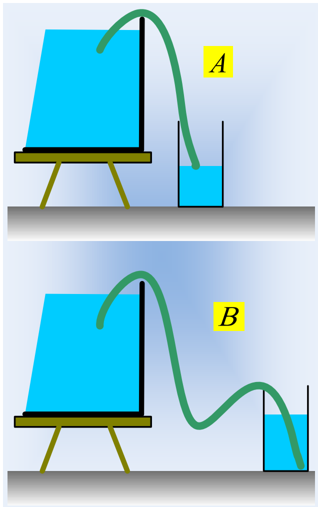
Το γέμισμα δύο δοχείων.



Θέλουμε να αντλήσουμε νερό από μια υπερυψωμένη δεξαμενή, μέσω ενός σωλήνα-λάστιχου και να γεμίσουμε δύο δοχεία, ίδιου όγκου. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε, με τους τρόπους που περιγράφονται στο διπλανό σχήμα.

Για το Α δοχείο, χρησιμοποιούμε ένα κοντό λάστιχο, μετακινώντας το κάτω άκρο του, ώστε να βρίσκεται διαρκώς στην επιφάνεια του νερού στο δοχείο. Με τον τρόπο αυτό, για να γεμίσουμε το δοχείο απαιτείται χρόνος t_1= 50s.

Το δοχείο Β, το γεμίζουμε χρησιμοποιώντας ένα όμοιο αλλά μακρύτερο λάστιχο, προσέχοντας το άκρο του να ακουμπά συνεχώς στη βάση του δοχείου.

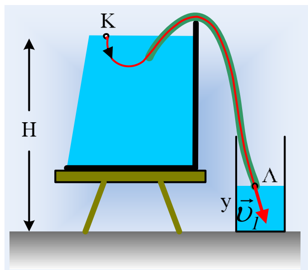
i) Αν η ροή του νερού, θεωρηθεί ροή ιδανικού ρευστού, τότε για να γεμίσει το δοχείο Β, θα απαιτηθεί χρονικό διάστημα:

α) t_2=40s, β) t_2=50s, γ) t_2=60s.

ii) Στην πραγματικότητα βέβαια το νερό δεν είναι ιδανικό ρευστό αλλά πραγματικό! Τότε για να γεμίσει το Β δοχείο θα απαιτηθεί χρονικό διάστημα:

α) t_2=40s, β) t_2=50s, γ) t_2=60s.

Απάντηση:

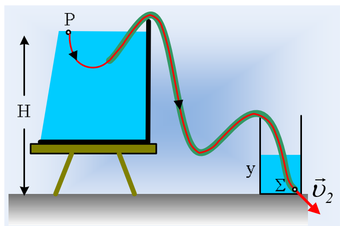


i) Εφαρμόζουμε για το δοχείο Α το νόμο Bernoulli, μεταξύ της επιφάνειας της δεξαμενής, σημείο Κ και του άκρου του λάστιχου, σημείο Λ που το νερό εκρέει στην επιφάνεια του νερού στο δοχείο, στη θέση που το ύψος του νερού στο δοχείο είναι y. Στο διπλανό σχήμα βλέπετε την αντίστοιχη ρευματική γραμμή που οδηγεί από το Κ στο Λ.

$$p_K + \rho g H + \frac{1}{2}\rho \upsilon_K^2 = p_\Lambda + \rho g H + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2$$

Οπότε θεωρώντας $\upsilon_K=0$, $p_K=p_\Lambda=p_{ατ}$, παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 = \rho g(H-y) \rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2g(H-y)}$$



Ας έρθουμε τώρα στο Β δοχείο, τη στιγμή που το ύψος του νερού στο δοχείο είναι επίσης y. Εφαρμόζοντας το νόμο Bernoulli από το Ρ στο Σ παίρνουμε:

$$p_P + \rho g H + \frac{1}{2}\rho \upsilon_P^2 = p_\Sigma + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2$$

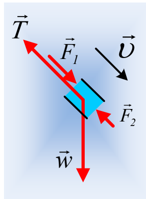
Αλλά $p_P=p_{ατ}$, ενώ θεωρώντας ότι η ροή τελειώνει στο Σ και δεν δημιουργείται φλέβα στο εσωτερικό του δοχείου, $p_Σ=p_{ατ}+ρgy$, ενώ $υ_P=0$, οπότε η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$p_{ατ}+\rho gH=p_{ατ}+\rho gy+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \rightarrow \upsilon_2=\sqrt{2g(H-y)}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι για το ίδιο ύψος y του νερού στο δοχείο, οι ταχύτητες εκροής στα δύο δοχεία είναι ίσες. Με άλλα λόγια δεν έχει καμιά σημασία αν το λάστιχο είναι κοντό ή μακρύ και αν φτάνει στον πυθμένα του δοχείου ή απλά το νερό εξέρχεται σε σημείο της επιφάνειας του νερού. Αλλά αν αυτό ισχύει για κάθε ύψος y, σημαίνει ότι ο χρόνος που απαιτείται, θα είναι ο ίδιος και στις δύο περιπτώσεις.

Σωστό το β).

ii) Το νερό είναι πραγματικό υγρό, πράγμα που σημαίνει ότι κάθε στοιχειώδης όγκος του νερού στο εσωτερικό του σωλήνα-λάστιχου, εκτός από το βάρος και τις δυνάμεις οφειλόμενες στις πιέσεις F_1, F_2, ασκείται πάνω του και δύναμη τριβής T, όπως στο σχήμα, ανάλογη της ταχύτητας υ. Αλλά τότε όσο μεγαλύτερο μήκος έχει το λάστιχο, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η συνολική δύναμη που θα αντιστέκεται στην κίνηση, με αποτέλεσμα ένας όγκος νερού να διατρέχει το σωλήνα σε μεγαλύτερο χρόνο.



Έτσι αν για να γεμίσει το Α δοχείο χρειάζεται χρόνος $t_1=50s$, για να γεμίσει το Β απαιτείται μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com