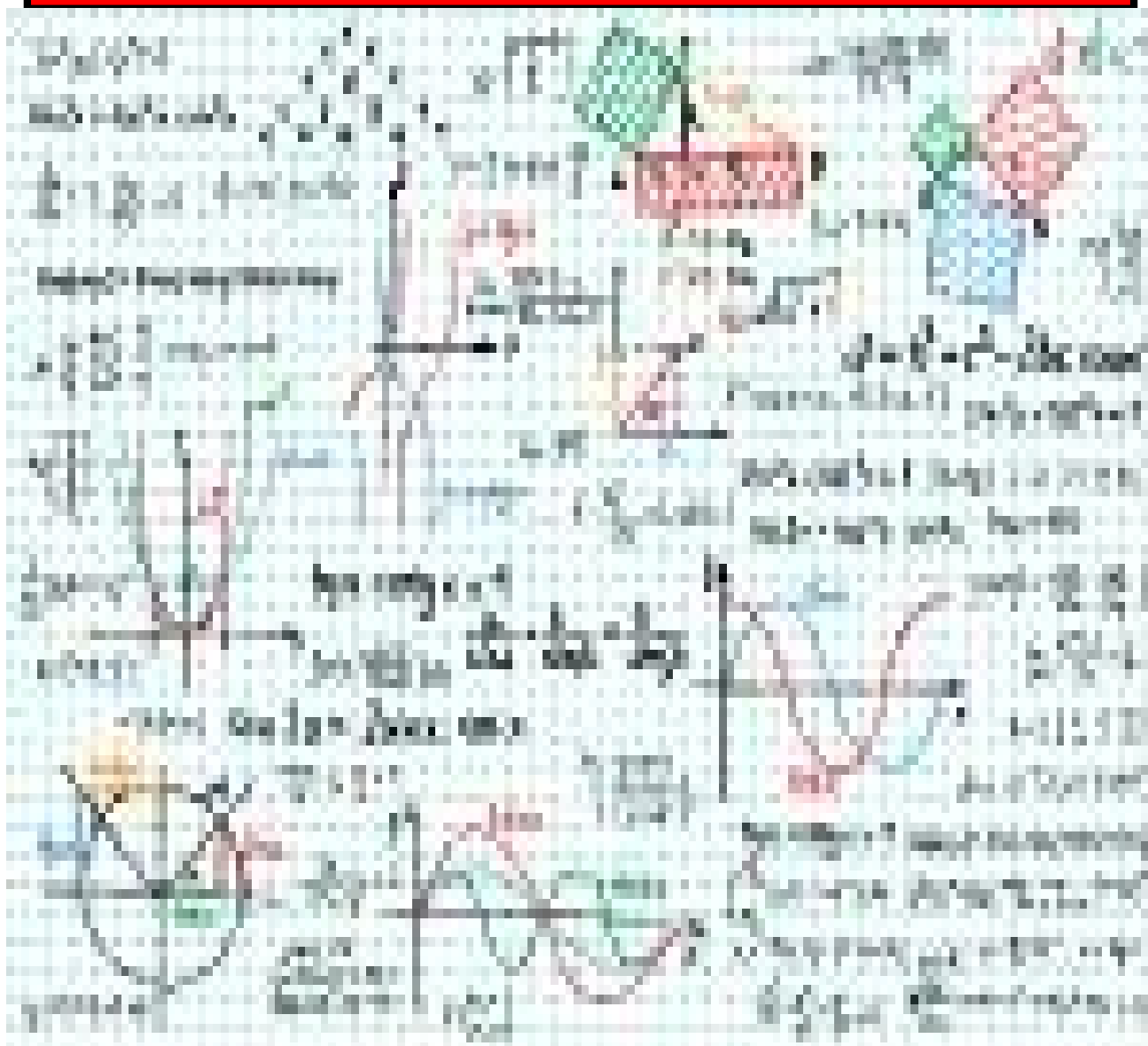


**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ**



ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2011-2012

ΝΟΜΟΣ: ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ Β. ΙΩΑΝΝΗΣ
ΣΧΟΛΙΚΟΣ ΣΥΜΒΟΥΛΟΣ ΠΕ03**

ΡΟΔΟΣ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2012

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος.....	3
1. Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Α΄ Γυμνασίου.....	4
2. Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Β΄ Γυμνασίου.....	54
3. Θέματα απολυτηρίων εξετάσεων Γ΄ Γυμνασίου.....	98

Πρόλογος

Η παρούσα συλλογή θεμάτων εξετάσεων είναι αποτέλεσμα της συνεργασίας μου με τους συναδέλφους μαθηματικούς που υπηρετούν σε σχολεία του Νομού Δωδεκανήσου τους οποίους και θερμά ευχαριστώ.

Αποτελεί μια πρώτη προσπάθεια να δημιουργηθεί μια ολοκληρωμένη τράπεζα θεμάτων που θα μπορεί να διευκολύνει τους συναδέλφους, αφού εύκολα θα μπορεί ο οποιοσδήποτε να αναζητήσει θέματα.

Τα θέματα των εξετάσεων δημοσιεύονται χωρίς να αναφέρεται η σχολική μονάδα, ο εισηγητής και ο διευθυντής του σχολείου για λόγους δεοντολογίας. Άλλωστε η ουσία είναι η συλλογή των θεμάτων και τίποτα άλλο. Πολλά σχολεία βέβαια έχουν αναρτήσει τα θέματα στην ιστοσελίδα τους αλλά αυτό γίνεται με δική τους ευθύνη.

Η προσπάθεια αυτή θα συνεχιστεί ώστε να φτιαχτεί μια συλλογή θεμάτων διαχρονική και μεθοδικά τακτοποιημένη κατά τάξη και μάθημα.

Σημειώνω βέβαια ότι τα θέματα μεταφέρθηκαν όπως δόθηκαν στις σχολικές μονάδες από τους εισηγητές, χωρίς καμία παρέμβαση στο περιεχόμενο τους, εκτός από κάποιες μορφοποιήσεις κειμένων και σχημάτων που έγιναν για λόγους ομοιομορφίας.

Καραγιάννης Ιωάννης
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
Νομού Δωδεκανήσου

1

Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Α΄ Γυμνασίου



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑ/ΣΗΣ ΔΩΔ/ΣΟΥ**

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2011-2012
ΤΑΞΗ: Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ Α

1. Ποιες γωνίες ονομάζουμε εφεξής;
 2. Ποιες γωνίες ονομάζουμε κατακορυφήν;
 3. Ποιες γωνίες ονομάζουμε παραπληρωματικές;
- Να κάνετε ένα σχήμα για κάθε περίπτωση.

ΘΕΜΑ Β

1. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;
2. Χαρακτηρίστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις
 - α) Για να προσθέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.
 - β) Όταν αφαιρούμε δυο ετερόνυμα κλάσματα που οι αριθμητές τους είναι ο ίδιος αριθμός, το αποτέλεσμα είναι πάντα ίσο με το μηδέν.
 - γ) Δυο κλάσματα που έχουν άθροισμα λέγονται αντίστροφα.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Στον πίνακα που ακολουθεί τα ποσά χ και ψ είναι ανάλογα.

X	2	0		3
Ψ	1		2	

- α) Να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας τους.
- β) Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- γ) Να γίνει η γραφική τους παράσταση.

2. Δίνονται οι παραστάσεις:

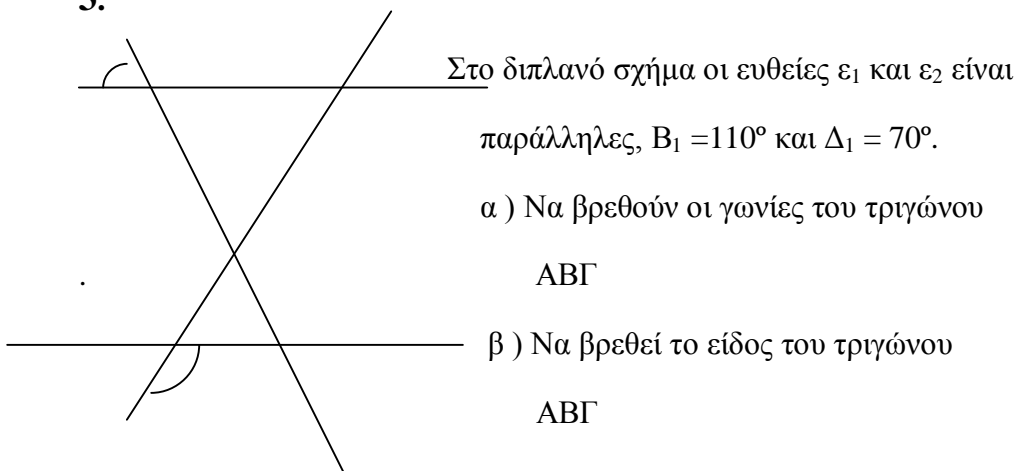
$$A = 3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 5 - 10^2 : 5 \text{ και } B = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 10 \frac{2}{3}$$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 18$ και $B = 12$

β) Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των A και B

γ) Να λύσετε την εξίσωση $A \cdot x = B$

3.



Να απαντήσετε σε μια από τις δυο θεωρίες και στις δυο από τις τρεις ασκήσεις.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

ΤΑΞΗ : Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

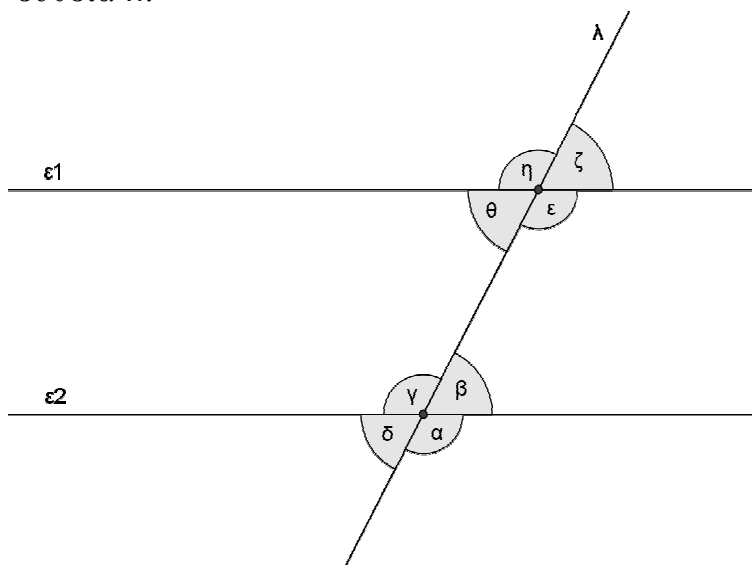
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ : _____

Α.ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να γράψετε τι ονομάζεται μεσοκάθετος τμήματος και ποια είναι η βασική ιδιότητά της.
- B.** Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 είναι παράλληλες ($\epsilon_1 // \epsilon_2$) και τέμνονται από την ευθεία λ .



Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με αυτά της στήλης Β και Γ:

ΣΤΗΛΗ Α (ΖΕΥΓΗ ΓΩΝΙΩΝ)	ΣΤΗΛΗ Β (ΟΝΟΜΑΣΙΑ)	ΣΤΗΛΗ Γ (ΣΧΕΣΗ ΓΩΝΙΩΝ)
1. α, γ	α. Εντός εκτός κι επί τ' αυτά	i) Ίσες
2. α, ε	β. Εντός εναλλάξ	ii) Παραπληρωματικές
3. β, θ	γ. Κατακορυφήν	
4. γ, ζ	δ. Εντός κι επί τ' αυτά	
5. β, ε	ε. Εντός εκτός εναλλάξ	

ΣΤΗΛΗ Α	1	2	3	4	5
ΣΤΗΛΗ Β					
ΣΤΗΛΗ Γ					

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να γράψετε πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 3 και πότε με το 5.

B. Να μεταφέρετε στη κόλλα σας τις ισότητες συμπληρωμένες:

i) $\alpha \cdot \dots = \alpha$ ii) $\alpha + \dots = \alpha$ iii) $\alpha(\beta - \gamma) = \dots - \dots$ iv) $\frac{0}{\alpha} = \dots$

v) $\frac{\alpha}{\alpha} = \dots$ vi) $\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\dots}{\dots}$ vii) $\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\dots}{\dots}$ viii) $\underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}} = \dots$

Β.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

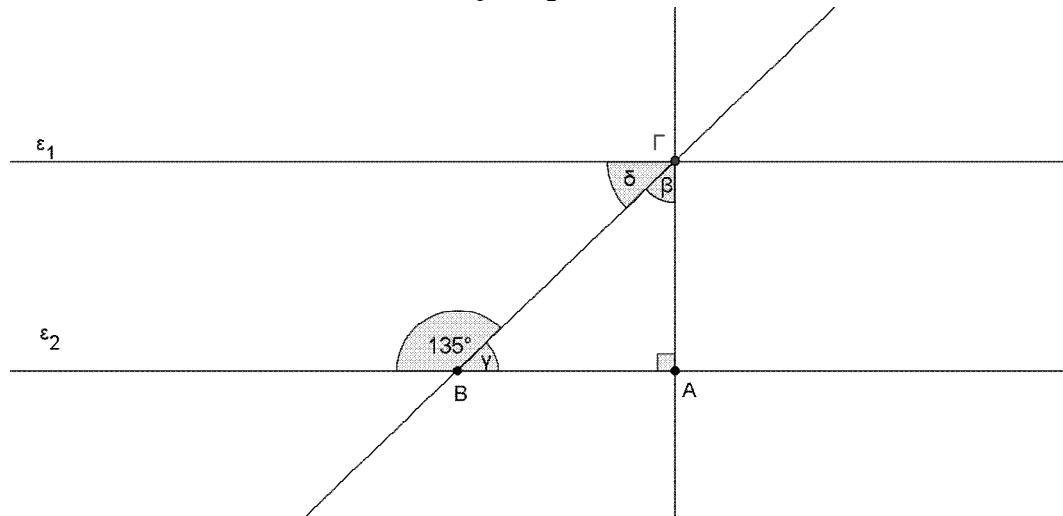
Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{17}{4} - \frac{25}{20} + (3^2 - 2^3)^{2012}$ και $B = \frac{6}{5} : \frac{3}{25} - 4 : \frac{1}{2}$

A. Να εκτελέσετε τις πράξεις και να δείξετε ότι $A=4$ και $B=2$.

B. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x}{B} = A$

ΘΕΜΑ 2°

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\hat{A} = 90^\circ$.



A. Να υπολογίσετε τις γωνίες γ , β , δ .

B. Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται ο πίνακας:

	1 ^η ΣΤΗΛΗ	2 ^η ΣΤΗΛΗ	3 ^η ΣΤΗΛΗ	4 ^η ΣΤΗΛΗ
x	$(7-2)^{3-2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5} + 0,2$	$2 \cdot \square$	$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right) \cdot \frac{7}{2}$
y	$4^2 - \frac{1999}{1999}$	$\square - 3$	$5(5-3)^2 - 2^1$	$\square^3 - 6$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y στην 1^η στήλη.

B. Αν τα ποσά x και y είναι ανάλογα με συντελεστή αναλογίας 3, τότε να συμπληρώσετε στις υπόλοιπες στήλες, τα τετραγωνάκια με κατάλληλους αριθμούς.

- Να επιλέξετε ένα (1) θέμα θεωρίας και δύο (2) ασκήσεων.

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011-2012**

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε δύο ποσά x και y λέγονται ανάλογα.

A2. Να εξετάσετε αν ο διπλανός πίνακας είναι πίνακας αναλόγων ποσών.

x	2	5
y	6	15

A3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

α) Η σχέση που συνδέει τα ανάλογα ποσά x και y με συντελεστή αναλογίας a είναι _____.

β) Αν διπλασιάσουμε την τιμή ενός από δύο ανάλογα ποσά, και η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού _____.

ΘΕΜΑ Β

B1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλλα σας, αντιστοιχίζοντας κάθε γωνία της στήλης Α, με το χαρακτηριστικό της που υπάρχει στην στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
A. Ορθή γωνία	1. Το μέτρο της είναι 360°
B. Ευθεία γωνία	2. Το μέτρο της είναι 180°
Γ. Πλήρης γωνία	3. Το μέτρο της είναι 90°
Δ. Αμβλεία γωνία	4. Γωνία με μέτρο μικρότερο των 90°
Ε. Οξεία γωνία	5. Γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 90° και μικρότερο των 180°

A	
B	
Γ	
Δ	
E	

B2. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

B3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Εφεξής λέγονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια _____, μία _____ πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = (25 - 3) \cdot 2 + (2^3 : 4) + 2^2$, $\beta = 2 \cdot (4 \cdot 5 - 10) + 12 : 3 + 1^{2012}$

A1. Να αποδειχθεί ότι $\alpha = 50$ και $\beta = 25$

A2. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $\Gamma = \alpha + \beta$, όπου α και β τα αποτελέσματα του A1 ερωτήματος, διαιρείται συγχρόνως με το 3 και το 5.

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{2}{11} + \frac{5}{11}$, $B = \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{3}\right)$, $\Gamma = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{7}{2}}$

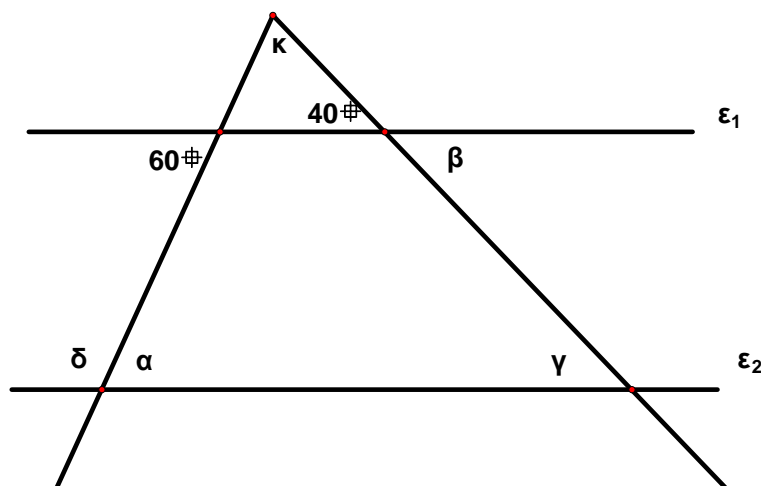
B1. Να αποδειχθεί ότι $A = \frac{7}{11}$ και $B = \frac{7}{4}$.

B2. Να αποδειχθεί ότι $\Gamma = \frac{4}{7}$ και να συγκρίνεται τα κλάσματα A και B του ερωτήματος B1.

B3. Να βρεθεί το γινόμενο $B \cdot \Gamma$. Τι συμπέρασμα βγάζετε για τους αριθμούς B και Γ ;

ΘΕΜΑ Γ

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.



Γ1. Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$.

Γ2. Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.

Γ3. Να υπολογιστεί η γωνία $\hat{\kappa}$.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε (1) ένα θέμα θεωρίας και (2) δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.

Σχολικό Έτος 2011 - 2012
 Θέματα Γραπτών Προαγωγικών Εξετάσεων
 Περιόδου Μαΐου – Ιουνίου 2012
 Τάξη : Α΄
 Μάθημα: Μαθηματικά

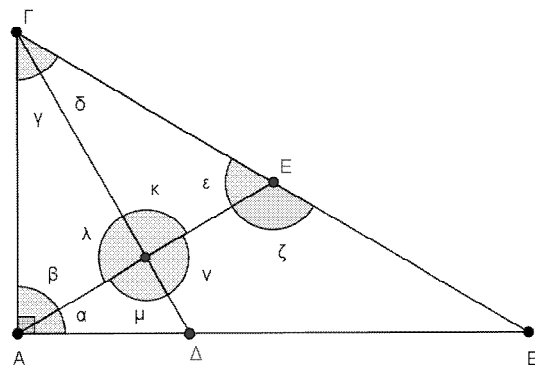
Α. Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- a) Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος; Να γράψετε τους πρώτους αριθμούς που είναι μικρότεροι από το 20.
- b) Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 και πότε με το 3;
- c) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):
- i) Ο αριθμός 2 διαιρεί όλους τους περιττούς αριθμούς. Σ
 - ii) Ο αριθμός 51042 διαιρείται με το 5. Λ
 - iii) Ο αριθμός 5490 διαιρείται και με το 2 και με το 9. Σ
 - iv) Αν δυο φυσικοί αριθμοί είναι πρώτοι μεταξύ τους τότε οι αριθμοί είναι πρώτοι. Λ
 - v) Ένας φυσικός αριθμός αναλύεται με πολλούς τρόπους σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Σ

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

- a) Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές, πότε συμπληρωματικές και πότε κατακορυφήν;
- b) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} \cong 90^\circ$. Η ΓΔ είναι διχοτόμος και η ΑΕ είναι διάμεσος του τριγώνου. Να γράψετε ένα ζευγάρι κατακορυφήν γωνιών, ένα ζευγάρι παραπληρωματικών γωνιών, ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών και ένα ζευγάρι ίσων γωνιών (όχι όμως κατακορυφήν).
- c) Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης :



Είδος γωνίας	Μέτρο γωνίας		
A) Ορθή	1) Μικρότερο από 90°	A	
B) Αμβλεία	2) Ίσο με 90°	B	
Γ) Οξεία	3) Μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°	Γ	
Δ) Μη κυρτή	4) Ίσο με 180°	Δ	
E) Ευθεία	5) Μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°	E	
	6) Ίσο με 360°		

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Ένας υαλοπώλης αγόρασε 25 δωδεκάδες ποτήρια με 1,80 € το ποτήρι. Στη μεταφορά μερικά ποτήρια έσπασαν. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με 2,60 € το ένα και κέρδισε 30% στην τιμή που τα αγόρασε.

- a) Πόσα χρήματα έδωσε για να αγοράσει τα ποτήρια και πόσα χρήματα κέρδισε ;
- b) Πόσα ποτήρια πούλησε τελικά ;
- c) Ποιο είναι το ποσοστό των σπασμένων ποτηριών ;

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = 4^2 - 2^4 \quad B = \frac{19}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad \Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$$

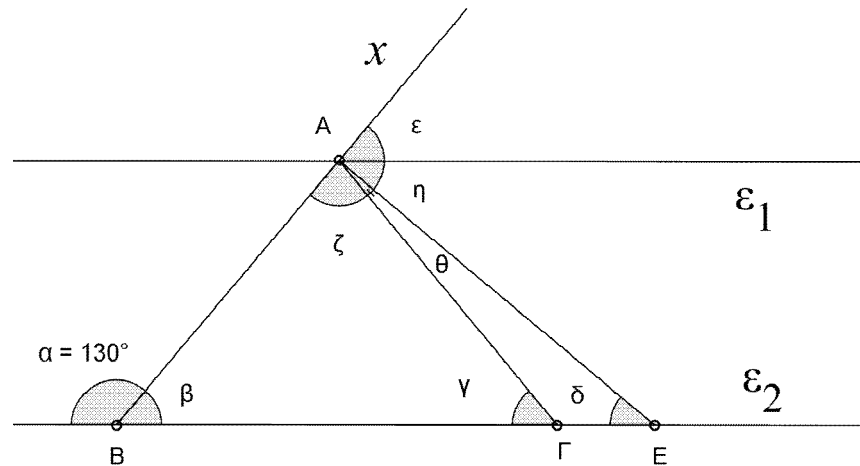
- a) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραπάνω παραστάσεων.
- b) Αν $\Delta = (B - \Gamma)^2 - (A + 1)^{2004} - (\Gamma - 2)^{2012}$, όπου τα A, B και Γ είναι οι τιμές των προηγούμενων παραστάσεων, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Δ.
- c) Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω αριθμούς A, B, Γ ως ψηφία, μια φορά το καθένα να γράψετε το μεγαλύτερο τριψήφιο φυσικό αριθμό και να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω σχήμα :

- Οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες $(\varepsilon_1 // \varepsilon_2)$.
- Το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$.
- Η γωνία $\hat{\alpha} = 130^\circ$.
- Η γωνία $\hat{\eta}$ είναι τετραπλάσια της $\hat{\theta}$.

