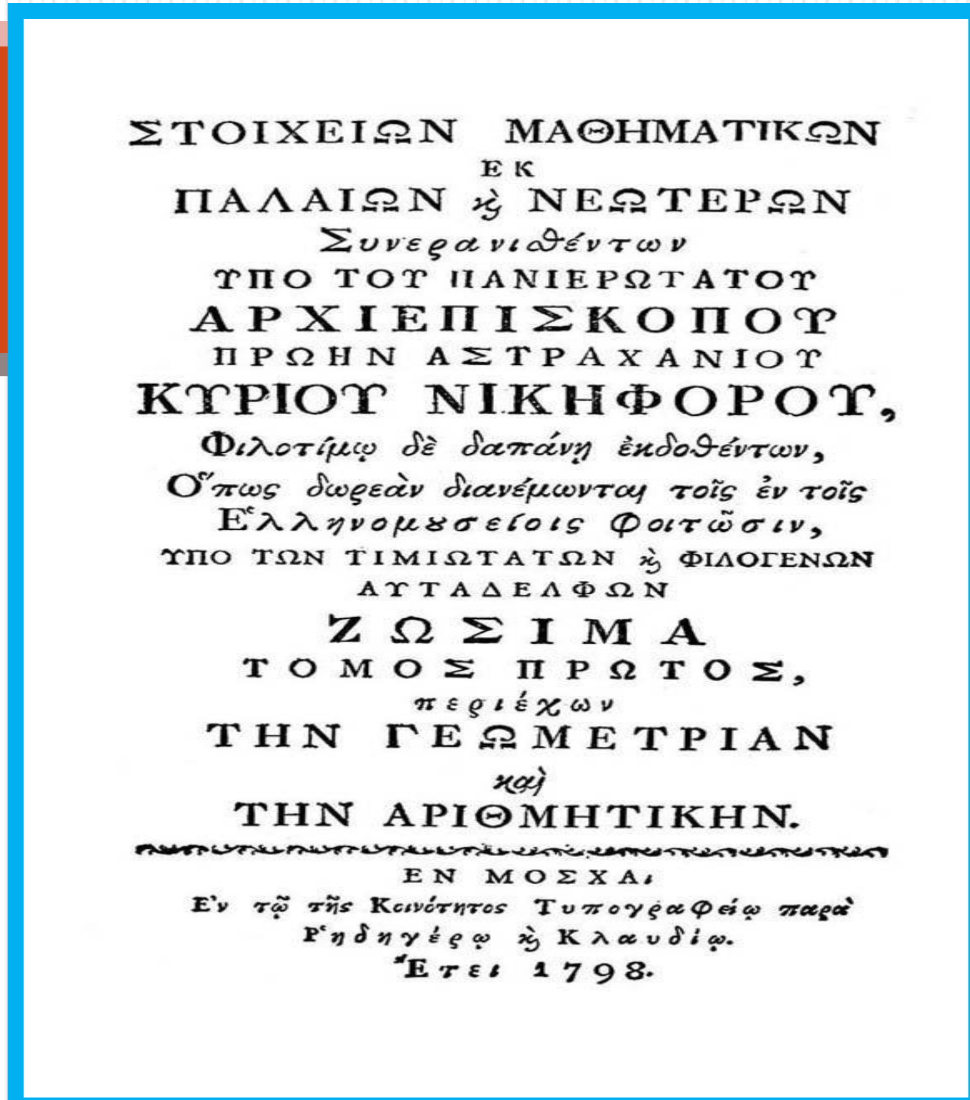
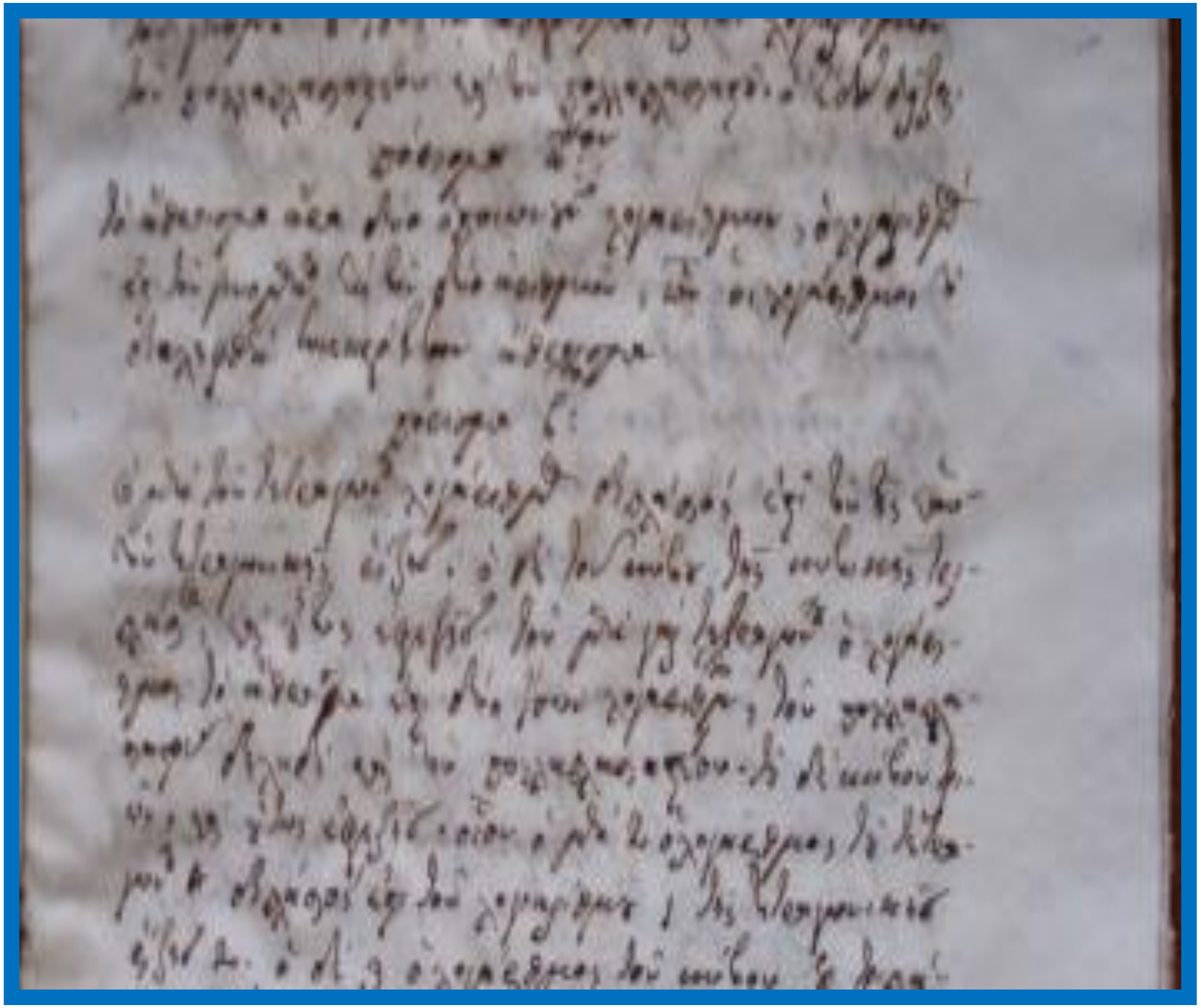
Ο πνευματικός δημιουργός του χειρογράφου

