

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ (1)**

**ΚΥΡΙΑΚΗ, 2 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2017**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = x^2$  είναι  $2x$ , δηλαδή  $(x^2)' = 2x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**(Μονάδες 7)**

**A2.**

i. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίου ορισμού  $A$ , λέγεται συνεχής;

**(Μονάδες 4)**

ii. Να ορίσετε το μέτρο διασποράς εύρος ή κύμανση ( $R$ ).

**(Μονάδες 4)**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ , όπου  $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$ , τότε ισχύει :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = l_1 + l_2$$

**β)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

γ) Αν η καμπύλη συχνοτήτων για το χαρακτηριστικό που εξετάζουμε είναι κανονική ή περίπου κανονική, τότε περίπου το 68% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ .

δ) Για το γινόμενο των παραγωγίσιμων συναρτήσεων  $f, g$  στο  $R$  ισχύει ότι:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) - f(x)g'(x)$$

ε) Για κάθε  $x \in R$  ισχύει :

$$(-\sin x)' = \eta \mu x$$

**(Μονάδες 5x2= 10)**

### ΘΕΜΑ Β

Τα ετήσια εισοδήματα (σε χιλιάδες ευρώ) 40 νοικοκυριών κατά το έτος 2016 , έχουν ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους  $c=10$  όπως στον παρακάτω πίνακα:

Ετήσιο εισόδημα (χιλ.ευρώ) κλάσεις	Κέντρο κλάσης $x_i$	Αριθμός νοικοκυριών $v_i$	Αθροιστική συχνότητα $N_i$	Σχετική συχνότητα $f_i \%$	$x_i v_i$
[5, 15)					
[15, ...)			25		
[ , ...)				15	
[ , ...)					
[ , ...)					
Σύνολα		$v = \dots\dots\dots$			

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B1.** Αν η συχνότητα  $v_2$  της δεύτερης κλάσης είναι πενταπλάσια της συχνότητας  $v_4$  της τέταρτης κλάσης και η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην τέταρτη κλάση είναι  $\omega_4 = 36^\circ$ , να αποδείξετε ότι:

$$v_1 = 5, v_2 = 20, v_3 = 6, v_4 = 4$$

**(Μονάδες 4)**

**B2.** Για  $v_1 = 5, v_2 = 20, v_3 = 6, v_4 = 4$

i. Να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας.

**(Μονάδες 4)**

ii. Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των ετήσιων εισοδημάτων των νοικοκυριών και την τυπική απόκλιση.

**(Μονάδες 4)**

**B3. i.** Σε πόσα νοικοκυριά το ετήσιο εισόδημα ήταν το πολύ 20.000 ευρώ;

**(Μονάδες 4)**

ii. Ποιο είναι το ποσοστό των νοικοκυριών με ετήσιο εισόδημα τουλάχιστον 35.000 ευρώ;

**(Μονάδες 4)**

**B4.** Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες της τιμής 25.000 ευρώ.

**(Μονάδες 5)**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται συνάρτηση:

$$f(x) = \sqrt{x+3} - 2$$

**Γ1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**(Μονάδες 5)**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**Γ2.** Να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{f(x)}$$

**(Μονάδες 5)**

**Γ3. i.** Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

**(Μονάδες 5)**

**ii.** Να βρείτε το σημείο  $A$  της γραφικής παράστασης της  $f$  στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = \frac{1}{4}x$ .

**(Μονάδες 5)**

**Γ4.** Έστω:

$$f(1), f(6), f(13), f(22), f(33)$$

είναι οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μιας μεταβλητής  $X$ .

Να εξετάσετε εάν το δείγμα είναι ομοιογενές (δίνεται ότι  $\sqrt{2} \approx 1,41$ )

**(Μονάδες 5)**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = x^3 - ax^2 + x + \beta, \quad x \in \mathbb{R}$$

της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(1, 1)$  και επιπλέον ισχύει ότι:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0$$

**Δ1. i.** Να αποδείξετε ότι  $a = 2$  και  $\beta = 1$ .

**(Μονάδες 4)**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ii. Για  $a=2$  και  $\beta=1$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**(Μονάδες 6)**

**Δ2.** Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της  $f$  ως προς  $x$ .

**(Μονάδες 6)**

**Δ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(0, f(0))$ .

**(Μονάδες 4)**

**Δ4.** Αν η συνάρτηση θέσης ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα (πάνω στον άξονα  $x'x$ ) είναι  $x(t) = f(t)$ , να προσδιορίσετε πότε το σώμα είναι (στιγμιαία) ακίνητο και μετά να βρείτε την συνολική απόσταση που διανύθηκε από το σώμα στα πρώτα 5 s.

( το  $x$  μετριέται σε m και το  $t$  σε s)

**(Μονάδες 5)**

## ΑΡΧΗ 6ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

### Ο Δ Η Γ Ι Ε Σ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμο σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμία άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 1 ώρα μετά από την διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

Επιστημονική επιμέλεια:

Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Ρουμेलιώτης Αντώνης, Καθηγητής Μαθηματικών