- a) Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\zeta}$, $\hat{\eta}$, $\hat{\theta}$ (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)
- b) Τι είδους τρίγωνο είναι το ABE ως προς τις γωνίες του ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- c) Τι είναι η ευθεία ε_1 στη γωνία ΓΑΧ ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



Από τα δυο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δυο.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Α΄

Ονοματεπώνυμο.....

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Ποιοι αριθμοί λέγονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι; Να δώσετε ένα παράδειγμα από κάθε περίπτωση.
- A2.** Να δείξετε ότι η ισότητα $125 = 35 \cdot 3 + 20$ παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση, και να συμπληρώσετε τα ακόλουθα κενά : $\delta = \dots\dots\dots$ $\pi = \dots\dots\dots$ $\nu = \dots\dots\dots$
- A3.** Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 3 και πότε διαιρείται με το 5; Να συμπληρώσετε το ψηφίο στον παρακάτω αριθμό ώστε να διαιρείται ταυτόχρονα με το 3 και το 5 : 232

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;
- B2.** Να βρείτε την παραπληρωματική της γωνίας 72° .
- B3.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:
- α) _____ γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.
- β) Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή _____ και τις πλευρές τους _____ ημιευθείες.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΘΕΜΑ Α**

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = (3^2 - 4) \cdot 3 - (6^2 : 3) + 2$, $\beta = 3 \cdot (3 \cdot 4 + 2^2) - (5^2 - 7^1) : 1^3$

- A1.** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 5$, $\beta = 30$.
- A2.** Να βρείτε τον ΜΚΔ(α,β) και το ΕΚΠ(α,β), όπου α και β τα αποτελέσματα του ερωτήματος Α1.
- A3.** Να δείξετε ότι τα ποσά x και y είναι ανάλογα και να υπολογίσετε τον συντελεστή αναλογίας (όπου α, β τα αποτελέσματα του ερωτήματος Α1).

x	2	α	10
y	6	15	β

ΘΕΜΑ Β

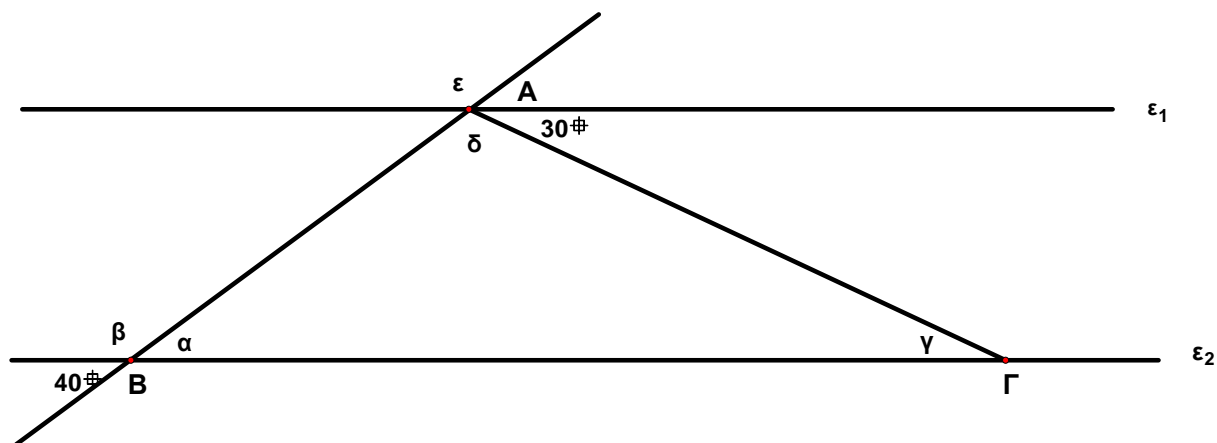
Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \cdot 4$, $B = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right)$, $\Gamma = \frac{\frac{3}{4} : \frac{5}{4}}{2 : \frac{1}{2}}$

- B1.** Να αποδείξετε ότι $A = \frac{6}{5}$..
- B2.** Να αποδείξετε ότι $B = \frac{11}{60}$ και μετά να συγκρίνετε τα κλάσματα Α και Β.

B3. Να αποδείξετε ότι $\Gamma = \frac{3}{20}$ και έπειτα να το μετατρέψετε σε ποσοστό.

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.



Γ1. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.

Γ2. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$ και να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ ως προς τις γωνίες του.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε **(1)** ένα θέμα θεωρίας και **(2)** δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.

A.ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1**

- α.Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα(ή ίσα);Να δοθεί ένα παράδειγμα.
 β.Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;Να δοθεί ένα παράδειγμα.

ΘΕΜΑ 2

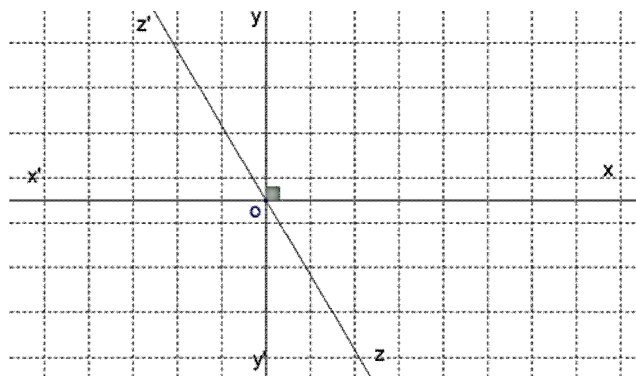
Στο διπλανό σχήμα $x'x, y'y, z'z$ ευθείες με $x'x \perp y'y$. Να αναφερθεί :

- α.Ένα ζεύγος κατακορυφών γωνιών.
 β.Ένα ζεύγος συμπληρωματικών γωνιών.
 γ.Ένα ζεύγος παραπληρωματικών γωνιών.

B.ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να κάνετε τις πράξεις

$$\left(-\frac{1}{4}\right) : \frac{2}{3} + 10\left(-\frac{1}{16}\right) - \left(-\frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{1}{5} + \frac{5}{4}\right)$$

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

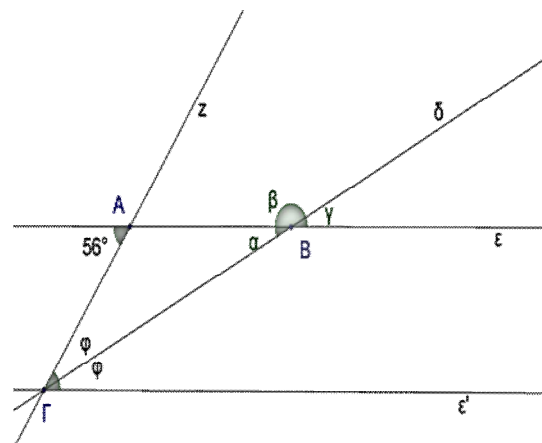
$\frac{4}{7}$

Τα $\frac{4}{7}$ των μαθητών μιας τάξης Γυμνασίου παρακολουθεί αγγλικά, το $\frac{1}{4}$ γερμανικά και οι υπόλοιποι γαλλικά.

- α.Τι μέρος της τάξης παρακολουθεί γαλλικά;
 β.Αν οι μαθητές που παρακολουθούν γαλλικά είναι 10 να βρεθούν οι μαθητές της τάξης.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon//\varepsilon'$ και $\Gamma\delta$ διχοτόμος της \hat{F} . Να βρεθούν οι γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\varphi}$.



ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2011-2012

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
2012 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Α΄

(Α) **ΘΕΩΡΙΑ**

ΘΕΜΑ 1: (α) Να επιλεγεί η σωστή απάντηση σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα :

1. Ο κύβος του αριθμού 2 είναι
(i) 2^3 (ii) 3^2 (iii) 2^2
2. Στην ισότητα $42 \cdot \square = 42000$, ο αριθμός στο κουτάκι είναι
(i) 10^2 (ii) 10^3 (iii) 10^5
3. Η παράσταση $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta$ είναι ίση με
(i) $3 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta$ (ii) $\alpha^3 + \beta^2$ (iii) $\alpha^3 \cdot \beta^2$
4. Ο αριθμός $3 \cdot 5^2$ διαιρείται
(i) με το 2 (ii) με το 3 (iii) με το 9
5. Ο αριθμός $(2^2 + 3)^2$ ισούται με
(i) 36 (ii) 49 (iii) 72

(β) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Η ισότητα $60 = 6 \cdot 8 + 12$ παριστάνει **Ευκλείδεια διαίρεση**
2. Ο αριθμός 19 είναι **πρώτος**
3. Ο αριθμός $(2 \cdot 3)^2$ είναι **πολλαπλάσιο** του 9
4. Το 8 είναι **διαιρέτης** του 4
5. Ο αριθμός $2^2 + 3^2$ είναι **σύνθετος**

ΘΕΜΑ 2: (α) Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω προτάσεις με την κατάλληλη

σε κάθε περίπτωση λέξη :

1. **Παραλληλόγραμμο** λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές

.....

2. **Ορθογώνιο** λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του

.....

3. **Ρόμβος** λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του

.....

4. Το τετράπλευρο του οποίου **μόνο** δυο πλευρές είναι παράλληλες λέγεται

.....

5. Το **τετράγωνο** είναι ταυτόχρονα ορθογώνιο και

(β) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. **Ορθογώνιο** τρίγωνο λέγεται το τρίγωνο εκείνο που έχει μια ορθή γωνία

2. **Οξυγώνιο** τρίγωνο λέγεται το τρίγωνο εκείνο που έχει μια οξεία γωνία

3. Ένα **ισοσκελές** τρίγωνο μπορεί να είναι και ορθογώνιο

4. Το **ισόπλευρο** τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο

5. Στο ισόπλευρο τρίγωνο, κάθε **διάμεσος** είναι ύψος και διχοτόμος

(B) **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1 : (i) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

$$\alpha = 5^2 - 4^2 + 3 \quad \text{και} \quad \beta = 4 \cdot (2^3 - 5) + 24:3$$

(ii) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο

(iii) Να αναλυθούν οι αριθμοί α και β σε γινόμενα πρώτων παραγόντων

(iv) Το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ να μετατραπεί σε ποσοστό %

(όπου α και β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (i))

ΘΕΜΑ 2 : Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις :

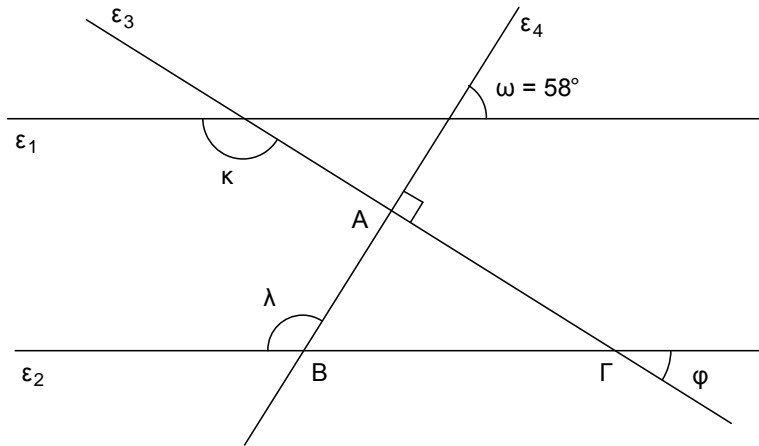
$$(i) \frac{2}{3} + 3\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$(ii) 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{5}$$

$$(iii) \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{8} \right)$$

$$(iv) \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}$$

ΘΕΜΑ 3 : Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. Οι ευθείες ε_3 και ε_4 είναι κάθετες στο Α, ενώ η γωνία $\omega = 58^\circ$.



Να υπολογιστούν :

(i) Οι γωνίες ABΓ και ΑΓΒ στο τρίγωνο ABΓ που σχηματίζεται

(ii) Η γωνία κ

(iii) Η γωνία φ

(iv) Η γωνία λ

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις περιόδου Μαΐου – Ιουνίου 2012

Τάξη: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ονοματεπώνυμο μαθητή:

Να απαντήσετε σε μια (1) από τις δύο ερωτήσεις θεωρίας και σε δυο (2) από τις τρεις ασκήσεις

Θεωρία 1^η:

- 1) Γράψτε τις ιδιότητες της πρόσθεσης φυσικών αριθμών
- 2) Γράψτε τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών
- 3) Γράψτε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση

Θεωρία 2^η:

A) Να χαρακτηρίσεις τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σου, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90^0
- ii. Πλήρης λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 180^0 .
- iii. Οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες
- iv. Μια γωνία λέγεται αμβλεία όταν είναι μικρότερη από 90^0 .

B) Να γράψεις στην κόλλα σου ολοκληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις:

- I. Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180^0 ονομάζονται
- II. Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90^0 ονομάζονται

Άσκηση 1^η

Βρείτε το αποτέλεσμα κάνοντας τις πράξεις στα παρακάτω κλάσματα:

1) $\frac{7}{20} - \frac{3}{12}$

2) $\frac{3}{8} + 2$



$$3) \frac{20}{6} : 10$$

Άσκηση 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 3 + 4 - 2 \cdot 7 + 2^2 + 3^2 \quad \text{και} \quad B = 40 : 5 + 3 \cdot 3^1 + 3^3 - 4 \cdot 2$$

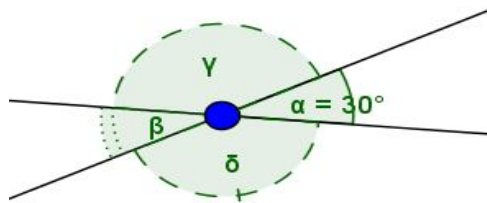
Να δείξετε ότι

- 1) $A = 6$
- 2) $B = 36$

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα η γωνία $\hat{\alpha}$ είναι 30° .

- 1) Να βρεις ποια ζεύγη γωνιών είναι κατακορυφήν
- 2) Να βρεις ποια ζεύγη γωνιών είναι παραπληρωματικές
- 3) Να αποδείξεις ότι η γωνία $\hat{\beta} \neq 30^\circ$ και η γωνία



$$\hat{\gamma} \neq 150^\circ$$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Τι ονομάζεται δύναμη ενός φυσικού αριθμού; Στη δύναμη 24^8 , ποιος αριθμός είναι η βάση της δύναμης και ποιος είναι ο εκθέτης;

A2. Να υπολογίσεις τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $|-12| = \dots$ β) $-|-8| = \dots$ γ) $\frac{-10}{-5} = \dots$ δ) $\frac{+8}{-4} = \dots$

A3. Να αντιγράψεις στην κόλλα σου και να συμπληρώσεις με το κατάλληλο σύμβολο $<, >$ ή $=$ τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

α) $+5 \dots -13$ β) $-1999 \dots -|-1999|$ γ) $-9 \dots 0$ δ) $-1^{2012} \dots |-1|$

B. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεων σου την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η παράσταση $\beta + \beta + \beta$ ισούται με β^3 .

β. Η ισότητα $17 = 3 \cdot 5 + 2$ παριστάνει Ευκλείδεια Διαίρεση.

γ. Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το τελευταίο του ψηφίο διαιρείται με το 3 ή το 9.

δ. Το σημείο (2,4), έχει τετμημένη ίση με 2 και τεταγμένη ίση με 4.

ε. Τα ανάλογα ποσά, στο ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων, παριστάνουν μία ημιευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων.

Γ. Να αντιστοιχίσεις στην κόλλα σου, κάθε αριθμό της στήλης Α, με το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή μαθηματική έκφραση από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Το δεκαπλάσιο ενός αριθμού, ισούται με 2.	Α. $x \cdot y = 10$
2. Το μισό ενός αριθμού, ισούται με 10.	Β. $10 \cdot x = 2$
3. Το γινόμενο δύο αριθμών είναι ίσο με 10.	Κ Γ. $\frac{x}{2} = 10$
4. Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά δέκα, ισούται με 2.	Δ. $x + 10 = 2$
5. Ένας αριθμός αυξημένος κατά 10, ισούται με 2.	Ε. $x - 10 = 2$

ΘΕΜΑ 2ο

A1. Ποιά είναι τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου; Τι ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου;

A2. Να υπολογίσεις τη παραπληρωματική γωνία της x $\hat{O}y = 125^\circ$. Να κάνεις κατάλληλο σχήμα.

A3. Να σχεδιάσεις έναν κύκλο (Κ, 2 cm). Στη συνέχεια να φέρεις μία εφαπτόμενη ευθεία στον κύκλο. Πόσα κοινά σημεία έχει με αυτόν;

B. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεων σου την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Εφεξής γωνίες, λέγονται δύο ή περισσότερες γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο.

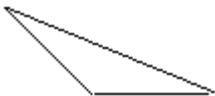
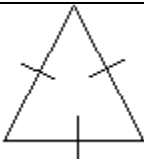
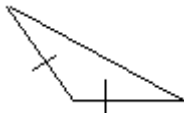
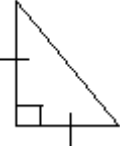
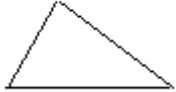
β. Η μη κυρτή γωνία έχει μέτρο μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360° .

γ. Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου και είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα του κύκλου.

δ. Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος, βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.

ε. Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο, κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.

Γ. Να αντιστοιχίσεις στην κόλλα σου, κάθε αριθμό της στήλης Α, με το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό σχήμα από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Ισοσκελές και ορθογώνιο.	 A.
2. Σκαληνό και οξυγώνιο.	 B.
3. Ισόπλευρο και οξυγώνιο.	 Γ.
4. Ισοσκελές και αμβλυγώνιο.	 Δ.
5. Σκαληνό και αμβλυγώνιο.	 Ε.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = (2^3 - 6 \cdot 1^{2012}) \quad \Lambda = \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{4}\right) : \frac{2}{3} \quad M = 3 \cdot (-2 + 1) - 4 \cdot (-1 + 2 - 3)$$

A1. Να υπολογίσεις τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων Κ, Λ και Μ.

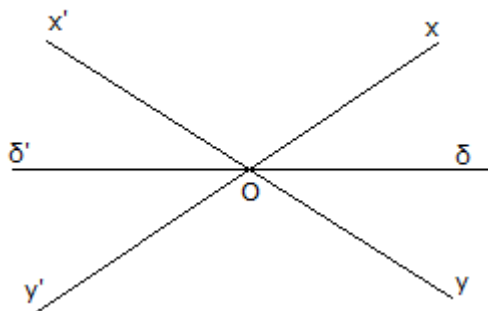
A2. Αν $K=2$, $\Lambda = -\frac{5}{4}$ και $M=5$, να υπολογίσεις τις τιμές των παραστάσεων:
 α) $K \cdot M$ β) $\Lambda - K$ γ) $M : \Lambda$

A3. Αν $K=2$, $\Lambda = -\frac{5}{4}$ και $M=5$, να βρεις τον αντίστροφο του αριθμού Λ και να λύσεις την εξίσωση: $K + x = M \cdot K$.

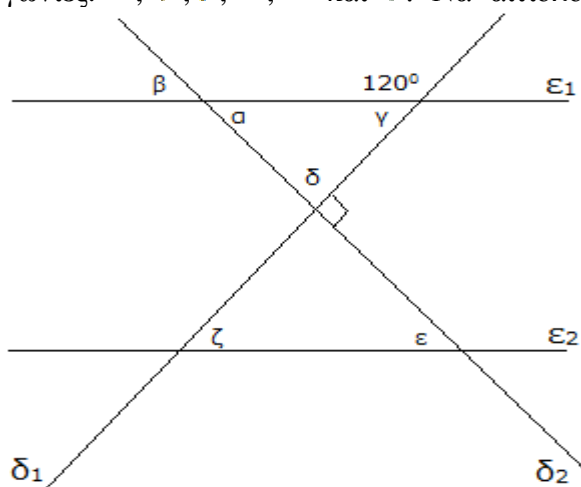
ΑΣΚΗΣΗ 2"

A1. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, η μία γωνία που αντιστοιχεί στη βάση του είναι $\hat{B} = 75^\circ$.
 Να βρεις τις υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου και να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

A2. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $x'x$, $y'y$ και $\delta'\delta$ που τέμνονται στο σημείο O . Η ημιευθεία $O\delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle x'Oy$. Αν η γωνία $\angle x'Oy$ είναι 50° , να υπολογίσεις χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου τις γωνίες: $\angle x'O\delta$, $\angle \delta'Oy$, $\angle x'Oy'$, $\angle \delta'O\delta'$, και $\angle \delta'Oy'$. Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου σε κάθε περίπτωση.



A3. Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ϵ_1 είναι παράλληλη με την ευθεία ϵ_2 και τέμνονται από τις ευθείες δ_1 και δ_2 . Οι ευθείες δ_1 και δ_2 τέμνονται κάθετα. Χωρίς να χρησιμοποιήσεις μοιρογνωμόνιο, να υπολογίσεις τις γωνίες: α , β , γ , δ , ϵ και ζ . Να αιτιολογήσεις τις



απαντήσεις σου σε κάθε περίπτωση.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνεται ότι τα παρακάτω ποσά x και ψ , είναι αντιστρόφως ανάλογα.

x	1			4	6	
ψ		6	4		2	1

A1. Να μεταφέρεις τον πίνακα στο φύλλο απαντήσεων σου και να συμπληρώσεις τα κενά με τους κατάλληλους αριθμούς.

A2. Να σχεδιάσεις ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων, στο μιλιμετρέ που σου έχει δοθεί. Να τοποθετήσεις τα σημεία (x, ψ) που προκύπτουν από τον παραπάνω πίνακα και να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της σχέσης που συνδέει τα ποσά x και ψ .