ΟΙ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΤΑ ΤΟΝ 18ον ΑΙΩΝΑ


ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΕΚ
ΠΑΛΑΙΩΝ ϗ ΝΕΩΤΕΡΩΝ
Συνερανισθέντων
ΥΠΟ ΤΟΥ ΠΑΝΙΕΡΩΤΑΤΟΥ
ΑΡΧΙΕΠΙΣΚΟΠΟΥ
ΠΡΩΗΝ ΑΣΤΡΑΧΑΝΙΟΥ
ΚΥΡΙΟΥ ΝΙΚΗΦΟΡΟΥ,
Φιλοτίμῳ δὲ δαπάνῃ ἐκδοθέντων,
Ὅπως δωρεὰν διανέμωνται τοῖς ἐν τοῖς
Ἑλληνομουσείοις φοιτῶσιν,
ΥΠΟ ΤΩΝ ΤΙΜΙΩΤΑΤΩΝ ϗ ΦΙΛΟΓΕΝΩΝ
ΑΥΤΑΔΕΛΦΩΝ
ΖΩΣΙΜΑ
ΤΟΜΟΣ ΠΡΩΤΟΣ,
περιέχων
ΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΝ
καὶ
ΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΝ.

ΕΝ ΜΟΣΧΑι
Ἐν τῷ τῆς Κοινότητος Τυπογραφείῳ παρὰ
Ῥηδηγέρῳ ϗ Κλαυδίῳ.
Ἔτει 1798.

ΤΟ ΧΕΙΡΟΓΡΑΦΟ ΤΗΣ ΔΗΜΗΤΣΑΝΑΣ



Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

ΤΟ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΤΟΥ ΚΩΔΙΚΑ 72

Γεωμετρία

- 1. Βασικοί Ορισμοί
- 2. Παραλληλόγραμμα
- 3. Κύκλος
- 4. Εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα πολύγωνα σε κύκλο
- 5. Λόγοι και αναλογίες
- 6. Όμοια ευθύγραμμα σχήματα
- 11, 12. Στερεομετρία

Αριθμητική

- 1. Ορισμοί αριθμών, πράξεις, δοκιμές πράξεων
- 2. Δεκαδικοί αριθμοί, κλάσματα, πράξεις
- 3. Υπολογισμός κυβικής και τετραγωνικής ρίζας
- 4. Λογάριθμοι
- 5. Προβλήματα σχετιζόμενα με το εμπόριο

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Περί ισοδιαφερόντων και λογαρίθμων

- **Κατά τον Euler:**
- **΄΄Των λογαρίθμων οις οι μαθηματικοί χρώνται τον τύπον ο Βρίγγιος (Henry Briggs- English- 17ος αι.) τη του πρώτου αυτών ευρετού Νεπέρτου (John Napier- Scottish- 17ος αι.) οδηγία πρώτος συνετάξατο……΄΄**
- **΄΄Ο Ενρίκος Βρίγγιος υπολογίσευσε τω ειρημένω τρόπω τους λογαρίθμους των αριθμών από 1 μέχρι 20000 και από 90000 μέχρι των 100000. Ολλανδός δε τις Ανδριανός Φλάκκος (Adrian Flack- Holland- 17ος αι.) μετά τούτου εξηριθμήσατο τους των αριθμών λογαρίθμους από των 20000 μέχρι των 90000 εκδούς αυτούς εν 1628. Μετά ταύτα εφάνη έκδοσις περιέχουσα και τους Βριγγιανούς και τους Φλακκιανούς λογαρίθμους από 1 μέχρι 101.000 εν 1742. Εισί μέντοι και έτεραι εκδόσεις ων αι μάλλον ευπόριστοι οι από το 1 μέχρι 10000 χωρούσαι, ούτω τάξεως έχουσαι΄΄.**
- **Κατά τον Νικηφόρο Θεοτόκη:**
- **΄΄Οι υπό του Ουλάη (Leonhard Euler- Swiss- 18ος αι.) εκδοθέντες λογαριθμικοί πίνακες…”**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Ορισμοί

