

Θέματα εξετάσεων Άλγεβρας Α΄ Λυκείου (Β, Γ, και Δ)

Κεφάλαιο 1^ο : ΣΥΝΟΛΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται με περιγραφή τα σύνολα :

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / |x-1| \leq 2\} \text{ και } B = \{x \in \mathbb{Z} / (x-4) \cdot (x^2 - 2x - 3) = 0\}.$$

Να βρείτε με αναγραφή τα σύνολα:

B.1. A, B

B.2. $A \cap B$, $A-B$

ΘΕΜΑ 2^ο

Θεωρούμε ως βασικό σύνολο το σύνολο $\Omega = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 20\}$ και τα σύνολα

$$A = \{x \in \Omega / x \text{ άρτιος}\}, \quad B = \{x \in \Omega / x \text{ περιττός}\} \text{ και } \Gamma = \{x \in \Omega / 5 \leq x \leq 15\}$$

Να προσδιορίσετε ποια είναι τα εξής σύνολα:

B.1. Η ένωση των συνόλων A και B

B.2. Η τομή των συνόλων A και B

B.3. Το συμπλήρωμα του συνόλου A

B.4. Η τομή των συνόλων B και Γ

B.5. Το συμπλήρωμα του συνόλου Γ

ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω τα ενδεχόμενα A και B δειγματικού χώρου Ω . Αν γνωρίζουμε ότι $|3P(A)-2| + |2P(B)-1| = 0$ τότε:

Γ 1. Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{2}{3}$ και $P(B) = \frac{1}{2}$.

Γ 2. Να αποδείξετε ότι τα A και B δεν είναι ασυμβίβαστα.

Αν ισχύει $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, να βρείτε:

Γ 3.1. Τις πιθανότητες των ενδεχομένων $A \cup B$ και $(A \cap B)'$.

Γ 3.2. Την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιείται το A και να μην πραγματοποιείται το B.

ΘΕΜΑ 4^ο

Θεωρούμε το δειγματικό χώρο $\Omega = \{-5, -4, -3, \dots, 10\}$, που αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα, και τα ενδεχόμενα του:

$$A = \{x \in \Omega / |x - 4| \leq 2\}$$

$$B = \{x \in \Omega / x^2 - 4 \cdot x + 3 \geq 0\}$$

$$\Gamma = \{\lambda \in \Omega / \eta \text{ εξίσωση } x^2 + (1 - \lambda) \cdot x + 1 = 0, \text{ έχει διπλή ρίζα}\}.$$

Γ.1. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα A, B και Γ.

Γ.2. Να αποδείξετε ότι το ενδεχόμενο να πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A και B είναι το βέβαιο ενδεχόμενο.

Γ.3. Να αποδείξετε ότι: $P(\Gamma - B) = 0$.

ΘΕΜΑ 5^ο

Σε ένα σχολείο τα ποσοστά των υποψηφίων που αρίστευσαν στη Φυσική είναι 15%, στα Μαθηματικά 7%, ενώ το 5% αρίστευσε και στα δυο μαθήματα. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή από το παραπάνω σχολείο. Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να αρίστευσε:

B.1. Σε ένα τουλάχιστον από τα δυο μαθήματα

B.2. Στα Μαθηματικά αλλά όχι στη Φυσική

B.3. Στη Φυσική αλλά όχι στα Μαθηματικά

ΘΕΜΑ 6^ο

Αν για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύουν $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,4$ και $P(A \cap B) = 0,5$ να αποδείξετε ότι:

B.1. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο B, δηλαδή το $P(B)$, είναι 0,6.

B.2. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα ενδεχόμενα A, B δηλαδή το $P(A \cup B)$, είναι 0,8.

ΘΕΜΑ 7^ο

Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$[5P(A) - 4]^2 + [10P(B) - 5]^2 = 0.$$

Γ.1. Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$ των ενδεχομένων A και B

Γ.2. Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.

Γ.3. Αν $P(A \cap B) = \frac{3}{5}$ να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

Γ. 3. 1. «Να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα A και B»

Γ. 3. 2. «Να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A και B»

Γ. 3. 3 «Να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα A και B»

ΘΕΜΑ 8°

Δίνονται τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$P(A) = 0,6, \quad P(B) = 0,5 \text{ και } P(A \cap B) = 0,3 .$$

B.1. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες $P(A \cup B)$ και $P(A \cup B)'$

B.2. Να υπολογίσετε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα A και B.

ΘΕΜΑ 9°

Σε ένα Λύκειο που έχει 200 μαθητές, το 68% των μαθητών έχουν λογαριασμό στο Facebook, το 47% έχουν λογαριασμό στο Twitter και το 18% έχουν λογαριασμό και στα δύο αυτά κοινωνικά δίκτυα.

Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή αυτού του Λυκείου και θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής έχει λογαριασμό στο Facebook

B: ο μαθητής έχει λογαριασμό στο Twitter

B1. Να υπολογίσετε το πλήθος των μαθητών που έχουν λογαριασμό στο Facebook.

B2. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής να έχει λογαριασμό μόνο στο Facebook.

B3. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής να μην έχει λογαριασμό σε κανένα από αυτά τα δύο κοινωνικά δίκτυα.