A3. Τι παριστάνει η γραφική παράσταση των αντιστρόφως ανάλογων ποσών; Μπορεί να τέμνει τους ημιάξονες Ox και $O\psi$;

ΓΡΑΠΤΕΣ – ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1^ο**

- 1) Να εξηγήσετε, πότε δύο κλάσματα λέγονται ομόνυμα και πότε ετερόνυμα.
- 2) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) :
 - α) Για να προσθέσουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα, προσθέτουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.
 - β) Το γινόμενο δύο αρνητικών αριθμών είναι θετικός αριθμός.
 - γ) Δύο αριθμοί λέγονται ομόσημοι όταν έχουν το ίδιο πρόσημο.
 - δ) Ισχύει ότι : $\alpha \% = \frac{\alpha}{100}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις :

- α) Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές ;
- β) Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές ;
- γ) Τι ονομάζουμε οξεία γωνία ;
- δ) Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισόπλευρο ;

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, $B = 3 \cdot \frac{2}{5}$ και $\Gamma = A \cdot B$

- α) Να υπολογίσετε την παράσταση A
- β) Να υπολογίσετε την παράσταση B
- γ) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\Gamma = A \cdot B$

ΑΣΚΗΣΗ 2

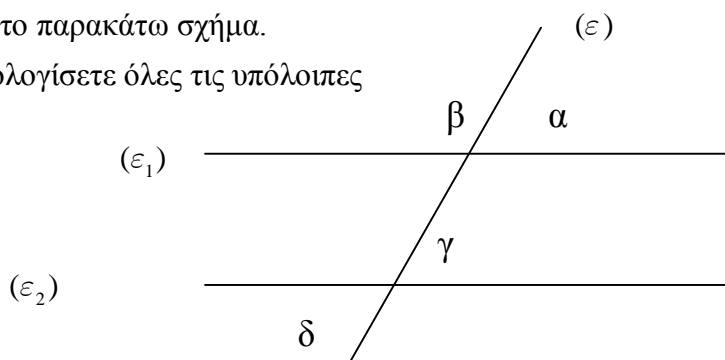
Η Δέσποινα έχει 100 ευρώ και πηγαίνει στην αγορά. Θέλει να αγοράσει ένα παντελόνι που κοστίζει 60 ευρώ και έχει και έκπτωση 20%.

- α) Πόσο θα αγοράσει η Δέσποινα το παντελόνι ;
- β) Πόσα χρήματα θα της απομείνουν ;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνονται δύο παράλληλες ευθείες $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$ και μια ευθεία (ε) , που τέμνει τις (ε_1) και (ε_2) , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Αν για τη γωνία $\hat{\alpha}$ ισχύει $\hat{\alpha} = 60^\circ$, να υπολογίσετε όλες τις υπόλοιπες γωνίες που είναι σημειωμένες.



Να γράψετε **1 Θεωρία και 2 Ασκήσεις.**

Στην κόλλα των θεμάτων να γράψετε **μόνο το όνομα σας.**

Τα θέματα είναι ισοδύναμα!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ
ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν.
ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

(ΠΡΟΣΟΧΗ: ΑΠΟ ΤΑ 2 ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΕΙ ΜΟΝΟ ΤΟ 1 ΚΑΙ ΑΠΟ ΤΑ 3

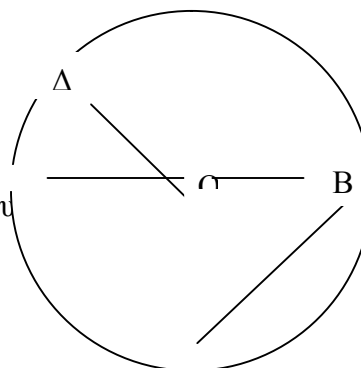
ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ ΜΟΝΟ ΤΑ 2)

Α. ΘΕΩΡΙΑ:

ΘΕΜΑ 1^ο :

Να αναγνωριστούν στο διπλανό σχήμα τα παρακάτω στοιχεία του κύκλου:

- α) μια ακτίνα του
- β) μια χορδή του
- γ) το κέντρο του
- δ) μια διάμετρος του
- ε) να σχεδιαστεί πάνω στο σχήμα η χορδή του τόξου



Γ

[Μονάδες : 6,6]

ΘΕΜΑ 2^ο :

Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

- Α) Ένα κλάσμα που δεν απλοποιείται άλλο λέγεται.....
- Β) Δύο κλάσματα που έχουν ίδιο παρανομαστή λέγονται.....
- Γ) Δύο κλάσματα που έχουν διαφορετικό παρανομαστή λέγονται.....
- Δ) Για να συγκρίνουμε δύο κλάσματα αυτά πρέπει να είναι
- Ε) Ένα κλάσμα είναι ίσο με 1 αν ο αριθμητής του είναιμε τον παρανομαστή.
- Στ) Ένα κλάσμα είναι μικρότερο του 1 αν ο αριθμητής του είναι..... από τον παρανομαστή.
- Ζ) Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο του 1 αν ο αριθμητής του είναιαπο το παρανομαστή.

[Μονάδες : 6,6]

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

ΘΕΜΑ 1^ο :

Ο Κώστας πήγε για ψώνια και είδε στη βιτρίνα παπούτσια 60€, μπλούζα 30€ και παντελόνι 50€. Ο πωλητής του είπε ότι θα του κάνει έκπτωση 20% σε κάθε είδος. Να υπολογίσετε πόσο θα πληρώσει για κάθε είδος ξεχωριστά. Θα του φτάσουν τα 100 € που έχει στη τσέπη του για να τα αγοράσει όλα;

[Μονάδες : 6,6]

ΘΕΜΑ 2^ο :

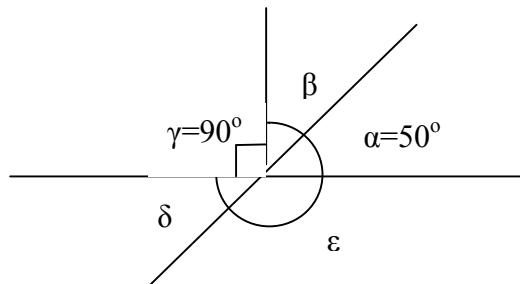
Να βρεθούν οι μοίρες των γωνιών β, δ, ε και να πείτε ποιες από αυτές

είναι α) συμπληρωματική της γωνίας α,

β) παραπληρωματική της γωνίας α

γ) κατακορυφήν της γωνίας α

δ) εφεξής της γωνίας α



[Μονάδες : 6,6]

ΘΕΜΑ 3^ο :

Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις :

α) $\frac{\frac{10}{8}}{\frac{4}{12}}$, β) $5\frac{3}{2} + 2$, γ) $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) * \frac{5}{7}$

[Μονάδες : 6,6]

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**

ΕΞΕΤ. ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ : Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΟΝ/ΜΟ ΜΑΘΗΤΗ :

Θέματα

Α. Θεωρία

Θ.1. Α. Να αντιστοιχήσετε τις ιδιότητες της πρώτης στήλης με μια από τις δυο κατηγορίες της δεύτερης στήλης.

α) $y = ax$

β) $xy = a$

γ) $y = \frac{a}{x}$

δ) $\frac{y}{x} = a$

i) Ανάλογα ποσά

ii) Αντιστρόφως ανάλογα

Β. Χαρακτηρίστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

α) Το βάρος των μήλων με την τιμή αγοράς είναι ανάλογα ποσά.

β) Ο χρόνος ολοκλήρωσης ενός έργου με το πλήθος των εργατών είναι ανάλογα ποσά.

γ) Η πλευρά ενός τετραγώνου με το εμβαδόν του είναι ανάλογα ποσά.

Θ.2. Α. Να αντιστοιχήσετε το είδος των γωνιών στην αριστερή στήλη με τις μοίρες στην δεξιά.

α) Ορθή

β) Οξεία

γ) Αμβλεία

δ) Ευθεία

ε) Μηδενική

ς) Πλήρης

i) 0

ii) 100

iii) 90

iv) 25

v) 180

vi) 360

vii) 580

Β. Να δώσετε τον ορισμό της διχοτόμου μιας γωνίας.

Β. Ασκήσεις

A.1. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε μια μόνο από τις προτεινόμενες απαντήσεις.

α) Το άθροισμα $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ είναι ίσο με

A) 1 B) $\frac{3}{6}$ Γ) $\frac{2}{9}$ Δ) $\frac{21}{33}$

β) Το άθροισμα $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ είναι ίσο με

A) $\frac{11}{23}$ B) $\frac{5}{6}$ Γ) $\frac{1}{6}$ Δ) $\frac{2}{5}$

γ) Το γινόμενο $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ είναι ίσο με

A) $\frac{6}{15}$ B) $\frac{8}{8}$ Γ) $\frac{6}{8}$ Δ) $\frac{8}{15}$

β) Το άθροισμα $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ είναι ίση με

A) $\frac{6}{20}$ B) $\frac{8}{15}$ Γ) $\frac{15}{8}$ Δ) 0

A.2. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε μια μόνο από τις προτεινόμενες απαντήσεις.

α) Το άθροισμα $(+5) + (-2) + (-3)$ είναι ίσο με

A) 0 B) 5 Γ) -1 Δ) 199

β) Η διαφορά $(+5) - (-3)$ είναι ίση με

A) 0 B) 5 Γ) +8 Δ) -8

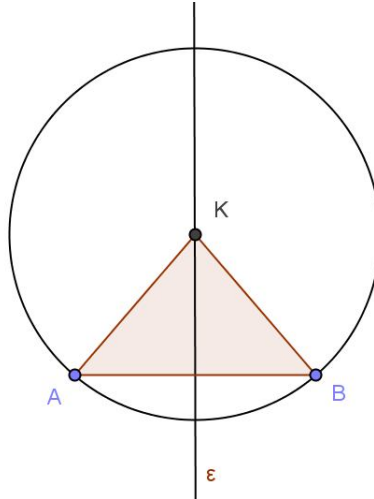
γ) Το γινόμενο $(-1) \cdot (-1)$ είναι ίσο με

A) -11 B) +11 Γ) -2 Δ) +1

δ) Η διαίρεση $\frac{+6}{-2}$ είναι ίση με

A) -12 B) +3 Γ) -3 Δ) +12

A.3. Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ε είναι μεσοκάθετος της χορδής AB του κύκλου. Οι AK και BK είναι ακτίνες του κύκλου. Να εξηγήσετε γιατί το κέντρο K του κύκλου είναι σημείο της μεσοκαθέτου ε .



Να απαντήσετε σε 1 από τα θέματα Θ.1. , Θ.2. και σε 2 από τα θέματα Α.1. , Α.2. , Α.3.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ: ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1^ο**

α) Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Δώστε ένα παράδειγμα ομόσημων αριθμών και ένα ετερόσημων.

β) Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;

Δώστε ένα παράδειγμα αντίθετων αριθμών και ένα αντίστροφων αριθμών.

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος.

i) $3 - 3 = 0$

ii) $-2 + 2 = 4$

iii) $2 \cdot \frac{1}{2} = 0$

iv) $(+3) \cdot (-3) = 0$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

β) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;

γ) Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία της στήλης Α του παρακάτω πίνακα με το μέτρο της στη στήλη Β συμπληρώνοντας τον πίνακα που ακολουθεί.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. Ορθή γωνία	Α. 0°
2. Ευθεία γωνία	Β. 1°
3. Πλήρης γωνία	Γ. 360°
4. Μηδενική γωνία	Δ. 90°
	Ε. 180°

1	2	3	4

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}, \quad B = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \quad \text{και} \quad \Gamma = \frac{28}{21} : \frac{5}{3}$$

- i) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{1}{12}$, $B = \frac{5}{8}$ και $\Gamma = \frac{4}{5}$
- ii) Να διατάξετε τους αριθμούς A, B, Γ από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.
- iii) Να υπολογίσετε το γινόμενο $B \cdot \Gamma$ και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα.
- iv) Να βρείτε ένα κλάσμα ισοδύναμο με το B

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha = (6^2 + 3 \cdot 4 - 47)^{2012} + (3^3 - 3 \cdot 9)^{75}$$

$$\beta = (3^2 - 2^3) \cdot 2 + (4 - 5) \cdot (-1)$$

$$\gamma = 8 \cdot (7 - 5) - (2 - 3) - 3 \cdot 4$$

- i) Να υπολογιστούν τα α , β , γ
- ii) Αν $\alpha = 1$, $\beta = 3$ και $\gamma = 5$, να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$A = \alpha \cdot \beta + (\gamma + \alpha) : \beta$$

$$B = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - (\gamma - \alpha - \beta)^{100}$$

$$\Gamma = 4 \cdot \beta^2 + (\alpha \cdot \gamma)^2 - \alpha^2 \cdot \beta$$

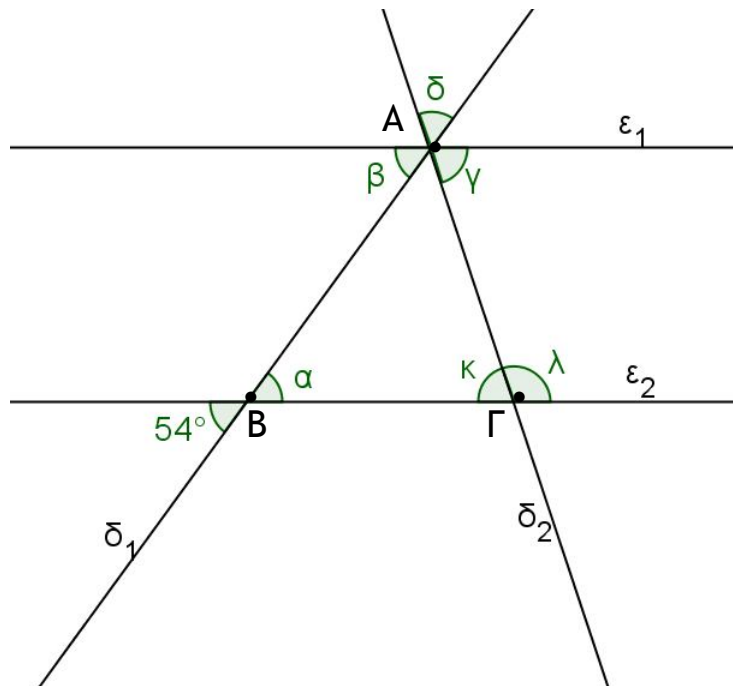
ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2)$ και η γωνία λ είναι μεγαλύτερη από τη γωνία κ κατά 36° .

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες:
- i) κ, λ
 - ii) $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

β) Τι είδος τριγώνου είναι το $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του;

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε **μόνο** στο ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε **μόνο** στα δύο.



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ: Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1.

- α) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 9;
β) Ποιος αριθμός λέγεται πρώτος;
γ) Να χαρακτηρίσετε την πρόταση που ακολουθεί ως σωστή ή λάθος
“Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των αριθμών $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ και $2^4 \cdot 3$ είναι ο αριθμός $2^4 \cdot 3^2$ ”

ΘΕΜΑ 2.

- α) Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;
β) Ποια γωνία λέγεται αμβλεία;
γ) Να χαρακτηρίσετε την παρακάτω πρόταση ως σωστή ή λάθος
☐ Στο ισοσκελές τρίγωνο δύο οποιεσδήποτε γωνίες του είναι ίσες”

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1.

Δίνονται τα κλάσματα

$$A = \frac{2^3 + 2^2}{2(2^2 + 1)}, B = \frac{5^2 \cdot 4 + 6 \cdot 4 - 1}{(4^2 + 3^2) \cdot (2^3 - 2^2)}$$

- α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα A και να το συγκρίνετε με τη μονάδα
β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα B και να το συγκρίνετε με το A

ΘΕΜΑ 2.

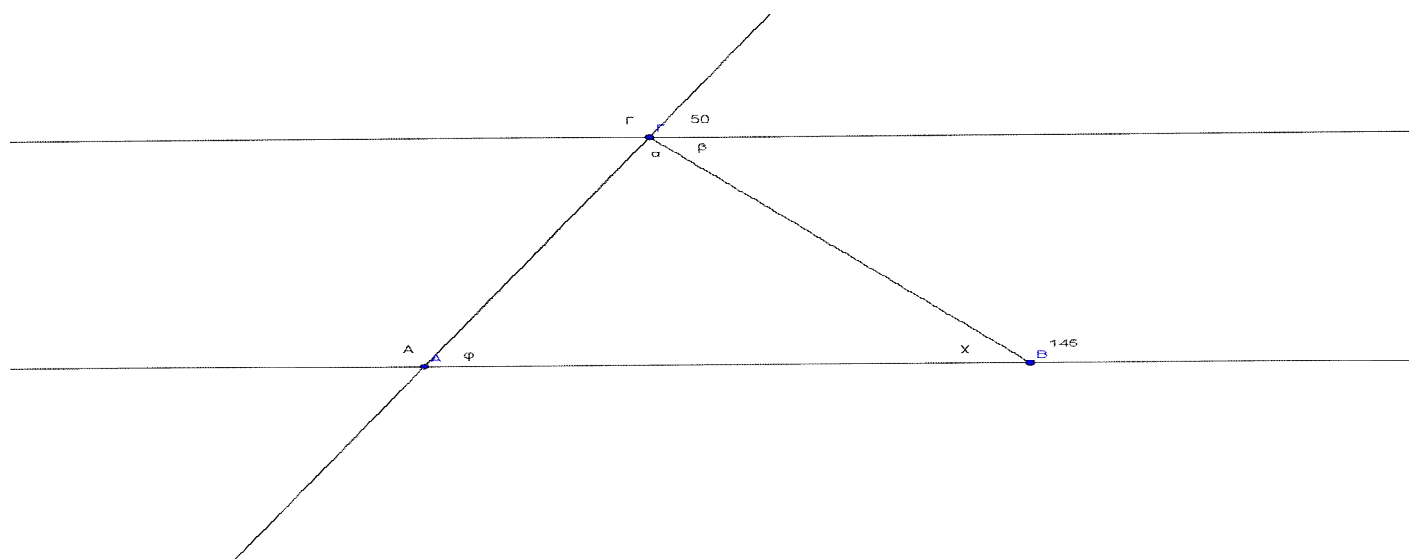
Στις εξετάσεις του Ιουνίου σε μια τάξη 40 μαθητών από ένα σχολείο μιας μικρής επαρχιακής πόλης, προβιβάστηκαν τα $\frac{5}{8}$ των μαθητών, έμεινε για επανεξέταση τον Σεπτέμβριο το $\frac{1}{4}$

των μαθητών και οι υπόλοιποι έμειναν στην ίδια τάξη.

- α) Να βρείτε ποιο μέρος των μαθητών έμεινε στην ίδια τάξη
β) Να βρείτε πόσοι μαθητές προβιβάστηκαν στην επόμενη τάξη
γ) Αν από τους μαθητές που προβιβάστηκαν, το 4% έγραψε βαθμό ακριβώς 20, να βρείτε πόσοι είναι αυτοί οι μαθητές.

ΘΕΜΑ 3.

Με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος να βρείτε



(οι γωνίες είναι σε μοίρες)

α) Τις γωνίες x και φ

β) Τις γωνίες α και β

Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε μόνο στο ένα και από τις τρεις ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις δύο. Όλες οι απαντήσεις σας πρέπει να βρίσκονται στη κόλλα αναφοράς που σας έχει δοθεί.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Προσοχή! Από τα δύο θέματα θεωρίας απαντάτε το ένα και από τα τρία θέματα ασκήσεων

απαντάτε τα δύο.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα και τα απαντάτε όλα στην κόλλα αναφοράς.

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

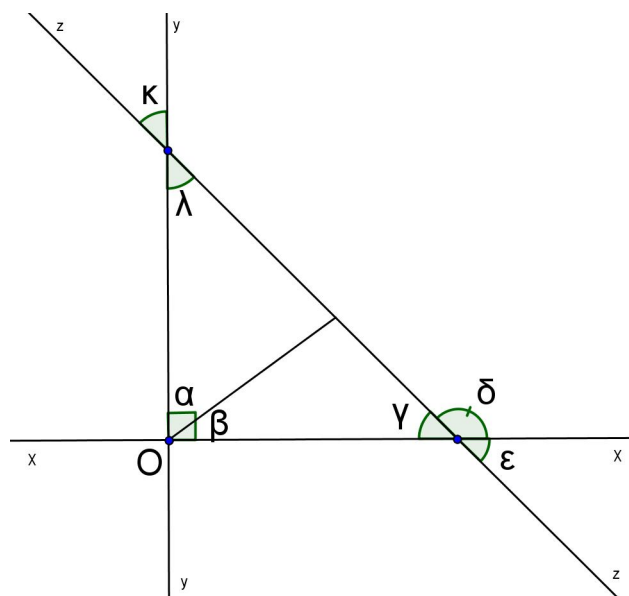
- A)** Η ισότητα $\Delta = \delta \pi + \upsilon$ με $\upsilon < \delta$ εκφράζει την Ευκλείδια διαίρεση του Δ δια του δ .
i) Να ονομάσετε τα γράμματα Δ , δ , π , υ .
ii) Αν $\upsilon = 0$, πως γράφεται η παραπάνω ισότητα; Πως λέγεται τότε η διαίρεση;
- B)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.
i) Αν Δ είναι ένας φυσικός αριθμός τότε το υπόλοιπο της Ευκλείδιας διαίρεσης $\Delta : 4$ μπορεί να είναι 4.
ii) Σε μια διαίρεση ο διαιρέτης δεν μπορεί να είναι μηδέν.
iii) Η ισότητα $13 = 2 \cdot 5 + 3$ εκφράζει πάντα Ευκλείδια διαίρεση.
iv) Αν $\Delta = \delta \pi$ τότε $\Delta : \delta = \pi$ ή $\Delta : \pi = \delta$

ΘΕΜΑ 2^ο

- A)** Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
- B)** Διατάξτε τις παρακάτω γωνίες αρχίζοντας από αυτήν που έχει το μεγαλύτερο μέτρο.

Ορθή, Οξεία, Ευθεία, Πλήρης, Αμβλεία

Γ) Με βάση το παρακάτω σχήμα στο οποίο η ευθεία $z'z$ τέμνει τις κάθετες ευθείες $x'x$ και $y'y$, αντιστοιχίστε κάθε ζεύγος γωνιών της στήλης Α με έναν μόνο χαρακτηρισμό από την στήλη Β.



ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1) $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ 2) $\hat{\kappa}$, $\hat{\lambda}$ 3) $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$ 4) $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$	i) κατακορυφήν ii) εφεξής και παραπληρωματικές iii) εφεξής και συμπληρωματικές

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις $\chi = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ και $\psi = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} \right) : \frac{5}{3}$

i) Να δείξετε ότι $\chi = \frac{1}{2}$ και $\psi = \frac{6}{5}$

ii) Να μετατρέψετε σε ποσοστά % τους αριθμούς χ και ψ .

iii) Να συγκρίνετε το χ με το 1, το ψ με το 1 και το χ με το ψ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

ΘΕΜΑ 2°

Αν τα ποσά x, y του παρακάτω πίνακα είναι ανάλογα,

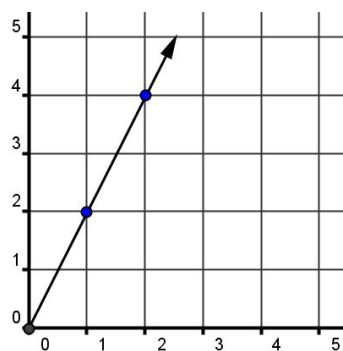
x		2		3	5	
y	0	4	2			12

A) Να υπολογίσετε τον συντελεστή αναλογίας τους και να γράψετε τη σχέση αναλογίας που συνδέει τα ποσά x και y .

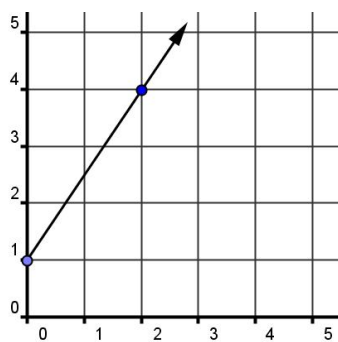
B) Να συμπληρώσετε τον πίνακα εφαρμόζοντας τις κατάλληλες πράξεις.

