαθητές αντιλαμβάνονταν τη συμπεριφορά και τα χαρακτηριστικά του ίδιου του υπολογιστικού περιβάλλοντος, κάτι που έχει επισημανθεί και σε άλλες σχετικές έρευνες (Heally & Hoyles, 2001). Επιπρόσθετα καθώς οι μαθητές είχαν συγκεκριμένο πρακτικό στόχο, η όποια διερεύνηση σταματούσε, όταν το γραφικό αποτέλεσμα τους ικανοποιούσε οπτικά. Από την άλλη η ανάγκη επέκτασης και τροποποίησης των μισοψημένων μικροκόσμων φαίνεται ότι προβλημάτισε περισσότερο τους μαθητές, καθώς ανέδειξε σε μεγάλο βαθμό την ανάγκη συνδυασμού οπτικού και συμβολικού ελέγχου και εν μέρει ανάγκασε τους μαθητές σε ένα εξορθολογισμό των σχημάτων χρήσης του μεταβολέα.

Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε ότι ο πειραματισμός μέσω του κιναισθητικού χειρισμού τιμών μεταβλητών με το μεταβολέα μπορεί να διαμεσολαβήσει την αλληλόδραση μεταξύ συμβολικού κώδικα και φαινομενολογίας της οθόνης και έτσι να παράσχει στους μαθητές πρόσβαση σε μαθηματικές δομές που έχουν ενσωματωθεί στους μικροκόσμους και δεν μπορούν να προσεγγιστούν αποκλειστικά και μόνο μέσω του οπτικού ελέγχου των αντικειμένων της διεπιφάνειας, αν και αυτό δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένο. Σε ορισμένες περιπτώσεις η ανάδειξη αυτής της αλληλόδρασης δεν προέκυψε άμεσα κατά τον πειραματισμό με το μεταβολέα, αλλά ο πειραματισμός με το μεταβολέα που είχε προηγηθεί λειτούργησε ως νοητική σκαλωσιά για την εμπλοκή των μαθητών με τη συμβολική δραστηριότητα σε μετέπειτα στάδια της κατασκευαστικής διαδικασίας. Αν και ο άμεσος χειρισμός του μεταβολέα μέσω του ποντικιού δεν απαιτεί φορμαλισμούς, μέσω του πειραματισμού και της διασύνδεσής του με τον κώδικα σε γλώσσα Logo μπορεί να προάγει όχι μόνο την κατανόηση συγκεκριμένων γεωμετρικών ιδιοτήτων, όπως γίνεται στα άλλα περιβάλλοντα της δυναμική γεωμετρίας, αλλά και το μαθηματικό φορμαλισμό, παρέχοντας ένα μέσο πρόσβασης στη βαθειά δομή, στον τρόπο δηλαδή κατασκευής των γεωμετρικών αναπαραστάσεων.

7.3.3 Προοπτική θέασης του προσομοιούμενου χώρου

Από τη μια δεν είναι δυνατό να εισάγουμε μια γεωμετρική έννοια χωρίς να χρησιμοποιήσουμε σχήματα ή μοντέλα ως παράδειγμα και από την άλλη αυτά τα ίδια τα παραδείγματα μπορεί να περιορίσουν τη νοερή σύλληψη της έννοιας (Fishbein, 1993). Στο υπολογιστικό περιβάλλον MaLT οι περιορισμοί της μιας και μοναδικής αναπαράστασης ενός γεωμετρικού αντικειμένου φαίνεται ότι αίρονται – ανάμεσα στα άλλα - από τη δυνατότητα πολλαπλών προοπτικών θέασης ενός αντικειμένου: α) μέσα από το δυναμικό χειρισμό των μεταβλητών μεγεθών που ορίζουν μια γεωμετρική κατασκευή σε γλώσσα Logo, β) προγραμματιστικά και γ) μέσα από τον χειρισμό των καμερών θέασης του τριδιάστατου χώρου.

Στο υπολογιστικό περιβάλλον MaLT2 η γωνία λειτούργησε ως εργαλείο οπτικοποίησης των τρισδιάστατων αντικειμένων παρέχοντας της δυνατότητα πρόσβασης σε διαφορετικές προοπτικές του ίδιου αντικειμένου όχι μόνο ως διακριτών και στατικών στιγμιότυπων αλλά μέσα από τη συνεχή εναλλαγή στιγμιότυπων που δημιουργούσαν την εντύπωση της κίνησης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Ο πειραματισμός με τις τιμές μεταβλητών γωνιακών μεγεθών μέσω δυναμικού χειρισμού επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν το ίδιο αντικείμενο μέσα από διαφορετικές προοπτικές, καθώς αυτό περιστρεφόταν στον προσομοιούμενο χώρο και να κάνουν διάκριση μεταξύ των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που είχαν να κάνουν με τις γεωμετρικές του ιδιότητες και των χαρακτηριστικών του αντικειμένου που είχαν να κάνουν με τις διαφορετικές προοπτικές θέασης. Έχοντας πρόσβαση σε πολλαπλές αναπαραστάσεις του ίδιου αντικειμένου μέσω του μεταβολέα και μάλιστα μέσω μιας διαδικασίας που δεν ήταν απλά κιναισθητική αλλά συνδεδεόταν με τις γεωμετρικές ιδιότητες και τη διαδικασία κατασκευής του τριδιάστατου αντικειμένου οι μαθητές βοηθήθηκαν να 'ερμηνεύσουν' σωστά τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή χωρίς να παρασυρθούν από τις συμβάσεις που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων σε δισδιάστατα μέσα, όπως η οθόνη του υπολογιστή.

Αν και η γωνία ως στροφή χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για τη δυναμική οπτικοποίηση των χωρικών ιδιοτήτων δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων κυρίως με τη διαμεσολάβηση του μεταβολέα, από κάποιους μαθητές χρησιμοποιήθηκε για αυτό το σκοπό στα πλαίσια της δικής τους συμβολικής δραστηριότητας. Έτσι όρισαν την επιθυμητή προοπτική θέασης της κατασκευής τους μέσω του προσανατολισμού της χελώνας στο χώρο, πριν ξεκινήσει η κατασκευή, γεγονός που αποτελεί μια ακόμη ένδειξη ότι οι μαθητές μπόρεσαν να διακρίνουν τις ιδιότητες ενός γεωμετρικού σχήματος και να τις μεταφράσουν σε εντολές Logo ανεξάρτητα από τον αρχικό προσανατολισμό της χελώνας στην οθόνη του υπολογιστή και κατά συνέπεια ανεξάρτητα από την προοπτική θέασης του ίδιου του τρισδιάστατου αντικειμένου και των οπτικών του χαρακτηριστικών.

Η αλλαγή προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου μέσω καμερών αναδείχτηκε σε κεντρική παράμετρο στα πλαίσια των κατασκευαστικών διαδικασιών που ακολούθησαν οι μαθητές στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο και αντίστοιχα σε κεντρική παράμετρο κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με τη γωνία. Μάλιστα η επέκταση των λειτουργικοτήτων των καμερών θέασης του προσομοιούμενου χώρου στην έκδοση 3 του υπολογιστικού εργαλείου MaLT αποτέλεσε την αιτία της επέκτασης της παρούσας έρευνας. Ειδικότερα ερευνήθηκε: α) η αλληλόδραση μεταξύ της μεταφοράς της χελώνας και της οπτικοποίησης του χώρου μέσω διαφορετικών προοπτικών και β) η αλληλόδραση μεταξύ των διαφορετικών προοπτικών θέασης του ίδιου γραφικού αντικειμένου και των γεωμετρικών του ιδιοτήτων.

Όσον αφορά στη μεταφορά της χελώνας η αλλαγή προοπτικής θέασης του χώρου μέσω καμερών στο MaLT2 άπτεται δύο θεμάτων: α) της διάκρισης του προσανατολισμού της χελώνας β) του συντονισμού του σώματος του χρήστη με τη χελώνα. Όσον αφορά στο πρώτο θέμα οι κάμερες χρησιμοποιήθηκαν εκτενώς, καθώς σε πολλές περιπτώσεις ο προσανατολισμός της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο δεν ήταν ευδιάκριτος αφενός λόγω των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται στον τριδιάστατο χώρο, για να δοθεί η αίσθηση του βάθους, αφετέρου λόγω των χωρικών χαρακτηριστικών της χελώνας ως τρισδιάστατου αντικειμένου. Οι μαθητές έδωσαν ιδιαίτερη σημασία στο συντονισμό με τη χελώνα, πράγμα που εξηγεί και την προτίμησή τους στην προκαθορισμένη οπτική θέασης του τριδιάστατου χώρου, καθώς σε συνδυασμό με την αρχική θέση και τον προσανατολισμό της χελώνας στον τριδιάστατο χώρο τους επέτρεψε να συντονίσουν με ευκολία τα διαφορετικά πλαίσια αναφοράς -ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που έπρεπε να αποφασίσουν το είδος της εντολής στροφής που έπρεπε να δοθεί στη χελώνα. Από την άλλη προβληματισμός προέκυψε από την περιορισμένη χρήση των καμερών κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών διαδικασιών και στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων που αναπτύχθηκαν στο MaLT2, γεγονός που ερμηνεύτηκε λαμβάνοντας υπόψη θέματα που άπτονταν α) των σημάνσεων του εργαλείου, β) της οπτικοποίησης του χώρου, και γ) της ιδιαιτερότητας των γεωμετρικών κατασκευών στα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων της επέκτασης της κυρίως έρευνας έδειξε μεγάλες διαφορές όσον αφορά στον τρόπο χρήσης των εργαλείων χειρισμού του τρόπου θέασης του τρισδιάστατου χώρου στα πλαίσια του υπολογιστικού περιβάλλοντος MaLT3 σε σχέση με τη χρήση των αντίστοιχων εργαλείων στο MaLT2. Οι αλλαγές αυτές δεν αφορούσαν μόνο στη συχνότητα χρήσης των εργαλείων αλλά είχαν και ποιοτικές διαστάσεις. Ενώ, δηλαδή, στην κυρίως έρευνα οι κάμερες χρησιμοποιήθηκαν μόνο στα πλαίσια των δύο πρώτων δραστηριοτήτων και μάλιστα είτε πριν είτε μετά το πέρας αυτών, στα πλαίσια του MaLT3 χρησιμοποιήθηκαν στο σύνολο των δραστηριοτήτων και κατά τη διάρκεια αυτών. Οι διαφορές αυτές μπορούν να ερμηνευθούν πιθανότατα σε σχέση με τις σημάνσεις του εργαλείου και τις νέες λειτουργικότητες.

Από τα δεδομένα της επέκτασης της κυρίως έρευνας φάνηκε ότι, όταν δινόταν έμφαση στην πλοήγηση της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο, οι μαθητές επέλεξαν συγκεκριμένες οπτικές θέασης, στις οποίες οι διάφορες εντολές στροφής αποκτούσαν νόημα και δεν ήταν αντίθετες προς της γήινες και ενσώματες κινητικές τους εμπειρίες, κάτι που υπογραμμίζει τη σημασία του συντονισμού του χρήστη με τη χελώνα-όχημα της κίνησης στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο. Αυτές οι επιλογές των μαθητών όσον αφορά στα εργαλεία θέασης του χώρου θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι εντάσσονται στα πλαίσια μιας εσωγενούς προοπτικής θέασης του προσομοιούμενου χώρου, η οποία αντανακλά πιθανόν την προοπτική θέασης που υιοθετείται από τους ανθρώπους κατά την πλοήγηση στον πραγματικό χώρο, όταν εξερευνούν ένα περιβάλλον και πλοηγούνται σε αυτό (Tversky, 2005). Στον προσομοιούμενο χώρο μέσα από το συντονισμό με τη χελώνα και γενικότερα μέσα από την προβολή των ανθρώπινων ενσώματων εμπειριών στην κινούμενη οντότητα σε συνδυασμό με συγκεκριμένες προοπτικές θέασης, ο χρήστης μοιάζει να 'εμβυθίζεται' κατά κάποιο τρόπο στο χώρο και να προσπαθεί να τον δει από το εσωτερικό του.

Η χρήση πολλαπλών οπτικών στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής δραστηριότητας υιοθετήθηκε ιδίως στις περιπτώσεις που οι μαθητές ακολούθησαν κατασκευαστικές στρατηγικές που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, όταν δηλαδή οι μαθητές δεν είχαν ξεκάθαρη ιδέα σχετικά με τις δράσεις που έπρεπε να αναλάβουν και όταν η κατασκευή τους προχωρούσε εντολή εντολή μέσω δοκιμής και πλάνης. Πολλαπλές οπτικές χρησιμοποίησαν οι μαθητές και κατά τη διάρκεια των κατασκευαστικών δραστηριοτήτων στα πλαίσια των μισοψημένων μικροκόσμων, ιδίως κατά την αρχική φάση της διερεύνησης του ρόλου των μεταβλητών των παραμετρικών διαδικασιών. Σε σχέση πάντα με τις μεταφορές που χρησιμοποιούνταν στα πλαίσια της κάθε δραστηριότητας, οι μαθητές επέλεξαν να δουλέψουν με συγκεκριμένες δισδιάστατες οπτικές, όταν ήθελαν να εστιάσουν στο ρόλο ή στα γραφικά αποτελέσματα συγκεκριμένων εντολών στροφής. Από την άλλη πιθανόν οι μαθητές, αν και όχι συνειδητά, να επέλεξαν συγκεκριμένες δισδιάστατες οπτικές, στα πλαίσια της προσπάθειάς τους να περιορίσουν το γνωστικό φόρτο που προκύπτει από την ενασχόληση με τρισδιάστατες αναπαραστάσεις.

Οι πολλαπλές διαφορετικές οπτικές που χρησιμοποίησαν οι μαθητές τους επέτρεψαν να περιηγηθούν στο χώρο και γύρω από τα αντικείμενα και να τα διερευνήσουν. Οι χρήση πολλαπλών οπτικών –δισδιάστατων ή μη- στα πλαίσια της ίδιας κατασκευής και αντίστοιχα η υιοθέτηση κατασκευαστικών διαδικασιών που χαρακτηρίζονται ως μερεμέτι, πιθανότατα να συνδέονται και με το βαθμό εξοικείωσης των μαθητών με το συγκεκριμένο περιβάλλον και τον προγραμματισμό στον τρισδιάστατο χώρο (Kafai, 1995). Πέρα όμως από τον παράγοντα της απειρίας, η ερευνήτρια θεωρεί ότι τόσο οι συγκεκριμένες κατασκευαστικές διαδικασίες όσο και αντίστοιχα οι προοπτικές θέασης του χώρου που επέλεξαν οι μαθητές στα πλαίσια του συγκεκριμένου περιβάλλοντος της Γεωμετρίας της χελώνας αντικατοπτρίζουν και την έμφαση που δίνεται από τους μαθητές αρχικά στο συντονισμό με την κινούμενη

οντότητα νοερά ή μη και στην προοπτική θέασης των κατασκευών εσωγενώς, σε σχέση δηλαδή μόνο με την αμέσως προηγούμενη θέση της χελώνας και όχι στο σύνολο της επιθυμητής διαδρομής στον προσομοιούμενο χώρο (Papert, 1980, Abelson & Disessa, 1981).

Καθώς οι δραστηριότητες ξεδιπλώνονται οι μαθητές αποστασιοποιήθηκαν σιγά σιγά από τη χελώνα και αρχίσαν να δίνουν έμφαση στις γραφικές αναπαραστάσεις που προέκυπταν ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Έτσι, σε ορισμένες περιπτώσεις οι πολλαπλές οπτικές που επέλεξαν οι μαθητές στα πλαίσια της ίδιας κατασκευαστικής διαδικασίας θεωρήθηκαν ως ενδιάμεσο στάδιο ή ως παλινδρόμηση μεταξύ της εσωγενούς προοπτικής θέασης του τρισδιάστατου χώρου -όπου έμφαση δίνεται στην πλοήγηση της χελώνας- και της εξωγενούς προοπτική θέασης του τρισδιάστατου χώρου, όπου έμφαση δίνεται στη γραφική αναπαράσταση και στο σύνολο του χώρου.

Καθώς η κατασκευαστική διαδικασία γινόταν πιο περίπλοκη και παράλληλα οι μαθητές εξοικειώνονταν τόσο με τις λειτουργικότητες του εργαλείου όσο και με τις συμβάσεις που ακολουθούνταν για την αναπαράσταση αντικειμένων στον τρισδιάστατο χώρο μέσω πολλαπλών οπτικών, σε πολλές περιπτώσεις προτίμησαν να παρατηρήσουν το χώρο μέσω μιας εξωγενούς προοπτικής, η οποία αντανακλάται στην επιλογή μιας σταθερής τρισδιάστατης οπτικής καθόλη τη διάρκεια της κατασκευαστικής δραστηριότητας. Προτίμησαν δηλαδή να παρατηρήσουν το χώρο ως εξωτερικοί παρατηρητές εστιάζοντας περισσότερο στον προγραμματισμό και τις γεωμετρικές ιδιότητες αντικειμένων. Επιπλέον, μια ολιστική/εξωτερική οπτική του τρισδιάστατου χώρου φαίνεται να συνάδει με μια αναλυτική κατασκευαστική διαδικασία, όπου οι μαθητές προσπαθούν να συλλάβουν νοερά το ταξίδι της χελώνας λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο του τρισδιάστατου χώρου, πριν εκτελέσουν τις εντολές στην οθόνη του υπολογιστή. Η υιοθέτηση μιας ολιστικής/εξωτερικής οπτικής του προσομοιούμενου χώρου στα πλαίσια συγκεκριμένων δραστηριοτήτων φαίνεται ότι επέτρεψε στους μαθητές να προσεγγίσουν το 'θεώρημα του ολοκληρωμένου ταξιδιού της χελώνας' (Papert, 1980) και να δουν την τελική θέση της χελώνας ως το άθροισμα επιμέρους στροφών και κινήσεων προς τα εμπρός.