- 1. Αριθμητικός λόγος είναι κάποια καθ΄ υπεροχή σχέση, και Γεωμετρικός λόγος κάποια κατά περιοχή σχέση. Ο αριθμητικός λόγος του 8 και του 2 είναι το 6, και ο γεωμετρικός λόγος τους είναι το 4.
- 2. Η Αριθμητική αναλογία δύο αριθμητικών λόγων είναι παράθεσις, και η μεν λέγεται συνεχής, η δε διηρημένη ή διωρισμένη λέγεται.
- 3. Τα μεγέθη που είναι αριθμητικώς αναλογα, ή εν αριθμητικώ λόγω, έχουν την εξής ιδιότητα: Όσο διαφέρει το πρώτο από το δεύτερο, τόσο διαφέρει και το δεύτερο από το τρίτο, και το τρίτο από το τέταρτο, κ.λπ. Π.χ. 3,7,11,15.
- 4. Τα μεγέθη που είναι εν συνεχή αριθμητικώ λόγω, ή συνεχώς κατά αριθμητικό λόγο έχουν την ιδιότητα των μεγεθών του 3ου ορισμού, και επιπλέον δεν μπορεί να έχουν αριθμητικό λόγο ίσο με το 0.
- 5. Τα μεγέθη που είναι εν διηρημένω αριθμητικώ λόγω, είναι αυτά που το 1ο διαφέρει από το 2ο, όσο το 3ο από το 4ο, όπως τα 3,6,7,10.
- 6. Οι αριθμητικές αναλογίες που έχουν πολλούς όρους λέγονται σειρές, ή αριθμητικές πρόοδοι, και οι γεωμετρικές αναλογίες που έχουν πολλούς όρους λέγονται γεωμετρικές πρόοδοι.

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Θεωρήματα

- **1. Εάν η σειρά των μεγεθών που είναι σε συνεχή αριθμητικό λόγο είναι αύξουσα (3,5,7,9), τότε ο κάθε όρος σχηματίζεται από το άθροισμα του προηγούμενού του και της διαφοράς. Εάν δε είναι φθίνουσα (9,7,5,3), ο κάθε όρος ισούται με το άθροισμα του επομένου του και της διαφοράς.**
- **2. Εάν η σειρά των εν διηρημένω αριθμητικώ λόγω μεγεθών είναι αύξουσα (3,6,7,10), τότε ο 2ος είναι ίσος με το άθροισμα του πρώτου και της διαφοράς, και ο 4ος είναι ίσος με το άθροισμα του τρίτου και της διαφοράς. Εάν είναι μειουμένη (10,7,6,3), τότε ο 1ος είναι ίσος με το άθροισμα του 2ου και της διαφοράς.**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

3. Εάν τρία μεγέθη είναι **συνεχώς κατά αριθμητικό λόγο ανάλογα** **(3,6,9),** τότε το άθροισμα του 1ου και του 3ου είναι ίσο με το διπλάσιο του 2ου **(2β=α+γ)**.

4. Εάν τέσσερα μεγέθη είναι **κατά διηρημένο αριθμητικό λόγο** **(3,6,7,10),** τότε το άθροισμα του 1ου και του 4ου είναι ίσο με το άθροισμα του 2ου και του 3ου **(α+δ=β+γ)**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

1ο Πρόβλημα

Να βρεθεί ο μέσος αριθμητικός ανάλογος των αριθμών 9 και 13.

9+13 = 22, 22/2 = 11 **(2β=α+γ)**

2ο Πρόβλημα

Να βρεθεί ο 4ος αριθμητικός ανάλογος των 8,5,9.

5+9 = 14, 14-8 = 6 **(α+δ=β+γ)**

3ο Πρόβλημα

Ζητείται ο μέσος γεωμετρικός ανάλογος των αριθμών 1 και 9.

1.9 = 9, √9 = 3 **(β^2=α.γ)**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

4ο Πρόβλημα

Να ευρεθεί ο τέταρτος ΄΄γεωμετρικός ανάλογος΄΄ χ των δοθέντων αριθμών 2,7,12.

2/7= 12/χ,

οπότε 7.12 = 2.χ,

άρα 2.χ= 84,

δηλαδή χ= 84/2 = 42.