Γ) Ποια από τις παρακάτω είναι η γραφική παράσταση της σχέσης αναλογίας των ποσών x και y

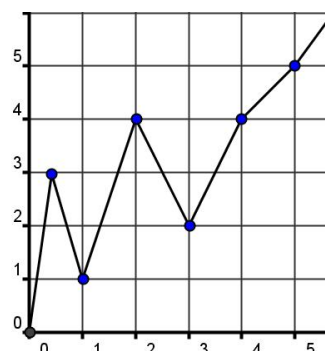
που βρήκατε στο A) ερώτημα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



(α)



(β)



(γ)

ΘΕΜΑ 3°

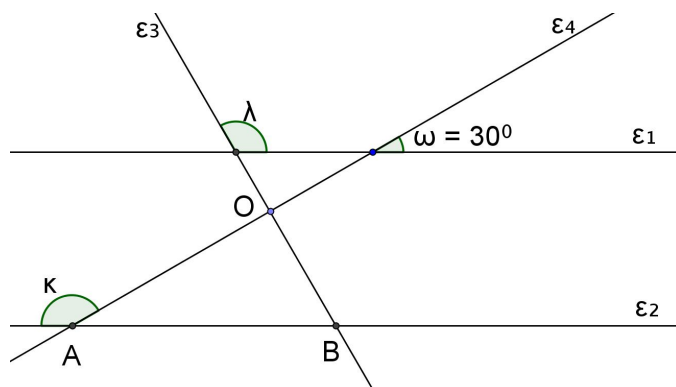
Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\varepsilon_3 \nparallel \varepsilon_4$.

Αν $\hat{\omega} \neq 30^\circ$, να υπολογίσετε:

i) Τις γωνίες του τριγώνου OAB.

ii) Τις γωνίες $\hat{\kappa}$ και $\hat{\lambda}$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

ΘΕΜΑ 1^ο :

- α) Πότε δυο κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα; Γράψτε ένα παράδειγμα.
 β) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.
1. Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται κλάσμα.
 2. Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ενώ όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές λέγονται
 3. Όταν ένας αριθμός διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και με τη μονάδα, ονομάζεται

ΘΕΜΑ 2^ο :

- α) Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής; Να σχεδιάσετε δυο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες.
 β) Να αντιστοιχήσετε το γράμμα της Α στήλης του παρακάτω πίνακα με έναν αριθμό της Β στήλης, ώστε να προκύπτει σωστή απάντηση

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Α. Ορθή γωνία	1. 0°
Β. Ευθεία γωνία	2. 1°
Γ. Πλήρης γωνία	3. 360°
Δ. Μηδενική γωνία	4. 90°
Ε. Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα	5. 180°
ΣΤ. Οι συμπληρωματικές γωνίες έχουν άθροισμα	

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα συμπληρωμένο.

Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ (επιλέξτε μόνο δύο ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η:

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{8}{9} : \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{3}{5} \cdot \left(3 - 1\frac{1}{4} \right) - \left(\frac{7}{2} - 2\frac{3}{4} \right)$$

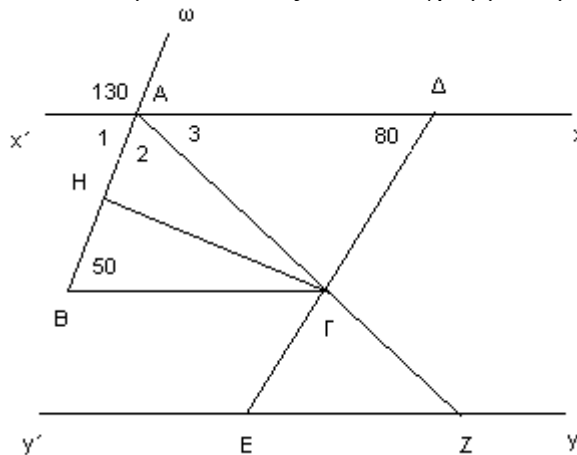
$$\Gamma = 6 \cdot 3^2 - 7^2 \cdot (3^2 - 2^3)^{2012}$$

α) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{5}{2}$, $B = \frac{3}{10}$, $\Gamma = 5$

β) Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{1}{\Gamma}$, B και να βρείτε ένα κλάσμα μεταξύ των κλασμάτων αυτών.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:

Στο παρακάτω σχήμα είναι $xx' // yy'$ που τέμνονται από τις $ΕΔ$ και AZ . Η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 50^\circ$, $\hat{x}'\hat{A}\hat{\omega} = 130^\circ$, $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 80^\circ$ και $\Gamma\hat{H}$ μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος AB .



α) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($\Gamma A = \Gamma B$)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3, \hat{\Gamma}\hat{Z}\hat{E}$.

γ) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΓEZ ως προς τις πλευρές του.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Τρία αδέρφια μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο Κώστας πήρε 1.200 € ο Γιάννης πήρε 1.600 € και η Μαίρη πήρε τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του Κώστα.

α) Πόσα χρήματα πήρε η Μαίρη;

β) Αν τα χρήματα του Γιάννη μειωθούν κατά 25%, πόσα χρήματα θα έχει τώρα ο Γιάννης;

γ) Να βρεθεί το ποσοστό των χρημάτων της Μαίρης σε σχέση με το συνολικό ποσό που έχουν τώρα τα αδέρφια.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ
ΜΑΘΗΣΗΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ
Α/ΒΑΘΜΙΑΣ & Β/ΒΑΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΒΑΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΛΩΔ/ΣΟΥ

Σχολικό Έτος 2011 - 2012

Θέματα Γραπτών Προαγωγικών Εξετάσεων
Περίοδου Μαΐου – Ιουνίου 2012

Τάξη : Α΄

Μάθημα: Μαθηματικά

Α. Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

Α. Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος; Να γράψετε τους πρώτους αριθμούς που είναι μικρότεροι από το 20.

Β. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 και πότε με το 3;

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

vi) Ο αριθμός 2 διαιρεί όλους τους περιττούς αριθμούς.

Σ Λ

vii) Ο αριθμός 51042 διαιρείται με το 5.

Σ Λ

viii) Ο αριθμός 5490 διαιρείται και με το 2 και με το 9.

Σ Λ

ix) Αν δυο φυσικοί αριθμοί είναι πρώτοι μεταξύ τους τότε οι αριθμοί είναι πρώτοι. Σ Λ

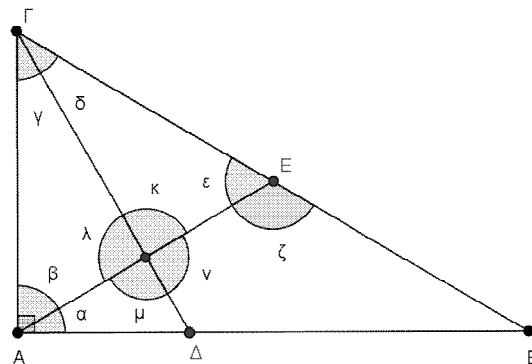
x) Ένας φυσικός αριθμός αναλύεται με πολλούς τρόπους σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Σ Λ

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

Α. Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές, πότε συμπληρωματικές και πότε κατακορυφήν;

Β. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$. Η ΓΔ είναι διχοτόμος και η ΑΕ είναι διάμεσος του τριγώνου. Να γράψετε ένα ζευγάρι κατακορυφήν γωνιών, ένα ζευγάρι παραπληρωματικών γωνιών, ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών και ένα ζευγάρι ίσων γωνιών (όχι όμως κατακορυφήν).



Γ. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης :

Είδος γωνίας	Μέτρο γωνίας		
A) Ορθή	1) Μικρότερο από 90°	A	
B) Αμβλεία	2) Ίσο με 90°	B	
Γ) Οξεία	3) Μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°	Γ	
Δ) Μη κυρτή	4) Ίσο με 180°	Δ	
E) Ευθεία	5) Μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°	E	
	6) Ίσο με 360°		

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Ένας υαλοπώλης αγόρασε 25 δωδεκάδες ποτήρια με 1,80 € το ποτήρι. Στη μεταφορά μερικά ποτήρια έσπασαν. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με 2,60 € το ένα και κέρδισε 30% στην τιμή που τα αγόρασε.

- A. Πόσα χρήματα έδωσε για να αγοράσει τα ποτήρια και πόσα χρήματα κέρδισε ;
 B. Πόσα ποτήρια πούλησε τελικά ;
 Γ. Ποιο είναι το ποσοστό των σπασμένων ποτηριών ;

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = 4^2 - 2^4 \quad B = \frac{19}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad \Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραπάνω παραστάσεων.

B. Αν $\Delta = (B - \Gamma)^2 - (A + 1)^{2004} - (\Gamma - 2)^{2012}$, όπου τα A, B και Γ είναι οι τιμές των προηγούμενων παραστάσεων, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Δ.

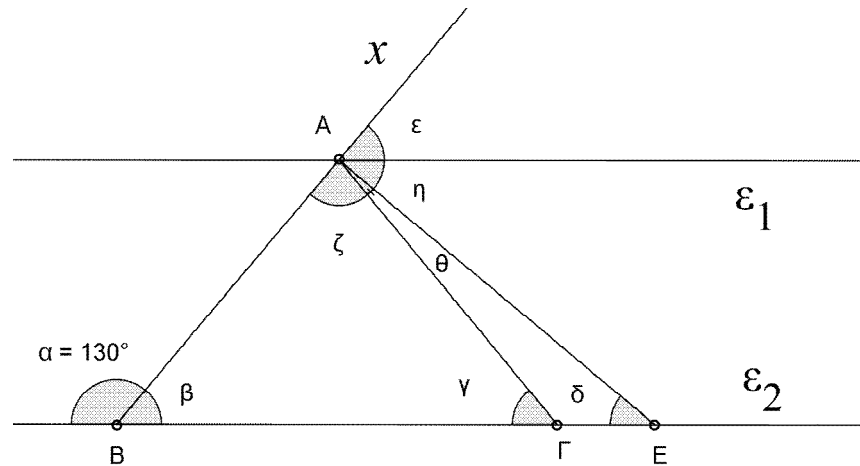
Γ. Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω αριθμούς A, B, Γ ως ψηφία, μια φορά το καθένα να γράψετε το μεγαλύτερο τριψήφιο φυσικό αριθμό και να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω σχήμα :

- Οι ευθείες $(\tilde{\alpha})$ και (ε_2) είναι παράλληλες $(\varepsilon_1 // \varepsilon_2)$.
- Το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$.
- Η γωνία $\hat{\alpha} = 130^\circ$.
- Η γωνία $\hat{\eta}$ είναι τετραπλάσια της $\hat{\theta}$.

- A. Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\zeta}$, $\hat{\eta}$, $\hat{\theta}$ (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)
- B. Τι είδους τρίγωνο είναι το ABE ως προς τις γωνίες του ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- Γ. Τι είναι η ευθεία χ στη γωνία ΓΑΧ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



Από τα δυο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δυο.

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A. Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος; Να γράψετε τους πρώτους αριθμούς που είναι μικρότεροι από το 20.

B. Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 και πότε με το 3;

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

xi) Ο αριθμός 2 διαιρεί όλους τους περιττούς αριθμούς.

Σ Λ

xii) Ο αριθμός 51042 διαιρείται με το 5.

Σ Λ

xiii) Ο αριθμός 5490 διαιρείται και με το 2 και με το 9.

Σ Λ

xiv) Αν δυο φυσικοί αριθμοί είναι πρώτοι μεταξύ τους τότε οι αριθμοί είναι πρώτοι. Σ Λ

xv) Ένας φυσικός αριθμός αναλύεται με πολλούς τρόπους σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

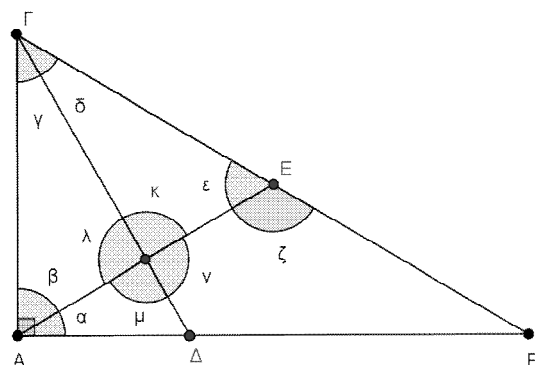
Σ Λ

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A. Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές, πότε συμπληρωματικές και πότε κατακορυφήν;

B. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} \hat{=} 90^\circ$. Η ΓΔ είναι διχοτόμος και η ΑΕ είναι διάμεσος του τριγώνου. Να γράψετε ένα ζευγάρι κατακορυφήν γωνιών, ένα ζευγάρι παραπληρωματικών γωνιών, ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών και ένα ζευγάρι ίσων γωνιών (όχι όμως κατακορυφήν).

Γ. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης :



Είδος γωνίας	Μέτρο γωνίας
A) Ορθή	1) Μικρότερο από 90°
B) Αμβλεία	2) Ίσο με 90°
Γ) Οξεία	3) Μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°
Δ) Μη κυρτή	4) Ίσο με 180°
E) Ευθεία	5) Μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°
	6) Ίσο με 360°

A	
B	
Γ	
Δ	
E	

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Ένας υαλοπώλης αγόρασε 25 δωδεκάδες ποτήρια με 1,80 € το ποτήρι. Στη μεταφορά μερικά ποτήρια έσπασαν. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με 2,60 € το ένα και κέρδισε 30% στην τιμή που τα αγόρασε.

A. Πόσα χρήματα έδωσε για να αγοράσει τα ποτήρια και πόσα χρήματα κέρδισε ;

B. Πόσα ποτήρια πούλησε τελικά ;

Γ. Ποιο είναι το ποσοστό των σπασμένων ποτηριών ;

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = 4^2 - 2^4 \quad B = \frac{19}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad \Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραπάνω παραστάσεων.

B. Αν $\Delta = (B - \Gamma)^2 - (A + 1)^{2004} - (\Gamma - 2)^{2012}$, όπου τα A, B και Γ είναι οι τιμές των προηγούμενων παραστάσεων, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Δ.

Γ. Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω αριθμούς A, B, Γ ως ψηφία, μια φορά το καθένα να γράψετε το μεγαλύτερο τριψήφιο φυσικό αριθμό και να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

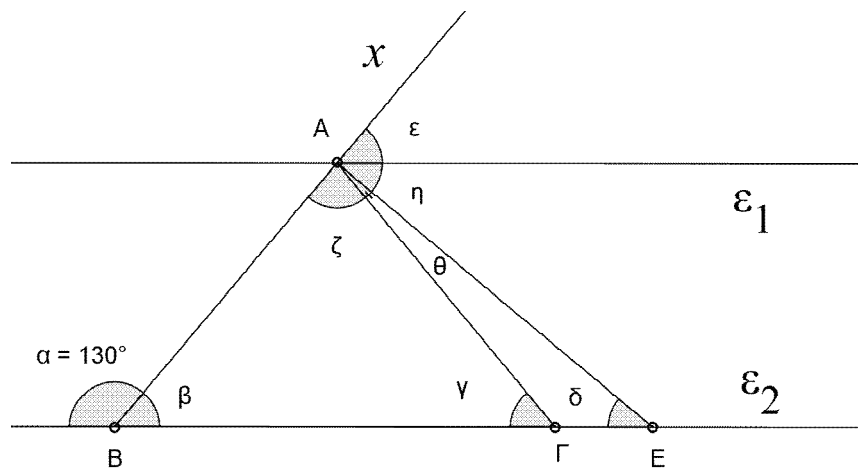
Στο παρακάτω σχήμα :

- Οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι παράλληλες $(\varepsilon_1 // \varepsilon_2)$.
- Το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$.
- Η γωνία $\hat{\alpha} = 130^\circ$.
- Η γωνία $\hat{\eta}$ είναι τετραπλάσια της $\hat{\theta}$.

A. Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\zeta}$, $\hat{\eta}$, $\hat{\theta}$ (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

B. Τι είδους τρίγωνο είναι το ABE ως προς τις γωνίες του ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

Γ. Τι είναι η ευθεία ε_1 στη γωνία ΓΑχ ; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



Από τα δυο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δυο.

ΓΡΑΠΤΕΣ – ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1^ο**

3) Να εξηγήσετε, πότε δύο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα.

4) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) :

α) Για να προσθέσουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα, προσθέτουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

β) Το γινόμενο δύο αρνητικών αριθμών είναι θετικός αριθμός.

γ) Δύο αριθμοί λέγονται ομόσημοι όταν έχουν το ίδιο πρόσημο.

δ) Ισχύει ότι : $\alpha \% = \frac{\alpha}{100}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις :

α) Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές ;

β) Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές ;

γ) Τι ονομάζουμε οξεία γωνία ;

δ) Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισόπλευρο ;

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, $B = 3 \cdot \frac{2}{5}$ και $\Gamma = A \cdot B$

α) Να υπολογίσετε την παράσταση A

β) Να υπολογίσετε την παράσταση B

γ) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\Gamma = A \cdot B$

ΑΣΚΗΣΗ 2

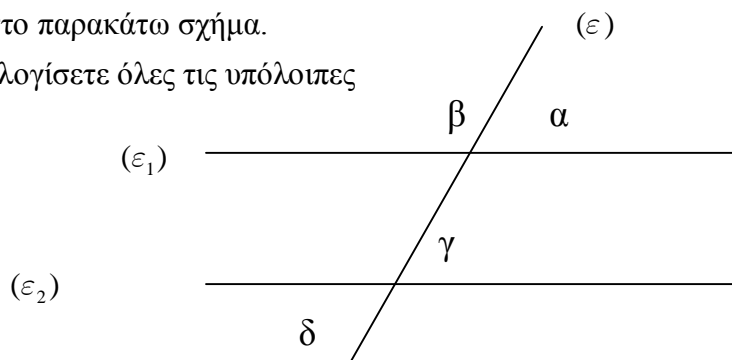
Η Δέσποινα έχει 100 ευρώ και πηγαίνει στην αγορά. Θέλει να αγοράσει ένα παντελόνι που κοστίζει 60 ευρώ και έχει και έκπτωση 20%.

- α) Πόσο θα αγοράσει η Δέσποινα το παντελόνι ;
- β) Πόσα χρήματα θα της απομείνουν ;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνονται δύο παράλληλες ευθείες $(\varepsilon_1) // (\varepsilon_2)$ και μια ευθεία (ε) , που τέμνει τις (ε_1) και (ε_2) , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Αν για τη γωνία $\hat{\alpha}$ ισχύει $\hat{\alpha} = 60^\circ$, να υπολογίσετε όλες τις υπόλοιπες γωνίες που είναι σημειωμένες.



Να γράψετε **1 Θεωρία και 2 Ασκήσεις.**

Στην κόλλα των θεμάτων να γράψετε **μόνο το όνομα σας.**

Τα θέματα είναι ισοδύναμα!

ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1°**

- α) Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα; Να δώσετε και ένα παράδειγμα.
- β) Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα; Να δώσετε και ένα παράδειγμα.
- γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες
- i) “Δύο ομώνυμα κλάσματα είναι πάντοτε και ισοδύναμα”
- ii) “Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο”

ΘΕΜΑ 2°

- α) Ποια είναι τα είδη των τριγώνων με κριτήριο τις πλευρές τους;
- β) Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο.
- γ) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:
- i) “Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς λέγεται”
- ii) “Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μια κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται”

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να υπολογιστούν οι παρακάτω παραστάσεις:

- α) $A = 9 + 2 \cdot 5 - 4^2$ (μονάδες 1,5)
- β) $B = 3 \cdot (7^2 - 6 \cdot 2^3) + 3^3 : (3 \cdot 6 - 2^4 - 1)^{10} - 10 + (6^2 - 3 \cdot 12) \cdot 5$ (μονάδες 3,6)
- γ) $\Gamma = 36 : A + 100 \cdot B$ (μονάδες 1,5)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ο Γιώργος αγόρασε μια μπλούζα αξίας 80 € με έκπτωση 25 % και ένα παντελόνι αξίας 120 € με έκπτωση 40 %.

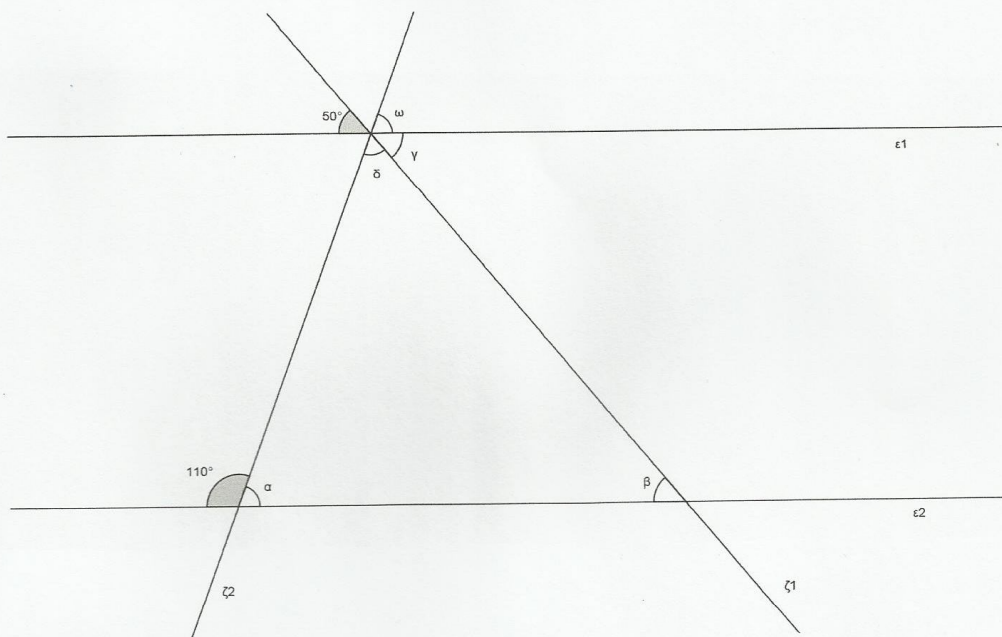
Να βρείτε:

- α) Πόσα ευρώ αγόρασε την μπλούζα;
- β) Πόσα ευρώ αγόρασε το παντελόνι;
- γ) Ποιο ήταν το ποσοστό % της συνολικής έκπτωσης που του έγινε και για τα δύο προϊόντα;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες και τέμνονται από τις ευθείες ζ_1 και ζ_2 .