7.3.4 Ενσώματες αναπαραστάσεις και χειραπτικά αντικείμενα

Το νόημα που αποδίδουν οι μαθητές στη λέξη γωνία δεν αναφέρεται σε μια αφηρημένη έννοια άσχετα από την ανθρώπινη εμπειρία. Στην παρούσα διατριβή η κίνηση του σώματος και οι χειρονομίες ερευνήθηκαν ως μέσα ανάδειξης υποσυνείδητων παραγόντων κατά τη διαδικασία κατασκευής νοημάτων, ενώ θεωρήθηκε ότι συνδέονταν στενά με τις 'ενσώματες' μεταφορές που χρησιμοποιούνται στη Γεωμετρία της Χελώνας. Παράλληλα έγιναν αντιληπτά ως σημεία-σύμβολα που τέθηκαν σε λειτουργία για να αντικειμενοποιήσουν, να αποδώσουν νόημα στα μαθηματικά περικείμενα και περιεχόμενα, τόσο ενδοατομικά όσο και στα πλαίσια της ομαδικής επικοινωνίας (Radford, 2009). Η ανάλυση των

δεδομένων που προηγήθηκε ανέδειξε το πόσο η κίνηση του σώματος και οι χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν όχι μόνο για να αποσαφηνίσουν τα λεχθέντα ή διευκολύνουν την επικοινωνία, αλλά για την οργάνωση χωρικών αναπαραστάσεων και την έκφραση διαισθήσεων που είχαν σχέση με χωρικές έννοιες, πριν αυτές τυποποιηθούν μέσω της γλώσσας και του μαθηματικού συμβολισμού. Ειδικότερα η διαδικασία κατασκευής νοημάτων σχετικά με την έννοια της γωνίας διερευνήθηκε σε σχέση:

- με την κίνηση ολόκληρου του σώματος,
- σε σχέση με τη χρήση χειρονομιών
- σε σχέση με τη χρήση από τους μαθητές μιας χάρτινης χελώνας, όσον αφορά στις δραστηριότητες που πραγματοποιήθηκαν στο δισδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου, και ενός τριδιάστατου χειραπτικού μοντέλου χελώνας, όσον αφορά στις δραστηριότητες που πραγματοποιήθηκαν στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT2.

Τόσο στο 'Χελωνόκοσμο' όσο και στο MaLT2 - παρόλες τις αναντιστοιχίες μεταξύ του μοντέλου κίνησης της χελώνας στον προσομοιούμενο χώρο του MaLT και του ανθρώπινου μοντέλου κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο ενός τρισδιάστατου κόσμου - ολόκληρο το σώμα των μαθητών χρησιμοποιήθηκε στην προσπάθειά τους να συντονιστούν με την κίνηση της χελώνας, κυρίως όσον αφορά στη χρήση των εντολών δεξιά/αριστερά. Οι μαθητές προσπάθησαν με επιτυχία να συνδυάσουν το εγωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς, όπου η θέση και ο προσανατολισμός των αντικειμένων και ειδικότερα το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζονται σε σχέση με τον κορμό του χρήστη, και το πλαίσιο αναφοράς της χελώνας όπου το δεξιά και το αριστερά προσδιορίζεται σε σχέση με τη θέση του κορμού της χελώνας. Αν και σε άλλες έρευνες (Clements & Burns, 2000) που έχουν γίνει σε δισδιάστατα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας έχει παρατηρηθεί ένα σταδιακό πέρασμα από κινήσεις του σώματος, σε κινήσεις των χεριών και των δακτύλων καθώς οι μαθητές εξοικειώνονταν με τη στροφή της χελώνας, στην παρούσα έρευνα δεν παρατηρήθηκε μια τέτοια γραμμική πορεία. Αντίθετα, η περιορισμένη χρήση ολόκληρου του σώματος για την αναπαράσταση της κίνησης της δισδιάστατης χελώνας θεωρήθηκε κατά βάση ως αποτέλεσμα των προβλημάτων εποπτείας που δημιουργεί η κίνηση ολόκληρου του σώματος τόσο στον ίδιο το μαθητή, που παίζει τη χελώνα, όσο και σε αυτούς που ενδεχομένως παρακολουθούν αυτή την αναπαράσταση. Αν και η χρήση ολόκληρου του σώματος, μπορεί να βοηθά στην αισθητοποίηση συγκεκριμένων εντολών προς τη χελώνα, τα μεγαλύτερα χωρικά πλαίσια στα οποία κινείται η ανθρώπινη οντότητα δυσκολεύουν αφενός τη διαχείριση της κίνησης, αφετέρου την παρατήρηση της κίνησης και την αντίληψη του συνόλου μιας διαδρομής που μπορεί να προέρχεται από ένα συνδυασμό κινήσεων. Αντίθετα, η χρήση χειρονομιών και ειδικότερα η χρήση της παλάμη υπήρξε εκτενής τόσο στο δισδιάστατο όσο και στο τρισδιάστατο περιβάλλον.

Στα πλαίσια των δραστηριοτήτων που έλαβαν χώρα στο δισδιάστατο περιβάλλον η παλάμη μπορούσε να κινηθεί παράλληλα προς την οθόνη και έτσι να βρίσκεται αναπαραστασιακά εγγύτερα στην υπολογιστική οντότητα, σε αντίθεση με το ανθρώπινο σώμα που είναι προσανατολισμένο κάθετα προς το οριζόντιο επίπεδο και όχι παράλληλα προς αυτό, όπως η χελώνα. Η χρήση της παλάμης ή ολόκληρου του πηχίη επέτρεψε στους μαθητές να έχουν από τη μια τον έλεγχο της εκτέλεσης των εντολών και από την άλλη την εποπτεία αυτών των κινήσεων ως εξωτερικοί παρατηρητές. Σιγά σιγά κατά την προσπάθεια διατύπωσης χωρικών σχέσεων οι μαθητές άρχισαν να χρησιμοποιούν και δεικτικές χειρονομίες, οι οποίες δεν είχαν πάντα ως φόντο το σχέδιο του ρολογιού στην οθόνη του υπολογιστή, αλλά πραγματοποιούνταν και 'στον αέρα' αποκτώντας ένα περισσότερο εικονικό και μεταφορικό χαρακτήρα.

Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ χειρονομιών που χρησιμοποιήθηκαν: α) κατά την προσπάθεια πλοήγησης της χελώνας και β) κατά την κατασκευή τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων. Από τα δεδομένα της έρευνας προέκυψε ότι, όταν οι μαθητές εστίαζαν στην πλοήγησης της χελώνας στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, χρησιμοποιήθηκαν κατά βάση δύο είδη χειρονομιών: α) δυναμικές αναπαραστασιακές χειρονομίες και β) αφηρημένες δεικτικές χειρονομίες. Καθώς η μεταφορά του 'παίζω τη χελώνα' (Papert, 1980) με το ανθρώπινο σώμα, όσον αφορά στα τρισδιάστατα περιβάλλοντα Γεωμετρίας της Χελώνας, δεν είναι άμεσα εφαρμόσιμη στον πραγματικό χώρο -το ανθρώπινο σώμα κινείται σε ένα οριζόντιο επίπεδο, ενώ η τρισδιάστατη χελώνα μπορεί να κινηθεί και στις τρεις διαστάσεις του προσομοιούμενου χώρου χωρίς περιορισμούς-, οι μαθητές χρησιμοποίησαν την παλάμη τους προσπαθώντας να αναπαραστήσουν τόσο την τρισδιάστατη οντότητα και τον προσανατολισμό της όσο και την κίνησή της στο χώρο. Η παλάμη δε χρησιμοποιήθηκε όμως μόνο αναπαραστασιακά αλλά και δεικτικά, για να σηματοδοτήσει την κατεύθυνση της χελώνας στον χώρο. Πρέπει να τονιστεί ότι η παλάμη δε χρησιμοποιήθηκε δεικτικά όσον αφορά σε κάποια υπαρκτά αντικείμενα ή χαρακτηριστικά του περιεχόμενου της δραστηριότητας, αλλά συνδύαζε και αφηρημένα χαρακτηριστικά, υποδηλώνοντας μια μεταφορική χρήση του χώρου, όπου συγκεκριμένα γωνιακά μεγέθη αποκτούσαν χωρικές ιδιότητες.

Κατά την κατασκευή τρισδιάστατων γραφικών αντικειμένων οι μαθητές χρησιμοποίησαν μια ποικιλία αναπαραστασιακών χειρονομιών, οι οποίες μπορούν να διακριθούν σε δυο κατηγορίες: α) στατικές αναπαραστασιακές χειρονομίες και β) δυναμικές αναπαραστασιακές χειρονομίες. Η διάκριση μεταξύ της διαδικασίας νοερού οπτικού συλλογισμού, όπου έμφαση δόθηκε στην αντιστοίχιση πραγματικών αντικειμένων με απλοποιημένες γραφικές αναπαραστάσεις και της κατασκευής γραφικών αναπαραστάσεων μέσω της μεταφοράς της χελώνας, αποτυπώθηκε και στη χρήση συγκεκριμένου είδους χειρονομιών. Έτσι οι αναπαραστασιακές χειρονομίες χρησιμοποιήθηκαν αρχικά για να αποδώσουν στατικά τη δομή των αντικειμένων, ενώ κατά τη μετάβαση από τις στατικές τρισδιάστατες εικόνες στη σχεδίαση μέσω της

πλοήγησης της χελώνας παρατηρήθηκε η χρήση δυναμικών αναπαραστασιακών χειρονομιών, οι οποίες φάνηκε ότι αναπαριστούσαν τα αντικείμενα ως αποτέλεσμα της κίνησης της χελώνας. Καθώς ο συντονισμός του σώματος με τη χελώνα δεν είναι πρακτικά εφικτός στην τρισδιάστατη Γεωμετρία της Χελώνας, οι χειρονομίες φαίνεται να διαδραματίζουν ένα ιδιαίτερα σημαίνοντα ρόλο, καθώς σχετίζονται όχι μόνο με αναπαραστάσεις στατικών εικόνων αλλά και με την έκφραση των νοερών δράσεων που θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν για να δημιουργηθεί η συγκεκριμένη αναπαράσταση (Nemirovsky & Noble, 1997).

Μπροστά από τους μαθητές δημιουργήθηκε ένας εικονικός χώρος στον οποίο μέσω χειρονομιών τα διάφορα αναπαριστώμενα αντικείμενα ‘τοποθετήθηκαν’ και έγιναν αντικείμενα πειραματισμού, επεξεργασίας και αλληλοσυσχέτισης. Πιο συγκεκριμένα η παλάμη απέκτησε μια μεταβατική αναπαραστασιακή λειτουργία μεταξύ πραγματικών και υπολογιστικά διαχειρίσιμων αντικειμένων και χρησιμοποιήθηκε ως ένα μέσο συμβολικής επικοινωνίας Έτσι η χρήση της συνέβαλε στον τρόπο με τον οποίο έγινε αντιληπτή η γωνία ως προσανατολισμένη στροφή στο επίπεδο και στον τριδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, παρέχοντας ένα πλαίσιο οπτικού/εικονικού συλλογισμού, το οποίο έδινε έμφαση στη δομή των οπτικών εικόνων χωρίς λεπτομέρειες και παράλληλα ένα επεξηγηματικό πλαίσιο χωρίς το οποίο τα λεγόμενα θα ερμηνεύονταν με δυσκολία.

Η κίνηση του σώματος και η παλάμη δεν υπήρξαν τα μοναδικά ‘ενσώματα’ μέσα που χρησιμοποίησαν οι μαθητές στην προσπάθειά τους να εκφράσουν τις διαισθήσεις τους και να συστηματοποιήσουν τις χωρικές τους εικόνες. Στο δισδιάστατο περιβάλλον του ‘Χελωνόκοσμου’ και στα πλαίσια συγκεκριμένων μισοψημένων μικροκόσμων, όταν οι μαθητές δεν μπόρεσαν να συλλάβουν τη γραφική αναπαράσταση στην οθόνη του υπολογιστή ως αποτέλεσμα ενός συνδυασμού κινήσεων της χελώνας -παρότι είχαν πειραματιστεί με το μεταβολέα και παρότι είχαν ‘αναγνώσει’ τον κώδικα γραμμής – γραμμής- χρησιμοποιήθηκε ένα χάρτινο χειραπτικό δισδιάστατο χελωνάκι, που άφηνε ίχνος, το οποίο και επέτρεψε στους μαθητές να εμβαθύνουν στις θεωρητικές πτυχές της κατασκευής. Το χάρτινο χελωνάκι που χρησιμοποιήθηκε -όπως και οι κινήσεις των χεριών στις δραστηριότητες, όπου ο κώδικας ήταν απλούστερος - φαίνεται να αποτέλεσε ένα επιπλέον σκαλί στην προσπάθεια των παιδιών να συντονιστούν με τη χελώνα και να δημιουργήσουν συνδέσεις μεταξύ του αφηρημένου και του συγκεκριμένου. Η χάρτινη χελώνα βοήθησε στην αντιμετώπιση συγκεκριμένων δυσκολιών που είχαν να κάνουν με την έλλειψη κουλτούρας Logo στη συγκεκριμένη τάξη, καθώς οι μαθητές μπόρεσαν να την ελέγξουν χειραπτικά την κίνηση της χελώνας βάσει συγκεκριμένων εντολών και ταυτόχρονα να παρακολουθήσουν την κίνησή της, αλλά και τα γραφικά αποτελέσματα αυτής της κίνησης ως εξωτερικοί παρατηρητές.

Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο, όταν οι μαθητές δυσκολεύονταν να καταλάβουν την κίνηση της χελώνας ή για τη διαπραγμάτευση, επίτευξη και διατήρηση ενός κοινού σημείου εστίασης σε διάφορες φάσεις της επικοινωνίας, οι

μαθητές κατέφυγαν πολλές φορές στη χρήση μια τρισδιάστατης χειραπτικής χελώνας, η οποία χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με κινήσεις του σώματος και της παλάμης ως επί το πλείστον. Καθώς το χειραπτικό χελωνάκι είχε ευδιάκριτα χωρικά χαρακτηριστικά και μπορούσε με ευκολία να πλοηγηθεί στον τρισδιάστατο πραγματικό χώρο λειτούργησε ως ένα επιπλέον ενδιάμεσο μεταβατικό αντικείμενο μεταξύ του κιναισθητικού, του άμεσου, του διαισθητικού από τη μια και του υπολογιστικά διαχειρίσιμου μέσω συμβολικού κώδικα από την άλλη.

7.4 Παιδαγωγικές ενδείξεις και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Δεδομένου ότι το ενδιαφέρον των ποιοτικών ερευνών δεν εστιάζεται στη διατύπωση κανόνων με γενική εφαρμογή ή αρχών καθολικού κύρους, στόχος της ανάλυσης υπήρξε η ανάπτυξη μιας λειτουργικής ερμηνείας, η οποία, παρότι εντοπισμένη σε συγκεκριμένα περικείμενα, αναδεικνύει κριτικής σημασίας θέματα, τα οποία σε ένα ευρύτερο πλαίσιο αποτελούν παιδαγωγικές ενδείξεις για τον τρόπο με τον οποίο θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν διδακτικά και παιδαγωγικά οι ψηφιακές τεχνολογίες. Τα κριτικής σημασίας θέματα που αναδείχθηκαν στην ανάλυση που προηγήθηκε μπορούν να θεωρηθούν ως ενδείξεις: α) για την εφαρμογή των συγκεκριμένων ψηφιακών εργαλείων και των συνοδευτικών δραστηριοτήτων σε ίδια ή παρόμοια περικείμενα, β) για πιθανές τροποποιήσεις και βελτιώσεις στα πλαίσια της εργαλειακής εννοχρήστρωσης και γ) για την τροποποίηση των αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση.

Τα ευρήματα της παρούσας έρευνας αποτελούν προϊόν της αλληλόδρασης μεταξύ του σχεδιασμού και της εφαρμογής του σε συγκεκριμένα περικείμενα. Σε αυτό το σημείο κεντρικό αναδεικνύεται το ζήτημα της εργαλειακής εννοχρήστρωσης (Trouche, 2004), το κατά πόσο δηλαδή ο σχεδιασμός μικροκόσμων και δραστηριοτήτων ήταν τέτοιος, τουλάχιστον αρχικά, που να παρέχει την κατάλληλη ανατροφοδότηση αλλά και να θέτει τα κατάλληλα εμπόδια και περιορισμούς στους μαθητές, ώστε αυτοί να κατασκευάσουν νοήματα που θα είναι συμβατά με τη μαθηματική γνώση. Η ανάλυση των δεδομένων που προηγήθηκε ανέδειξε θέματα που πρέπει να ληφθούν υπόψη τόσο στην περίπτωση μιας εκ νέου εφαρμογής των δραστηριοτήτων όσο και στην περίπτωση επανασχεδιασμού και επέκτασης αυτών. Για παράδειγμα οι δυσκολίες που αντιμετώπισαν οι μαθητές στις προσπάθειά τους να φέρουν σε πέρας συγκεκριμένες δραστηριότητες συνδέθηκαν όχι μόνο με δυσκολίες που έχουν να κάνουν με την προς διερεύνηση έννοια, αλλά και με τις σημάνσεις του εργαλείου ή τη φαινομενολογία της οθόνης. Μόνο αν καταλάβουμε τα νοήματα που δημιουργούν οι μαθητές και τη διαδικασία με την οποία αυτά παράγονται, θα μπορέσουμε να διαμορφώσουμε μαθησιακά περιβάλλοντα που να δίνουν πιο πλούσιες ευκαιρίες στους μαθητές να παράξουν (Κυνηγός, 2006).

