

ΛΥΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ 2
ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2° : ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΘΕΜΑ 1°

A1

- α)** Λάθος.
β) Λάθος.
γ) Σωστό.

δ)

1	2	3
δ	γ	β

ε)

1	2	3
β	δ	γ

A2. Απόδειξη πρότασης σελίδας 71 στο σχολικό βιβλίο.

ΘΕΜΑ 2°

α) Έχουμε $a < 1 \Leftrightarrow a^2 < a$ ($a > 0$). Πολλαπλασιάζοντας τις σχέσεις $a < 1$ (1) και $a^2 < a$ (2) κατά μέλη (αφού όλοι οι όροι είναι θετικοί), θα έχουμε: $a^3 < a$.

β) Λόγω της δοσμένης σχέσης του ερωτήματος (α), της σχέσης $0 < a < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a} > 1$, και

$a^3 > 0$ η διάταξη, από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο είναι:

$$0 < a^3 < a < 1 < \frac{1}{a}$$

ΘΕΜΑ 3°

α) Επειδή ισχύει $0 \leq P(A) \leq 1$, θα είναι $P(A) - 1 \leq 0$ και άρα $K = 1 - P(A)$. Ακόμα:

$$M = |P^2(B) - 2P(B) + 3| = |(P^2(B) - 2P(B) + 1) + 2| = |[P(B) - 1]^2 + 2| = [P(B) - 1]^2 + 2$$

β) i) Επειδή τα ενδεχόμενα A και B είναι ισοπίθανα, θα είναι $P(A) = P(B)$ και άρα θα έχουμε:

$$K^2 - M = [1 - P(A)]^2 - [P(B) - 1]^2 - 2 = [1 - P(A)]^2 - [P(A) - 1]^2 - 2 = -2$$

, δηλαδή η παράσταση $K^2 - M$ είναι ανεξάρτητη των $P(A)$ και $P(B)$.

ii) Αφού τα εβδεχόμενα A και B είναι επιπλέον και ασυμβίβαστα, θα έχουμε $A \cap B = \emptyset$. Ακόμα έχουμε:

$$K = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |P(A) - 1| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - P(A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{2}$$

$$M = \frac{9}{4} \Leftrightarrow (P(B) - 1)^2 + 2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow (P(B) - 1)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow |P(B) - 1| = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(B) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

Από τον απλό προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων, έχουμε:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

και άρα το ενδεχόμενο $A \cup B$ είναι βέβαιο.

ΘΕΜΑ 4^ο

α) i) Έχουμε: $|x + 2| = |x - (-2)| = d(x, -2) = (AM)$, δηλαδή η απόσταση των σημείων A και M στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

ii) Έχουμε: $|x - 7| = d(x, 7) = (MB)$, δηλαδή η απόσταση των σημείων B και M στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

----- A(-2)-----M(x)----- B(7)-----

β) $|x + 2| + |x - 7| = d(x, -2) + d(x, 7) = (AM) + (MB)$, δηλαδή το άθροισμα των αποστάσεων του M από τα σημεία A και B του άξονα των πραγματικών αριθμών.

γ) $A = |x + 2| + |x - 7| = d(x, -2) + d(x, 7) = (AM) + (MB) = (AB) = 9$ (Αφού το M είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος AB).

δ) Έχουμε:

$$x > -2 \Leftrightarrow x + 2 > 0 \Leftrightarrow |x + 2| = x + 2$$

$$x < 7 \Leftrightarrow x - 7 < 0 \Leftrightarrow |x - 7| = 7 - x$$

και άρα:

$$A = |x + 2| + |x - 7| = x + 2 + 7 - x = 9$$