**Σχέδιο Μαθήματος**

**Μάθημα: Γεωμετρία Β’ Λυκείου**

**Ενότητα: Μήκος Κύκλου**

**Διδάσκων:…..**

**Στόχοι:**

* Να γράφουν και να εφαρμόζουν τον τύπο του μήκους ενός κύκλου.
* Να κατασκευάζουν εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα κανονικά πολύγωνα σε κύκλο.
* Να κατανοήσουν την προσεγγιστική μέθοδο του υπολογισμού του μήκους κύκλου (χρήσιμο για την έννοια του ορίου και του ορισμένου ολοκληρώματος στην Γ’ Λυκείου).

**Μέθοδος Διδασκαλίας:**

* Διαλογική παρουσίαση με στοιχεία κατευθυνόμενης ανακάλυψης.

**Προαπαιτούμενα:**

* Υπολογισμός περιμέτρου ευθύγραμμων σχημάτων.
* Υπολογισμός περιμέτρου κανονικού πολυγώνου.

**Μέσα – Υλικά:**

* Πίνακας
* Ηλεκτρονικός υπολογιστής με το λογισμικό Geogebra
* Βιντεοπροβολέας
* Φύλλο εργασίας.

**Εισαγωγική δραστηριότητα**

Στην αρχή της διδακτικής ώρας, σχεδιάζω στον πίνακα μερικά ευθύγραμμα σχήματα με γνωστές πλευρές και ζητώ από τους μαθητές να υπολογίσουν την περίμετρό τους. Εύκολα οι μαθητές αναμένεται να προσθέσουν τα μήκη των πλευρών κάθε ευθυγράμμου σχήματος και να δώσουν την απάντηση. Στη συνέχεια σχεδιάζω έναν κύκλο ακτίνας 4cm και τους ρωτώ αν μπορούν να κάνουν το ίδιο. Οι μαθητές αναμένεται να απαντήσουν ότι αυτό δεν είναι εφικτό, αφού ο κύκλος δεν είναι ευθύγραμμο σχήμα.

 Σ’ αυτό το σημείο μοιράζω στο κάθε θρανίο από ένα φύλλο εργασίας, ώστε οι μαθητές να συνεργαστούν, και προβάλω στον πίνακα την εφαρμογή που έχω ετοιμάσει στο λογισμικό Geogebra.

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

**ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ**

**Δραστηριότητα**

Όπως προβάλλεται στον πίνακα, δίνεται ένας κύκλος ακτίνας 4cm στον οποίο εγγράφουμε και περιγράφουμε κανονικά πολύγωνα. Έστω $Ρ\_{ν}$ η περίμετρος του εγγεγραμμένου ν-γώνου και $Ρ\_{ν}^{'}$ η περίμετρος του περιγεγραμμένου ν-γώνου.

1. Με βάση τα στοιχεία που θα συλλέξετε από την εφαρμογή να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Πλήθος πλευρών (ν)** | **Μήκος πλευράς εγγεγραμ. ν-γώνου.** | **Μήκος πλευράς περιγεγρ. ν-γώνου** | **Περίμετρος**$$Ρ\_{ν}$$ | **Περίμετρος**$$Ρ\_{ν}^{'}$$ |
| 3 |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  |
| 50 |  |  |  |  |
| 100 |  |  |  |  |
| 200 |  |  |  |  |

1. Τι παρατηρείτε ως προς το σχήμα, καθώς το πλήθος των πλευρών των δύο ν-γώνων αυξάνεται;
2. Τι παρατηρείτε ως προς τα αποτελέσματα των 2 τελευταίων στηλών του παραπάνω πίνακα;
3. Μπορείτε να εξάγετε κάποιο συμπέρασμα ως προς το μήκος $L$ του δοθέντος κύκλου;

**Εφαρμογές**

1. Έστω κύκλος ακτίνας $ρ=5cm$. Να βρεθεί το μήκος του.
2. Έστω κύκλος με μήκος $L=6,28m$. Να βρεθεί η ακτίνα του.
3. Έστω κύκλος μήκους $L=125,6cm$. Να βρεθεί η διάμετρός του.

**Αναμενόμενη διδακτική πορεία**

Μετακινώντας τον δρομέα της εφαρμογής για τις τιμές του ν που ζητείται από το φύλλο εργασίας, οι μαθητές αναμένεται να συμπληρώσουν τις 2 πρώτες στήλες του πίνακα. Στη συνέχεια μέσω του τύπου $Ρ\_{ν}=ν∙λ\_{ν}$ που έχουν μάθει από προηγούμενη ενότητα (κανονικά πολύγωνα), εύκολα θα συμπληρώσουν τις δύο επόμενες στήλες του πίνακα του φύλλου εργασίας.

 Απαντώντας, στη συνέχεια, το δεύτερο ερώτημα του φύλλου εργασίας αναμένεται οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι καθώς το πλήθος των πλευρών των δύο κανονικών πολυγώνων αυξάνεται, τα πολύγωνα και ο κύκλος τείνει να ταυτιστούν. Η παραπάνω παρατήρηση θα ενισχυθεί από την απάντηση του τρίτου ερωτήματος, καθώς αναμένεται να παρατηρήσουν ότι καθώς το ν αυξάνεται η περίμετρος του εγγεγραμμένου και του περιγεγραμμένου κανονικού πολυγώνου τείνει να ταυτιστούν και μάλιστα για $ν\geq 5$5 τα αποτελέσματα (με ακρίβεια χιλιοστού) ταυτίζονται.

 Στη συνέχεια αναμένεται οι μαθητές να απαντήσουν στο τελευταίο ερώτημα ότι το μήκος του κύκλου είναι ίσο με το κοινό αποτέλεσμα των περιμέτρων των πολυγώνων $25,12cm$. Στο σημείο αυτό τους απαντώ ότι για την ακρίβεια το μήκος $L$ είναι ***περίπου ίσο*** με αυτό το αποτέλεσμα. Επίσης τους αναφέρω ότι αν δοκιμάσουμε να επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία για διάφορους κύκλους θα παρατηρήσουμε ότι ο λόγος $\frac{L}{2ρ}$ είναι σταθερός και ίσος περίπου με $3,14$. Αυτόν τον αριθμό τον συμβολίζουμε με $π$ από τη λέξη περιφέρεια και ο Αρχιμήδης χρησιμοποιούσε την προσέγγιση $\frac{22}{7}$.

 Έπειτα, ζητάω από τους μαθητές να συνοψίσουν τα παραπάνω συμπεράσματα και να δώσουν τη σχέση που συνδέει το μήκος ενός κύκλου με την ακτίνα του ή τη διάμετρό του. Οι μαθητές συνδυάζοντας τα παραπάνω καταλήγουν ότι η σχέση είναι:

$$L=2∙π∙ρ=π∙δ$$

όπου $ρ$ η ακτίνα, $δ$ η διάμετρος, $L$ το μήκος ενός κύκλου και $π≅3,14$.

 Τέλος ζητάω από τους μαθητές να εφαρμόσουν τα παραπάνω συμπεράσματα στις απλές εφαρμογές που περιλαμβάνονται στο φύλλο εργασίας ώστε να αξιοποιήσουν τις παραπάνω σχέσεις.