Από θεωρητική σκοπιά, στόχος της παρούσας έρευνας υπήρξε ο εντοπισμός συγκεκριμένων επαναλαμβανόμενων προτύπων (patterns) και κανονικοτήτων στον τρόπο που οι μαθητές δημιούργησαν νοήματα και ο συσχετισμός αυτών των προτύπων με τα μέσα που τα κατέστησαν εφικτά. Σε πρακτικό επίπεδο τα πορίσματα της παρούσα έρευνα αποτελούν ενδείξεις για τον τρόπο που η διδασκαλία της έννοιας της γωνίας στο Δημοτικό σχολείο, θα μπορούσε να αξιοποιήσει τις δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών. Οι δυνατότητες των ψηφιακών τεχνολογιών φαίνεται ότι μπορούν να αναμορφώσουν τον τρόπο με τον οποίο τα μαθηματικά διδάσκονται, ανανεώνοντας παράλληλα το ενδιαφέρον για πεδία των μαθηματικών, όπως η τριδιάστατη γεωμετρία, τα οποία λόγω της δυσκολίας τους βρίσκονται στο

περιθώριο. Έτσι το ζητούμενο δεν είναι το πώς δραστηριότητες σαν αυτές που περιγράφησαν μπορούν να ενσωματωθούν στα υπάρχοντα αναλυτικά προγράμματα, αλλά πώς αυτά τα προγράμματα πρέπει να αλλάξουν για να εκμεταλλευτούν τα πλεονεκτήματα των ψηφιακών εργαλείων. Το ερώτημα τι είναι διδακτέο, με ποιο τρόπο και σε ποιες ηλικίες παραμένει ανοικτό.

Στα πλαίσια των μικροκόσμων και των δραστηριοτήτων που σχεδιάστηκαν στην παρούσα διατριβή έγινε εφικτή η διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο αντιλαμβάνονται οι μαθητές την έννοια της γωνίας ως στροφή στα πλαίσια ενός δισδιάστατου και ενός τρισδιάστατου περιβάλλοντος Γεωμετρίας της Χελώνας. Μολαταύτα, επιπλέον έρευνα χρειάζεται, ώστε να διερευνηθεί το πώς η έννοια της γωνίας μπορεί να συνδυαστεί με την πλοήγηση και τον προσανατολισμό στο χώρο, καθώς και με τη χρήση μεταφορών. Η χρήση της ενσώματης μεταφοράς της χελώνας στον τρισδιάστατο χώρο γεννά έντονο προβληματισμό, καθώς φαίνεται να είναι σε μεγάλο βαθμό αντιδιδασθητική, ενώ η πρόκληση έγκειται στη ανάπτυξη εργαλείων, όπου η χρήση κατάλληλων μεταφορών και σημάνσεων, θα επιτρέψει στους μαθητές να διασυνδέσουν λειτουργικά ενσώματες δράσεις και κοινωνικά διαμεσολαβημένες εμπειρίες με διαδικασίες συμβολισμού και οπτικοποίησης των μαθηματικών εννοιών.

Οι πρόσφατες τεχνολογικές εξελίξεις και η ανάπτυξη τρισδιάστατων υπολογιστικών περιβαλλόντων θέτουν με τη σειρά τους νέες προκλήσεις όσον αφορά στην κατανόηση των γραφικών αναπαραστάσεων, γεγονός που απαιτεί τη διερεύνηση των συμβάσεων που χρησιμοποιούνται για να δημιουργηθεί η αίσθηση του τρισδιάστατου στην επίπεδη οθόνη του υπολογιστή, καθώς και το πώς αυτές οι συμβάσεις επιδρούν στην αντίληψη των διαμεσολαβούμενων γεωμετρικών δομών. Μια πιο ρεαλιστική αναπαράσταση του χώρου ή η ύπαρξη πολλαπλών οπτικών δε συνεπάγεται απαραίτητα βαθύτερη κατανόηση, ενώ παράλληλα μπορεί να αυξήσει σημαντικά το γνωστικό φόρτο. Η έρευνα σχετικά με τη χρήση τρισδιάστατων περιβαλλόντων για τη διδασκαλία της γεωμετρίας έχει μόλις αρχίσει.

8 ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

Η Ελληνική και η Αγγλική βιβλιογραφία είναι συγχωνευμένες. Η λογική που ακολουθείται βασίζεται στην αριθμητική σειρά των γραμμάτων στο κάθε αλφάβητο, με τα Αγγλικά να προηγούνται των Ελληνικών. Με αυτή τη λογική, οι αναφορές που στα Ελληνικά ξεκινούν από το γράμμα Γ παρατίθενται αμέσως μετά τις αναφορές που βρίσκονται μετά το Αγγλικό γράμμα C. Η ίδια λογική ακολουθείται και για τα επόμενα γράμματα του κάθε ονόματος (2ο, 3ο κοκ)

- Abelson H. and DiSessa A. (1981). *Turtle Geometry: The Computer as a Medium for Exploring Mathematics*. Cambridge M.A.: MIT Press.
- Alibali, M. W., Kita, S., & Young, A. (2000). Gesture and the process of speech production: We think, therefore we gesture. *Language and Cognitive Processes*, 15, 593-613.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241.
- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 245-274.
- Artigue, M. (2009) (Ed.). *Integrated Theoretical Framework*, Del. 18, Representing Mathematics with Digital Media (REMATH), Project Number: IST4-26751.
- Arzarello, F. & Robutti, O. (2001). From body motion to algebra through graphing. In: H. Chick, K. Stacey, Jill. Vincent & John. Vincent (Eds.), *12th ICMI Study Conference: The future of the teaching and learning of algebra*, 1, 33-40. Melbourne, Australia
- Arzarello, F., Thomas, M. O. J., Corballis, M. C., Hamm, J. P., Iwabuchi, S., Lim, V. K., et al. (2009). Didactical consequences of semantically meaningful mathematical gestures. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 57-64). Thessaloniki, Greece: PME.
- Askew, M. (2004). Mediation and interpretation: Exploring the interpersonal and the intrapersonal in primary mathematics lessons. In M. Johnsen Hoines & A. Berit Fuglestad (Eds), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (p.p. 71-78). Bergen, Norway: PME
- Balacheff, N. & Kaput, J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. In A. J. Bishop, K. Klements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds), *International Handbook on Mathematics education* (pp. 469-501). Dordrecht: Kluwer.
- Bannan-Ritland, B., (2003). The role of design in research: The integrative learning design framework. *Educational Researcher*, vol. 32(1), 21-24.
- Barab, S., & Squire, K. (2004). Design-based research: Putting a stake in the ground. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 1-14.
- Bereiter, C. (1997). *Situated cognition and how to overcome it*. In D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 281-300). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Berthelot, R. & Salin, M.H. (1998). The Role of Pupil's Spatial Knowledge in the Elementary Teaching of Geometry. In C. Mammana & V. Villani (Eds.) *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Brown, J., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated Cognition and the Culture of Learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32-42
- Brown, A. & Dowling, P., (1998). *Doing Research / Reading Research: A Mode of Interrogation for Education*. London: Falmer Press
- Chapman, A. (2003) A social Semiotic of Language and Learning in School Mathematics. In M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, & V. V. Cifarelli (Eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing* (pp. 129-148). Ottawa: Legas Publishing.

- Christou, C.G. and Bulthoff, H.H. (1999) View dependence in scene recognition after active learning. *Memory and Cognition*, 27, 996-1007.
- Clements, D.H. and Battista, M.T.(1989). Learning of geometric concepts in a Logo Environment'. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 450–467.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1990). The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(5), 356 - 371
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.420-464). New York: Macmillan.
- Clements, D.H., Battista, M.T., Sarama, J. & Swaminathan, S.: (1996). Development of turn and turn measurement concepts in a computer-based instructional unit'. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 313–337.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (1997a). Research on Logo: A decade of progress. *Computers in the Schools*, 14 (1/2), 9-46.
- Clements, D. H., and Sarama, J. (1997b). Children's mathematical reasoning with the turtle. In L. D. English, (1997) (Ed.). *Mathematical reasoning: Analogies, Metaphors and Images*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Clements, D. & Burns, B. (2000). Students' development of strategies for turn and angle measure. *Educational studies in Mathematics*, 41, 31-45.
- Clements, D. H., Sarama, J., Yelland, N. J., & Glass, B. (2008). Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.) *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Volume 1, Research Syntheses* (pp. 109-154). New York: Information Age.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31, 175 – 190.
- Cobb P., Confrey J., DiSessa A., Lehrer R., and Schauble L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cohen, L., Manion, L. (1994). *Research methods in Education*. London: Routledge.
- Cole, M. (1990). Cognitive development and formal schooling: The evidence from cross-cultural research. In L. Moll, (Ed), *Vygotsky and Education*. Cambridge: University Press.
- Cole, M. & Engestrom, Y., (1993). A cultural historical approach to distributed cognition. In G. Salomon, (Ed.), *Distributed Cognitions. Psychological and Educational Considerations*. Cambridge: University Press.
- Cope, P. & Simmons, M., (1991). Children's explorations of rotation and angle in limited Logo microworlds. *Computers in Education*, 16(2), 133-141.
- Cope, P., Smith, H., & Simmons, M. (1992). Misconceptions concerning rotation and angle in LOGO. *Journal of Computer Assisted Learning*, 8(1), 16-24.
- Creswell, J., (2003). *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing among five traditions*. London: Sage Publications
- Crook, C. (1987). Computers in the Classroom: Defining a social context. In J. C. Ruthkowska, & C. Crook (Eds), *Computers Cognition and Development: Issues Of Psychology in Education*. Chichester: John Willey and sons.
- Crook, C., (1992). Young Children's skill in using a mouse to control a graphical computer interface. *Computers in Education*, 19(3), 199-207.
- Crook, C., (1994). *Computers and the Collaborative Experience of Learning*. London: Routledge.
- Cuoco, A. & Curcio, F. (2001). *The Role of Representation in School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM
- Davydof, V. & Markova, A. (1983). A concept of educational activity for children, *Soviet Psychology*, 11(2), 50-76.
- Design-Based Research Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.

- Danesi, M. (2003). Iconicity and metaphorical thinking in teaching word problem-solving. In M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, & V. V. Cifarelli (Eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing* (pp. 169-181). Ottawa: Legas Publishing.
- diSessa, A. A. (2000). *Changing Minds: Computers, Learning, and Literacy*. Cambridge, MA: MIT Press.
- diSessa, A., & Cobb, P. (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 77-103.
- Douek, N., (1998). Analysis of a long term construction of the angle concept in the field of experience of sunshadows. In: Olivier A (Ed), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 264-271). University of Stellenbosch, South Africa: PME.
- Dreyfus, T. (1991). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. In: F. Furinghetti (Ed), *Proceedings of the 15th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 33-48). Assisi: PME
- Drijvers, P., Kieran, C., & Mariotti, M.A. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology - Rethinking the terrain* (pp. 89-132). New York/Berlin: Springer.
- Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processing. In R. Sutherland and J. Mason (Eds), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 142-157). Berlin: Springer.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, pp. 3-26). Lahti, Finland: PME.
- Duval, P. (2006). A Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 1-2.
- Edwards, L. D. (1995). Microworlds as representation. In A. A. diSessa, C. Hoyles, R. Noss, & L. Edwards (Eds.), *Computers and Exploratory Learning* (pp. 127-154). Berlin: Springer.
- Edwards, L. (2003). A Natural History of Mathematical Gesture. Paper presented to the *American Educational Research Association Annual Meeting*, Chicago. Retrieved from: http://www.hawaii.edu/pme27/PME_Downloads/Working_Session_1/NaturalHist.doc
- Edwards, L. (2005). The role of gestures in mathematical discourse: Remembering and problem solving . In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 135-138). Melbourne:PME
- Eisenberg, M. (1995). Programmable Applications: Exploring the Potential for Language/Interface Symbiosis. *Behaviour and Information Technology*, 14(1), 56-66.
- Engestrom, Y. (1987). *Learning by Expanding*, Helsinki:Orienta-Konsultit Oy
- English, L. (1997) Analogies, Metaphors, and Images: Vehicles for Mathematical Reasoning. In L. D.English, , (Ed.) *Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors and Images* (pp. 3-20). Manham NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press
- Ernest, P. (1993). What is social constructivism in the psychology of mathematics education? In J. P. Ponte, and J. F. Matos, (Eds) *Proceedings of the 18th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 304-311) Lisbon, Portugal: PME.
- Ernest, P. (1994). Social constructivism and the psychology of mathematics education In P. Ernest (Ed.), *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education* (pp. 62-72). London: Falmer Press

- Ernest, P. (1998), *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany NY: SUNY Press.
- Ernest, P. (1999). Forms of knowledge in mathematics and mathematics education: Philosophical and rhetorical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 67–83.
- Ernest, P. (2006). A Semiotic perspective of mathematical activity: The case of number. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 67-101
- Fein, G. G., Scholnick, E. K. , Campbell, E. K., Schwartz, S. S., Frank, R., (1987). Computing Space: A conceptual and developmental Analysis of LOGO. In R. E. Mayer (Ed.), *Teaching and learning computer programming: Multiple research perspectives* (pp. 55–74). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Ferrara F., & Nemirovsky, R. (2005). Connecting talk, gesture, and eye motion for the microanalysis of mathematics learning. In: H.L. Chick & J.L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Research Forum) (Vol.1, pp. 137-142). University of Melbourne, Australia: PME.
- Fischbein, E.: (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: Reidel.
- Fishbein, E. (1993). The theory of figural concepts, *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139 -162.
- Flewitt, R. S.; Hampel, R.; Hauck, M. and Lancaster, L. (2009). What are multimodal data and transcription? In: J. Carey (Ed.) *The Routledge Handbook of Multimodal Analysis* (pp. 40–53). London: Routledge.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel
- Fyhn, A. B. (2008). A climbing class’ reinvention of angles. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 19-35.
- Geva, E. & Cohen, R. (1987). Understanding turn commands in LOGO: A cognitive perspective. *Instructional Science*, 16(4), 337-350.
- Goetz, J. P., & LeCompte, M. D. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research*. London: Academic Press
- Gomes, A. S., & Vergnaud, G. (2004). On the learning of geometric concepts using Dynamic Geometry Software. *Novas Tecnologias na Educação*, 2(1), 1-20.
- Goodchild, S., & English, L. (Eds.). (2002). *Researching mathematics classrooms: A critical examination of methodology*. Westport, CT: Greenwood.
- Goos, M., Galbrath, P., & Renshaw, P. (2002). Socially mediated metacognition: Creating collaborative Zones of Proximal Development in small group problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 193–223.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from the learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17-51). London: Routledge
- Guin, D., & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3, 195 – 227.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig and A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (vol. 1, pp. 3-19). Valencia: Universidad de Valencia.
- Hammersley, M., & Atkinson, P. (2007). *Ethnography: principles in practice*, (3rd ed.). London: Routledge.
- Harel, I. and Papert, S. (eds). (1991). *Constructionism: Research Reports and Essays*. Norwood, New Jersey: Ablex
- Harre, R., & Gillette, G. (1994). *The Discursive Mind*. London: Sage.
- Harvey, B. (1985). *Computer Science Logo Style* (Vols 1, 2 & 3). Cambridge: MIT Press.