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\omega}$. (Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΜΙΑ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΔΥΟ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

2

Θέματα προαγωγικών εξετάσεων Β΄ Γυμνασίου



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑ/ΣΗΣ ΔΩΔ/ΣΟΥ**

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2011-2012
ΤΑΞΗ: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ Α

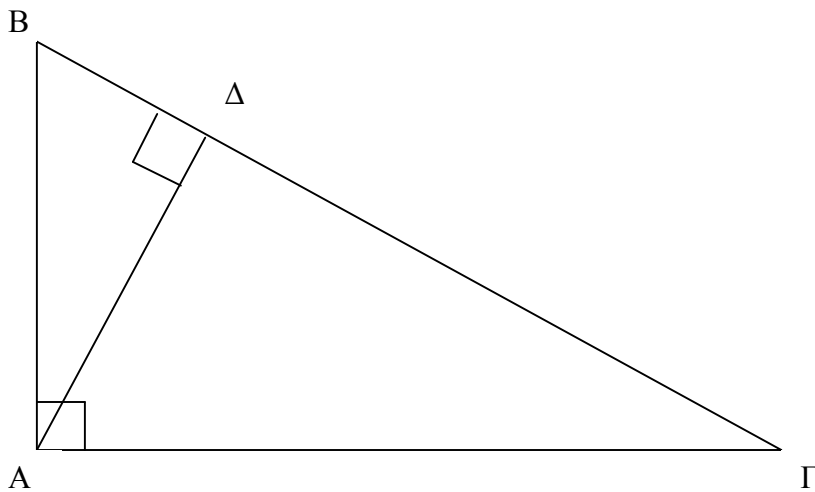
1. Τι είναι η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
2. Για τους αριθμούς χ, ψ ισχύει $\psi = \sqrt{\chi}$. Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση

	A	B	Γ
α)Ο χ είναι	Θετικός ή μηδέν	Αρνητικός ή μηδέν	Οποιοσδήποτε αριθμός
β)Ο ψ είναι	Θετικός ή μηδέν	Αρνητικός ή μηδέν	Οποιοσδήποτε αριθμός
γ)Ισχύει η σχέση	$\chi^2 = \psi$	$\psi^2 = \chi$	$\chi^2 = \psi^2$

3. Τι είναι άρρητος αριθμός; Δώστε ένα παράδειγμα.

ΘΕΜΑ Β

1. Να διατυπωθεί το πυθαγόρειο θεώρημα.
- 2.



Στο παραπάνω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $A = 90^\circ$ και AD ύψος.
Χαρακτηρίστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

- α) $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$
- β) $AB^2 = B\Delta^2 + A\Delta^2$
- γ) $A\Gamma^2 = A\Delta^2 + A\Gamma^2$
- δ) $\Delta\Gamma^2 = A\Delta^2 + A\Gamma^2$

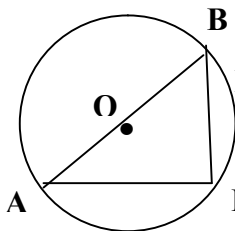
Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. α) Να λυθεί η εξίσωση

$$2(\chi - 1) + 4 = \frac{\chi - 5}{2}$$

β) Να βρεθεί ο αριθμός μ ώστε η λύση της εξίσωσης του ερωτήματος (α) να είναι και λύση της εξίσωσης $4 - 2\mu\chi = 3(\mu - \chi)$

2.



Στο διπλανό σχήμα είναι $L = 31,4$ cm το μήκος του Κύκλου, το O είναι το κέντρο του κύκλου και $B\Gamma = 5$

- α) Να βρεθεί η ακτίνα ρ του κύκλου
- β) Να δικαιολογήσετε γιατί η Γ είναι ορθή και να βρεθεί το μήκος της $A\Gamma$.
- γ) Να βρείτε την B και το μήκος του τόξου $A\Gamma$.

3. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: \psi = -2\chi + 3$

- α) Να γίνει η γραφική παράσταση της ϵ .
- β) Να βρεθούν τα σημεία τομής της με τους άξονες.
- γ) Αν A είναι το σημείο τομής της ϵ με τον χ' χ και B το σημείο τομής της ϵ με τον ψ' ψ να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου AOB όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

Να απαντήσετε σε μια από τις δυο θεωρίες και στις δυο από τις τρεις ασκήσεις.

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

A. ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. i) Τι ονομάζεται εξίσωση;

ii) Να αντιστοιχίσεις κάθε εξίσωση της στήλης A με το πλήθος των λύσεων της από τη στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
1. $2x = 5$	α. Μοναδική λύση
2. $0x = 6$	β. Αόριστη
3. $5x = 0$	γ. Αδύνατη
4. $0x = 0$	

B. Να γράψεις στην κόλλα σου τον αριθμό κάθε ερωτήματος και δίπλα το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή και Λ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Κάθε σημείο του άξονα $x'x$ έχει τετμημένη ίση με 0.

ii) $\sqrt{-25} = -5$

iii) Η κλίση της ευθείας $y = -x + 3$ είναι ίση με τη μονάδα.

iv) Οι ευθείες $y = 2x + 5$ και $y = 2x$ είναι παράλληλες.

v) Η $y = 2x - 5$ τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $A(0, -5)$.

vi) Το σημείο $M(-3, 5)$ βρίσκεται στο 4^ο τεταρτημόριο.

vii) Αν τα ποσά x, y είναι ανάλογα, τότε συνδέονται με τη σχέση $y = ax$, με $a \neq 0$.

Γ. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξεις το γράμμα της σωστής απάντησης.

i) Η εξίσωση $x^2 = 9$ έχει λύσεις :

A. $x = 3$ B. $x = -3$ ή $x = 3$ Γ. $x = -3$

ii) Ποια από τις παρακάτω ρίζες δεν έχει νόημα :

A. $\sqrt{-9}$ B. $\sqrt{4}$ Γ. $\sqrt{0}$ Δ. $\sqrt{a^2}$

iii) Το συμμετρικό του $M(2, -5)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το:

A. $M'(-2, 5)$ B. $M'(-2, -5)$ Γ. $M'(2, 5)$ Δ. $M'(-5, 2)$

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπώσεις το Πυθαγόρειο Θεώρημα (να κάνεις το σχήμα και να γράψεις την αντίστοιχη ισότητα). Να διατυπώσεις το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

B. Να γράψεις στην κόλλα σου τον αριθμό κάθε ερωτήματος και δίπλα το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή και Λ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Το ισοσκελές τρίγωνο είναι κανονικό πολύγωνο.

ii) Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει γωνία $\hat{\phi} = 120^\circ$.

iii) Το ημω μπορεί να ισούται με το 2.

iv) Αν ισχύει στο τρίγωνο ΑΒΓ η σχέση $\gamma^2 = a^2 + \beta^2$, τότε. $\hat{\Gamma} = 90^\circ$

v) Το τετράγωνο είναι κανονικό πολύγωνο.

vi) $\eta\mu 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ$.

vii) Η γωνία που έχει την κορυφή της στο κέντρο του κύκλου λέγεται εγγεγραμμένη.

Γ. Να αντιστοιχίσεις κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της Α στήλης με το αποτέλεσμα του από την Β στήλη.

A	B
1. $\sigma\upsilon\nu 60^\circ$	i) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\eta\mu 60^\circ$	ii) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\epsilon\phi 60^\circ$	iii) $\sqrt{3}$
4. $\eta\mu 45^\circ$	iv) 1
5. $\epsilon\phi 45^\circ$	v) $\frac{1}{2}$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις α) $5-2(x+3) = 4x + 7$

$$\beta) x - \frac{x+4}{4} = \frac{1}{10} + \frac{2(x-1)}{5}$$

B. Δίνεται η εξίσωση $3\mu x - (\mu - x) = x - 3 \cdot (2\mu - 1)$. Να βρεις την τιμή του μ , ώστε η εξίσωση να έχει λύση την $x = -1$.

Γ. Να βρεις τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων $\frac{3x+1}{2} \leq \frac{x-1}{5} + \frac{9x+3}{10}$

$2(x+1) - 3(x-4) > x+8$ και να τις παραστήσεις στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

ΑΣΚΗΣΗ 2"

Σε τρίγωνο ΚΛΜ τα μήκη των πλευρών του είναι:

$$ΚΜ = \sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{36}, \quad ΛΜ = 24 \quad \text{και} \quad ΚΛ = \sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2012}}$$

- i) Να αποδείξεις ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την ΛΜ.
- ii) Να υπολογίσεις το ύψος ΚΡ.
- iii) Να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου ΚΛΜ.
- iv) Να βρεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Μ.

ΑΣΚΗΣΗ 3"

Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με ΒΓ=16cm, ΑΓ=12cm και η πλευρά ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου.

- i) Να δικαιολογήσεις ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
- ii) Να βρεις την ακτίνα του κύκλου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 1,5

- iii) Να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- iv) Να βρεις το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Επιλέγεται και απαντάτε σε ένα (1) από τα δύο θέματα θεωρίας

ΘΕΜΑ 1^ο

Α) Δώστε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας.

Β) Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ (Σ) ή ΛΑΘΟΣ (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

I. Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = a$	Σ	Λ
II. $\sqrt{9} = 3$	Σ	Λ
III. $\sqrt{0} = 0$	Σ	Λ
IV. $\sqrt{-25} = -5$	Σ	Λ

Γ) Αν x είναι ένας θετικός αριθμός, στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

	A	B	Γ	Δ	E
1. Αν $\sqrt{x} = 5$, τότε	X=10	X=25	X=-25	X=2,5	αδύνατη
2. Αν $\sqrt{100} = x$, τότε	X=10	X=50	X=100	X= $\diamond 10$	αδύνατη

ΘΕΜΑ 2^ο

Α) Δώστε τον ορισμό της εφαπτομένης μιας γωνίας ω .

Β) Στο παρακάτω τρίγωνο να βρείτε τα $\eta\mu\phi$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi\omega$, $\epsilon\phi\phi$.

Β.ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιλέγεται και λύνετε **δύο (2)** από τις τρεις ασκήσεις

ΘΕΜΑ 1^ο

Α) Να λύσετε την εξίσωση $2(x - 1) - 8 = 4(x - 3)$.

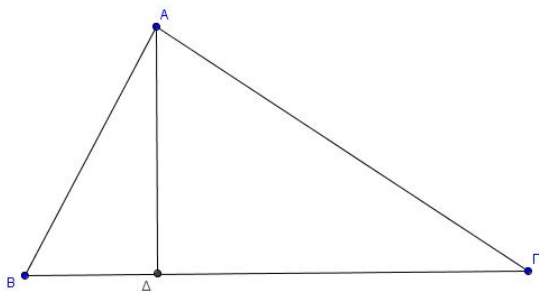
Β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x-3}{2} - \frac{2x-2}{3} \leq 1$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο παρακάτω σχήμα ισχύει: $AD \perp BF$, $AF=5\text{cm}$, $\Delta F=4\text{cm}$ και $B=60^\circ$.

Α) Να υπολογίσετε το ύψος AD του τριγώνου ABF .

Β) Να υπολογίσετε την πλευρά AB του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΘΕΜΑ 3^ο

Σ' ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, η βάση του $B\Gamma$ είναι ίσο με 12 cm και κάθε μια από τις ίσες πλευρές του είναι ίσο με 10 cm .

Α) Να βρεθεί το ύψος AD .

Β) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ: ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

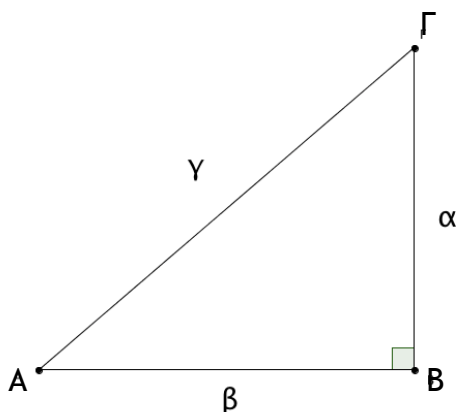
ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1°**

A) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και να γράψετε το τύπο σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα.



B) Να γράψετε τους τύπους των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας A.

ΘΕΜΑ 2°

A) Τι ονομάζουμε εγγεγραμμένη και τι επίκεντρη γωνία σε έναν κύκλο (O,ρ);

B) Να γράψετε τους τύπους του μήκους και του εμβαδού ενός κύκλου (O,ρ).

B.ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ 1°**

A) Να λυθούν οι ανισώσεις: $2(x+1) - 2x + 1 \leq 4x + 7$ και $6(x-1) \leq 3(x+1)$

B) Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

Γ) Να λυθεί η εξίσωση: $2(x+1) - (x-1) = 4$. Αφού λύσετε την εξίσωση να αναφέρετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση των ανισώσεων του πρώτου ερωτήματος.

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = k \cdot x + 2$ και $(\varepsilon_2): y = -x + 1$

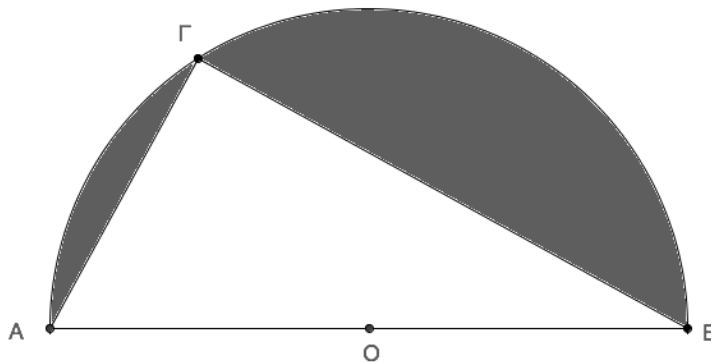
A) Να βρεθεί το k ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες (αιτιολογήστε την απάντησή σας).

B) Αν, $k = -1$ τότε:

- να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας ε_1 με τους άξονες xx' και yy' .
- να ονομάσετε Π το σημείο τομής με τον άξονα xx' και P το σημείο τομής με τον άξονα yy' και να υπολογίσετε τις αποστάσεις $O\Pi$, OP και PP .
- να κάνετε την γραφική παράσταση της ευθείας ε_1 και να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $O\Pi P$ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 3°

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ένα ημικύκλιο ακτίνας $OA=5\text{cm}$ και ένα σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $A\Gamma=6\text{cm}$.



A) Δικαιολογήστε ότι η γωνία $\Gamma=90^\circ$ και υπολογίστε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

B) Υπολογίστε το Εμβαδόν του ημικυκλίου και το Εμβαδόν του τριγώνου.

Γ) Υπολογίστε το Εμβαδόν της σκιαγραφημένης περιοχής του παραπάνω σχήματος.

Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ : _____

Α. ΘΕΩΡΙΑ

Θεωρία 1

- A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού;
B. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράταση της στήλης A ,το αποτέλεσμα , στη στήλη B

Στήλη A	Στήλη B
$\alpha.\sqrt{36}$	1. 18
$\beta.\sqrt{16}$	2. 4

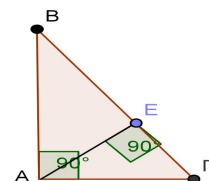
α	β	γ	δ	ϵ	ζ	$\sigma\tau$

$\gamma.\sqrt{(-3)^2}$	3. 8
$\delta.(\sqrt{7})^2$	4. Δεν ορίζεται
$\epsilon.\sqrt{0}$	5. 3
$\zeta.\sqrt{-36}$	6. 6
$\sigma\tau.\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{9}}}$	7. 0
	8. 7
	9. 5

Θεωρία 2

- A. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο θεώρημα.
B. Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο θεώρημα να συμπληρώσετε τις ισότητες για το διπλανό σχήμα.

α) $B\Gamma^2 = \dots + \dots$ β) $\Gamma E^2 = \dots - \dots$ γ) $AB^2 = \dots - \dots$ δ) $AB^2 = \dots + \dots$



Β.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1. Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση
 $4(2x+1)-6(x-1)=3(x+2)$

ΑΣΚΗΣΗ 2. Έστω οι ομόκεντροι κύκλοι (O,OB) και (O,OD) όπως στο δίπλα σχήμα,

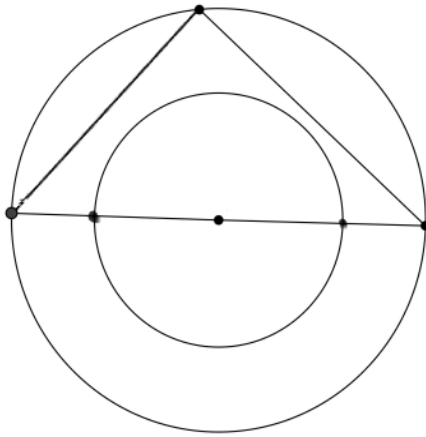
με $BΓ$ διάμετρος του κύκλου (O,OB) και $ΔΕ$ διάμετρος του κύκλου (O,OD) .

6cm 8cm

α) Να δείξετε ότι η γωνία $ΒΑΓ=90^\circ$.

β) Να υπολογίσετε την διάμετρο $BΓ$ αν τα μήκη $AB=6\text{cm}$ και $ΑΓ=8\text{cm}$.

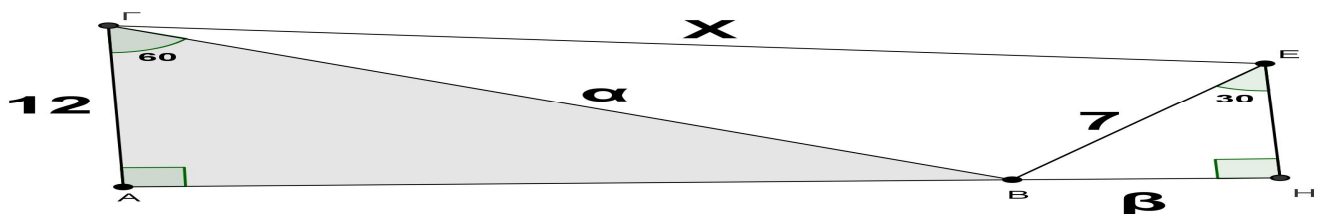
γ) Αν η διάμετρος $BΓ$ είναι κατά 2cm μεγαλύτερη από την $ΔΕ$ να υπολογίσετε το εμβαδό του επιπέδου που περικλείετε μεταξύ των δύο κύκλων (κυκλικός δακτύλιος).



ΑΣΚΗΣΗ 3. Στο παραπάνω σχήμα τα τρίγωνα $ABΓ$ και BHE είναι ορθογώνια με $ΑΓ=12\text{cm}$, $BE=7\text{cm}$ οι γωνίες $ΑΓΒ=60^\circ$, $BEH=30^\circ$.

A. Να αποδείξετε ότι $BΓ=24\text{cm}$ και $BH=3,5\text{cm}$.

B. Δικαιολογήστε ότι το τρίγωνο $ΓΒΕ$ είναι ορθογώνιο και υπολογίστε το μήκος του $ΓΕ=\chi$.



ΠΡΟΣΟΧΗ Γράφουμε 1 (μια) Θεωρία και 2 (δύο) Ασκήσεις.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ – ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΣΧΟΛ.ΕΤΟΣ: 2011-2012

ΤΑΞΗ: Β' Γυμνασίου

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;

B. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας την παρακάτω πρόταση και να συμπληρώσετε τα κενά ,
 ώστε να προκύψει αληθής πρόταση:

Για τους αριθμούς x, a με $a \geq 0$ και $x \neq 0$ ισχύει: Αν $x = \sqrt{a}$, τότε

.....
Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την έκφραση «σωστό» ή «λάθος».

α. Ισχύει $\sqrt{0} = 0$. **β.** Ισχύει $\sqrt{16} = 8$.

γ. Ισχύει $\sqrt{-9} = -3$. **δ.** Ισχύει $\sqrt{0,81} = 0,9$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Τι ονομάζεται ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

B. Να κάνετε τις αντιστοιχίσεις.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. ημ 30°	1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
β. συν 45°	2. $\frac{1}{2}$
γ. ημ 60°	3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Γ. Υπάρχει οξεία γωνία ω για την οποία ισχύει ημ $\omega \in (1,2)$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

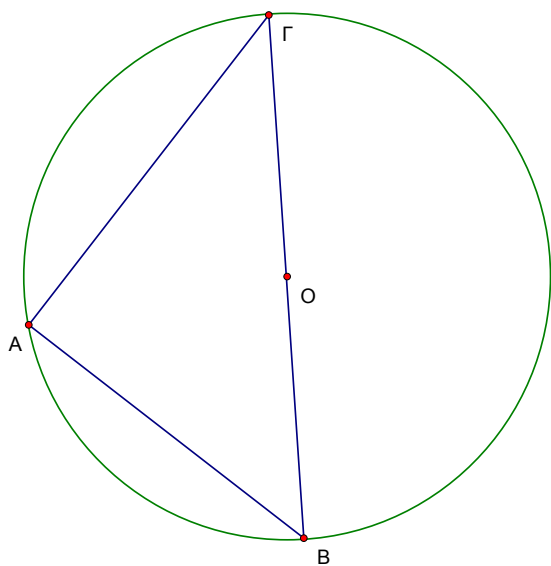
ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να λυθεί η ανίσωση $5x + 2(x - 3) \geq 3(x + 1) - 33$.

B. Να λυθεί η ανίσωση $1 - x < \frac{x + 31}{3}$.

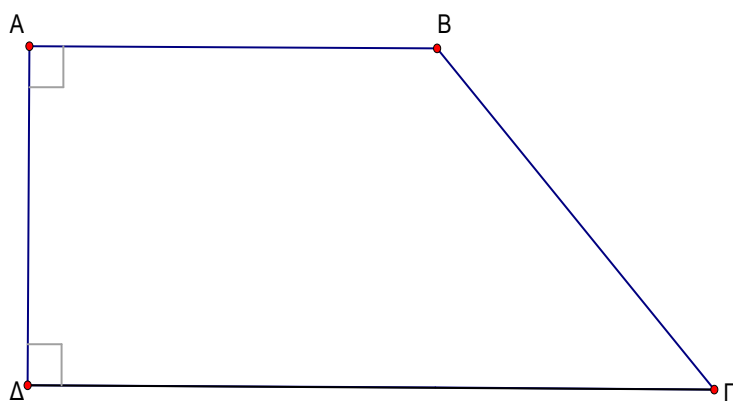
Γ. Να παραστήσετε τις λύσεις των 2 παραπάνω ανισώσεων στην ευθεία των αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

ΘΕΜΑ 2^ο



Δίνεται κύκλος (O, ρ) και τρίγωνο $AB\Gamma$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, με $AB=6\text{cm}$ και $\rho=5\text{cm}$.

- A. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- B. Να βρεθεί το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.
- Γ. α) Να βρεθεί το μήκος του κύκλου.
β) Να βρεθεί το $\text{syn}B$.



πλευρά $B\Gamma$.

- β) η περίμετρος του τραπεζίου.
- γ) το εμβαδόν του τραπεζίου.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος έχουμε $AB=6\text{cm}$, $\Gamma\Delta=9\text{cm}$ και $A\Delta=4\text{cm}$.

- A. Να σχεδιάσετε το ύψος του τραπεζίου από το σημείο B και να υπολογίσετε

το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

- B. Να βρεθεί :

α) το εμβαδόν του τετραγώνου με

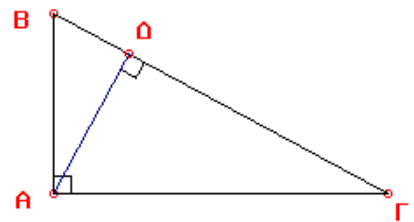
Από τα 2 θέματα θεωρίας να γράψετε το 1 και από τα 3 θέματα στις ασκήσεις να γράψετε τα 2.

Σχολικό Έτος 2011 - 2012
 Θέματα Γραπτών Προαγωγικών Εξετάσεων
 Περίοδος Μαΐου – Ιουνίου 2012
 ΤΑΞΗ Β΄
 Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α.Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΘΕΩΡΙΑ 1^Η

- a) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα, να κάνετε σχήμα και να γράψετε την ισότητα του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- b) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$ και AD το ύψος που αντιστοιχεί στην $B\Gamma$.