(α.δ=β.γ, ή α/β=γ/δ)

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Λογάριθμοι

- **Λογάριθμος είναι ο αριθμός που δείχνει το διπλασίονα, ή τον τριπλασίονα, ή τον τετραπλασίονα, κ.λπ. λόγο.**
- Στη γεωμετρική σειρά **3,6,12,24,48,96,..... οι αριθμοί 1,2,3,4,5,6,..... είναι λογάριθμοι.**
- **Ο 2 είναι λογάριθμος του λόγου του 3 προς τον 12**, ο οποίος είναι διπλασίων του λόγου του 3 προς τον 6. (12/3=4, άρα $\log_2 4=2$, ενώ 6/3=2, άρα $\log_2 2=1$)
- **Ο 3 είναι λογάριθμος του λόγου του 3 προς τον 24**, ο οποίος είναι τριπλασίων του λόγου του 3 προς τον 6. (24/3=8, άρα $\log_2 8=3$, ενώ 6/3=2, άρα $\log_2 2=1$)

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Συνέπειες

- **1η: Οι όροι της αριθμητικής σειράς 0,1,2,3,4,5,6,7,8,….. είναι λογάριθμοι των όρων της γεωμετρικής σειράς 1,2,4,8,16,32,64,128,256,…..**
- **($\log_2 1= 0$, $\log_2 2= 1$, $\log_2 4= 2$, $\log_2 8= 3$……)**
- **2η: Ο συγγραφέας του χειρογράφου εξηγεί πως στην αριθμητική σειρά, το 0 είναι ο εκθέτης της δύναμης $2^0 = 1$, το 1 είναι εκθέτης της δύναμης $2^1 = 2$, το 2 της $2^2 = 4$, το 3 της $2^3 = 8$, κ.λπ.**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Θεώρημα

- Εάν ο λογάριθμος του 1 είναι το 0, τότε ο λογάριθμος κάθε γινομένου, π.χ. του 8 θα είναι ίσος με το άθροισμα των λογαρίθμων 1 και 2, του πολλαπλασιαστή 2 και του πολλαπλασιαστέου 4 **[$\log_2 8 = \log_2(2.4) = \log_2 2 + \log_2 4$]**

Απόδειξη

- Έστω **$\chi = \log_2 8 = \log_2(2.4)$**
- **Αλλά οι αριθμοί 0,1,2,χ είναι οι λογάριθμοι των 1,2,4,8. Τότε θα ισχύει 1/2 = 4/8**
- Άρα ο λογάριθμος του γινομένου 2.4 = 8 είναι ο τέταρτος των ισοδιαφερόντων 0,1,2, δηλαδή ο τέταρτος αριθμητικός ανάλογος του λογαρίθμου της μονάδας, του πολλαπλασιαστή και του πολλαπλασιαστέου.
- Επομένως $\boldsymbol{\chi}+0\boldsymbol{=}$ 1+2= 3, **$\log_2 8 = \log_2 2 + \log_2 4 = 3$.**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Θεώρημα

- Ο λογάριθμος του πηλίκου δύο αριθμών είναι ίσος με τη διαφορά των λογαρίθμων αυτών των αριθμών.

Απόδειξη

- Ισχύει ότι $\delta/\Delta = 1/\pi$, γιατί $(\delta,\Delta,1,\pi)$ διηρημένη γεωμετρική αναλογία, άρα ο λογάριθμος του πηλίκου είναι ο τέταρτος αριθμητικός ανάλογος των λογαρίθμων του διαιρέτη, του διαιρετέου, και της μονάδας
- $(\log_\alpha\delta, \log_\alpha\Delta, \log_\alpha 1, \log_\alpha\pi)$
- Αλλά $\log_\alpha\delta+\log_\alpha\pi= \log_\alpha\Delta+\log_\alpha 1$,
- άρα $\log_\alpha\pi= \log_\alpha\Delta+\log_\alpha 1- \log_\alpha\delta$,
- Δηλαδή $\log_\alpha\pi= \log_\alpha\Delta- \log_\alpha\delta$.