- Hauptman, H. (2010). Enhancement of spatial thinking with Virtual Spaces 1.0. *Computers & Education*, 54 (1), 123–135.
- Healy L. & Kynigos, C. (2009). Charting the microworld territory over time: Design and construction in learning, teaching and developing mathematics. *The International Journal of Mathematics Education*, 42 (1), 63-76.
- Healy, L. (2008). Topic Study Group 15: Technology and Mathematics Education. Paper presented in *the 10th International Congress on Mathematics Education* (pp. 355-358), Denmark
- Healy, L., & Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 6, 235-256.
- Henderson, D. W., & Taimina, D. (2005) *Experiencing geometry. Euclidean and non Euclidean with History*. Upper Saddle River, NJ 07458: Pearson Prentice Hall.
- Herbert, S., & Pierce, R. (2007). Video evidence: What gestures tell us about students' understanding of rate of change. In J. M. Watson, & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practise: Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 362-371). Hobart: MERGA.
- Hoadley, C. (2004). Methodological alignment in design-based research. *Educational Psychologist*, 39(4), 203-212
- Hollebrands, K., Laborde, C. & Srasser R. (2008). Technology and the learning of geometry at the secondary level. In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Volume 1, Research Syntheses* (pp. 109-154). New York: Information Age.
- Hölzl, R. (2001). Using Dynamic Geometry software to add contrast to geometric situations – A case study. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 6, 63-86.
- Hölzl, R. (1996). How does ‘Dragging’ affect the learning of geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(2), 169-187.
- Hoyles, C. and Sutherland, R. (1989). *Logo Mathematics in the Classroom*. London: Routledge
- Hoyles, C., & Noss, R. (Eds) (1992). *Learning Mathematics and Logo*. Cambridge: MIT press.
- Hoyles, C. (1995). Κουλτούρα και υπολογιστές στο μάθημα των μαθηματικών. Στο Γαγάτσης, Α. (1995), *Διδακτική των Μαθηματικών, Θεωρία – Έρευνα*. Θεσσαλονίκη: Art of Text
- Hoyles, C., (2001). From describing to designing mathematical activity: The next step in developing a social approach to research in mathematics education? *Educational Studies in Mathematics*, 46, 273 – 276
- Hoyles, C., Noss, R. & Kent, P. (2004) On the integration of Digital Technologies into Mathematics Classrooms. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 309-326.
- Hughes, M., (1996). *Τα Παιδιά και η Έννοια των Αριθμών*. Αθήνα: Gutenberg
- Ivarsson, J., Linderöth, J., & Säljö, R. (2009). Representations in practices: a socio-cultural approach to multimodality in reasoning. In C. Jewitt (Ed.), *The Routledge Handbook of multimodal analysis* (pp. 201-212). London: Routledge
- Jewitt, C. (Ed.) (2009). *The Routledge Handbook of Multimodal Analysis*. London: Routledge
- Jonassen, D. H. (2000). *Computers as mindtools for schools: Engaging critical thinking (2nd Ed.)*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Jones, K., Mackrell, K. & Stevenson, I. (2010). Designing digital technologies and learning activities for different geometries. In C. Hoyles & J. Lagrange (Eds), *Mathematics Education and Technology: Rethinking the Terrain (ICMI Study 17)* (pp. 47-60). New York: Springer.
- Joseph, D. (2004). The Practice of design-based research: Uncovering the interplay between design, research, and the real-world context. *Educational Psychologist*, 39(4), 235-242.
- Kafai, Y. (1995). *Minds in play: Computer game design as a context for children's learning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Kafai, Y. and Resnick, M. (eds.) (1996). *Constructionism in Practice: Designing, Thinking and Learning in a Digital World*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Publishers.
- Kaput, J. (1995). Overcoming physicality and the eternal present: Cybernetic manipulatives. In R. Sutherland and J. Mason (Eds), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education* (161-177). Berlin: Springer.
- Kaput, J. (2005). Building intellectual infrastructure to expose and understand ever-increasing complexity. In: H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), . In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 147-154). Melbourne: PME.
- Κασσωτάκης, Μ. & Φλουρής, Γ. (2006). *Μάθηση και Διδασκαλία*, τομ. Α Μάθηση, Αθήνα.
- Keiser, J. (2004). Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth-grade students' discourse to the history of angle concept. *Mathematical Thinking and Learning*, 6 (3), 285-306
- Kieran, C., Hillel, J. and Erlwanger, S.(1986). Perceptual and analytical schemas in solving structured turtle–geometry tasks. In C. Hoyles, R. Noss and R. Sutherland (Eds.),*Proceedings of the Second Logo and Mathematics Educators Conference* (pp. 154–161). London: University of London
- Kieran, K., Forman, E. & Sfard, A. (2001). Learning discourse: Sociocultural approaches to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 1 – 12.
- Kontogiannopoulou-Polydorides, G. (1996). Educational paradigms and models of computer use: Does technology change educational practice? In T. Plomb, R. Anderson & Author (Eds) (1996) *Cross national policies and practices on computers in education*. Netherlands: Kluwer
- Krauss, R.M., Chen, Y., & Gottesman, R. F. (2000). Lexical gestures and lexical access: A process model. In D. McNeill (Ed.), *Language and gesture*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kress, G. & Leeuwen, T. (1996). *Reading images: The grammar of visual design*. London: Routledge
- Kress, G., Jewitt, C., Ogborn, J. & Tsatsarelis, C. (2001). *Multimodal teaching and learning. The rhetorics of the science classroom*. London: Continuum.
- Kress, G. & Leeuwen, T. (2001). *Multimodal Discourse. The modes and media of contemporary communication*. London: Arnold.
- Kress, G. (2002). Γλώσσα και εκπαίδευση στο νέο επικοινωνιακό τοπίο. *Γέφυρες*, 3, 32 – 57.
- Kynigos, C. (1992). The turtle metaphor as a tool for children doing geometry'. In C. Hoyles & R. Noss (Eds.), *Learning Logo and Mathematics*, 97-126. Cambridge MA: M.I.T. press
- Kynigos, C. (1995). Programming as a means of expressing and exploring ideas in a directive educational system: Three case studies. In A diSessa, C Hoyles, & R. Noss (Eds.), *Computers and Exploratory Learning*, (NATO ASI Series) (pp. 399-420). Heidelberg: Springer-Verlag,.
- Kynigos, C. (1997). Dynamic representations of angle with a Logo - based variation tool: A case study. In M. Turcsanyi-Szabo (Ed), *Proceedings of the Sixth European Logo Conference* (pp. 104-112). Budapest, Hungary
- Kynigos, C. (2002).Generating cultures for mathematical microworld development in a multi-organizational context. *Journal of Educational Computing Research*, (1 and 2), 183-209.
- Kynigos, C. (2004). A 'Black-and-White Box' approach to user empowerment with component computing. *Interactive Learning Environments*, 12 (1-2) 27-71.
- Kynigos, C. (2007). Half-baked Logo microworlds as boundary objects in integrated design. *Informatics in Education*, 6(2), 335–358.
- Kynigos, C., Koutlis, M. & Chatzilakos, Th. (1997). Mathematics with component-oriented exploratory software. *International Journal of Computers and Mathematical Learning*, 2, 229-250.
- Kynigos, C. & Latsi, M., (2007). Turtle's navigation and manipulation of geometrical figures constructed by variable processes in a 3d simulated space. *Informatics in Education*, 6(2), 1-14.

- Kynigos, C. & Psycharis, G. (2009). Investigating the role of context in experimental research involving the use of digital media for the learning of mathematics: Boundary objects as vehicles for integration. *International Journal for Computers in Mathematical Learning*, 14(3), 265–298.
- Kynigos, C., Psycharis, G. & Latsi, M. (2009). Meanings for angles through geometrical constructions in 3d space. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 3 (pp. 457-464). Thessaloniki, Greece: PME.
- Κυνηγός, Χ. (2006). *Το Μάθημα της Διερεύνησης*. Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα.
- Κυνηγός Χ., Γιαννούτσου Ν., Φράγκου Σ. (2006). Μετατρέποντας «Μισοψημένους Μικροκόσμους» σε ηλεκτρονικά παιχνίδια: μια πρόταση για τη διδασκαλία του προγραμματισμού. Στο Δαγδιλέλης Β., Ψύλλος, (επιμ), Πρακτικά του 5^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου: «Οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση», Θεσσαλονίκη 5-8 Οκτωβρίου 2006, τόμος β σελ. 440-448.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. and Strasser, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. In A. Gutiérrez, P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, (pp. 275–304), Rotterdam: Sense Publishers.
- Laborde, C. (2002). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283–317.
- Laborde C. (1995). Designing tasks for learning geometry in a computer based environment. In L. Burton & B. Jaworski (Eds), *Technology in Mathematics Teaching – A bridge between teaching and learning* (pp.35-68). London: Chartwell-Bratt.
- Laborde, C. and Laborde, J-M. (1995). What about a learning environment where euclidean concepts are manipulated with a mouse? In A. diSessa, C. Hoyles, R. Noss & L. Edwards (Eds), *Computers for Exploratory Learning* (pp. 241–261). Berlin: Springer-Verlag.
- Laborde, C.: 1992. Solving problems in computer-based geometry environment: the influence of the features of the software. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 24(4), 128–135.
- Lagrange, J.-B. (1999). Learning pre-calculus with complex calculators: mediation and instrumental genesis. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Haifa (Israel), July 25 -30, 1999, Vol. 3, 193 – 200.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- Lakoff, G., & Johnson, M., (1999). *Philosophy in the flesh: The embodied mind and its challenge to western thought*. New York: Basic Books.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (1997). Metaphorical structure of mathematics: sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. In English, L (Ed.) *Mathematical reasoning: analogies, metaphors, and images* (pp 21-89). Mahwah, N.J.: L. Erlbaum Associates.
- Lave, J.& Wenger. E., (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge: University Press.
- LeCompte, M. & Preissle, J. (2003). *Ethnography and qualitative design in educational research*. London: Academic Press
- Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137-168). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lemke, J. L. (2003). Mathematics in the middle: Measure, picture, gesture, sign, and word. In M. Anderson, A. Saenz-Ludlow, S. Zellweger & V. Cifarelli (Eds.), *Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing* (pp. 215-234). Ottawa: Legas Publishing.

- Littleton, K., (1999). Productivity through Interaction: An overview. In K. Littleton, & P. Light. (Eds.), *Learning with Computers: Analyzing productive interaction*. London: Routledge.
- Love, E. (1995), The functions of visualisation in learning geometry. In R. Sutherland and J. Mason (Eds), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*. Berlin: Springer.
- Lowrie, T. (2002). The influence of visual and spatial reasoning in interpreting simulated 3D worlds. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 301–318.
- Luria, A. R. (1976). *Cognitive Development: Its Cultural and Social Foundations*. Cambridge: Harvard University Press.
- Magina, S., (1995) Investigating the factors which influence the child's conception of angle. In L. Meira & D. Carraher (Eds), *Proceedings of the annual conference of the 19th International group for the Psychology in Mathematics Education*, Brazil, 3, pp. 19-26
- Magina, S. & Hoyles, C. (1997) Children's understandings of turn and angl. In T. Nunes & P. Bryant (Eds), *Learning and teaching mathematics: An international perspective*, (pp. 99–114). East Sussex: Psychology Press.
- Mariotti, M. A. (1995). Images and concepts in geometrical reasoning. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (NATO ASI Series, pp. 97-116). Berlin: Springer Verlag.
- Mariotti, M. A., (1999). *Geometry: Dynamic intuition and theory*, Available in: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00190493/en/>
- Mariotti, M. A. (2002). Influence of technologies advances on students' math learning. In M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh & D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Manham, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Matos, J. (1990). The historical development of the concept of angle (1). *The mathematics educator*, 1(1), 4-11.
- Matos, J. (1991). The historical development of the concept of angle (2). *The mathematics educator*, 2(1), pp. 18-24.
- Matos, M.: (1994). Cognitive models of the concept of angle. In J. P. da Ponte and J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3, pp. 263–270. Lisbon: PME.
- Mayer, E. R. (1995). Μαθηματική Ικανότητα. Στο Σ. Βοσνιάδου (1995). *Η ψυχολογία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago Press.
- McNeill, D. (Ed.) (2000). *Language and Gesture*: Cambridge: Cambridge University Press.
- Mercer. N. (1996). The quality of talk in children's collaborative activity in the classroom. *Learning and Instruction*, 6(4), 359-377.
- Mercer, N. & Fischer, E. (1997). The Importance of talk. In R. Wegerif, & P. Scrimshaw (Eds.), *Computers and Talk in the Primary Classroom*. Clevedon: Multilingual Matters.
- Mercer, N. & Wegerif, R., (1999). Is exploratory talk productive talk? In K. Littleton & P. Light (Eds.), *Learning with Computers: Analysing productive interaction*. London: Routledge
- Mitchelmore, M. C. (1993). Concrete contexts for abstracting angle concepts. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu & F.-L. Lin (Eds.), *Proceedings of the 16th international conference on the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, p. 263). Tsukuba, Japan: PME
- Mitchelmore, M. C., & White, P. (1995). Abstraction in mathematics: Conflict, resolution and application. *Mathematics Education Research Journal*, 7, 50-68.
- Mitchelmore, M.C. (1997) Children's informal knowledge of physical angle situations. *Learning and Instruction*, 7, 1–19.
- Mitchelmore, M. C. (1998) Young students' concepts of turning and angle. *Cognition and Instruction*, 16, 265–284.
- Mitchelmore, M.C. and White, P. (1998). Recognition of angular similarities between familiar physical situations. In A. Olivier and K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 20th*

-
- International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 271–278). Stellenbosch: PME.
- Mitchelmore, M. C & White, P. (2000). Development of angle concept by progressive abstraction and generalisation. *Educational studies in Mathematics*, 41, 209-238.
- Miura, I. T. (2001). The influence of language on mathematical representations. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 Yearbook* (pp. 53-62). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Morgan, C., (2003). The linguistic construction of social identities in mathematical communities. In M. Anderson, A. Saenz-Ludlow, S. Zellweger, & V. Cifarelli (Eds.) *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*, Toronto: Legas
- Morgan C. (2008). *Teaching Experiment Analysis of Alien DDA by IOE*, Del. 13, ReMath: Representing Mathematics with Digital Media, Sixth Framework Programme, IST-4, Information Society Technologies, Project Number: IST4-26751
- Morgan, C., Alshwaikh, J. (2009). *Mathematical activity in a multi-semiotic environment*. Paper presented at the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Working Group 6 Language and Mathematics.
- Morgan, C., Mariotti, M. & Mafei, L., (2009). Representation in computational environments: Epistemological and social distance. *International Journal for Computers in Mathematical Learning*, 14, 241-263.
- Nemirovsky, R., Noble, T. (1997) Mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies of Mathematics* 33(2), 99-131.
- Newcombe, N. & Learmonth, A. (2005). Development of spatial competence. In P. Shah & A. Miyake (Eds.), *The Cambridge Handbook of Visuospatial Thinking* (pp. 213 – 256). Cambridge: Cambridge University Press.
- Noble, T., Nemirovsky, R., Wright, T. & Tierney C. (2001). Experiencing change: The mathematics of change in multiple environments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(1), 85-108.
- Noss, R. (1987). Children's learning of geometrical concepts through Logo. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 343-362.
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Noss, R., Healy, L. & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 203–233.
- Noss, R. (2001). For a learnable mathematics in the digital culture. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 21 – 46.
- Noss, R. (2010) Reconstructing constructionism, In: Clayson, E.J., Kalaš, I, (Eds.), *Proceedings of Constructionism 2010 – 12th European Logo Conference*. Bratislava: Faculty of Mathematics, Physics and Informatics Comenius University.
- Nunes, T. (1997). Systems of signs and mathematical reasoning. In T. Nunes, & P. Bryant, (Eds.) *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. London: Psychology Press.
- Núñez, R., Edwards, L.D., & Matos, J. . (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3), 45-65.
- O'Halloran, K. (2003). Implications of mathematics as a multisemiotic discourse. In M. Anderson, A. Saenz-Ludlow, S. Zellweger & V. Cifarelli (Eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Toronto: Legas.
- O'Halloran, K. (2005). *Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images*. London: Continuum.
- Olive. J. (2000). Computer tools for interactive mathematical activity in the elementary school. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 241-262.

- Ozyurek, A. (2000). The influence of addressee location on spatial language and representational gestures of direction. In D. McNeill (Ed.), *Language and gesture* (pp. 64-83). Cambridge: Cambridge University Press.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2006). *Μαθηματικά Α' Δημοτικού: Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2006). *Μαθηματικά Β' Δημοτικού*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2006). *Μαθηματικά Γ' Δημοτικού: Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής*, Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2006). *Μαθηματικά Δ' Δημοτικού*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2006). *Μαθηματικά Ε' Δημοτικού*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2006). *Μαθηματικά Στ' Δημοτικού*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Papert, S. (1972). Teaching Children to be mathematicians vs. teaching about mathematics. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 3, 249-262.
- Papert, S. (1980). *MindStorms – Children, computers and powerful ideas*. London: The Harvester Press.
- Papert, S. (1987). Computer criticism vs technocentric thinking. *Educational Researcher*, 17, 22-33.
- Papert, S. (1988). The Conservation of Piaget: The Computer as grist to the Constructivist Mill. In G. Forman & P. Pufall (Eds.), *Constructivism in the Computer Age*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum.
- Papert, S. A. (1990). Introduction. In I. Harel (Ed.), *Constructionist Learning*. Boston:MIT.
- Papert, S. (1993). *The children's machine. Rethinking school in the age of the computer*. New York: BasicBooks.
- Parzysz, B. (1988). “Knowing” vs. “seeing”. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 79-92.
- Pea, R. (1983) Logo programming and Problem Solving. Paper presented in The American Educational Research Association Symposium ‘Chameleon in the classroom: Developing roles for the computer’ Montreal, Canada: Technical Report 12
- Pea, R. (1993) Practices of distributed intelligence and designs for education. In G. Salomon, (Ed.), *Distributed Cognitions. Psychological and educational considerations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. London: Routledge & K. Paul.
- Piaget, J., Inhelder, B. and Szeminska, A.(1960). *The child's conception of geometry*. London: Routledge.
- Piaget, J. (1967/1971). *Biology and knowledge: An essay on the relation between organic regulations and cognitive processes*. Chicago: University of Chicago Press.
- Perkins, D., N. (1993) Person-plus: a distributed view of thinking and learning. In G. Salomon (Ed.), *Distributed Cognitions. Psychological and educational considerations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualisation in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, (pp. 275–304). Rotterdam: Sense Publishers
- Psycharis, G. (2006). Dynamic manipulation schemes of geometrical constructions: Instrumental genesis as an abstraction process. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 30)*, Vol. 4 (pp. 385-393). Prague: Charles University
- Psycharis, G. & Kynigos, C. (2008) Exploring angle through geometrical constructions in a simulated 3D space. In *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematics Education*, Mexico. Available on line: <http://tsg.icme11.org/document/get/269>

- Pufall, P. (1988). Function in Piaget's system: Some notes for constructors of microworlds. In G. Forman & P.B. Pufall (Eds.), *Constructivism in the computer age* (pp. 15-35). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Radford, L. (2003). On culture and mind: A post – vygotskian semiotic perspective with an example from greek mathematical thought. In M. Anderson, A. Saenz-Ludlow, S. Zellweger, & V. Cifarelli (Eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Toronto: Legas
- Radford, L., Demers, S., Guzmán, J. and Cerulli, M. (2003) Calculators, graphs, gestures, and the production meaning. In N. Pateman, B. Dougherty and J. Zilliox (eds.), *Proceedings of the 27 Conference of the international group for the psychology of mathematics education* (PME27 –PMENA25) (Vol. 4, pp. 55-62). University of Hawaii: PME
- Radford, L. (2005). Why do gestures matter? Gestures as semiotic means of Objectification. In Helen L. Chick, Jill L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 143-145) Melbourne: PME
- Radford, L., Schubring, G. & Seeger, F. (Eds) (2008). *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, history, classroom and culture*. Rotterdam/ Taipei: Sense Publishers.
- Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91 - 95.
- Radford, L. (2009). Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In *Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education* (CERME 6). Université Claude Bernard, Lyon, France.
- “ReMath” (2005-2009): Representing Mathematics with Digital Media, European Community, 6th Framework Programme, Information Society Technologies, IST-4-26751-STP, <http://remath.cti.gr>.
- Resnic, B. L. (1995). Αναπτύσσοντας τη Μαθηματική Γνώση. Στο Σ. Βοσνιάδου (1995). *Η ψυχολογία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Reynolds, F. J., & Reeve, R. A. (2002). Gesture in collaborative mathematical problem-solving. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 447-460.
- Richards, J. & Glasersfeld, E. von (1980). Jean Piaget, the psychologist of epistemology. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11, 29- 36.
- Roberts, R. (1984). *Young Children's spatial frames of reference in simple computer graphics programming*, Unpublished Doctoral Dissertation, University of Virginia
- Ruthven, K., Laborde, C., Leach, J., & Tiberghien, A. (2009). Design tools in didactical research: Instrumenting the epistemological and cognitive aspects of the design of teaching sequences. *Educational Researcher*, 38(5), 329-342.
- Sabena, C. (2004). The role of gestures in conceptualisation: An exploratory study on the integral function. In M. Hoines & A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4 pp.145-152). Bergen, Norway: PME.
- Sabena, C. (2008). On the Semiotics of gesture. In , L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger, (Eds) *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, history, classroom and culture*, (19-38). Rotterdam/ Taipei: Sense Publishers.
- Sabena, C., Yoon, C., Arzarello, F., Dreufus, T. Bomingo, P. & Thomas, M. (2009). Relationship and control within semiotic bundle. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (Eds), *Proceedings of the 33th International Conference on the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 33-40). Thessaloniki, Greece: PME
- Sachter, J. (1991). Different styles of exploration and construction of 3d spatial knowledge. In a 3d Computer Graphics Microworld. In I. Harel & S. Papert, (Eds), *Constructionism: Reseach Reports and Essays*. Norwood, New Jersey: Ablex. Publishing.
- Sáenz-Ludlow, A. (2003). Classroom mathematics discourse as an evolving interpreting game. In M. Anderson, A. Sáenz-Ludlow, S. Zellweger, and Cifarelli, V. (Eds.), *Educational Perspectives on Mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing* (pp. 253-284). Ottawa, Canada: Legas Press

