

Διαγώνισμα στις συναρτήσεις

Μέρος Β- Ανάλυση Κεφάλαιο 1^ο Παράγραφοι 1.1 έως 1.3)

Τάξη: Γ' Λυκείου, Θετική και Τεχνολογική Κατεύθυνση

Σχολικό έτος: 2014-2015

Χρονική διάρκεια: 2 δ.ω.

Αριθμός θεμάτων: 4

Σύνολο μονάδων: 100

Θ Ε Μ Α Τ Α

Θέμα Α

A.1) Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1-1 ;
(Μονάδες 8)

A.2) Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;
(Μονάδες 7)

A.3) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλα σας τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
(Μονάδες 5X2=10)

1. Μια συνάρτηση f που είναι «1-1» σε ένα διάστημα Δ είναι πάντα γνησίως μονότονη στο Δ .

2. Αν f^{-1} είναι η αντίστροφη συνάρτηση της $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, τότε το πεδίο ορισμού της f^{-1} είναι το σύνολο τιμών $f(A)$ της f .
3. Αν μία συνάρτηση είναι «1-1» τότε δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής της παράστασης με την ίδια τεταγμένη.
4. Αν για μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $-2014 \leq f(x) < 2014$ για κάθε $x \in A$, τότε η f έχει μέγιστη τιμή το 2014 και ελάχιστη τιμή το -2014.
5. Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$, που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$ των αξόνων $x'x$ και $y'y$.

Θέμα Β

Έστω η συνάρτηση $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι γνησίως φθίνουσα και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, -2)$. Αν για την συνάρτηση f ισχύει:

$$f(x) = \ln x - g(x) \text{ για κάθε } x > 0$$

B.1 Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$.

(Μονάδες 10)

B.2 Να λύσετε την ανίσωση:

$$2 \ln x < 2 + g(x^2) \text{ στο } (0, +\infty).$$

(Μονάδες 15)

Θέμα Γ

Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση για την οποία ισχύει:

$$f(x-y) = f(x) \cdot f(y) \text{ για κάθε } x, y \in \mathbb{R}.$$

Γ.1 Να αποδείξετε ότι $f(0) = 0$ ή $f(0) = 1$.

(Μονάδες 7)

Γ.2 Αν η C_f διέρχεται από την αρχή των αξόνων να βρείτε την συνάρτηση f .

(Μονάδες 8)

Γ.3 Αν $f(0) \neq 0$, τότε:

Γ.3.1 Να αποδείξετε ότι $f(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 5)

Γ.3.2 Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

Θέμα Δ

Δ.1 Να βρείτε περιττή συνάρτηση f για την οποία ισχύει

$$|x|f(x) \geq x^{2\nu+1}, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R} \text{ και } \nu \in \mathbb{N}.$$

(Μονάδες 7)

Δ.2 Αν για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$xg(x) + g(-x) = x$$

να βρείτε την συνάρτηση g .

(Μονάδες 8)

Δ.3 Να προσδιορίσετε την συνάρτηση gof .

(Μονάδες 10)

Καλή Επιτυχία

Μαθηματικός Περιηγητής 2014-2015