Να γράψετε στο τετράδιό σας ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές (Σ) και ποιες λάθος (Λ):

- i) $AB^2 = A\Gamma^2 - B\Gamma^2$ ii) $A\Gamma^2 = AD^2 + \Gamma D^2$
 iii) $AD^2 = AB^2 - B\Gamma^2$ iv) $B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$
- c) Αν ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές α, β, γ με $\alpha = 1,2$, $\beta = 1,6$ και $\gamma = 2$ είναι ορθογώνιο ή όχι και γιατί;

ΘΕΩΡΙΑ 2^Η

- a) Τι ονομάζουμε συνάρτηση;
- b) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:
- i) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι(1)..... που διέρχεται από(2)..... των αξόνων. Ο αριθμός a λέγεται(3)..... της ευθείας $y = ax$ και ισούται με την(4)..... της γωνίας ω , που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.
- ii) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ με $\beta \neq 0$ είναι(5)..... παράλληλη στην ευθεία με εξίσωση(6)....., που διέρχεται από το σημείο(7)..... του άξονα $y'y$.
- c) Να γράψετε στο τετράδιό σας ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) και ποιες λάθος (Λ):
- i) Η ευθεία $y = x + 1$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ii) Οι ευθείες με εξισώσεις $y = 2x$ και $y = 2x + 2012$ είναι παράλληλες.
- iii) Η ευθεία με εξίσωση $y = 2x + 4$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0,4)$.
- iv) Η κλίση της ευθείας με εξίσωση $y = 5x + 3$ είναι ίση με 3.

Β. Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

ΑΣΚΗΣΗ 1^Η

Δίνονται οι ανισώσεις : $3x + 2012 \leq 5(2 + x) + 2004$ και

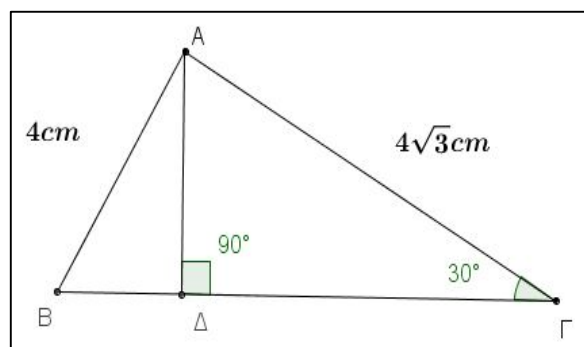
$$\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{6} < \frac{2-x}{3}$$

- Να λυθούν οι παραπάνω ανισώσεις .
- Να παρασταθούν οι λύσεις των παραπάνω ανισώσεων στον ίδιο άξονα και να βρεθούν οι κοινές τους λύσεις και μετά οι κοινές τους ακέραιες λύσεις .
- Αν οι αριθμοί α, β, γ με $\alpha < \beta < \gamma$ είναι οι τρεις κοινές ακέραιες λύσεις των παραπάνω ανισώσεων , να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω παράστασης , αφού πρώτα την απλοποιήσετε :

$$A = 2(\alpha - \beta) - 3(\gamma - \alpha) - (-\beta - 8\gamma)$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^Η

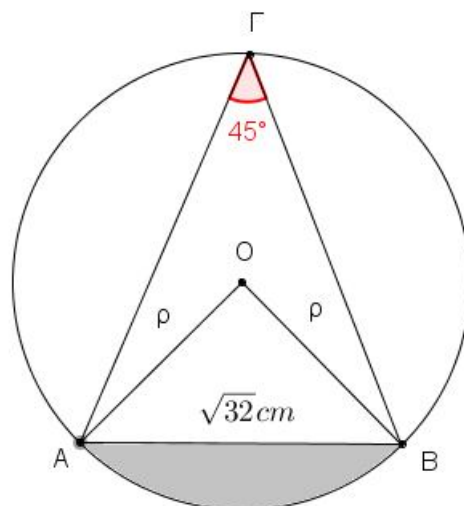
Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = 4\text{cm}$, $A\Gamma = 4\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Επίσης το AD είναι ύψος του τριγώνου.



- Να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα AD , BD και $D\Gamma$.
- Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AD\Gamma$ είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου ABD .
(Δίνεται ότι $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$)

ΑΣΚΗΣΗ 3^Η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Δίνεται ότι η χορδή AB του κύκλου είναι $AB = \sqrt{32}\text{cm}$ και η γωνία $\widehat{A\Gamma B} = 45^\circ$.



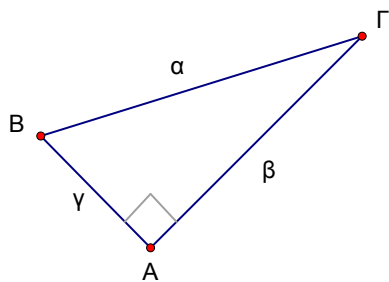
- Να βρεθεί η γωνία \widehat{AOB} και μετά να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι $\rho = 4\text{cm}$.
- Να υπολογισθεί το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου AOB .

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΧ.ΕΤΟΥΣ 2011-2012
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Δίνεται το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω ισότητες ως «Σωστή» ή «Λάθος».



- i. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$
- ii. $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$
- iii. $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$
- iv. $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$

B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».

- i. Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος συντεταγμένων.
- ii. Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων χρησιμοποιούμε κάθετους άξονες των οποίων οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος.
- iii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή Ο των αξόνων.
- iv. Η γραφική παράσταση της $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία κάθετη της ευθείας με εξίσωση $y=ax$.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-1}{5} - \frac{2-x}{4} = 2x-10$

B. Να εξετάσετε αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης αποτελεί λύση και της ανίσωσης: $2(x-6) < 1$

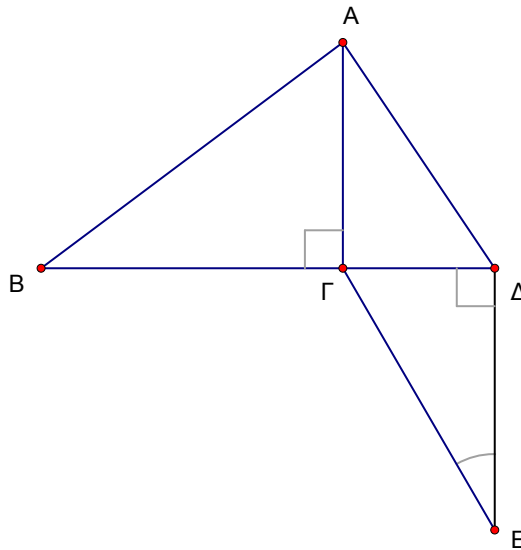
ΘΕΜΑ 2^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα εξής:

$AB = 5\text{cm}$, $B\Gamma = \Gamma E = 4\text{cm}$ και $\hat{\Gamma E \Delta} = 30^\circ$.

A. Να βρείτε τις πλευρές $A\Gamma$ και $\Gamma\Delta$.

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ δεν είναι ορθογώνιο.



ΘΕΜΑ 3^ο

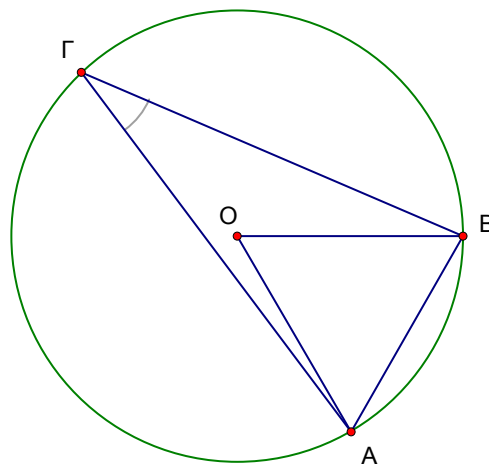
Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα εξής:

$\hat{A\Gamma B} = 30^\circ$ και $AB = 3\text{cm}$.

A. Να βρείτε την γωνία $\hat{A\hat{O}B}$ και να αποδείξετε ότι είναι ίση με την κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου.

B. Να αποδείξετε ότι η ακτίνα του διπλανού κύκλου είναι ίση με 3cm.

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος L του κύκλου και το εμβαδόν E του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Να απαντήσετε σε **ένα** από τα θέματα θεωρίας και σε **δύο** από τα θέματα των ασκήσεων.
2. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα σας.
3. Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού και υπολογιστικής μηχανής.

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΩΡΙΑ 1^η**

(α) Τι ονομάζουμε κλίση της ευθείας $y = \alpha x$.

Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

(β) Έστω $M(x,y)$ σημείο του ορθοκανονικού συστήματος αξόνων .

Αν το M βρίσκεται στο 2^ο τεταρτημόριο τότε $x \dots 0$ και $y \dots 0$.

Αν το M βρίσκεται πάνω στον άξονα $x'x$ τότε $y = \dots$

Αν το M βρίσκεται πάνω στον άξονα $y'y$ τότε $x = \dots$

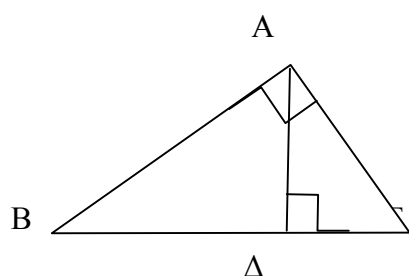
(γ) Η γραφική παράσταση της $y = \alpha x + \beta$ με $\beta \neq 0$ είναι παράλληλη της ευθείας, και διέρχεται από το σημείο του άξονα

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

(α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

(β) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

(γ) Να συμπληρωθούν τα κενά:



(i) $B\Gamma^2 = \dots\dots\dots$

(ii) $\Gamma\Delta^2 = \dots\dots\dots$

(iii) $AB^2 = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

α) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{5(x+4)}{4} + \frac{x-3}{2} = x+2$

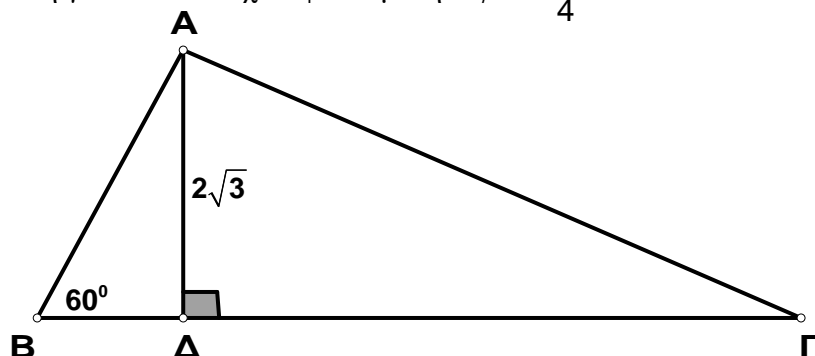
β) Να λύσετε και να παραστήσετε σε μια ευθεία των αριθμών τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

$$1 - 2(2x+1) \leq 5 - 2x \text{ και } 5 - 2x < 4 - \frac{8x-7}{3}$$

Ποιές από τις κοινές λύσεις είναι ακέραιοι αριθμοί;

ΑΣΚΗΣΗ 2η

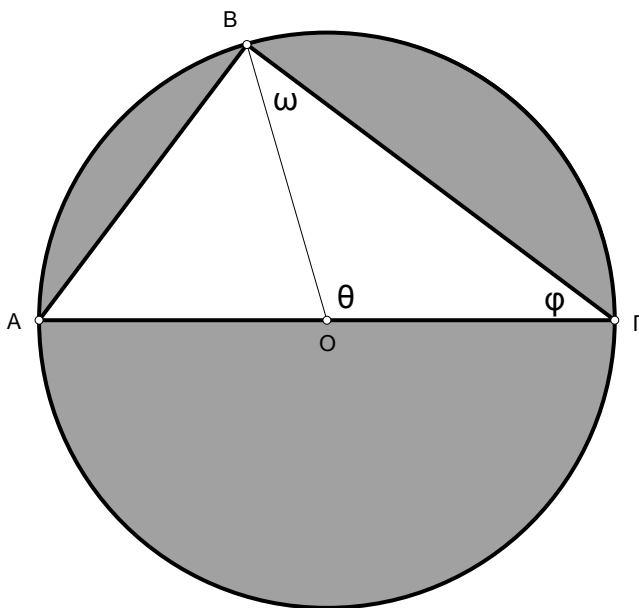
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $\hat{B} = 60^\circ$, το ύψος του $AD = 2\sqrt{3}$ και η γωνία του Γ έχει εφαπτομένη $\epsilon\phi\Gamma = \frac{\sqrt{3}}{4}$.



- Να υπολογισθούν τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta$, $\Delta\Gamma$
- Να υπολογισθεί το τμήμα AB και το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.
- Αν ΓE το άλλο ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ να αποδείξετε ότι το μήκος του ισούται με $5\sqrt{3}$.

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος κέντρου O , διαμέτρου $A\Gamma$ για τον οποίο ισχύει ότι το τόξο $\widehat{AB} = 74^\circ$, η χορδή $AB = 12$ cm και το εμβαδό του κυκλικού δίσκου είναι $E = 314$.



- Να υπολογισθεί η ακτίνα και το μήκος του κύκλου.
- Να υπολογισθούν οι γωνίες ω , θ , ϕ του τριγώνου $BO\Gamma$ και η γωνία $AB\Gamma$.
- Να υπολογισθεί το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου που είναι στο εξωτερικό του τριγώνου και εντός του κύκλου.

Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΓΥΜΝΑΣΙΟ**

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Πώς ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;
B) Τι ονομάζεται συνάρτηση και τι γραφική παράσταση συνάρτησης ;

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο ;
B) Αν η γωνία φ είναι εγγεγραμμένη σε κύκλο και η γωνία ω η αντίστοιχή της επίκεντρη, ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό ;
α) $\varphi = \omega$ β) $\varphi = \frac{1}{2}\omega$ γ) $\omega = \frac{1}{2}\varphi$ δ) $\omega + \varphi = 180^\circ$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Να λύσετε την εξίσωση : $2(\chi-1) - 8 = 4(\chi-3)$
B) Να λύσετε την ανίσωση : $(\chi-3)/2 - (2\chi-2)/3 \leq 1$
Γ) Έχουν κοινές λύσεις η εξίσωση και η ανίσωση ; Δικαιολογήστε.

ΘΕΜΑ 2^ο

- Στο τρίγωνο ABΓ ισχύουν : $ΑΓ=5m$ και $B=60^\circ$. Θεωρούμε την πλευρά ΒΓ σαν βάση και φέρουμε το αντίστοιχο ύψος ΑΔ, όπου $ΔΓ=4m$.
A) Να σχεδιάσετε το σχήμα και να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ.
B) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.

(

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon_2 : \psi=3\chi$ και διέρχεται από το σημείο $A(-1,2)$, να βρείτε :

- A) την κλίση της ευθείας ε_1
- B) την εξίσωση της ευθείας ε_1 .

**Να γράψετε 1 (ένα) θέμα Θεωρίας και 2 (δύο) θέματα Ασκήσεων.
Μπορείτε να διαπραγματευτείτε τα θέματα με όποια σειρά επιθυμείτε.**

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2011-12
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
B! ΤΑΞΗ

Α.ΘΕΩΡΙΑ (Από τα 2 θέματα να γράψετε το 1)

ΘΕΜΑ 1₀

α) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις με τα κατάλληλα σύμβολα (\leq , $=$, \geq) ή γράμματα:

- i. Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \dots 0$, τότε $x \dots 0$ και $x^2 \dots$
- ii. Αν $a \dots 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 \dots$

β) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε οι παρακάτω προτάσεις να είναι αληθείς:

- i. $\sqrt{\dots} = 6$ γιατί $6^2 \dots$
- ii. $\sqrt{\dots} \dots$ γιατί $13^2 = 169$
- iii. $\sqrt{1} \dots$ γιατί $\dots = 1$

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

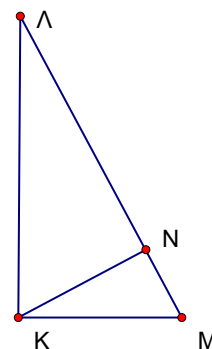
- i. $\sqrt{-25} = -5$
- ii. $\sqrt{9-4} = 3-2 = 1$
- iii. Ο αριθμός -3 δεν είναι ρητός.
- iv. Ο αριθμός $\sqrt{2}$ είναι πραγματικός.

ΘΕΜΑ 2₀

α) Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα.

β) Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

- i. $KL^2 = LN^2 + KN^2$
- ii. $KM^2 = LM^2 - LK^2$
- iii. $KL^2 = KM^2 + LM^2$
- iv. $KN^2 = KM^2 - NM^2$



γ) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές $\alpha=3$, $\beta=4$, $\gamma=7$ είναι ορθογώνιο ή όχι.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ (Από τις 3 ασκήσεις να γράψετε τις 2)

ΘΕΜΑ 1₀

α) Δίνεται η παράσταση $a = 3(2 - \omega) + 5(\omega + 1) - 17$. Να απλοποιήσετε την παράσταση και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι η τιμή της

όταν $\omega = 5$ είναι $a = 4$.

β) Να αποδείξετε ότι η λύση της εξίσωσης:

$$\frac{\kappa - 3}{2} - \frac{\kappa - 4}{12} = 1 + \frac{\kappa - 4}{\alpha} \quad \text{είναι} \quad \kappa = 7$$

γ) Να εξετάσετε αν το σημείο A(4,28) ανήκει στην ευθεία που διέρχεται από την

αρχή των αξόνων και έχει κλίση τον αριθμό $\kappa = 7$.

ΘΕΜΑ 2₀

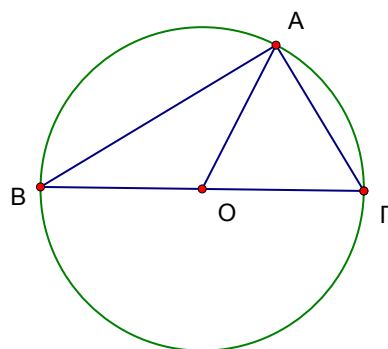
Στο διπλανό σχήμα η $B\Gamma = 6\text{cm}$ είναι διάμετρος του κύκλου και η γωνία BOA είναι 110° .

Να βρείτε και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας :

α) Τα τόξα AB και $A\Gamma$.

β) Τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) Το μήκος L και το εμβαδόν E του κυκλικού δίσκου.



ΘΕΜΑ 3₀

Στο διπλανό ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AD = B\Gamma$, $AB = 4\text{cm}$ και $\Delta E = Z\Gamma = 6\text{cm}$, δίνεται ότι $\epsilon\phi\Delta A E = \frac{3}{4}$ και οι γωνίες $\Delta E A = B Z \Gamma = 90^\circ$.

Να υπολογίσετε:

α) Το ύψος AE και την πλευρά AD του τραpezίου.

β) Την περίμετρο και το εμβαδόν του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$

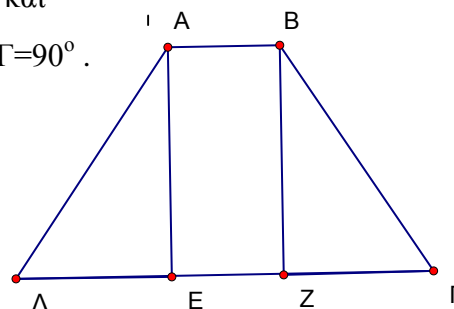
γ) Αν το παραπάνω τραπέζιο είναι η βάση ενός πρίσματος

με ύψος $v = 12\text{ cm}$ να

υπολογίσετε το εμβαδόν E_p της παράπλευρης

επιφάνειας και τον όγκο V του πρίσματος.

Καλή επιτυχία





ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔ/ΣΟΥ

Τάξη: Β' Γυμνασίου

Γραπτές ανακεφαλαιωτικές προαγωγικές εξετάσεις

Περίοδος **Μαΐου - Ιουνίου 2012.**

Μάθημα: **Μαθηματικά**

Σημείωση: Κάποια στοιχεία π.χ. ορθές γωνίες στα σχήματα, συμβολισμοί τόξων και γωνιών σημειώθηκαν με το χέρι.

ΘΕΜΑΤΑ

A.ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

α.Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;

β.Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

$$\sqrt{\sqrt{16}}$$

$$\sqrt{43 + \sqrt{36}}$$

$$\sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-7)^2}$$

ΘΕΜΑ 2

α.Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο θεώρημα(να γίνει σχήμα και να γραφεί ο τύπος).

β.Να διατυπωθεί η πρόταση που ονομάζεται αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

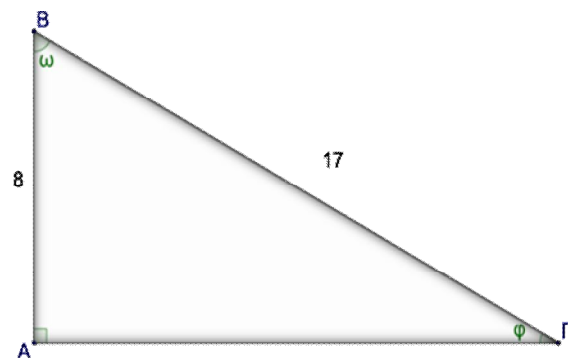
B.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λυθεί την εξίσωση: $\frac{5-x}{3} + 2x = \frac{5x}{6} + \frac{x}{2} + 3$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο διπλανό σχήμα να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών ω, ϕ .



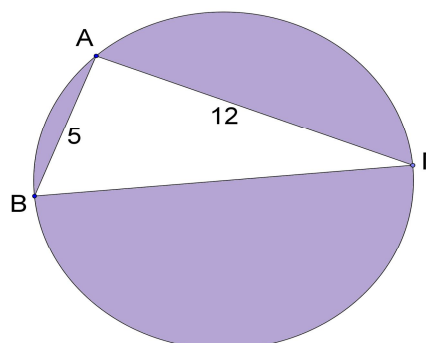
ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος.Να βρεθεί:

α. Η γωνία \hat{A} (να δικαιολογηθεί η απάντηση) .

β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

γ. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.($\pi=3,14$)





ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ
ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν.
ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

(ΠΡΟΣΟΧΗ: ΑΠΟ ΤΑ 2 ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ
ΜΟΝΟ ΣΤΟ 1 ΚΑΙ ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΜΟΝΟ ΣΤΑ 2)

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- Α. Πώς ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a .
Β. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή ως
Λανθασμένες (Λ):

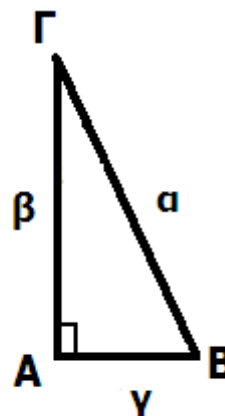
α. $\sqrt{0} = 0$

β. $\sqrt{2012^2} = 2012$.

γ. $\sqrt{(-9)^2} = -9$.

ΘΕΜΑ 2^ο

- Α. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα για το
τρίγωνο του διπλανού σχήματος.
Β. Να εφαρμόσετε το πυθαγόρειο θεώρημα
στο ίδιο τρίγωνο όταν δίνεται ότι: $a=5$, $\beta=4$ και
 $\gamma=3$.



Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $5 - 2(x - 3) = x + (5 - 4x)$

β. $\frac{x+4}{2} - \frac{x-4}{3} = \frac{1-3x}{6} - 2$

ΘΕΜΑ 2^ο

Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις της κάθε μιας στην ευθεία των πραγματικών αριθμών :

α. $4x - 6 \leq 2x + 2$

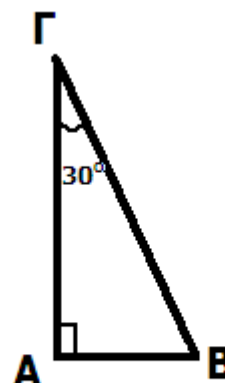
β. $8 < 18 + 5x$

γ. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων και να τις παραστήσετε σε μία ευθεία πραγματικών αριθμών.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο τρίγωνο του διπλανού σχήματος γνωρίζουμε ότι πλευρά $B\Gamma = 100$ cm και γωνία $\Gamma = 30^\circ$. Να βρεθούν οι υπόλοιπες πλευρές και γωνίες του τριγώνου.

(Δίνεται: $\eta\mu 30^\circ = 0.5$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0.86$, $\epsilon\varphi 30^\circ = 0.57$)



ΓΥΜΝΑΣΙΟ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ -ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Α. ΘΕΩΡΙΑ (να γράψετε 1 θέμα θεωρίας από τα 2)

ΘΕΜΑ 1

- A) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα .
 B) Αν σε τρίγωνο ABΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $\gamma^2 - \alpha^2 - \beta^2 = 0$, τότε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές i) $\hat{A} = 90^\circ$, ii) $\hat{B} = 90^\circ$, iii) $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, iv) $\gamma > \beta$

i	ii	iii	iv

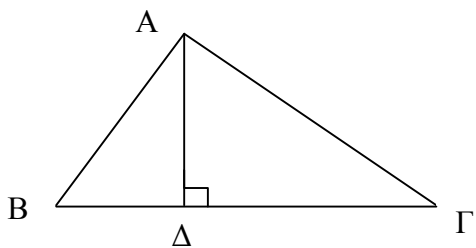
ΘΕΜΑ 2

- A) Δώστε τον ορισμό του ημιτόνου , του συνημιτόνου και της εφαπτομένης μιας οξείας γωνίας. Να εξηγήσετε γιατί για κάθε οξεία γωνία ω , ισχύει $0 < \eta\mu\omega < 1$
 B) Να γράψετε την ένδειξη Σ σε όποιες από τις παρακάτω τιμές εκφράζουν ημίτονο ή συνημίτονο οξείας γωνίας α) $\frac{1}{7}$, β) $\sqrt{2}$, γ) $-\frac{1}{2}$, δ) 0,003

α	β	γ	δ

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ (να γράψετε 2 ασκήσεις από τις 3)

ΑΣΚΗΣΗ 1



- Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $B\Gamma = 16\text{cm}$ και AD το ύψος που αντιστοιχεί στη BΓ. Αν ισχύει $(AB\Gamma) = 4(AB\Delta)$ και $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$, να βρείτε :
 α) τη πλευρά BΔ
 β) τη πλευρά AΓ
 γ) τα μέτρα των γωνιών $\hat{B}, \hat{\Gamma}$

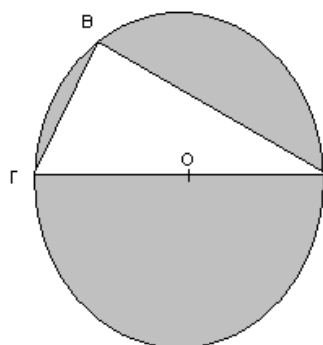
ΑΣΚΗΣΗ 2

- i) Δίνεται η ανίσωση $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} - 2 \geq \frac{3x-1}{15}$. Να λυθεί και να παρασταθούν οι λύσεις της στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.
 ii) Αν α είναι η μεγαλύτερη ακέραια λύση της ανίσωσης, να λύσετε την εξίσωση

$$\alpha \cdot (x+3) - 4 = (2 \cdot \alpha - 3) \cdot x + 8 - \frac{x}{2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

B



Στο διπλανό σχήμα η ΑΓ είναι διάμετρος του κύκλου, η

χορδή ΓΒ=12cm και $\varepsilon\varphi A = \frac{3}{4}$

Να βρεθεί: α) η πλευρά ΑΒ

β) η ακτίνα του κύκλου ρ

γ) το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ

δ) το γραμμοσκιασμένο εμβαδό

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2011-2012

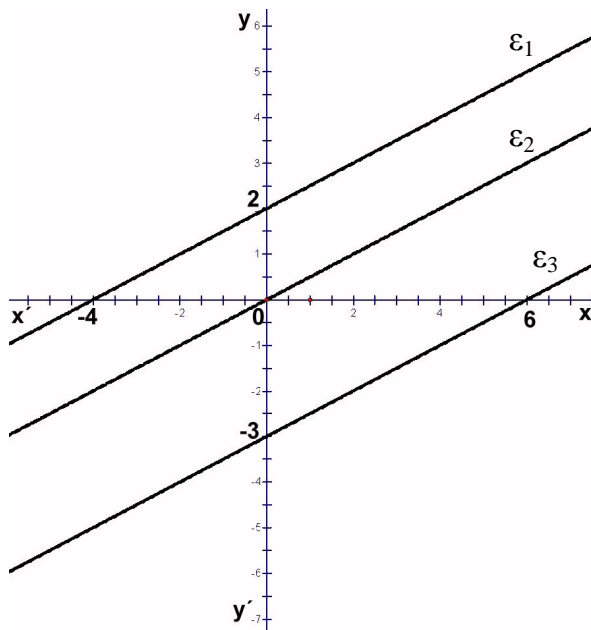
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
2012 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α. ΤΑΞΗ Β΄

(Α) ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1: (α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Η ευθεία με εξίσωση $y = 3x - 2$ περνάει από την **αρχή των αξόνων**
2. Η συνάρτηση $y = 4x$ συνδέει δύο **ανάλογα** ποσά
3. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = -2x$ και $y = -2x + 3$ είναι ευθείες **παράλληλες**
4. Η ευθεία με εξίσωση $y = 2x + 3$ έχει **κλίση** $\frac{3}{2}$
5. Η ευθεία με εξίσωση $y = -3x + 8$ **τέμνει** τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,8)$

(β) Δίνονται οι παράλληλες ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 στο παρακάτω σχήμαΝα αντιστοιχίσετε τις εξισώσεις με τις ευθείες ε_1 , ε_2 , ε_3 στον παρακάτω πίνακα :

Εξίσωση	$y = \frac{1}{2}x$	$y = \frac{1}{2}x + 2$	$y = \frac{1}{2}x - 3$
Ευθεία			

ΘΕΜΑ 2: (α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

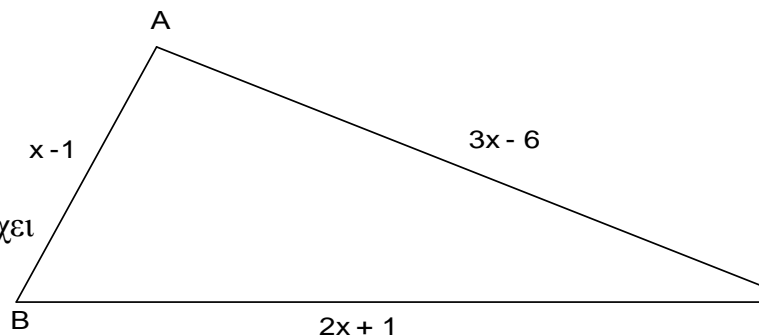
1. Το **τετράγωνο** είναι ένα κανονικό πολύγωνο
2. Η **κεντρική γωνία** του κανονικού 18-γώνου είναι $\omega = 20^\circ$
3. Η **γωνία** του κανονικού 15-γώνου είναι $\varphi = 150^\circ$
4. Υπάρχει **κανονικό πολύγωνο** με κεντρική γωνία 50°
5. Ο αριθμός π ορίζεται ως το πηλίκο $\frac{\text{μήκος κύκλου } L}{\text{ακτίνα κύκλου } \rho}$

(β) Να συμπληρωθούν οι παρακάτω προτάσεις με τον κατάλληλο τύπο :

1. Το **μήκος** ενός κύκλου με ακτίνα ρ δίνεται από τον τύπο :
2. Το **εμβαδόν** ενός κυκλικού δίσκου με ακτίνα ρ δίνεται από τον τύπο :
.....
3. Η **κεντρική γωνία** ενός κανονικού n -γώνου είναι δίνεται από τον τύπο:
.....

(B) **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1 Δίνεται το τρίγωνο ABΓ το οποίο έχει
περίμετρο 30 cm και πλευρές
 $AB = x - 1$, $ΑΓ = 3x - 6$
και $BΓ = 2x + 1$



- (i) Να αποδειχθεί ότι $x = 6$
- (ii) Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών AB, ΑΓ, BΓ
- (iii) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο

ΘΕΜΑ 2 : Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = \sqrt{(-4)^2} + \sqrt{(2-5)^2} - \sqrt{5^2} \quad \text{και} \quad \beta = \sqrt{12 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$$

- (i) Να αποδειχθεί ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 4$

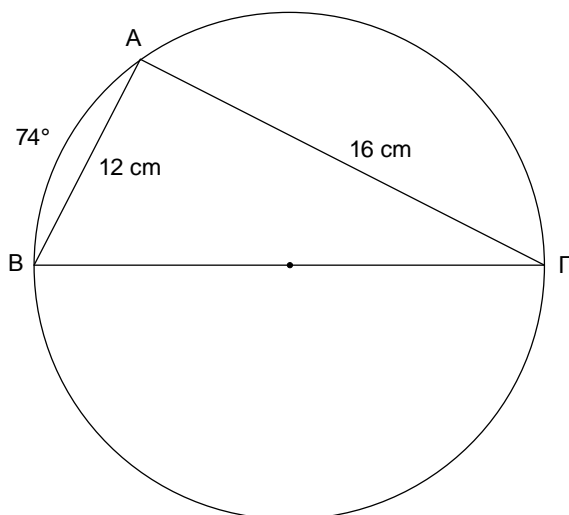
- (ii) Να λυθεί η ανίσωση

$$\frac{x-2}{\alpha} + \frac{x+1}{\beta} \geq \frac{x-1}{2}$$

και να παρασταθεί η λύση της σε άξονα

(όπου α και β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (i))

ΘΕΜΑ 3 : Στο παρακάτω σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και ισχύει $AB = 12\text{cm}$ και $AG = 16\text{cm}$ ενώ το τόξο $AB = 74^\circ$



Να υπολογιστούν :

- (i) Οι γωνίες A , B και Γ του τριγώνου $AB\Gamma$
- (ii) Το μήκος του κύκλου
- (iii) Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi B$

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ – ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

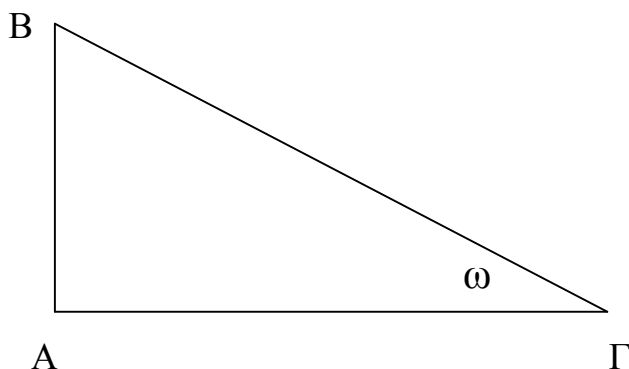
A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- 1) Να διατυπώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a .
- 2) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) :
 - α) Αν $a > 0$, τότε ισχύει $(\sqrt{a})^2 = a$.
 - β) Η εξίσωση $2x + 1 = 9$ έχει λύση τον αριθμό $x = 3$.
 - γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.
 - δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$, όπου $x \neq 0$, βρίσκεται στο 1^ο και στο 3^ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a > 0$.

ΘΕΜΑ 2^ο

- 1) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα καθώς και το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- 2) Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου ($\eta\mu\omega$) και του συνημιτόνου ($\sigma\upsilon\nu\omega$) της οξείας γωνίας ω , στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$.



B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

$$\alpha) \quad 2(x-1) + 3(2-x) = 4(x+2) \qquad \beta) \quad 1 - \frac{2-3x}{2} = x + \frac{5x-9}{4}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Οι βαθμοί 12 (δώδεκα) μαθητών στην Β΄ Γυμνασίου σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών, ήταν :

10 , 12 , 14 , 8 , 9 , 11 , 17 , 18 , 14 , 10 , 18 , 12

α) Να υπολογίσετε την μέση τιμή της βαθμολογίας στο διαγώνισμα αυτό.

β) Να βρείτε τη διάμεσο (δ) των παραπάνω βαθμολογιών.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = 2\varepsilon\phi^2 45^\circ + \frac{\eta\mu^2 30^\circ + \sigma\nu\nu^2 60^\circ}{\sigma\nu\nu^2 30^\circ - \eta\mu^2 30^\circ} + 1$$

Να γράψετε **1 Θεωρία και 2 Ασκήσεις.**

Στην κόλλα των θεμάτων να γράψετε **μόνο το όνομα σας.**

Τα θέματα είναι ισοδύναμα!

Τάξη : Β΄ Γυμνασίου
Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις
περιόδου Μαΐου – Ιουνίου σχ. έτους: 2011-12
Εξεταζόμενο μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α.ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1

A. Πότε δύο ποσά x και y λέγονται ανάλογα (μονάδες 2,1)

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, η Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

B1) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -2x$ είναι ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων (μονάδες 0,5)

B2) Η κλίση της ευθείας $y = 5x$ είναι ο αριθμός 5 (μονάδες 0,5)

B3) Οι ευθείες $y = 3x$ και $y = 3x + 2$ είναι κάθετες (μονάδες 0,5)

B4) Η κλίση της ευθείας $y = x + 2$ είναι ο αριθμός 1 (μονάδες 0,5)

B5) Η ευθεία $y = 4x + 5$ τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο (0,4) (μονάδες 0,5)

Γ) Να αντιστοιχίσετε κάθε σημείο της στήλης Α του πίνακα με μία πρόταση της στήλης Β ώστε να προκύψουν σωστές μαθηματικές προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα σε κάθε σημείο το γράμμα της πρότασης

Στήλη Α	Στήλη Β
K(5, 4)	α) Το σημείο βρίσκεται πάνω στον άξονα yy'
P(9, 0)	β) Το σημείο βρίσκεται στο 4ο τεταρτημόριο
M(0,-3)	γ) Το σημείο βρίσκεται πάνω στον άξονα xx'
N(7, -1)	δ) Το σημείο βρίσκεται στο 1ο τεταρτημόριο

(μονάδες 2)

ΘΕΩΡΙΑ 2

A) Τι ονομάζεται κανονικό πολύγωνο ; (μονάδες 2,1)

B) Έστω κανονικό n -γωνο, ω η κεντρική του γωνία ω και φ η γωνία του. Με τι είναι ίση η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού n -γώνου και ποια η σχέση που συνδέει τις γωνίες φ και ω (μονάδες 2,5)

Γ1) Η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού εξαγώνου είναι
α. 30° β. 90° γ. 60° δ. 120° ε. 45°

Γ2) Η γωνία φ ενός κανονικού εξαγώνου είναι
α. 30° β. 90° γ. 60° δ. 120° ε. 45°

(μονάδες 2)

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η παράσταση $K = 5 - 3 \cdot (x - 2) + \frac{x+2}{6}$

A. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης K για $x=4$

Μονάδες 2,5

B. Να λυθεί η ανίσωση $K > 0$ και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις της.

Μονάδες 2,5

Γ. Για ποιές τιμές του φυσικού αριθμού x η παράσταση K είναι θετικός αριθμός

Μονάδες 2,5

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($A=90^\circ$).

Το ΑΔ είναι ύψος και $BΓ=15 \text{ cm}$, $AΓ=1,2 \text{ dm}$.

Να υπολογίσετε:

A. την πλευρά AB

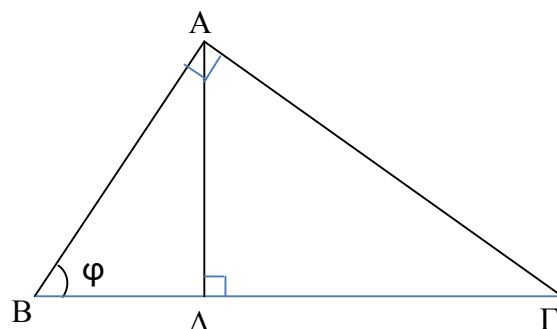
Μονάδες 2,5

B. τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημφ, συνφ

Μονάδες 2,5

Γ. το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ και το ύψος του ΑΔ.

Μονάδες 1,6



ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ο κύκλος (O,ρ) του διπλανού σχήματος με ακτίνα $\rho = 5 \text{ cm}$.

Η γωνία $AMB=40^\circ$ και το τόξο $AM=120^\circ$.

A. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου

και το εμβαδόν του.

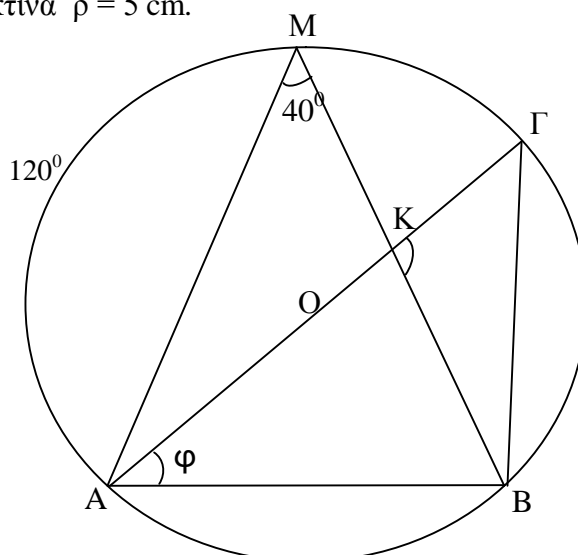
Μονάδες 2,5

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ

Μονάδες 2,5

Γ. Να υπολογίσετε τη γωνία K

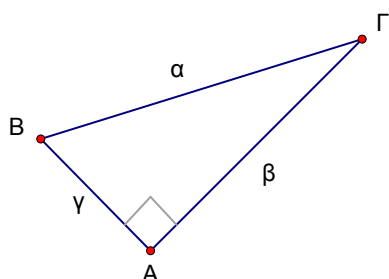
Μονάδες 1,6



Γράψετε 1 θέμα θεωρίας και 2 ασκήσεις.

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1^ο**

A. Δίνεται το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω ισότητες ως «Σωστή» ή «Λάθος».



- v. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$
- vi. $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$
- vii. $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$
- viii. $\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$

B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».

- v. Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος συντεταγμένων.
- vi. Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων χρησιμοποιούμε κάθετους άξονες των οποίων οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος.
- vii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.
- viii. Η γραφική παράσταση της $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία κάθετη της ευθείας με εξίσωση $y=ax$.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ 1^ο**

A. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-1}{5} - \frac{2-x}{4} = 2x-10$

B. Να εξετάσετε αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης αποτελεί λύση και της ανίσωσης: $2(x-6) < 1$

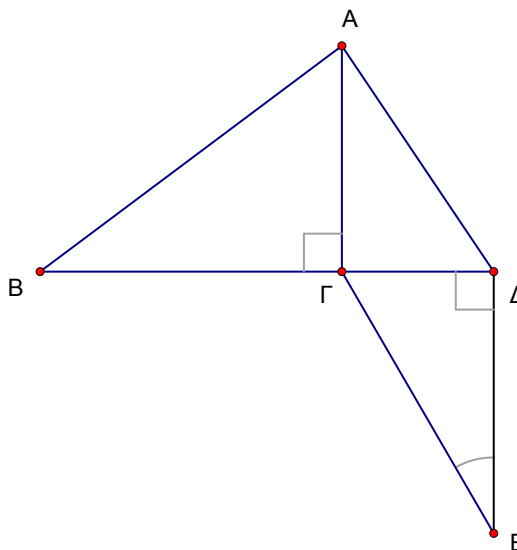
ΘΕΜΑ 2^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα εξής:

$AB = 5\text{cm}$, $B\Gamma = \Gamma E = 4\text{cm}$ και $\angle \Gamma E \Delta = 30^\circ$.

A. Να βρείτε τις πλευρές $A\Gamma$ και $\Gamma\Delta$.

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Delta$ δεν είναι ορθογώνιο.



ΘΕΜΑ 3^ο

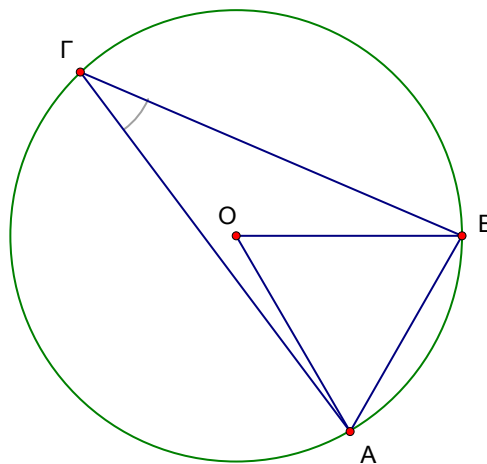
Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα εξής:

$\angle A\hat{\Gamma}B = 30^\circ$ και $AB = 3\text{cm}$.

A. Να βρείτε την γωνία $A\hat{O}B$ και να αποδείξετε ότι είναι ίση με την κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου.

B. Να αποδείξετε ότι η ακτίνα του διπλανού κύκλου είναι ίση με 3cm.

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος L του κύκλου και το εμβαδόν E του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

5. Να απαντήσετε σε **ένα** από τα θέματα θεωρίας και σε **δυο** από τα θέματα των ασκήσεων.
6. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα σας.
7. Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.
8. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού και υπολογιστικής μηχανής.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΓΥΜΝΑΣΙΟ

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Πώς ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
B) Τι ονομάζεται συνάρτηση και τι γραφική παράσταση συνάρτησης ;

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο ;
B) Αν η γωνία φ είναι εγγεγραμμένη σε κύκλο και η γωνία ω η αντίστοιχη της επίκεντρη,
ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό ;
α) $\varphi = \omega$ β) $\varphi = \frac{1}{2}\omega$ γ) $\omega = \frac{1}{2}\varphi$ δ) $\omega + \varphi = 180^\circ$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Να λύσετε την εξίσωση : $2(\chi-1) - 8 = 4(\chi-3)$
B) Να λύσετε την ανίσωση : $(\chi-3)/2 - (2\chi-2)/3 \leq 1$
Γ) Έχουν κοινές λύσεις η εξίσωση και η ανίσωση ; Δικαιολογήστε.

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν : $AG=5m$ και $B=60^\circ$. Θεωρούμε την πλευρά $B\Gamma$ σαν βάση και φέρουμε το αντίστοιχο ύψος AD , όπου $AD=4m$.

A) Να σχεδιάσετε το σχήμα και να υπολογίσετε το ύψος AD .

B) Να υπολογίσετε την πλευρά AB .

