

**Μάθημα: Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής
Γενικής Παιδείας
Γ' Λυκείου
Διαγώνισμα στο Κεφάλαιο 1^ο**

**Σχολικό έτος: 2013-2014
Διάρκεια εξέτασης: 2 δ.ω
Αριθμός θεμάτων: 4
Σύνολο μονάδων:100**

Θ Ε Μ Α Τ Α

ΘΕΜΑ Α

- A.1)** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ ;
(Μονάδες 7)
- A.2)** Να αποδείξετε ότι: $(x)' = 1, x \in \mathbb{R}$
(Μονάδες 8)
- A.3)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό, αν η πρόταση είναι Σωστή και με Λάθος, αν η πρόταση είναι Λάθος.
1. $(\sin 60^\circ)' = -\eta\mu 60^\circ$
 2. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 , όταν $f(x) \leq f(x_0)$, για κάθε x σε μια περιοχή του x_0 .
 3. Ισχύει: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f(x)g'(x) - f'(x)g(x)}{(g(x))^2}$, για τα x που ορίζονται οι f , g , f' , g' και $g(x) \neq 0$
 4. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως άυξουσα στο Δ .

5. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

(Μονάδες $5 \times 2 = 10$)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$

B.1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της, την μονοτονία της και τα ακρότατα της.

(Μονάδες 9)

B.2) Να αποδείξετε ότι: $e^x[f(x) - 2f'(x) + f''(x)] = 4x - 2, x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 8)

B.3) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0, f(0))$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων Oxy δίνονται τα σημεία $A(0, x+1)$ και $B(x^2+2x, 0)$ με $x > 0$. Να βρείτε:

Γ.1) Το εμβαδόν $E(x)$ του τριγώνου OAB .

(Μονάδες 9)

Γ.2) Την $E'(x)$ και $E''(x)$.

(Μονάδες 8)

Γ.3) Τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου όταν $x=2$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^3}{3} - ax^2 + \beta x - 3$ και

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + x}{1 - \sqrt{x+1}}, x \neq 0 \\ \gamma, x = 0 \end{cases} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R})$$

Δ.1) Να βρείτε τις τιμές των α και β , ώστε η συνάρτηση f να διέρχεται από το σημείο $A(3,9)$ και η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(1,f(1))$ να είναι κάθετη στην ευθεία $y = -x + 1$

(Μονάδες 8)

Δ.2) Να βρείτε την τιμή του γ , ώστε η συνάρτηση g να είναι συνεχής στο \mathbb{R}

(Μονάδες 8)

Δ.3) Για $\alpha = -1$, $\beta = -2$ και $\gamma = -2$

Δ.3.1. Να βρεθούν τα σημεία στα οποία η h έχει ακρότατα και η μονοτονία της συνάρτησης $h(x)$ με

$$h'(x) = f'(x) - (1 - \sqrt{x+1})g(x) - 2, x \neq 0$$

(Μονάδες 5)

Δ.3.2. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f'(x) - (g(0) + 24)}{x^2 - (g(3) - 1)^2}$

(Μονάδες 4)

Ευχόμαστε Επιτυχία

Μαθηματικός Περιηγητής 2013-2014