- Saljo, P., (1999). Learning as the use of tools: a sociocultural perspective on the human-technology link. In K. Littleton & P. Light (Eds), *Learning with Computers: Analysing productive interactions*. London: Routledge
- Saussure, F. (1983). *Course in General Linguistics*. London: Duckworth
- Sfard, A. (1997). On metaphorical roots of conceptual growth (A commentary). In L. English, (ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (pp. 339-371). London: Erlbaum.
- Sfard, A. (2000). Steering (dis)course between metaphor and rigor: Using focal analysis to investigate an emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 296 – 327.
- Sfard, A. (2002). There is more to discourse than meet the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13 – 57.
- Shaw, A. (1996). Social constructionism and the inner city: Designing environments for social development and urban renewal. In Y. Kafai and M. Resnick (Eds.) *Constructionism in practice: Designing, thinking and learning in a digital world*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Sherin, B. (2002). Representing geometric constructions as programs: A brief exploration. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(1), 101-115.
- Simmons, M. & Cope, P. (1990). Fragile knowledge of angle in turtle geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 375 – 382.
- Simmons, M., & Cope, P. (1993). Angle and rotation: Effects of different types of feedback on the quality of response. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 163-176.
- Sinclair, M. P. (2003). The provision of accurate images with dynamic geometry. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 27th PME International Conference* (Vol. 4, pp. 191–198). University of Hawaii: PME
- Skemp, R. (1986). *The psychology of learning mathematics*. Harmondsworth: Penguin.
- Steffe, L. & Kieren. T (1994). Radical Constructivism and Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 711 – 733.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a Mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 131-162.
- Strasser, R. (2001). "Cabri-géomètre: Does a Dynamic Geometry Software (DGS) Change Geometry and its Teaching and Learning?" *International Journal for Computers in Mathematics Learning* 6(3): 319-333.
- Strauss, A., & Corbin, G. (1998). *Basics of qualitative research*. London: Sage Publications.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981) Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity in *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151- 169
- Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281-307.
- Turkle, S. & Papert, S. (1990). Epistemological pluralism: styles and voices within the computer culture. In I. Harel & S. Papert (Eds.) *Constructionism* (pp.161-193). Norwood, N.J: Ablex Publishing.
- Tversky, B. (2005). Functional Significance of Visuospatial Representations. In P. Shah and A. Miyake (Eds.), *The Cambridge Handbook of Visuospatial Thinking* (pp. 1-34). New York: Cambridge University Press
- Van den Akker J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (Eds.) (2006). *Educational Design Research*. London: Routledge
- Van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο. Μια εξελικτική διαδικασία*. Αθήνα: Τυπωθύτω – Γιώργος Δαρδανός
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative Structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, Reston, VA: NCTM

-
- Verillon, P. & Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77 – 101.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Hingham, MA: Kluwer Academic Publishers
- Von Glasserfeld, E. (1989). Cognition, construction of knowledge, and teaching. *Syntheses*, 80, 121–40.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: The development of higher psychological processes*. Cambridge University Press
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language*. Massachusetts: The MIT press
- Vygotsky, L. S. (1997). *Collected works, Vol. 4* (R. Rieber, Ed.). New York: Plenum.
- Watson, D. (2001). Pedagogy before Technology: Rethinking the Relationship between ICT and Teaching. *Education and Information Technology*, 6, 4, 251-266.
- Wertsch, J. V. (1985). *Vygotsky and the Social Formation of Mind*. Harvard: Harvard University Press
- Wickens C., Vincow, M. & Yeh, M. (2005). Design applications of visuospatial thinking: The importance of frame of reference. In P. Shah & A. Miyake (Eds), *The Cambridge Handbook of Visuospatial Thinking* (pp. 383-425). Cambridge: Cambridge University Press.
- White, P., & Mitchelmore, M. C. (2001a). *Teaching angles by abstraction: A professional development experiment in Year 3*. Report 2001, New South Wales Department of Education and Training
- White, P., & Mitchelmore, M. C. (2001b). Teaching for abstraction: Angle as a case in point, In J. Boris, B. Perry, & M. Mitchelmore, (Eds), *Numeracy and Beyond* (Proceedings of the 24th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Sydney) (pp. 531-538). Sydney: Merga
- Yakimanskaya, I.S. (1991). The Development of Spatial Thinking in Schoolchildren. In P. S. Wilson & E. J. Davis (eds), *Soviet Studies in Mathematics Education*, Vol. 3. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yeh, A. J. & Nason, R. A. (2004).. *Toward a Semiotic Framework for Using Technology in Mathematics Education: The Case of Learning 3D Geometry*. In International Conference on Computers in Education, November 30th to December 3rd. 2004. Melbourne Australia. Available on line:
http://eprints.qut.edu.au/1380/1/icce2004_semioticsYeh.pdf
- Yoo, C., Michael, O. & Dreufus, T. (2009). Gestures and virtual space. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33th International Conference on the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 409-416). Thessaloniki, Greece: PME.

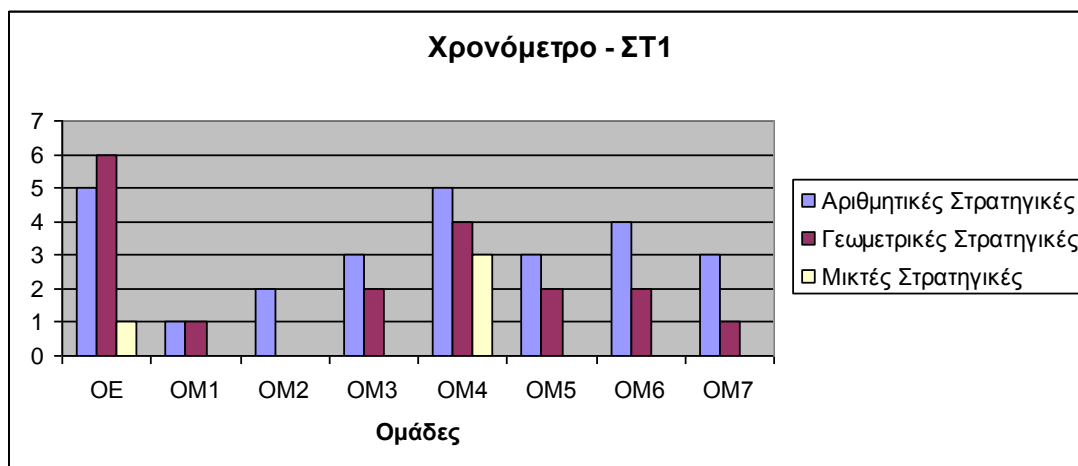
9 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

9.1 Ποσοτικά δεδομένα

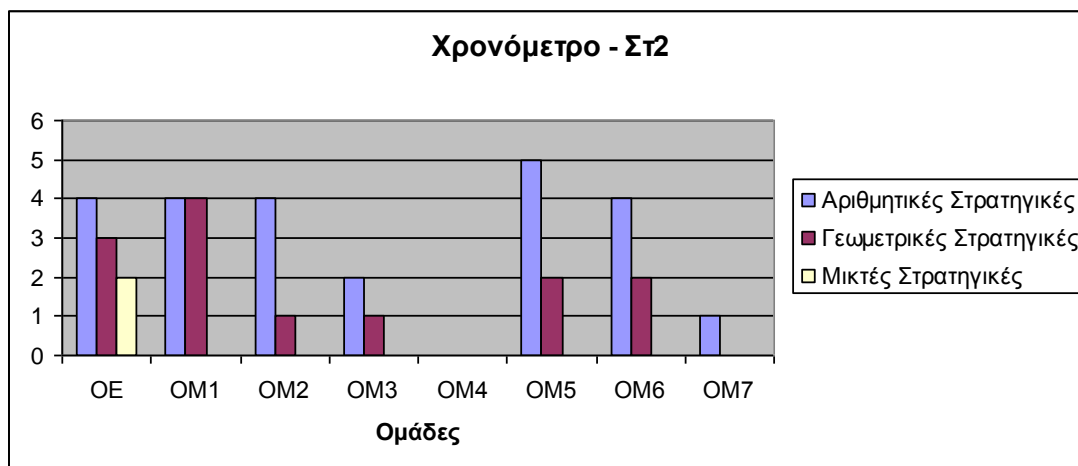
9.1.1 Ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών στο πλαίσιο του υπολογιστικού περιβάλλοντος 'Χελωνόκοσμος'

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών αναφορικά με το προσδιορισμό του μεγέθους της γωνίας στροφής στα πλαίσια του υπολογιστικού περιβάλλοντος 'Χελωνόκοσμος' ανά δραστηριότητα και τμήμα. Η ποσοτική εκτίμηση των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα και τμήμα διαρθρώνεται με βάση τη χρονική εξέλιξη των δραστηριοτήτων. Συνεπώς η παρουσίαση αναδεικνύει ταυτόχρονα και τη χρονική εξέλιξη της χρήσης των διαφόρων στρατηγικών. Η ανάδειξη της χρονικής συνιστώσας στην εξέλιξη των παραπάνω διαδικασιών αποτέλεσε κεντρική ερευνητική επιλογή, καθώς η εργασία των παιδιών αναδείχτηκε σύμφυτη με επιρροές από τη χρήση των υπολογιστικών εργαλείων, στα πλαίσια πάντα των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων.

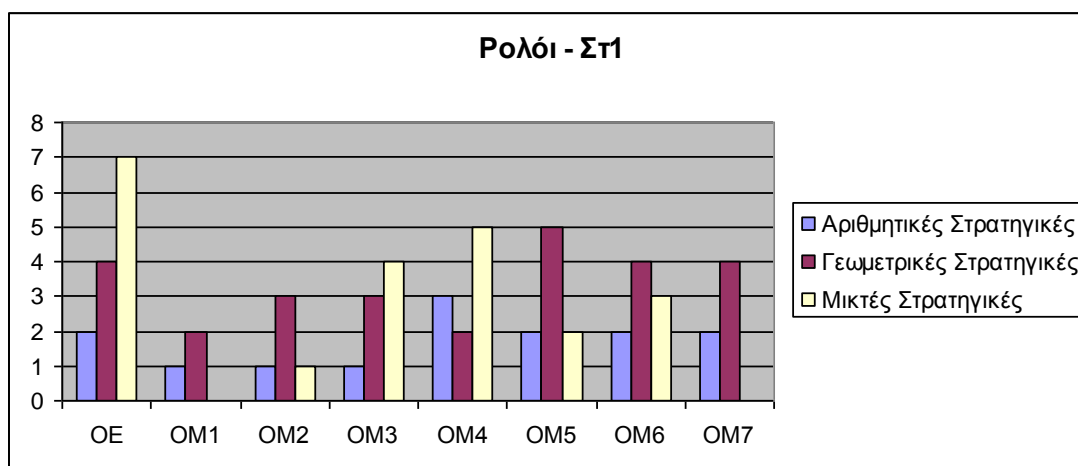
Στη δραστηριότητα 'Χρονόμετρο' τα ραβδογράμματα 1 και 2 δείχνουν ότι τόσο στο Στ1 όσο και στο Στ2 οι μαθητές προσέγγισαν τη δραστηριότητα ως επί το πλείστον μέσω αριθμητικών και γεωμετρικών στρατηγικών, ενώ στην αμέσως επόμενη δραστηριότητα 'ρολόι', υπάρχει μια σαφής μείωση των αριθμητικών στρατηγικών και μια σημαντική αύξηση της χρήσης μικτών στρατηγικών, όπως φαίνεται στα ραβδογράμματα 3 και 4.



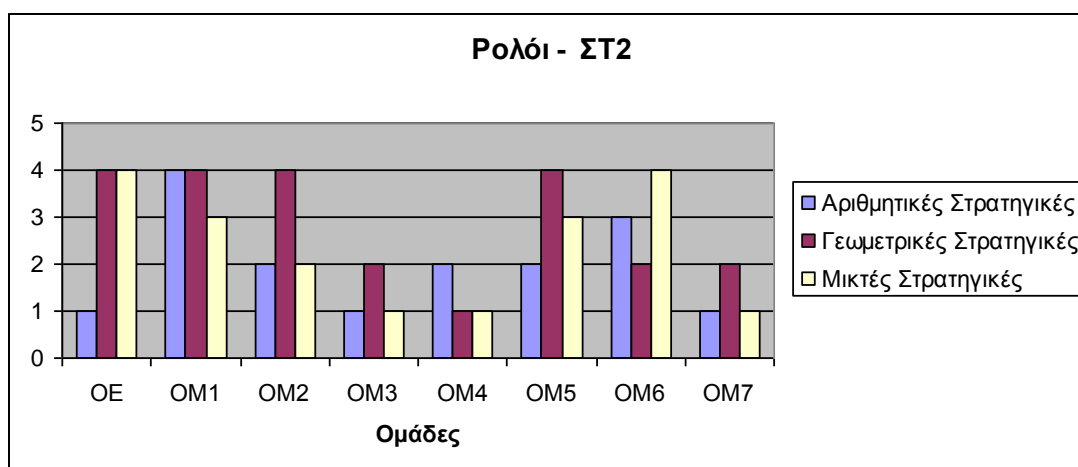
Ραβδόγραμμα 1: Οι απόλυτες τιμές των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ1 κατά τη δραστηριότητα 'Χρονόμετρο'



Ραβδόγραμμα 2: Οι απόλυτες τιμές των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ2 κατά τη δραστηριότητα 'Χρονόμετρο'

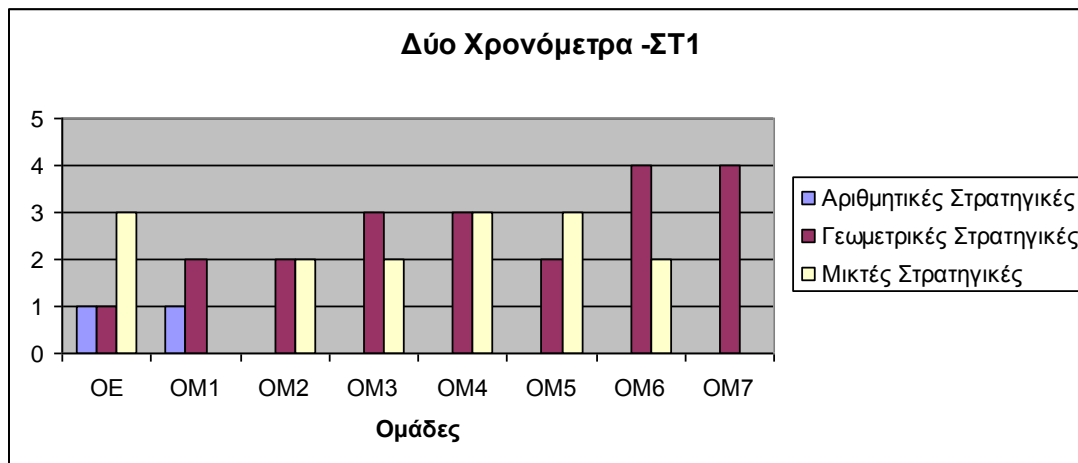


Ραβδόγραμμα 3: Οι απόλυτες τιμές των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ1 κατά τη δραστηριότητα 'Ρολόι'

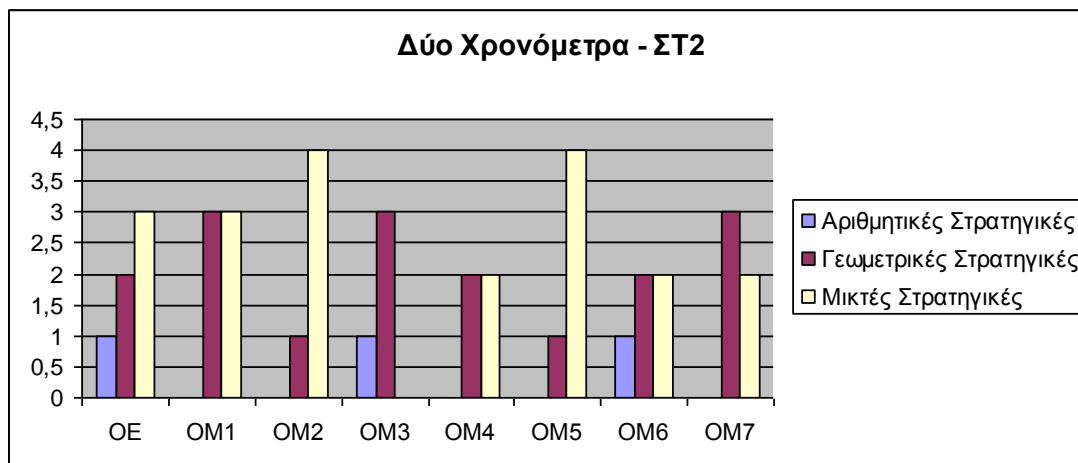


Ραβδόγραμμα 4: Οι απόλυτες τιμές των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ2 κατά τη δραστηριότητα ‘Ρολόι’

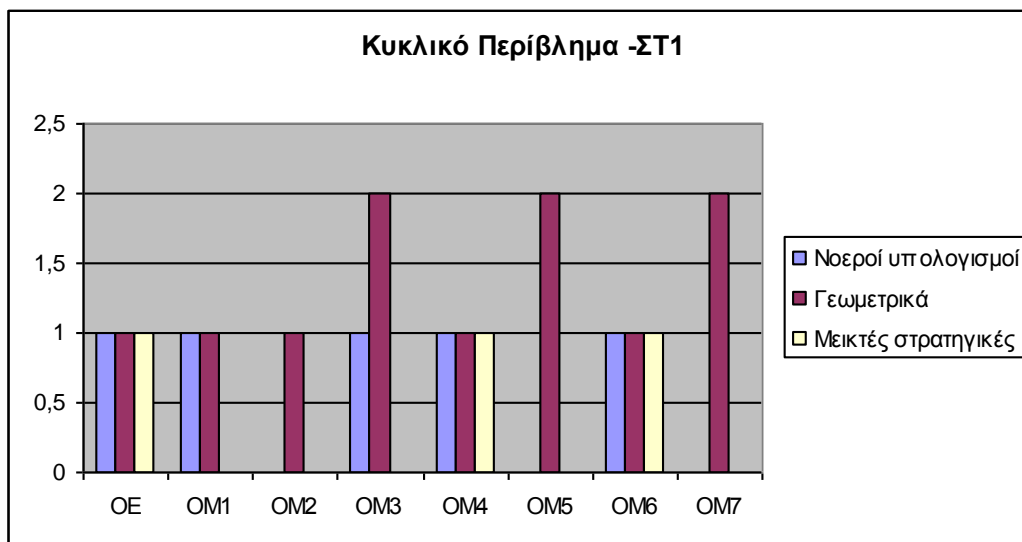
Στη δραστηριότητα ‘Δύο Χρονόμετρα’ η χρήση των αριθμητικών στρατηγικών υποχωρεί αισθητά, ενώ η χρήση των γεωμετρικών στρατηγικών φαίνεται να εναλλάσσεται με τη χρήση μικτών στρατηγικών. (Ραβδόγραμμα 5 και 6). Στην δραστηριότητα όμως κυκλικό περίβλημα παρατηρούμε και πάλι μια αύξηση της χρήσης αριθμητικών στρατηγικών και ταυτόχρονα μια σημαντική μείωση των μικτών στρατηγικών (ραβδόγραμμα 7 και 8).