Σημείωση

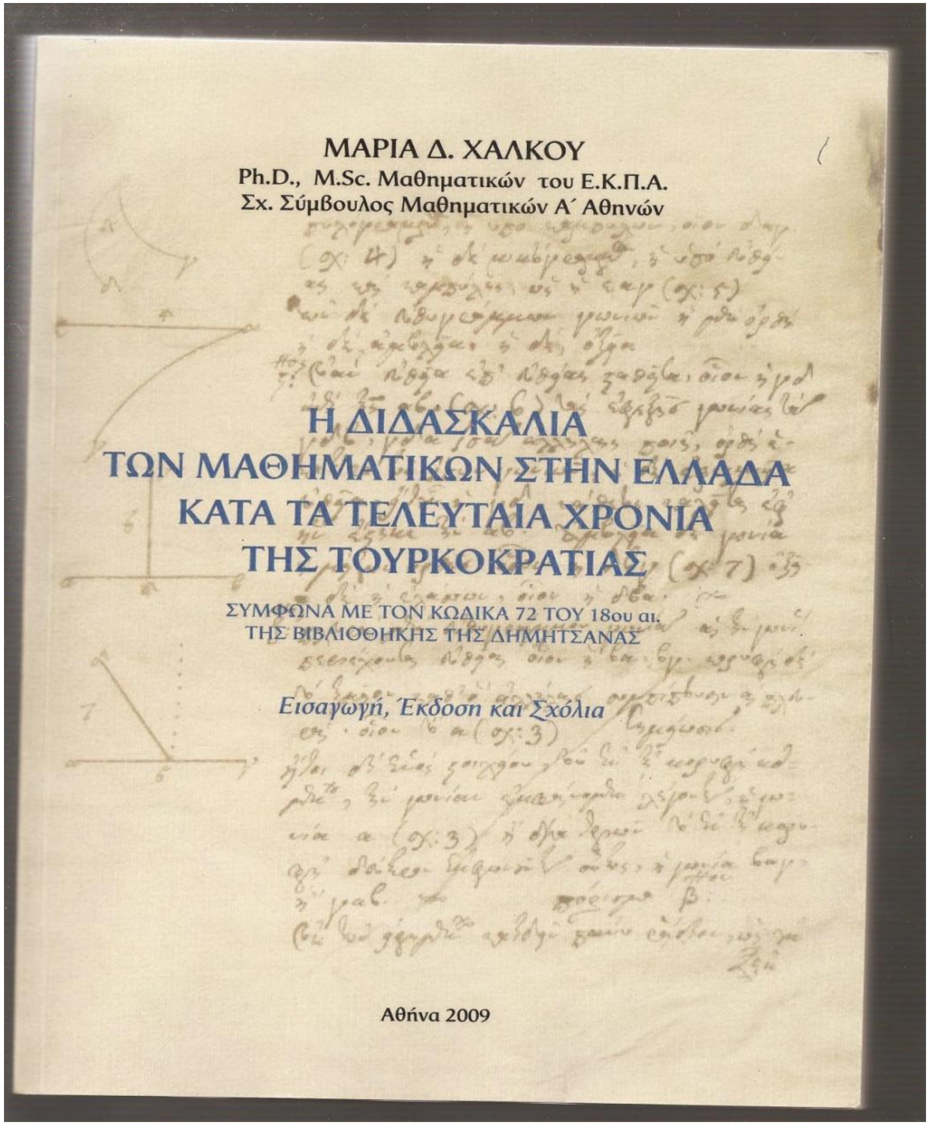
- Πρώτος ο διδάσκαλος της Γεωμετρίας **Βρίγγιος**, με την οδηγία του **Νεπέρτου** συνέταξε τους λογάριθμους, τους οποίους έλαβε από τη γεωμετρική πρόοδο: 1,10,100,1000,10000, ως εξής:
- Οι λογάριθμοι των όρων της γεωμετρικής σειράς **1,10,100,1000,10000 είναι οι όροι της αριθμητικής σειράς 0,1,2,3,4**
- **(log1= 0, log10= 1, log100= 2……)**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Υπολογισμός του λογάριθμου του 9

