

ΛΥΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ 1
ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο: ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2014-2015

ΘΕΜΑ 1^ο

A1.

- α)** Σωστό.
- β)** Λάθος.
- γ)** Λάθος.
- δ)** Σωστό.
- ε)** Σωστό.

A2. Απόδειξη πρότασης σελίδα 63 στο σχολικό βιβλίο.

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Για να ορίζεται η παράσταση $B = \sqrt[5]{(x-2)^5}$ θα πρέπει :

$$(x-2)^5 \geq 0 \Leftrightarrow x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 \text{ ή σε μορφή διαστήματος } x \in [2, \infty) .$$

β) Για $x = 4 \in [2, \infty)$, έχουμε: $B = 4 - 2 = 2$ και άρα: $B^2 + 6B = 2^2 + 6 \cdot 2 = 16 = B^4$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Η παράσταση K ορίζεται για όλα τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει :

$$2x^2 - 4x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 2x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow 2(x-1)^2 \geq 0 ,$$

η οποία αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Η παράσταση Λ ορίζεται για όλα τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει:

$$3x^3 - 9x^2 + 9x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow 3(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow 3(x-1)^3 \geq 0 ,$$

δηλαδή $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ Άρα η παράσταση K ορίζεται για όλα τα $x \in \mathbb{R}$ ενώ η παράσταση Λ ορίζεται για κάθε $x \in [1, \infty)$

β) Η παράσταση $K = \sqrt{2x^2 - 4x + 2}$ γράφεται:

$$K = \sqrt{2x^2 - 4x + 2} = \sqrt{2(x^2 - 2x + 1)} = \sqrt{2(x-1)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(x-1)^2}$$

Η παράσταση $\Lambda = \sqrt[3]{3x^3 - 9x^2 + 9x - 3}$ γράφεται:

$$\Lambda = \sqrt[3]{3x^3 - 9x^2 + 9x - 3} = \sqrt[3]{3(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)} = \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{(x-1)^3}$$

και άρα έχουμε $K = \sqrt{2}\sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{2}|x-1|$, $x \in \mathbb{R}$ και $\Lambda = \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{(x-1)^3} = \sqrt[3]{3}(x-1)$, $x \geq 1$.

γ) Έχουμε διαδοχικά:

$$K - \Lambda = \sqrt{2}|x-1| - \sqrt[3]{3}|x-1| = 2\sqrt{2} - 2\sqrt[3]{3} \Leftrightarrow |x-1|(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}) = 2(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}) \Leftrightarrow |x-1| = 2$$

και έτσι: $x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$ ή $x-1 = -2 \Leftrightarrow x = -1$

Επομένως $x = 3$ ή $x = -1$.

ΘΕΜΑ 4^ο

α) Η σχέση: $|x-5| = d(x,5) = (AM)$ εκφράζει την απόσταση των σημείων Α και Μ πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

Η σχέση: $|x-9| = d(x,9) = (BM)$ εκφράζει την απόσταση των σημείων Β και Μ πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

β) i) Αν $|x-5| = |x-9| \Leftrightarrow (AM) = (BM)$, τότε το σημείο Μ του άξονα ισαπέχει από τα Α και Β, δηλαδή το Μ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

ii) Γεωμετρικά:

-----A(5)-----M(x)-----B(9)-----

Το x θα πρέπει να είναι ανάμεσα στο 5 και στο 9. Το x θα πάρει την τιμή 7 αφού τότε $7-5=9-7$

Αλγεβρικά:

$$|x-5| = |x-9| \Leftrightarrow x-5 = x-9 \text{ (που είναι αδύνατη)} \text{ ή } x-5 = 9-x \Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = 7$$