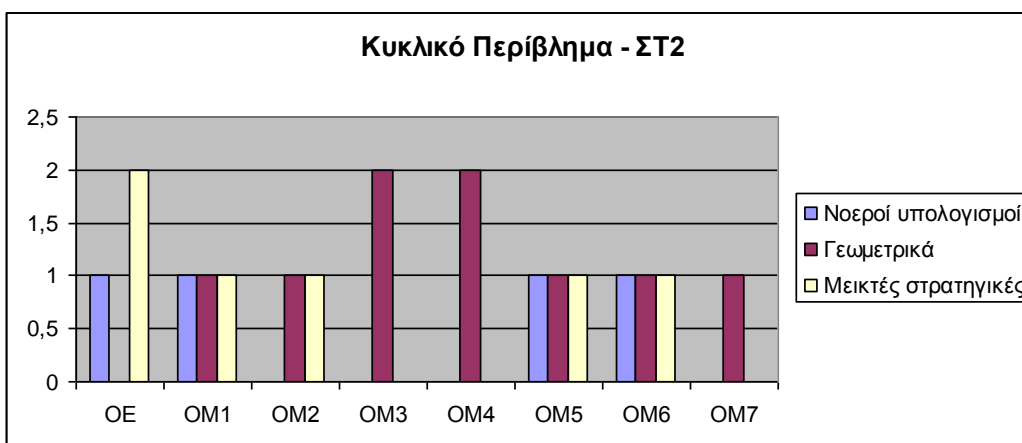
Ραβδόγραμμα 5: Οι απόλυτες τιμές των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ1 κατά τη δραστηριότητα ‘Δύο Χρονόμετρα’



Ραβδόγραμμα 6: Οι απόλυτες τιμές των ακολουθούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ2 κατά τη δραστηριότητα ‘Δύο Χρονόμετρα’

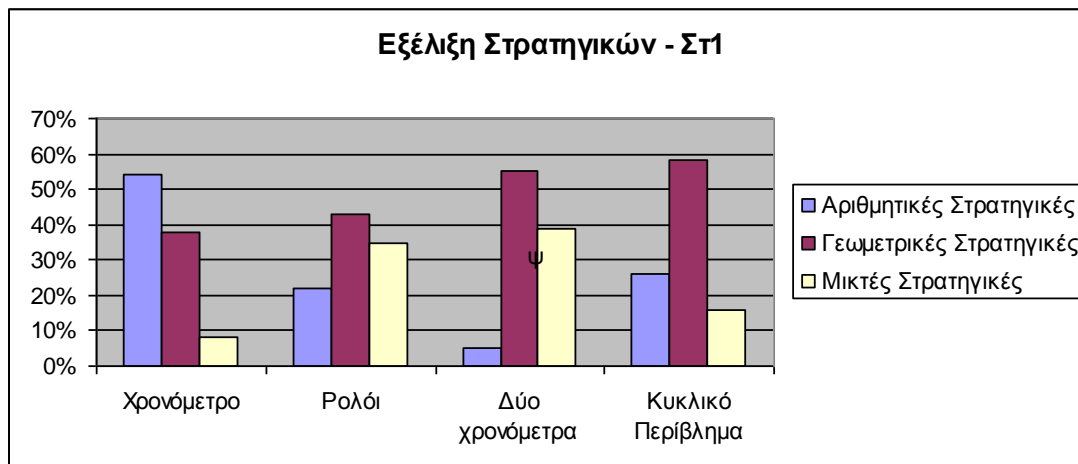


Ραβδόγραμμα 7: Οι απόλυτες τιμές των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ1 κατά τη δραστηριότητα ‘Κυκλικό περιβλημα’

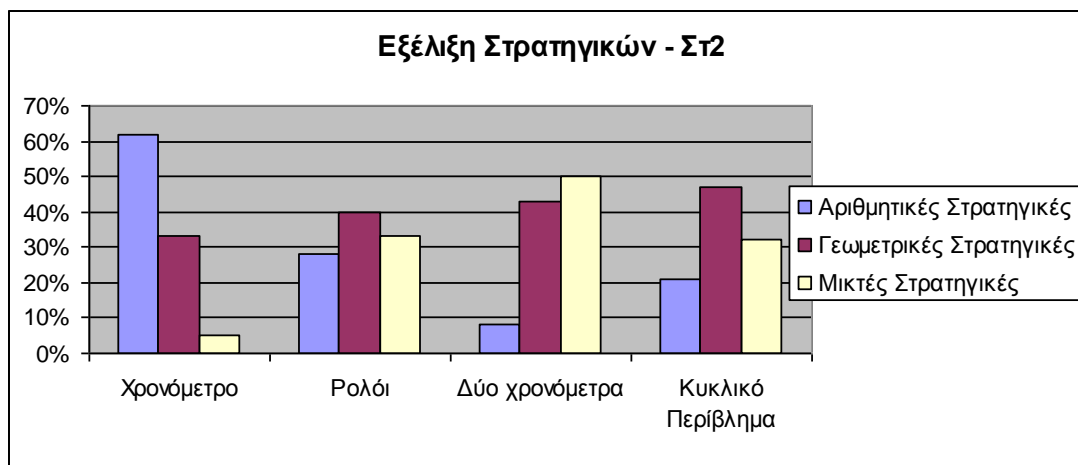


Ραβδόγραμμα 8: Οι απόλυτες τιμές των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά ομάδα στο τμήμα Στ2 κατά τη δραστηριότητα ‘Κυκλικό περιβλημα’

Τα ραβδόγραμμα 9 και 10 μας δίνουν τη σχετική συχνότητα των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα στα δύο τμήματα αντίστοιχα. Και στα δύο ραβδογράμματα αποτυπώνεται ανάγλυφα μια τάση για μείωση των αριθμητικών στρατηγικών και παράλληλα για αύξηση των γεωμετρικών και μικτών στρατηγικών κατά την εξέλιξη των τριών πρώτων δραστηριοτήτων, ενώ έντονη είναι η τάση για αύξηση των αριθμητικών στρατηγικών στα πλαίσια της τέταρτης δραστηριότητας με μια αντίστοιχη μείωση των μικτών στρατηγικών.



Ραβδόγραμμα 9: Οι σχετικές συχνότητες των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα στο Στ1



Ραβδόγραμμα 10: Οι σχετικές συχνότητες των χρησιμοποιούμενων στρατηγικών ανά δραστηριότητα στο Στ2

9.1.2 Ποσοτικά δεδομένα ολοκλήρωσης των δραστηριοτήτων στα πλαίσια του υπολογιστικού περιβάλλοντος MaLT

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ	ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ
Ιπτάμενη Χελώνα	Κίνηση της χελώνας σε επίπεδο του χώρου άλλο από αυτό στο οποίο εμφανίζεται κατά την εκκίνηση του περιβάλλοντος και επιστροφή σε αυτό.

Εικονικό Δωμάτιο		Σχεδίαση δύο επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων σε διαφορετικά επίπεδα του προσομοιούμενου χώρου
Μοντέλο πόρτας	Τιμές μεταβλητών	Εύρεση κατάλληλων τιμών των μεταβλητών γωνιακών μεγεθών του μισοψημένου μικρόκοσμου 'Door' ώστε να δημιουργείται το μοντέλο της πόρτας που ανιγοκλείνει.
	Διόρθωση κώδικα	Επέμβαση στον κώδικα του μισοψημένου μικρόκοσμου 'Door', ώστε να κατασκευάζεται το μοντέλο με τις λιγότερες δυνατές μεταβλητές (μία μεταβλητή)
Μοντέλο περιστρεφόμενης πόρτας	Τιμές μεταβλητών	Εύρεση κατάλληλων τιμών των μεταβλητών γωνιακών μεγεθών του μισοψημένου μικρόκοσμου 'Revolving door', ώστε να δημιουργείται το μοντέλο της περιστρεφόμενης πόρτας
	Διόρθωση Κώδικα	Επέμβαση στον κώδικα του μισοψημένου μικρόκοσμου 'Revolving Door', ώστε να κατασκευάζεται το μοντέλο με τις λιγότερες δυνατές μεταβλητές (μία μεταβλητή)
Μοντέλο έλικας	Σχεδίαση μοντέλου έλικας με 4 πτερύγια	Επέμβαση στον κώδικα του μοντέλου 'Revolving Door' ώστε να σχεδιάζεται το μοντέλο με μηδενική κλίση της χελώνας ως προς το οριζόντιο επίπεδο της σκηνης (uppitch 0).
	Σχεδίαση μοντέλου έλικας με 8 πτερύγια	Περαιτέρω επέμβαση στον κώδικα 'Revolving door': α) αλλαγή του αριθμού των επαναλήψεων σχεδίασης παραλληλογράμμων (από 4 σε 8), β) αλλαγή της γωνιακής περιστροφής της χελώνας γύρω από τον άξονά της πριν σχεδιάσει το επόμενο παραλληλόγραμμο

Πίνακας 24: Κριτήρια ολοκλήρωσης εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ		ΟΜΑΔΕΣ ΣΤ1
Ιπτάμενη Χελώνα		OE, O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7
Εικονικό Δωμάτιο		OE, O3, O4, O5, O6, O7
Μοντέλο πόρτας	Τιμές μεταβλητών	OE, O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7
	Διόρθωση κώδικα	OE, O3, O4, O5,

Μοντέλο περιστρεφόμενης πόρτας	Τιμές μεταβλητών	ΟΕ,Ο1,Ο2,Ο3,Ο4,Ο5,Ο6,Ο7
	Διόρθωση Κώδικα	ΟΕ,Ο3,Ο4,Ο5,Ο7
Μοντέλο έλικας	Αλλαγή προσανατολισμού του μοντέλου της περιστρεφόμενης πόρτας	ΟΕ,Ο3,Ο4,Ο5,Ο6,Ο7
	Προσθήκη πτερυγίων	ΟΕ, 04, 05

Πίνακας 25: Οι ομάδες του ΣΤ1 που ολοκλήρωσαν τις εκπαιδευτικές δραστηριότητες

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ		ΟΜΑΔΕΣ ΣΤ2
Ιπτάμενη Χελώνα		ΟΕ,Ο1,Ο2,Ο3,Ο4,Ο5,Ο6,Ο7
Εικονικό Δωμάτιο		ΟΕ, 01,02,05.06.07
Μοντέλο πόρτας	Τιμές μεταβλητών	ΟΕ,Ο1,Ο2,Ο3,Ο4,Ο5,Ο6,Ο7
	Διόρθωση κώδικα	ΟΕ, Ο1, Ο2
Μοντέλο περιστρεφόμενης πόρτας	Τιμές μεταβλητών	ΟΕ,Ο1,Ο2,Ο3,Ο4,Ο5,Ο6,Ο7
	Διόρθωση Κώδικα	ΟΕ, Ο1, Ο2, Ο5
Μοντέλο έλικας	Αλλαγή προσανατολισμού του μοντέλου της περιστρεφόμενης πόρτας	ΟΕ, 01,02,05.06
	Προσθήκη πτερυγίων	ΟΕ, Ο5

Πίνακας 26: Οι ομάδες του ΣΤ2 που ολοκλήρωσαν τις εκπαιδευτικές δραστηριότητες

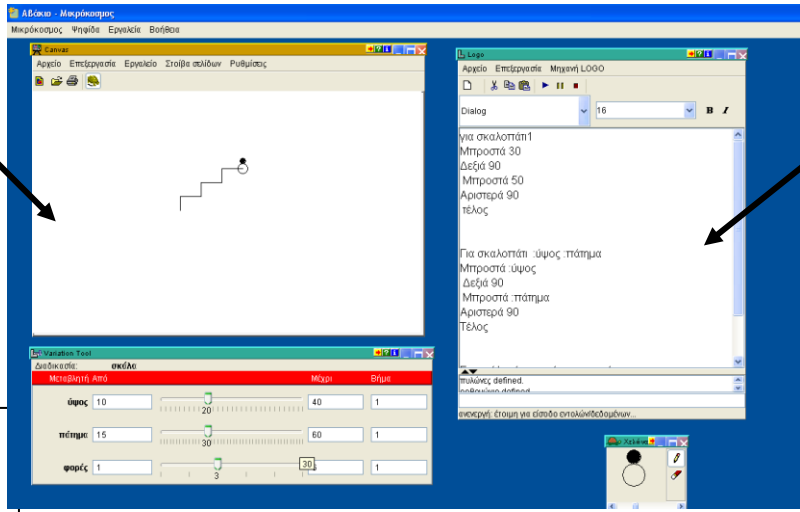
9.2 Φύλλα εργασίας

9.2.1 Στο διαδιάστατο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου

Ο χελωνόκοσμος

Στις δραστηριότητες που ακολουθούν θα δουλέψουμε με το 'Χελωνόκοσμο'.

Ας κάνουμε μια σύντομη περιήγηση στο περιβάλλον του.



Ψηφίδα Καμβάς
Εδώ ζωγραφίζει

Ψηφίδα Logo
Εδώ γράφουμε τις εντολές σε

Ψηφίδα μεταβολέας
Σύρουμε με το ποντίκι την μπάρα και βλέπουμε να αλλάζει το σχήμα στον καμβά!


The screenshot shows the Logo environment with three main windows: a canvas window titled 'Εκπαινο' showing a turtle drawing a staircase, a command window titled 'Logo' containing the following code:
για σκαλοπάτι1
Μπροστά 30
Δεξιά 90
Μπροστά 50
Αριστερά 90
τέλος

Για σκαλοπάτι2 ύψος πάτημα
Μπροστά ύψος
Δεξιά 90
Μπροστά πάτημα
Αριστερά 90
Τέλος

Below the canvas is a 'Παράμετροι' (Parameters) window with sliders for 'αύρος' (width), 'πάτημα' (step), and 'φορές' (times). The 'αύρος' slider is set to 10, 'πάτημα' to 15, and 'φορές' to 1. The 'Logo' window also shows a 'Dialog' box with a value of 16.

Πίνακας εντολών που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στην ψηφίδα Logo

Εντολές	Αποτέλεσμα-γεγονός
Μπροστά α	Μετακινεί τη χελώνα α βήματα μπροστά κατά τη διεύθυνση της κεφαλής της
Πίσω α	Μετακινεί τη χελώνα α βήματα προς την αντίθετη κατεύθυνση απ όπου δείχνει η κεφαλή της χελώνας
Δεξιά α	Στρίβει την κεφαλή της χελώνας α μοίρες δεξιά
Αριστερά α	Στρίβει την κεφαλή της χελώνας α μοίρες δεξιά
Στυλόπάνω	Ανεβάζει τη γραφίδα της χελώνας
Στυλόκάτω	Κατεβάζει τη γραφίδα της χελώνας
Γόμα	Σβήνει ήδη σχεδιασμένες γραμμές, αρκεί να ακολουθήσει εντολή του τύπου (μπροστά 50)
σβήσεγραφικά	Καθαρίζει τον καμβά και επαναφέρει τη χελώνα στην αρχική της θέση

Για να εκτελέσεις μια εντολή πρέπει στη συνέχεια να πατήσεις το κουμπί  που βρίσκεται στην γραμμή εργαλείων της ψηφίδας Logo.

1. Εισαγωγική δραστηριότητα

1. Ένας μαθητής υποδύεται τη χελώνα, ενώ ένας άλλος του δίνει τις κατάλληλες εντολές έτσι ώστε περπατώντας να σχηματίσει στο πάτωμα ένα τετράγωνο.
2. Δώστε τώρα στη χελώνα τις κατάλληλες εντολές, ώστε να ζωγραφίσει ένα τετράγωνο στην οθόνη του υπολογιστή σας.
3. Παρατηρήστε προσεκτικά τις εντολές που δώσατε στη χελώνα για να φτιάξει ένα τετράγωνο. Μήπως κάτι επαναλαμβάνεται;

Για να μη λέτε πολλές φορές τα ίδια πράγματα στη χελώνα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την εντολή Επανάλαβε .

