Προτεινόμενες λύσεις

Μαθηματικά Ι

Ημερήσια ΕΠΑ.Λ

Πέμπτη 23/05/2013

ΘΕΜΑ Α:

A_1) Ορισμός σελ. σχολικό βιβλίο

A_2) α) Σ

β) Σ

γ) Λ

δ) Λ

ε) Σ

A_3) α) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta\mu x dx = \sigma\upsilon\nu\alpha - \sigma\upsilon\nu\beta$

β) $(c f(x))' = c f'(x)$

γ) $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$

ΘΕΜΑ Β:

B_1) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \left(a^2 x + \ln x\right) = a^2 + \ln 1 = a^2$

B_2) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim\limits_{x\to 1^+} \left(x\sqrt{x+3} + 2\right) =$

$= 4.$ (Πολλ/σαμε με την συζηγή)

B_3) Για να είναι η f συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$

Θα πρέπει να ισχύει:

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$ δηλαδή

$a^2 = 4 \Longleftrightarrow \boxed{a = \pm 2}$

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1:)

Μισθός	Συχνότητα v_i	Σχ. f_i% Συχνότητα	$x_i v_i$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 v_i$
6	25	50	150	9	225
10	17	34	170	1	17
15	6	12	90	36	216
20	2	4	40	121	242
ΣΥΝΟΛΑ	$v=50$	100	450		700

Γ2) Έχουμε: $\bar{x} = \dfrac{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 + x_4v_4}{v} = \dfrac{450}{50} = 9$

Γ3) Το 84% (Το άθροισμα 1ης και 2ης παρατήρησης)

Γ4) $s^2 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^2 v_1 + (x_2-\bar{x})^2 v_2 + (x_3-\bar{x})^2 v_3 + (x_4-\bar{x})^2 v_4}{v} = \dfrac{700}{50} = 14$

Άρα $s = \sqrt{14}$

Δ_4). Θεωρούμε την συνάρτηση

$$K(x) = g(x) - h(x) = 3x^2 - 18x + 24$$

και $K(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 2$ ή $x = 4$.

Επειδή $K(x) < 0$ για $2 < x < 4$ θα έχουμε:

$$E(\underline{O}) = \int_2^4 |K(x)|\,dx = -\int_2^4 K(x)\,dx = -\left[x^3 - 9x^2 + 24x\right]_2^4 = 4 \text{ τ.μ}$$

ΘΕΜΑ Δ:

Δ1): $f'(x) = \left[(x-2)^2\right]' \cdot (x+\alpha) + (x-2)^2 \cdot (x+\alpha)' =$

$= \dots = 2(x-2)\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2 =$

$= (x-2)\cdot(3x+2\alpha-2)$

Δ2): Αφού η f έχει ακρότατο στο $x_0 = 4$. από το θεώρημα του Fermat θα είναι:

$f'(4) = 0 \Longleftrightarrow 2(10+2\alpha) = 0 \Longleftrightarrow \alpha = -5.$

Δ3) $f(x) = (x-2)^2(x-5)$ και $f'(x) = (x-2)\cdot(3x-12)$ ή $f'(x) = 3(x^2-6x+8)$

$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 2$ ή $x = 4$.

<u>Για $x < 2$</u> η $f'(x) > 0$, άρα η f είναι γν. αύξουσα στο $(-\infty, 2]$

<u>Για $2 < x < 4$</u> η $f'(x) > 0$, άρα η f είναι γν. φθίνουσα στο $[2, 4]$

<u>Για $x > 4$</u> η $f'(x) > 0$, άρα η f είναι γν. αύξουσα στο $[4, +\infty)$