- Γράφουμε τους αριθμούς **1 και 10 με τη μορφή 1,0000000 και 10,0000000. Βρίσκουμε τον μέσο γεωμετρικό 3,1622777 αυτών.**
- Στη συνέχεια βρίσκουμε τον μέσο αριθμητικό **0,50000000 των 0,0000000 και 1,0000000. Ο 0,50000000 είναι ο λογάριθμος του 3,1622777.**
- Βρίσκουμε τον μέσο γεωμετρικό των **3,1622777 και 10,0000000 και τον μέσο αριθμητικό 0,75000000 των 1,0000000 και 0,50000000.**
- Με την ίδια διαδικασία καταλήγουμε σε ένα μέσο γεωμετρικό ο οποίος διαφέρει λιγότερο από δεκατημόρια του μηλλιονίου (εκατομύριο) από τον 9, δηλαδή είναι ίσος με τον **9,0000000.**
- **Αυτός ο μέσος γεωμετρικός θα έχει λογάριθμο τον αντίστοιχο μέσον αριθμητικό, δηλαδή τον 0,95424251.**

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr


ΜΑΡΙΑ Δ. ΧΑΛΚΟΥ
Ph.D., M.Sc. Μαθηματικών του Ε.Κ.Π.Α.
Σχ. Σύμβουλος Μαθηματικών Α΄ Αθηνών

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ ΚΑΤΑ ΤΑ ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΧΡΟΝΙΑ ΤΗΣ ΤΟΥΡΚΟΚΡΑΤΙΑΣ

ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ 72 ΤΟΥ 18ου αι.
ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗΣ ΤΗΣ ΔΗΜΗΤΣΑΝΑΣ

Εισαγωγή, Έκδοση και Σχόλια

Αθήνα 2009

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΘΕΣΜΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΩΝ

Εισαγωγικό Σημείωμα

Σημαντικὴ συμβολὴ στὴν ἔρευνα τῆς μαθηματικῆς παιδείας στὴν Ελλάδα κατὰ τοὺς χρόνους τῆς Τουρκοκρατίας ἀποτελεῖ ἡ παροῦσα ἔκδοση τοῦ χαρτῴου κώδικος 72 τῆς βιβλιοθήκης τῆς Δημητσάνας, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπὸ 184 φύλλα καὶ χρονολογεῖται στὸ τελευταῖο τέταρτο τοῦ 18ου αἰῶνος (1779).
Βάσει καὶ ἄλλων ἱστορικῶν στοιχείων, ἡ συγγραφεύς, Δρ. Μαρία Χάλκου, θεωρεῖ πιθανόν, αὐτὸ νὰ προέρχεται ἐξ ἀντιγραφῆς σημειώσεων τοῦ διαπρεποῦς λογίου Νικηφόρου Θεοτόκη, τὶς ὁποῖες χρησιμοποιοῦσε στὶς παραδόσεις του. **Νομίζω, ὅτι ἕνα ἀκόμα στοιχεῖο ὑπὲρ αὐτῆς τῆς ἀπόψεως εἶναι ἡ §85β τῆς γεωμετρίας (*Τὰ ἑξῆς θεωρήματα πλὴν τοῦ ἐσχάτου ἐκ τῶν τοῦ Πάππου εἰσὶ τοῦ Ἀλεξανδρέως*).** *Ὁ Θεοτόκης ἦταν γνώστης τῶν ἔργων καὶ ἄλλων διαπρεπῶν* Ἑλλήνων μαθηματικῶν πλὴν τῶν *Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, ὅπως συνάγεται ἀπὸ* ἕνα σωζόμενο χειρόγραφό του, τὸ ὁποῖο περιλαμβάνει θεωρήματα τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ τῶν *κωνικῶν τομῶν τοῦ Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου. Ἀσφαλῶς θὰ γνώριζε καὶ τὴ* μαθηματικὴ *Συναγωγὴ τοῦ Πάππου.*

Μάρω Κ. Παπαθανασίου
Ομότιμος Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Αθηνών