Για παράδειγμα αντί να πούμε στη χελώνα

Μπροστά 20
Δεξιά 90
Μπροστά 20
Δεξιά 90

Μπορούμε να πούμε:

Επανάλαβε 2 [μπροστά 20 δεξιά 90]



Προσοχή! Μετά την εντολή επανάλαβε βάζουμε έναν αριθμό που δείχνει πόσες φορές πρέπει να επαναλάβει κάτι η χελώνα και μέσα σε αγκύλη βάζουμε τις εντολές που θέλουμε να επαναλάβει.

4. Φτιάξτε τώρα ένα τετράγωνο στον υπολογιστή χρησιμοποιώντας την εντολή Επανάλαβε

5. Μάθετε στη χελώνα να φτιάχνει τετράγωνο με μια εντολή. Φτιάξτε τα δικά σας προγραμματάκια. Ξεκινήστε με τη φράση:


Για τετράγωνο

Στη συνέχεια γράψτε τις εντολές που χρησιμοποιήσατε προηγουμένως για να σχεδιάσετε το τετράγωνο.

Τελειώστε το πρόγραμμά σας γράφοντας τη λέξη:

Τέλος

Μαρκάρετε με το ποντίκι ό,τι γράψατε και πατήστε το πλήκτρο 

Στην ψηφίδα Logo Θα πάρετε την απάντηση 'τετράγωνο defined'. Από εδώ και πέρα η χελώνα σας θα ξέρει να σχεδιάζει το τετράγωνο κάθε φορά που θα γράφετε τετράγωνο και θα πατάτε το πλήκτρο 

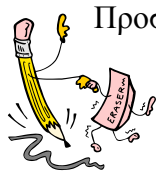
6. Τι θα ήταν αυτό που θα άλλαζε στο προηγούμενο πρόγραμμα, αν θέλατε να φτιάξετε ένα μεγαλύτερο ή ένα μικρότερο τετράγωνο;

Στα προγράμματά σας μπορείτε να χρησιμοποιείτε 'μεταβλητές', δηλαδή λέξεις ή γράμματα που μπορούν να παίρνουν διάφορες τιμές. Για να καταλάβει η χελώνα ότι κάτι είναι μεταβλητό πρέπει μπροστά να βάλεις : (άνω και κάτω τελεία) και μετά το όνομα της μεταβλητής που θέλεις, π. χ.

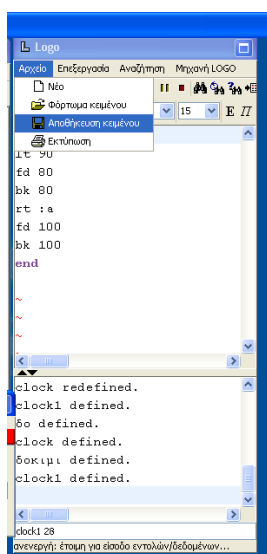
Για τετράγωνο : πλευρά : γωνία

7. Μπορείτε τώρα να φτιάξετε ένα προγραμματάκι στην ψηφίδα Logo που θα κατασκευάζει τετράγωνο με διαφορετικά μήκη πλευρών;

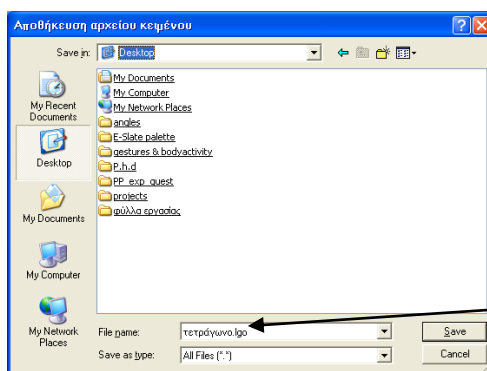
8. Χρησιμοποιήστε το μεταβολέα για να αυξομειώσετε το τετράγωνό σας.



Προσοχή! Για να θυμάται όμως η χελώνα σας τι πρέπει να κάνει, όταν θα της δίνετε την εντολή τετράγωνο κάθε φορά που θα χρησιμοποιείτε το χελωνόκοσμο πρέπει να σώσετε το πρόγραμμά σας. Πατήστε το μενού αρχείο στην ψηφίδα Logo και επιλέξτε αποθήκευση κειμένου



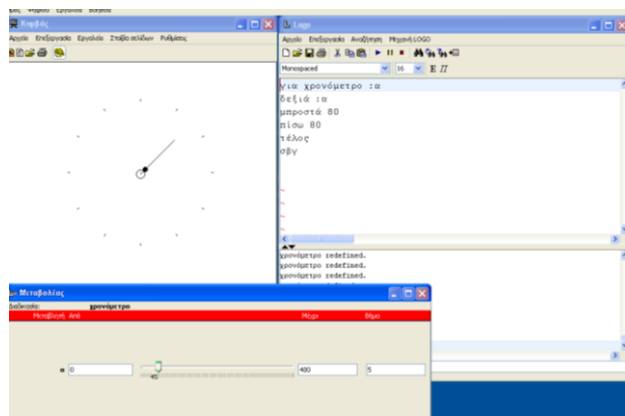
Στη συνέχεια δώστε ένα όνομα στο αρχείο σας για να το βρίσκετε κάθε φορά που θα το ψάχνετε.



Για παράδειγμα, εδώ επιλέξαμε να δώσουμε το όνομα 'τετράγωνο' στο αρχείο μας.

2. Μικρόκοσμος «Χρονόμετρο»

- 1) Κινείτε το μεταβολέα δεξιά – αριστερά στο μικρόκοσμο Χρονόμετρο. Τι παρατηρείτε; Τι είναι αυτό που αλλάζει;



- 2) Ας προσπαθήσουμε να παραστήσουμε με το σώμα μας αυτό που κάνει η χελώνα. Το ένα παιδί της κάθε ομάδας παριστάνει τη χελώνα και το άλλο του δίνει τις αντίστοιχες εντολές σε γλώσσα Logo!
- 3) Ας προσπαθήσουμε να παραστήσουμε με χαρτί και μολύβι την κίνηση της χελώνας. Το χαρτί αναπαριστά τον καμβά. Το μολύβι που χειρίζεται το ένα παιδί της κάθε ομάδας παριστάνει τη χελώνα. Το άλλο παιδί του δίνει τις αντίστοιχες εντολές σε γλώσσα Logo. Προσοχή η χελώνα ξεκινά με συγκεκριμένο προσανατολισμό!
- 4) Τελικά, η μεταβλητή :α σε τι αντιστοιχεί;

.....

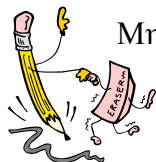
.....

.....

- 5) Γυρίστε πάλι στους υπολογιστές σας. Μπορείτε να προβλέψετε – χωρίς να πειράξετε καθόλου το μεταβολέα- τι τιμή πρέπει να δώσετε στη μεταβλητή :α στις παρακάτω περιπτώσεις;

<i>Αριθμός δευτερολέπτων</i>	<i>Προβλέπω την τιμή του μεταβολέα</i>
0 δευτερόλεπτα	
15 δευτερόλεπτα	
30 δευτερόλεπτα	
45 δευτερόλεπτα	
10 δευτερόλεπτα	
50 δευτερόλεπτα	

- 6) Χρησιμοποιείτε το μεταβολέα για να ελέγξετε τις προβλέψεις σας.
Συμπληρώστε στον πίνακα τις αντίστοιχες τιμές.



Μην ξεχνάς ότι μπορείς να καθορίσεις από ποια μέχρι ποια τιμή θα δείχνει ο μεταβολέας!

<i>Αριθμός δευτερολέπτων</i>	<i>Προβλέπω την τιμή του μεταβολέα</i>
0 δευτερόλεπτα	
15 δευτερόλεπτα	
30 δευτερόλεπτα	

45 δευτερόλεπτα	
10 δευτερόλεπτα	
50 δευτερόλεπτα	

- 7) Υπάρχουν περιπτώσεις που σχηματίζεται ο ίδιος αριθμός δευτερολέπτων με δυο διαφορετικές τιμές της μεταβλητής α ; Αν ναι, μπορείτε να εξηγήσετε σε ποιες περιπτώσεις και γιατί συμβαίνει αυτό;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 8) Σπαζοκεφαλιά: Σε έναν αγώνα δρόμου 50 μέτρων έτρεξαν τρεις αθλητές. Όταν ρώτησαν τον χρονομέτρη, τι χρόνο έκανε ο καθένας τους απάντησε:
- Στον πρώτο ο δείκτης του χρονομέτρου δευτερολέπτων έστριψε κατά 90 μοίρες
 - Στον δεύτερο ο δείκτης του χρονομέτρου δευτερολέπτων έστριψε κατά 180 μοίρες
 - Στον τρίτο ο δείκτης του χρονομέτρου δευτερολέπτων έστριψε κατά 270 μοίρες

Τι χρόνο έκανε ο πρώτος, τι ο δεύτερος και τι ο τρίτος;

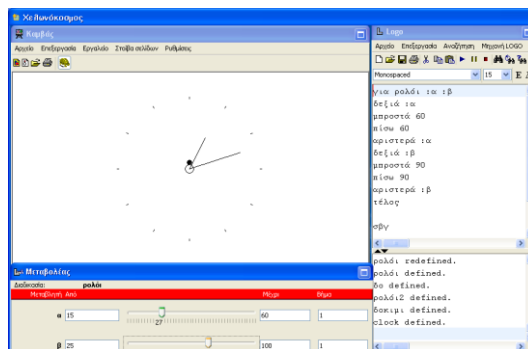
Προβλέπω:.....
.....
.....

Ελέγχω με το μεταβολέα:
.....
.....
.....



3. Μικρόκοσμος «Ρολόι»

1. Κινείστε το μεταβολέα δεξιά – αριστερά στον μικρόκοσμο Ρολόι . Τι παρατηρείτε; Τι είναι αυτό που αλλάζει;



2. Ας προσπαθήσουμε να παραστήσουμε με το σώμα μας αυτό που κάνει η χελώνα. Το ένα παιδί της κάθε ομάδας παριστάνει τη χελώνα και το άλλο του δίνει τις αντίστοιχες εντολές σε γλώσσα Logo.

3. Ας προσπαθήσουμε να παραστήσουμε με χαρτί και μολύβι την κίνηση της χελώνας. Το χαρτί αναπαριστά τον καμβά. Το μολύβι που χειρίζεται το ένα παιδί της κάθε ομάδας παριστάνει τη χελώνα. Το άλλο παιδί του δίνει τις αντίστοιχες εντολές σε γλώσσα Logo. Προσοχή η χελώνα ξεκινά με συγκεκριμένο προσανατολισμό!

4. Τελικά, η μεταβλητή :α και :β τι καθορίζουν;

.....

5. Ρυθμίστε το ρολόι σας, ώστε να δείχνει 12 ακριβώς.

Πρόβλεψη: Ποια μεταβλητή/ες πρέπει να πειράξετε, για να δείξει το ρολόι **12 και μισή**; Ποια τιμή/ες πρέπει να δώσετε σε αυτή/ες τη/τις μεταβλητή/ες;

.....

Έλεγχος: Πειραματιζέστε στον υπολογιστή και ξανααπαντάτε στις παραπάνω ερωτήσεις.

.....
.....

Πρόβλεψη: Ποια μεταβλητή/ες πρέπει να πειράξετε, για να δείξει το ρολόι **12 παρά τέταρτο**; Ποια τιμή/ες πρέπει να δώσετε σε αυτή/ες τη/τις μεταβλητή/ες;

.....
.....

Έλεγχος: Πειραματιζέστε στον υπολογιστή και ξανααπαντάτε στις παραπάνω ερωτήσεις.

.....
.....

Πρόβλεψη: Ποια μεταβλητή/ες πρέπει να πειράξετε, για να δείξει το ρολόι **5 και τέταρτο**; Ποια τιμή/ες πρέπει να δώσετε σε αυτή/ες τη/τις μεταβλητή/ες;

.....
.....

Έλεγχος: Πειραματιζέστε στον υπολογιστή και ξανααπαντάτε στις παραπάνω ερωτήσεις

.....
.....

Πρόβλεψη: Ποια μεταβλητή/ες πρέπει να πειράξετε, για να δείξει το ρολόι **3 και τέταρτο**; Ποια τιμή πρέπει να δώσετε σε αυτή/ες τη/τις μεταβλητή/ες;

.....
.....

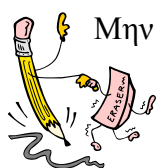
Έλεγχος: Πειραματιζέστε στον υπολογιστή και ξανααπαντάτε στις παραπάνω ερωτήσεις

.....
.....

6. Μπορείτε να προβλέψετε – χωρίς να πειράξετε καθόλου το μεταβολέα- τι τιμή πρέπει να δώσετε στη μεταβλητή :α και :β στις παρακάτω περιπτώσεις;

ώρα	Τιμή μεταβλητής :α	Τιμή μεταβλητής :β
δώδεκα ακριβώς		
εννέα και τέταρτο		
μια και μισή		
δύο παρά τέταρτο		
έντεκα και δέκα		
πέντε παρά δέκα		

7. Χρησιμοποιείστε το μεταβολέα για να ελέγξετε τις προβλέψεις σας. Συμπληρώστε στον πίνακα τις αντίστοιχες τιμές.



Μην ξεχνάς ότι μπορείς να καθορίσεις από ποια τιμή μέχρι ποια τιμή θα δείχνει ο μεταβολέας!

<i>ώρα</i>	<i>Τιμή μεταβλητής :α</i>	<i>Τιμή μεταβλητής :β</i>
δώδεκα ακριβώς		
εννέα και τέταρτο		
μια και μισή		
δύο παρά τέταρτο		
έντεκα και δέκα		
πέντε παρά δέκα		

8. Υπάρχουν περιπτώσεις που σχηματίζεται η ίδια ώρα με δυο διαφορετικές τιμές της μεταβλητής :α; Αν ναι, μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

.....
.....

9. Υπάρχουν περιπτώσεις που σχηματίζεται η ίδια ώρα με δυο διαφορετικές τιμές της μεταβλητής :β; Αν ναι, μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

.....
.....

4. Μικρόκοσμοι «Χρονόμετρα»

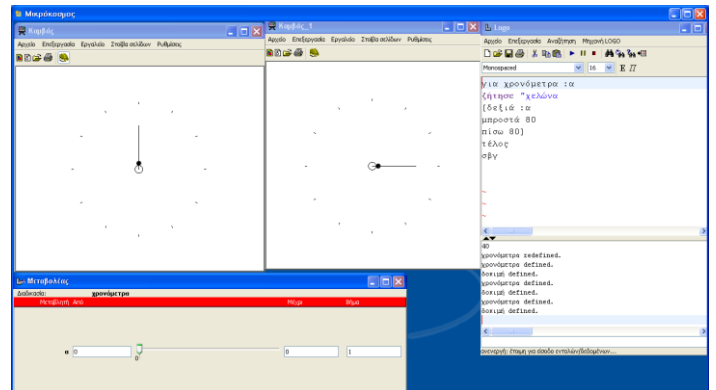
1. Μικρόκοσμος Χρονόμετρα1

Στον μικρόκοσμο Χρονόμετρα1

βλέπετε τους δείκτες δύο

χρονόμετρων. Μπορείτε να

απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις;



i. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 1^{ου} χρονόμετρου;

.....
.....

ii. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 2^{ου} χρονόμετρου;

.....
.....

iii. Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1^{ου} χρονόμετρου
ώστε να δείχνει τα ίδια δευτερόλεπτα με το 2^ο χρονόμετρο;

Πρόβλεψη και αιτιολόγηση της απάντησης:

.....
.....
.....
.....
.....

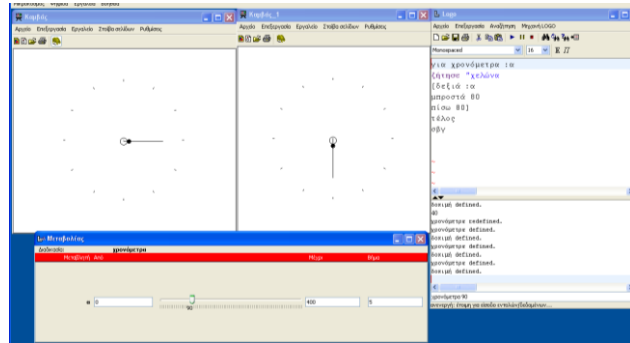
Έλεγχος με χρήση του μεταβολέα.

.....
.....
.....
.....

.....
.....

2. Μικρόκοσμος Χρονόμετρα2

Στον μικρόκοσμο Χρονόμετρα2 βλέπετε τους δείκτες δύο χρονομέτρων. Μπορείτε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:



- iv. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου;
.....
.....
- v. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 2^{ου} χρονομέτρου;
.....
.....
- vi. Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου, ώστε να δείχνει τα ίδια δευτερόλεπτα με το 2^ο χρονόμετρο;

Πρόβλεψη και αιτιολόγηση της απάντησης:

.....
.....
.....
.....
.....

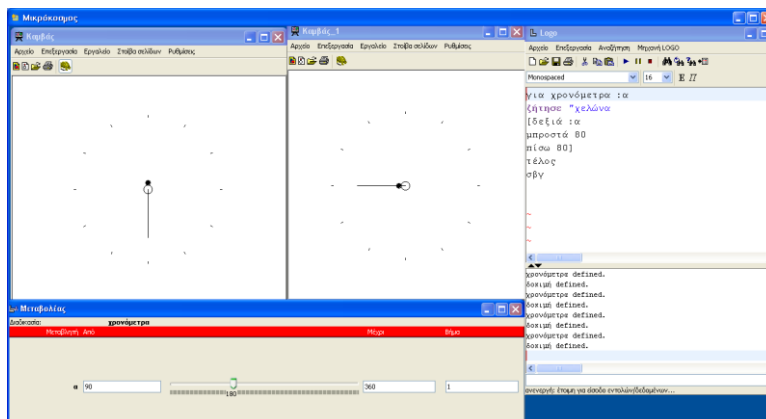
Έλεγχος με χρήση του μεταβολέα.

