

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΚΑΙ ΕΠΑ.Λ. (ΟΜΑΔΑ Β΄)**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ**

**ΤΕΤΑΡΤΗ, 8 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2015**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ**

**ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα μεταξύ τους ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , με απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα, να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**Μονάδες 8**

**A2.** Τι ορίζεται διάμεσος ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων;

**Μονάδες 4**

**A3.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_1 \in A$ ;

**Μονάδες 3**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

α) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως άυξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 2**

β) Αν  $f, g$  δύο συναρτήσεις με  $g(x) \neq 0$ , τότε ισχύει:

$$\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

**Μονάδες 2**

γ) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

**Μονάδες 2**

δ) Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος .

**Μονάδες 2**

ε) Για κάθε ενδεχόμενο  $A \neq \emptyset$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει:

$$0 < P(A) < 1$$

**Μονάδες 2**

### ΘΕΜΑ Β

Σε ένα έλεγχο της τροχαίας σχετικά με τα ατυχήματα που γίνονται στην εθνική οδό προέκυψε ότι, από τα 400 οχήματα που ενεπλάκησαν σε ατύχημα τα 100 ήταν ανασφάλιστα και 100 δεν είχαν περάσει ΚΤΕΟ. Ακόμα, διαπιστώθηκε ότι τα 80 από τα οχήματα που ενεπλάκησαν σε ατύχημα ήταν και ανασφάλιστα και δεν είχαν

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

περάσει ΚΤΕΟ. Επιλέγουμε στην τύχη ένα όχημα. Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

**B1.** Το επιλεγμένο όχημα να ήταν ανασφάλιστο ή να μην είχε περάσει ΚΤΕΟ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Το επιλεγμένο όχημα να ήταν μόνο ανασφάλιστο ή μόνο να μην είχε περάσει ΚΤΕΟ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Το επιλεγμένο όχημα να ήταν ασφαλισμένο και να είχε περάσει ΚΤΕΟ .

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Γ

Ένα εργοστάσιο ανακύκλωσης υλικών ανακυκλώνει πλαστικά, αλουμίνια, χαρτιά και άλλα υλικά. Ομαδοποιεί τα υλικά που ανακυκλώνει κάθε έτος, σε σχέση με τη μάζα τους σε τόνους (1-100) , σε πέντε (5) ισοπλατείς κλάσεις. Ο ετήσιος απολογισμός του εργοστασίου σε σχέση με τους τόνους των υλικών που ανακυκλώνονται έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Το μέσο βάρος των ανακυκλούμενων υλικών ήταν 68,8 τόνοι.
- Έχουν εύρος  $R = 20$  τόνους.
- Τα κέντρα των κλάσεων  $x_i$  έχουν διάμεσο  $\delta = 68$  τόνους.
- Η αθροιστική % σχετική συχνότητα της 3<sup>ης</sup> κλάσης είναι 60%

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- Στο ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων το εμβαδόν του ορθογωνίου της 4<sup>ης</sup> κλάσης είναι τα  $\frac{4}{5}$  του εμβαδού του ορθογωνίου της 5<sup>ης</sup> κλάσης.
- Η γωνία του κυκλικού διαγράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχεί στις δύο πρώτες κλάσεις είναι  $108^\circ$ .

Γ 1. Να βρείτε τα άκρα των κλάσεων.

**Μονάδες 5**

Γ2. Αν η επιχείρηση έχει ως κριτήριο για την εμπορία ανακυκλωμένων υλικών η ποσότητά του να είναι τουλάχιστον 70 τόνοι και τελικά εμπορεύτηκαν 4 ανακυκλωμένα υλικά, να βρείτε το πλήθος των υλικών που ανακυκλώνει η επιχείρηση.

**Μονάδες 4**

Γ 3. Να συμπληρώσετε τον επόμενο πίνακα και να δικαιολογήσετε τη συμπλήρωση κάθε στοιχείου του.

Κλάσεις [ , )	Κέντρα κλάσεων $x_i$	$v_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i\%$

**Μονάδες 9**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**Γ4.** Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων.

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συνάρτησεις  $f(x) = \ln \frac{1-x}{x}$  και  $g(x) = e^{\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1}$

**Δ1.** Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να βρείτε την μονοτονία των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  καθώς και τα ακρότατα της συνάρτησης  $g$ .

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Αν  $A$  και  $B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με

$$P(A) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left( e^{f(x) + \ln \frac{1}{2}} \right) \quad \text{και} \quad P(A \cup B) = \lim_{x \rightarrow 0} (g(x) \cdot e^{-1})$$

, να αποδείξετε ότι το ενδεχόμενο  $A \cup B$  είναι βέβαιο καθώς και ότι:

$$P(B) = \frac{1}{2} + P(A \cap B)$$

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Έστω οι παρατηρήσεις  $x_1, x_2, \dots, x_{200}$  ενός δείγματος μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής  $X$ , της οποίας οι τιμές ακολουθούν κανονική κατανομή με διακύμανση  $s^2$  και μέση τιμή  $\bar{x}$  αντίστοιχα:

$$s^2 = 8 \left[ P(B) - P(A \cap B) \right], \quad \bar{x} = P(A - B) - P(B') + 1$$

**Δ4.1.** Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 3**

## ΑΡΧΗ 6ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ– Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**Δ4.2.** Αν επιλέξουμε τυχαία μια τιμή του δείγματος της τυχαίας μεταβλητής  $X$ , να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου:

Γ: Η τιμή της μεταβλητής  $X$  να βρίσκεται στο διάστημα  $(3, 5)$

**Μονάδες 2**

Πόσες τιμές της μεταβλητής  $X$  βρίσκονται στο διάστημα  $(-1, 5)$  ;

**Μονάδες 2**

### Ο Δ Η Γ Ι Ε Σ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης : τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 1 ώρα μετά από την διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

Επιστημονικά υπεύθυνος: Καραγιάννης Β. Ιωάννης

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών Ν. Δωδεκανήσου