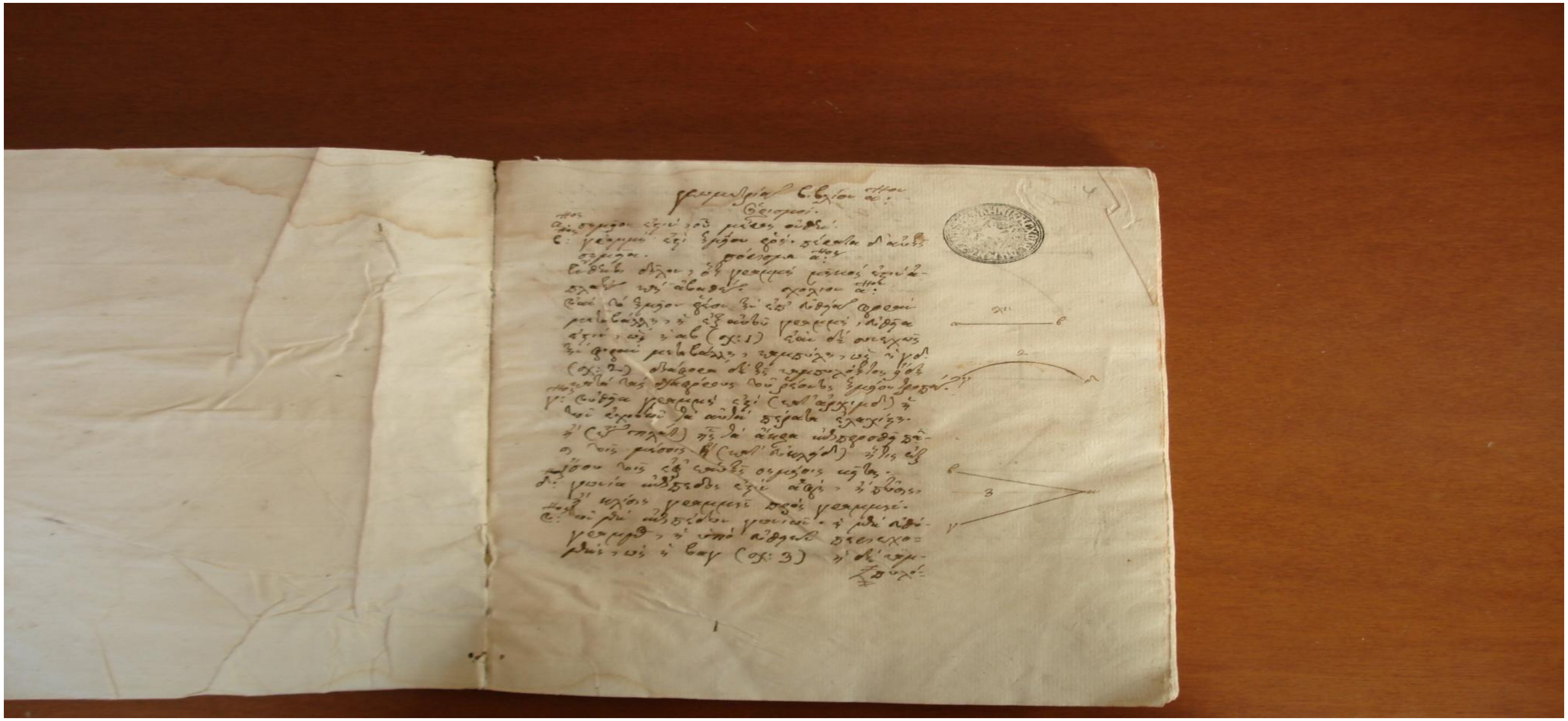
HARVARD UNIVERSITY
HOLLIS CATALOG

Η διδασκαλία των μαθηματικών στην Ελλάδα κατά τα τελευταία χρόνια της Τουρκοκρατίας : σύμφωνα με τον κώδικα 72 του 18ου αι. της Βιβλιοθήκης της Δημητσάνας

Subject: **Hellēnikē Scholē (Dēmētsana, Greece)**
Mathematics -- Study and teaching -- Greece -- History -- 18th century – Sources.
Mathematics -- Early works to 1800.
Education -- Greece -- History -- 18th century -- Sources.

Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr

Ευχαριστώ για την προσοχή σας



Δρ. Μαρία Χάλκου Σχολικός Σύμβουλος
Ακαδημία Θεσμών και Πολιτισμών
www.academy.edu.gr