.....
.....
.....

.....
.....
.....

3. Μικρόκοσμος Χρονόμετρα3

Στον μικρόκοσμο Χρονόμετρα3 βλέπετε τους δείκτες δύο χρονομέτρων. Μπορείτε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:



vii. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου;

.....
.....

viii. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 2^{ου} χρονομέτρου;

.....
.....

ix. Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου ώστε να δείχνει τα ίδια δευτερόλεπτα με το 2^ο χρονόμετρο;

Πρόβλεψη και αιτιολόγηση της απάντησης:

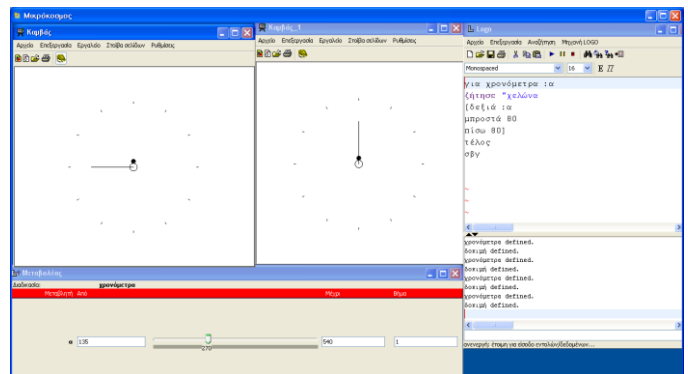
.....
.....
.....
.....

Έλεγχος με χρήση του μεταβολέα.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. Μικρόκοσμος Χρονόμετρα4

Στον μικρόκοσμο Χρονόμετρα4 βλέπετε τους δείκτες δύο χρονομέτρων. Μπορείτε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:



- x. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου;
.....
.....
- xi. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 2^{ου} χρονομέτρου;
.....
.....
- xii. Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου ώστε να δείχνει τα ίδια δευτερόλεπτα με το 2^ο χρονόμετρο;

Πρόβλεψη και αιτιολόγηση της απάντησης:

.....
.....
.....
.....
.....

Έλεγχος με χρήση του μεταβολέα.

.....

.....

.....

.....

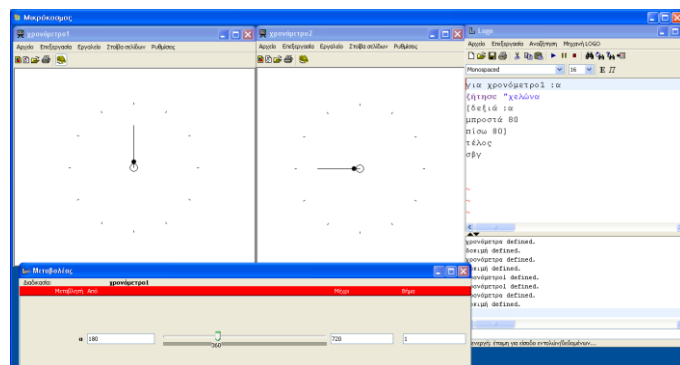
.....

.....

5. Μικρόκοσμος Χρονόμετρα5

Στον μικρόκοσμο Χρονόμετρα5 βλέπετε τους δείκτες δύο χρονομέτρων.

Μπορείτε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:



xiii. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου;

.....

.....

xiv. Πόσα δευτερόλεπτα δείχνει ο δείκτης του 2^{ου} χρονομέτρου;

.....

.....

xv. Πόσο ακόμα πρέπει να στρίψει ο δείκτης του 1^{ου} χρονομέτρου ώστε να δείχνει τα ίδια δευτερόλεπτα με το 2^ο χρονόμετρο;

Πρόβλεψη και αιτιολόγηση της απάντησης:

.....

.....

.....

.....

.....

Έλεγχος με χρήση του μεταβολέα.

.....

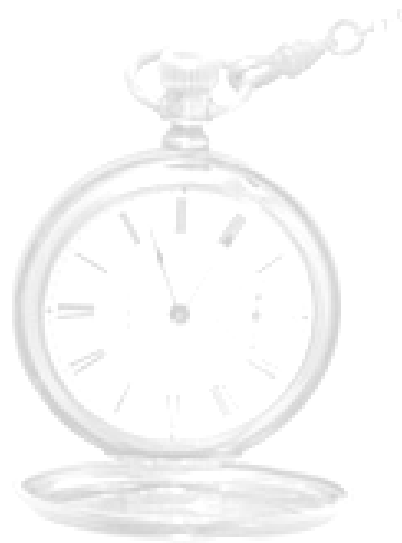
.....

.....

.....

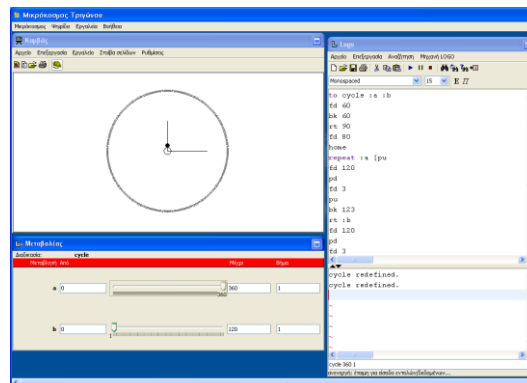
.....

.....



5. Μικρόκοσμος «Κυκλικό περίβλημα»

1. Πειραματιστείτε με το μεταβολέα και αλλάξτε τις τιμές των μεταβλητών :α και :β. Τι παρατηρείτε να αλλάζει στον καμβά του χελωνόκοσμου;



2. Τι καθορίζει η μεταβλητή :α και τι η μεταβλητή :β;

.....

.....

.....

.....

3. Ανοίξτε τώρα τον κώδικα και προσπαθήστε να καταλάβετε τι εντολές έχουν δοθεί στη χελώνα για να έχουμε αυτά τα αποτελέσματα στον καμβά.

4. Ας προσπαθήσουμε να παραστήσουμε με χαρτί και μολύβι την κίνηση της χελώνας. Χωριστείτε ανά δύο. Το ένα παιδί κρατάει ένα μολύβι και υποδύεται τη χελώνα και το άλλο παιδί του δίνει εντολές σε γλώσσα που να καταλαβαίνει η χελώνα, δηλαδή σε γλώσσα Logo! Το χαρτί αναπαριστά τον καμβά. Προσοχή η χελώνα ξεκινά με συγκεκριμένο προσανατολισμό!

5. Με τη βοήθεια του μεταβολέα μπορείτε να ρυθμίσετε έτσι τις τιμές των μεταβλητών :α και :β, ώστε στο κυκλικό περίβλημα του ρολογιού να σχεδιαστούν:

α) τέσσερα ευθύγραμμα τμήματα που να αντιστοιχούν στο ακριβώς, στο και τέταρτο, στο και μισή και στο παρατέταρτο;

Ποιες τιμές είχε η μεταβλητή :α;.....

Ποιες τιμές είχε η μεταβλητή β ;.....

β) ευθύγραμμα τμήματα που να αντιστοιχούν στις ώρες ενός συμβατικού ρολογιού;

Ποιες τιμές είχε η μεταβλητή α ;.....

Ποιες τιμές είχε η μεταβλητή β ;.....

β) ευθύγραμμα τμήματα που να αντιστοιχούν στα λεπτά της ώρας;

Ποιες τιμές είχε η μεταβλητή α ;.....

Ποιες τιμές είχε η μεταβλητή β ;.....

6. Πώς σκεφτήκατε για να απαντήσετε στα παραπάνω ερωτήματα; Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....




9.2.2 Στον τρισδιάστατο προσομοιούμενο χώρο του MaLT

6. Το περιβάλλον του MaLT

The screenshot shows the MaLT environment with three main components:

- 3D Scene:** A 3D wireframe scene with a green structure and a brown figure. A callout box points to it with the text: "Η ψηφίδα 'Σκηνή'" (The digital 'Scene').
- Code Editor:** A window titled "Μηχανουργείο: Συντάκτης πηγαίου κώδικα" (MaLT: Source Code Editor) containing Logo code. A callout box points to it with the text: "Η ψηφίδα 'Logo'" (The digital 'Logo').
- Parameter Table:** A window titled "Παράμετροι διαδικασίας LADDER" (LADDER process parameters) with a table of variables and their values.

Μεταβλητή	Από	Τελ	Εως	Βήμα
A	1.0	2	4.0	1.0
B	3.0	5	10.0	1.0
C	45.0	90	180.0	1.0
E	2.0	3	6.0	1.0


 Για να καθαρίσουμε το χώρο της σκηνής πηγαίνουμε στο μενού Logo και επιλέγουμε καθαρίσμα μεταβλητών

The screenshot shows the Logo menu in the code editor. The menu items are:

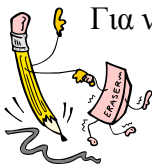
- Συντακτικός έλεγχος
- Εκτέλεση F6
- Εκτέλεση εντολής Insert
- Πληροφορίες εκτέλεσης
- Παύση Ctrl+P
- Τερματισμός
- Καθάρωμα μεταβλητών F5** (highlighted)
- Μορφοποίηση κώδικα
- Επεξεργασία μεταβλητής Ctrl+E
- Εξερεύνηση προγραμμάτων



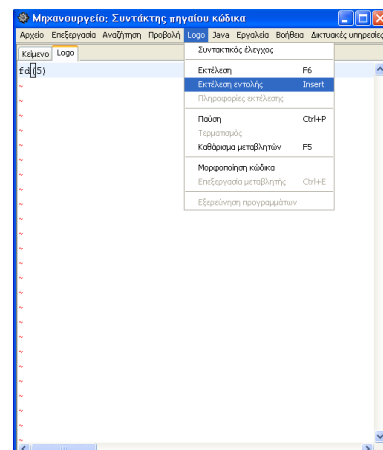
Για να ενεργοποιήσουμε το μεταβολέα αρκεί να κάνουμε κλικ με το ποντίκι μας στη γραμμή που έχει σχεδιάσει η χελώνα.

Πίνακας εντολών που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στην ψηφίδα Logo

Εντολές	Αποτέλεσμα-γεγονός
Forward(a) ή fd(a)	Μετακινεί τη χελώνα a βήματα μπροστά κατά τη διεύθυνση της κεφαλής της
Backward(a) ή bk(a)	Μετακινεί τη χελώνα a βήματα προς την αντίθετη κατεύθυνση απ όπου δείχνει η κεφαλή της χελώνας
Right(a) ή rt(a)	Στρίβει την κεφαλή της χελώνας a μοίρες δεξιά
Left(a) ή lt(a)	Στρίβει την κεφαλή της χελώνας a μοίρες δεξιά
Leftroll(a) ή lr(a)	Στρέφει το σώμα της χελώνας a μοίρες αριστερά
Rightroll(a) ή rr(a)	Στρέφει το σώμα της χελώνας a μοίρες δεξιά
Uppitch(a) ή up(a)	Στρέφει το σώμα της χελώνας a μοίρες προς τα πάνω
Downpitch(a) ή dp(a)	Στρέφει το σώμα της χελώνας a μοίρες προς τα κάτω



Για να εκτελέσεις μια εντολή πρέπει στη συνέχεια να πατήσεις το κουμπί **Ins** στο πληκτρολόγιο ή να επιλέξεις εκτέλεση εντολής από το μενού Logo



7. Δραστηριότητες MaLT

1^ο Φύλλο εργασίας: Η ιπτάμενη χελώνα

1. Ας παίξουμε ένα παιχνίδι ανά δύο: Το ένα παιδί κρατά μια χελώνα μινιατούρα. Η χελώνα κοιτάει προς τον πίνακα της τάξης. Το άλλο παιδί δίνει εντολές σε γλώσσα - τις οποίες και εκτελεί το παιδί που κρατά τη χελώνα - με στόχο η χελώνα να μιμηθεί την κίνηση ενός αεροπλάνου που απογειώνεται, ταξιδεύει και προσγειώνεται.

2. Τι προβλήματα αντιμετωπίσατε στην προσπάθειά σας να κατευθύνετε τη χελωνίτσα;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Προσπάθηστε να καθοδηγήσετε έτσι την τρισδιάστατη χελώνα στη σκηνή του MaLT, ώστε το ταξίδι της να μοιάζει με αυτό ενός αεροπλάνου που απογειώνεται, ταξιδεύει και τέλος προσγειώνεται.

4. Σε τι μοιάζει και σε τι διαφέρει η χελώνα του MaLT και η χελώνα του Χελωνόκοσμου;
Ποιαν από τις δυο προτιμάτε και γιατί;

.....

.....

.....

.....

.....

2^ο Φύλλο Εργασίας: Το εικονικό δωμάτιο

1. Θα μπορούσατε να καθοδηγήσετε έτσι τη χελώνα στο MaLT , ώστε να ζωγραφίσει δύο διαδοχικούς τοίχους ενός δωματίου;

2. Τι σας φάνηκε εύκολο και τι σας δυσκόλεψε στην παραπάνω δραστηριότητα;

.....

.....

.....

.....

.....

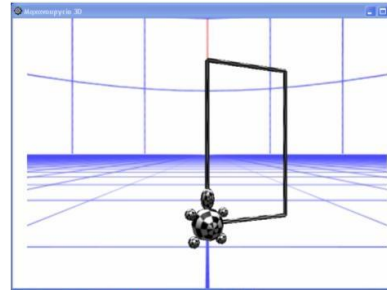
.....

.....

.....

3^ο Φύλλο Εργασίας: Η πόρτα που ανοιγοκλείνει

Στον υπολογιστή σας η χελώνα έχει εκτελέσει τη διαδικασία «movedoor». Χρησιμοποιείστε το μεταβολέα και προσπαθήστε να δημιουργήσετε το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει.



ερωτήσεις:

Έπειτα απαντήστε στις παρακάτω

1. Τι καθορίζει η μεταβλητή :a;

.....
.....

2. Τι καθορίζει η μεταβλητή :b ;

.....
.....

3. Τι καθορίζει η μεταβλητή :c ;

.....
.....

4. Ποια όψη θα επιλέγατε και γιατί, για να δείξετε στους συμμαθητές σας τι καθορίζει η κάθε μεταβλητή;

.....
.....
.....
.....

5. Τι τιμές πρέπει να έχουν οι παραπάνω μεταβλητές για να δημιουργηθεί το μοντέλο μιας πόρτας που ανοιγοκλείνει;

.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
Μπορείτε να διορθώσετε τη διαδικασία «movedoor», ώστε να μείνουν μόνο οι
απαραίτητες μεταβλητές;

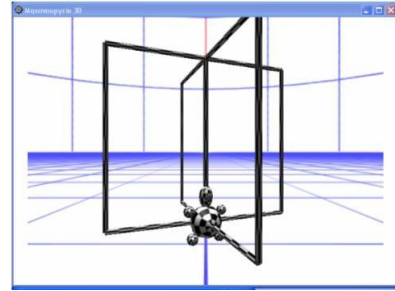
6. Ποια όψη θα επιλέγατε και γιατί, για να δείξετε στους συμμαθητές σας το μοντέλο που κατασκευάσατε;

4^ο Φύλλο Εργασίας: Η περιστρεφόμενη πόρτα

Έχετε ποτέ χρησιμοποιήσει περιστρεφόμενη πόρτα; Από ποια γεωμετρικά σχήματα αποτελείται;



Στον υπολογιστή σας η χελώνα έχει εκτελέσει τη διαδικασία «slide». Χρησιμοποιείτε το μεταβολέα και προσπαθήστε να δημιουργήσετε το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας.



Έπειτα απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Τι καθορίζει η μεταβλητή :a;

.....
.....

2. Τι καθορίζει η μεταβλητή :b ;

.....
.....

3. Τι καθορίζει η μεταβλητή :c ;

.....
.....

4. Τι καθορίζει η μεταβλητή :d;

.....
.....

5. Ποια όψη θα επιλέγατε και γιατί, για να δείξετε στους συμμαθητές σας τι καθορίζει η κάθε μεταβλητή;

.....
.....

6. Τι τιμές πρέπει να έχουν οι παραπάνω μεταβλητές για να δημιουργηθεί το μοντέλο μιας περιστρεφόμενης πόρτας;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. Μπορείτε να διορθώσετε τη διαδικασία «slide», ώστε να μείνουν μόνο οι απαραίτητες μεταβλητές;

8. Ποια όψη θα επιλέγατε και γιατί, για να δείξετε στους συμμαθητές σας το μοντέλο που κατασκευάσατε;

.....

.....

.....

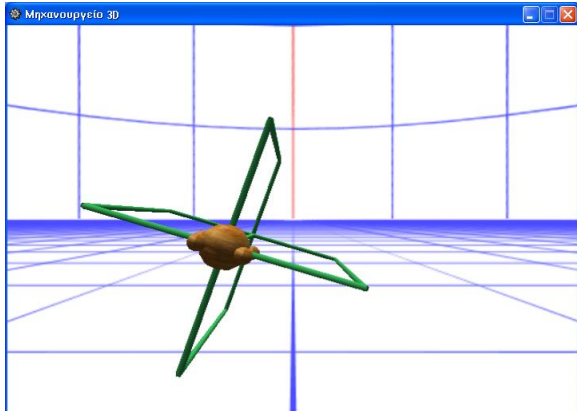
.....

.....

.....

5ο Φύλλο εργασίας: Η έλικα ενός ανεμόμυλου

1. Ποιες αλλαγές χρειάζεται να κάνεις στη διαδικασία 'Slide' ώστε το μοντέλο που προκύπτει να μοιάζει περισσότερο με την περιστρεφόμενη έλικα ενός ανεμόμυλου;



2. Θα μπορούσατε τώρα να προσθέσετε και άλλα παραλληλόγραμμα ώστε το μοντέλο σας να μοιάζει περισσότερο με την έλικα του ανεμόμυλου;