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν η ευθεία ε_1 είναι παράλληλη στην ευθεία ε_2 : $\psi=3\chi$ και διέρχεται από το σημείο $A(-1,2)$, να βρείτε :

A) την κλίση της ευθείας ε_1

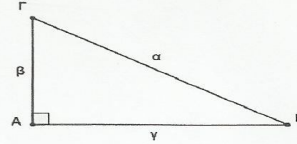
B) την εξίσωση της ευθείας ε_1 .

Να γράψετε 1 (ένα) θέμα Θεωρίας και 2 (δύο) θέματα Ασκήσεων.

Μπορείτε να διαπραγματευτείτε τα θέματα με όποια σειρά επιθυμείτε.

ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1°**

Δίνεται το διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ.



Α. Για αυτό το σχήμα να μεταφέρετε στην σελίδα σας και να συμπληρώσετε τους ορισμούς :

$\eta\mu B = \dots\dots$, $\sigma\upsilon\nu B = \dots\dots$, $\epsilon\varphi B = \dots\dots$

Β. Να μεταφέρετε στην σελίδα σας και να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

- Το $\eta\mu\omega$, το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και η $\epsilon\varphi\omega$ ονομάζονται αριθμοί της γωνίας ω .
- Το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας είναι μικρότερα του
- Αν για μια οξεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = \sigma\upsilon\nu\omega$, τότε $\omega = \dots\dots^\circ$

iv. Για κάθε οξεία γωνία ω ισχύει η σχέση $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots\dots$

Γ. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι $\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ$. Έχει δίκιο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 2°

Α. Αφού τις μεταφέρετε στην σελίδα σας, να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

i. Δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός με έναν αριθμό, τότε οι αντίστοιχες τιμές του άλλου.

ii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{4}{x}$ ονομάζεται

iii. Η ευθεία $y=2x$ έχει κλίση ... και διέρχεται από την

iv. Αν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, με σταθερό 24, τότε το y εκφράζεται ως συνάρτηση του x από τον τύπο

Β. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε μια από τις συναρτήσεις

☐ Α. $y = -2x$

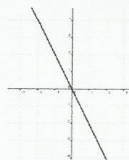
☐ Β. $y = \frac{2}{x}$

☐ Γ. $y = \frac{-2}{x}$

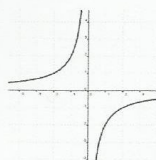
☐ Δ. $y = 2x$ τη γραφική της παράσταση:



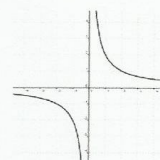
(1)



(2)



(3)



(4)

Γ. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι τα ποσά x και y του διπλανού πίνακα, είναι ανάλογα. Συμφωνείτε μαζί του; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

x	2	4	12
y	6	12	30

(ΠΡΟΣΟΧΗ! Από τα δύο θέματα θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση :

$$x - \frac{x-1}{4} = \frac{x+4}{3} + 1$$

B. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης:

$$403 \cdot x < 2012$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το διπλανό τρίγωνο, εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ), όπου η ακτίνα του δίνεται από την παράσταση

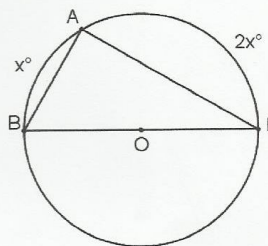
$$\rho = \sqrt{94 + \sqrt{45 - \sqrt{81}}}$$

A. Να αποδείξετε ότι $\rho = 10\text{cm}$

B. Αν $\widehat{AB} = x^\circ$ και $\widehat{AG} = 2x^\circ$, τότε να αποδείξετε ότι $x = 60$ και να υπολογίσετε τα τόξα

\widehat{AB} , \widehat{AG} (σε μοίρες) και τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} και \hat{G} του τριγώνου, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος L του κύκλου (O, ρ) και το εμβαδό E του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου.

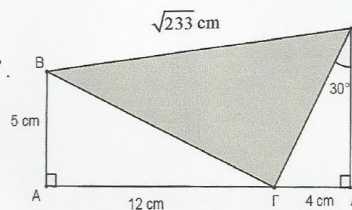


ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα, δίνονται:

$AB = 5\text{ cm}$, $AG = 12\text{ cm}$, $GD = 4\text{ cm}$, $BE = \sqrt{233}\text{ cm}$ και $\angle \Gamma \hat{E} \Delta = 30^\circ$.

- Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 13\text{ cm}$ και $\Gamma E = 8\text{ cm}$.
- Να αποδείξετε ότι το $B\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma E$.



(ΠΡΟΣΟΧΗ! από τα τρία θέματα ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο)

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

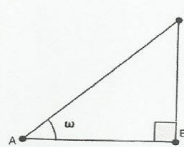
ΘΕΜΑ 1^ο

- Α) Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ; (3,3 μονάδες)
- Β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:
- α) Αν a και x είναι θετικοί αριθμοί και $\sqrt{a} = x$ τότε $x^2 = a$. (1,1 μονάδες)
- β) $\sqrt{-25} = 5$ (1,1 μονάδες)
- γ) $\sqrt{25-9} = 5-3$ (1,1 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

- Α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα. (3,3 μονάδες)
- Β) Με βάση το σχήμα που ακολουθεί να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες.

- $\eta\mu\omega = \frac{\dots}{\dots}$
- $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots}{\dots}$
- $\epsilon\phi\omega = \frac{\dots}{\dots}$



(3,3 μονάδες)

ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

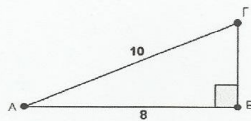
Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις.

- Α) $5x - 6 = 3x + 10 + 4$ (2,2 μονάδες)
- Β) $2x - 6 - 4x + 12 = -3x + 6x - 9$ (2,2 μονάδες)
- Γ) $4(2x - 1) - 6(x - 1) = 3(x + 2)$ (2,2 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με υποτείνουσα ΑΓ=10cm. Αν η μία κάθετη πλευρά έχει μήκος ΑΒ=8cm, να υπολογίσετε:

- Α) Την κάθετη πλευρά ΒΓ. (3,3 μονάδες)
- Β) Τα ημίτονα, συνημίτονα και τις εφαπτομένες των γωνιών \hat{A} και $\hat{\Gamma}$. (3,3 μονάδες)



ΘΕΜΑ 3^ο

Το παρακάτω εικονόγραμμα μας πληροφορεί για τον αριθμό των μηνυμάτων ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (e-mail) που έστειλε ο Σκεύος από τη Δευτέρα μέχρι και την Παρασκευή. (@=5 μηνύματα).

Δευτέρα	@@
Τρίτη	@
Τετάρτη	@@@
Πέμπτη	@@
Παρασκευή	@@

- Α) Να βρείτε τον αριθμό των μηνυμάτων που έστειλε κάθε μέρα και πόσα συνολικά μηνύματα έστειλε και τις πέντε μέρες. (2,2 μονάδες)
- Β) Να βρείτε το ποσοστό των μηνυμάτων που έστειλε την Παρασκευή. (2,2 μονάδες)
- Γ) Να παραστήσετε τα παραπάνω δεδομένα με ραβδόγραμμα. (2,2 μονάδες)

Να απαντήσετε σε ένα από τα θέματα θεωρίας και σε δύο από τα θέματα ασκήσεων.

3
Θέματα απολυτήριων εξετάσεων Γ΄ Γυμνασίου



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑ/ΣΗΣ ΔΩΔ/ΣΟΥ**

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2011-2012
ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ Α

1. Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$
2. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω ισότητες
 - α) $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$
 - β) $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta$
 - γ) $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta + \beta^3$
 - δ) $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

ΘΕΜΑ Β

Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει:

α) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

β) $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνονται οι παραστάσεις $A = (2\chi - 1)^2$ και $B = (\chi + 2)^2$

- α) Να βρείτε τα αναπτύγματα.
- β) Να λύσετε την εξίσωση $A = B$
- γ) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $A - B$

2. Να λυθεί το σύστημα:

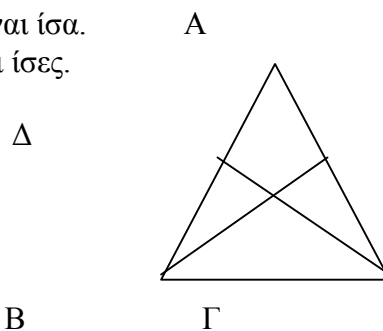
$$3(\chi - 2) - 4(\psi + 1) = 5$$

$$\chi + 2\psi = -15$$

3. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο με $AB = A\Gamma$ και $BE, \Gamma\Delta$ είναι οι διχοτόμοι των γωνιών B και Γ αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $BE\Gamma$ και $\Gamma\Delta B$ είναι ίσα.

β) Να δείξετε ότι οι διχοτόμοι BE και $\Gamma\Delta$ είναι ίσες.



Να απαντήσετε σε μια από τις δυο θεωρίες και στις δυο από τις τρεις ασκήσεις.

ΓΥΜΝΑΣΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΤΑΞΗ: Γ

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Επιλέγετε και απαντάτε σε ένα (1) από τα δύο θέματα θεωρίας

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2$

β) $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

γ) Η εξίσωση $x^2 - \alpha = 0$ έχει δύο λύσεις $x = \sqrt{\alpha}$ ή $x = -\sqrt{\alpha}$

δ) Αν Δ η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ τότε αν $\Delta = 0$, η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις.

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

β) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.

γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.

δ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιλέγετε και λύνετε **δύο (2)** από τις τρεις ασκήσεις

ΘΕΜΑ 1^ο

1) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 3x - 4 = 0$.

2) Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση και να εξετάσετε αν έχει τις ίδιες λύσεις με την παραπάνω εξίσωση.

$$\frac{x-1}{x} - \frac{2}{x+1} = \frac{x+3}{x(x+1)}$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} 2(2x - y) - 5 = 3(x - y - 1) \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+2}{6} = 1 \end{cases}$$

- 1) Να αποδείξετε ότι το παραπάνω σύστημα παίρνει την μορφή
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)

- 2) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα .

ΘΕΜΑ 3^ο

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) είναι ΑΒ =6 cm και ΒΓ =10 cm. Να υπολογίσετε τους λόγους α) $\frac{AB}{BG}$, β) $\frac{AG}{BG}$, γ) $\frac{AB}{AG}$

ΓΥΜΝΑΣΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤ. ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΟΝ/ΜΟ ΜΑΘΗΤΗ :

Θέματα
A. Θεωρία

Θ.1. A. Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$.

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες.

α) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \dots\dots\dots$

β) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = \dots\dots\dots$

Θ.2. A. Να αντιστοιχήσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της πρώτης στήλης με τους αριθμούς της δεύτερης.

α) $\eta\mu 45^0$

i) $\frac{1}{2}$

β) $\sigma\upsilon\nu 60^0$

ii) 1

γ) $\epsilon\varphi 30^0$

iii) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

δ) $\eta\mu 30^0 \epsilon\varphi 30^0$

iv) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ε) $\epsilon\varphi 45^0$

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες.

α) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots\dots\dots$

β) $\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\dots\dots\dots}$

B. Ασκήσεις

A.1. Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $x^2 - 3x + 2 = 0$

A.2. Ρίχνουμε ένα νόμισμα 3 φορές. Να βρείτε ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε και τις 3 φορές την ίδια ένδειξη.

A.3. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα $1 + \varepsilon \varphi^2 \omega = \frac{1}{\sigma \nu \nu^2 \omega}$

Να απαντήσετε σε 1 από τα θέματα Θ.1. , Θ.2. και σε 2 από τα θέματα Α.1. , Α.2. , Α.3.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

A. ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

A. Να αποδείξεις ότι $(a + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ ∴

B. Έστω η εξίσωση 2^{ου} βαθμού $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, ($\alpha \neq 0$) και Δ η διακρίνουσά της. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσεις καθεμιά από τις περιπτώσεις της **Στήλης A**, με ένα μόνο συμπέρασμα της **Στήλης B**.

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
α. $\Delta > 0$	1. Η (1) έχει μία τουλάχιστον λύση
β. $\Delta = 0$	2. Η (1) έχει δύο άνισες λύσεις
γ. $\Delta < 0$	3. Η (1) έχει μία διπλή λύση
δ. $\Delta \geq 0$	4. Η (1) δεν έχει πραγματικές λύσεις

Γ. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας **στο φύλλο των απαντήσεών σου**, την λέξη **Σωστό ή Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Ισχύει $(a - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$ για κάθε τιμή των πραγματικών α και β .
2. Η ισότητα $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$ ισχύει για κάθε τιμή των πραγματικών α και β .
3. Η ευθεία $\varepsilon: y = 3x - 5$ παριστάνει ευθεία που δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
4. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$, τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$.
5. Αν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος παριστάνονται από δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ οι οποίες ταυτίζονται, τότε το σύστημα αυτό θα είναι αόριστο.

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπώσεις τα δύο κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

B. Να αποδείξεις ότι για οποιαδήποτε γωνία ω με $\sin \omega \neq 0$ ισχύει ότι: $\varepsilon \varphi \omega = \frac{\eta \mu \omega}{\sin \omega}$

Γ. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας **στο φύλλο των απαντήσεών σου**, την λέξη **Σωστό ή Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο πλευρές του ίσες μία προς μία, και την περιεχόμενη σε αυτές τις πλευρές γωνία ίση.
2. Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι $(1 - \eta \mu \omega) \cdot (1 + \eta \mu \omega) = \sin^2 \omega$.
3. Σε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με AB=ΑΓ, οποιαδήποτε διχοτόμος του, είναι και διάμεσος και ύψος.
4. Για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει ότι $-1 \leq \sin \omega \leq 1$.
5. Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα μίας πλευράς ενός τριγώνου, είναι πάντοτε σημείο της διχοτόμου της απέναντι γωνίας του.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Α. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = x^2 - x$$

$$B = x^2 - 3x + 2$$

$$\Gamma = x^2 + 4x + 4$$

Β. Αν Α, Β και Γ οι παραστάσεις του ερωτήματος Α, να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{A}{B} = \frac{\Gamma}{3x+6}$

έχει λύσεις τις $x_1 = -1$ και $x_2 = 4$.

Γ. Αν α η θετική ρίζα της παραπάνω εξίσωσης και β η αρνητική της ρίζα, να λυθεί το

σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} 2x + \beta y = -3 \\ x - 2\alpha y = \alpha + \beta \end{cases}$$

Άσκηση 2^η

Α. Αν $0^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\sin \omega = -\frac{3}{5}$, να υπολογισθούν:

α. Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω .

β. Η τιμή της παράστασης. $A = \frac{5\eta\mu\omega - 3\varepsilon\varphi\omega}{10\sigma\upsilon\nu\omega} + \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2(180^\circ - \omega)$

Β. Έστω οι παραστάσεις $A = \eta\mu 32^\circ - \varepsilon\varphi 124^\circ$ και $B = \frac{(2 - \eta\mu\omega) \cdot \eta\mu 111^\circ}{(\sigma\upsilon\nu\omega - 3)^3}$.

α. Να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης Α είναι θετική.

β. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω , ισχύει ότι $A > B$.

Άσκηση 3^η

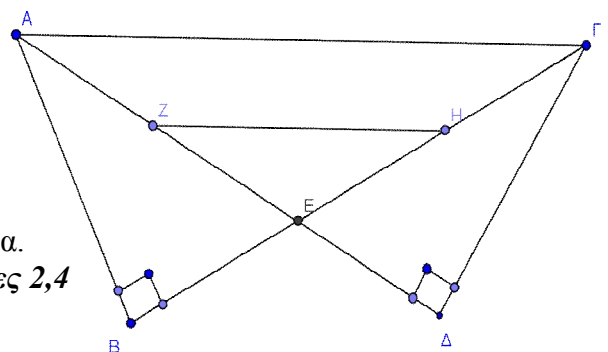
Στο διπλανό σχήμα θεωρούμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΓ και Ε το σημείο τομής των ΒΓ και ΔΑ. Αν Ζ το μέσο της ΑΕ και Η το μέσο της ΕΓ και ΑΒ = ΔΓ:

Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΓΔΕ είναι ίσα.

Μονάδες 2,4

Β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΕΓ είναι ισοσκελές, και επιπλέον ότι το τμήμα ΖΗ είναι παράλληλο στο ΑΓ.

Γ. Αν επιπλέον τα μήκη $BZ = 10$ cm και $AG = 20$ cm, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΖΗΓ.



ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ: ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:

A. ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1°**

α) Τι ονομάζουμε μονώνυμο ;

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

γ) Να γίνει η αντιστοίχιση :

- | | |
|-----------------------------------|---|
| A. $(\alpha-\beta)^2$ | 1. $\alpha^2 - \beta^2$ |
| B. $(\alpha+\beta)^3$ | 2. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ |
| Γ. $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$ | 3. $(\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$ |
| | 4. $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$ |

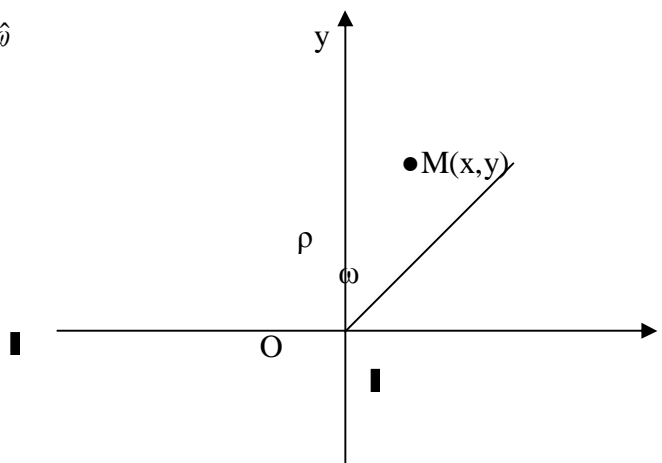
ΘΕΜΑ 2°

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy τοποθετούμε τη γωνία ω έτσι ώστε $\omega = \angle XOM$, όπου M ένα σημείο με συντεταγμένες (x,y) και $\rho = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi\omega$ της γωνίας ω συναρτήσει των συντεταγμένων του σημείου M και του ρ .

β) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνία $\angle x\hat{O}M = \hat{\omega}$

Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$



γ) Να γίνει η αντιστοίχιση:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| A. $\eta\mu 45^\circ$ | 1. $-\sigma\upsilon\nu 150^\circ$ |
| B. $\sigma\upsilon\nu 30^\circ$ | 2. $\epsilon\phi 120^\circ$ |
| Γ. $\epsilon\phi 60^\circ$ | 3. $\eta\mu 135^\circ$ |
| | 4. $-\epsilon\phi 120^\circ$ |
| | 5. $\sigma\upsilon\nu 150^\circ$ |
| | 6. $-\eta\mu 135^\circ$ |

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = 2x^2 - 2$, $B = x^2 + x - 2$, $\Gamma = x^2 + 2x + 1$

- i) Να λυθεί η εξίσωση $B=0$
- ii) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A, B, Γ
- iii) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{A}{B} = 3$

ΘΕΜΑ 2°

Αν για την οξεία γωνία ω ισχυει ότι $(\eta\mu\omega-4)^2 + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 13$

α) Να βρείτε το $\eta\mu\omega$.

β) Αν το ημίτονο της γωνίας ω είναι $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$

ι. να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και την $\epsilon\phi\omega$

ιι να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = 2\eta\mu(180-\omega) + \frac{4}{\sqrt{3}}\sigma\upsilon\nu\omega - \sqrt{3}\epsilon\phi(180-\omega)$

ΘΕΜΑ 3°

A) Εστω το πολυωνυμο $P(x) = x^3 + \beta x + \alpha$

ι. Αν $P(0) = 1$ να βρείτε το α

ιι. Αν $P(2) - P(1) = 5$ να βρείτε το β

B) Για $\alpha = 1$ και $\beta = -2$ να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \alpha\chi + \beta\psi = -3 \\ (\alpha-3)\chi + 2\beta\psi = -18 \end{cases}$$

Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε **μόνο** στο ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε **μόνο** στα δύο.

Τάξη : Γ΄ Γυμνασίου
Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις
περιόδου Μαΐου – Ιουνίου σχ. έτους: 2011-12
Εξεταζόμενο μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1

A. Να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

B. Να αντιστοιχίσετε όσα μονώνυμα υπάρχουν στη ΣΤΗΛΗ 1 με τα όμοιά τους στη ΣΤΗΛΗ 2.

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
1. $2x^2$	A. $2x^3$
2. $5\frac{x^3}{3}$	B. $(-3x)^2$
3. $2xy$	Γ. $-2x^3y$
4. $-x^{-3}y$	Δ. $4x^{-3}y$
5. $2x^0$	E. $-xy$
	Z. -7

Γ. Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις

1. Η ισότητα $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό α, β	Σ	Λ
2. Δύο αντίθετα μονώνυμα είναι πάντα όμοια μεταξύ τους.	Σ	Λ
3. Η διαίρεση δύο μονώνυμων είναι πάντα μονώνυμο	Σ	Λ
4. Μπορούμε να προσθέσουμε μόνο όμοια μονώνυμα	Σ	Λ

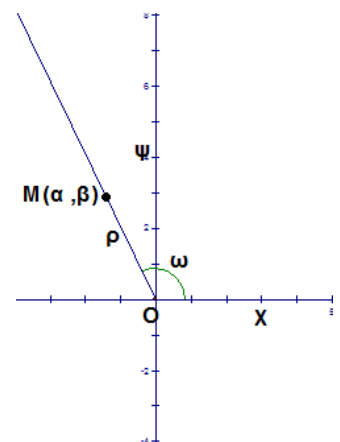
ΘΕΩΡΙΑ 2

A. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας ω .

B. Με τη βοήθεια του ορισμού να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 180° .

Γ. Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. $\eta\mu\omega < 0$	Σ	Λ
2. $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$	Σ	Λ
3. $\eta\mu\omega > 1$	Σ	Λ



B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

A) Να αποδείξετε ότι η λύση του συστήματος $\begin{cases} \beta = 18 - \alpha \\ \alpha + 5\beta = 50 \end{cases}$ είναι $(\alpha, \beta) = (10, 8)$

B) Αν τα α, β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο A) ερώτημα, να αποδείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση $(x - \alpha)^2 - (x - \beta)(x + \beta) + 20x$ είναι σταθερό πολυώνυμο.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ο κ. Σωτηράκης έφερε από το σπίτι την εξίσωση $\frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2} = -2x + \frac{20}{x-5}$

A. Η κ. Παπαλαζάρου μόλις την είδε ρώτησε ποιες τιμές δεν επιτρέπεται να πάρει ο x ; Απαντήστε με αιτιολόγηση στο ερώτημά της.

B. Ο κ. Ρούσος πήρε το 1^ο μέλος της εξίσωσης, το ονόμασε $A = \frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2}$ και κάνοντας τις κατάλληλες πράξεις απέδειξε ότι η παράσταση $A = \frac{2(x+5)}{x-5}$.

Αποδείξτε τον ισχυρισμό του κάνοντας κι εσείς τις πράξεις.

Γ. Βοηθήστε τώρα τον κ. Σωτηράκη να λύσει επιτέλους την εξίσωση $A = -2x + \frac{20}{x-5}$

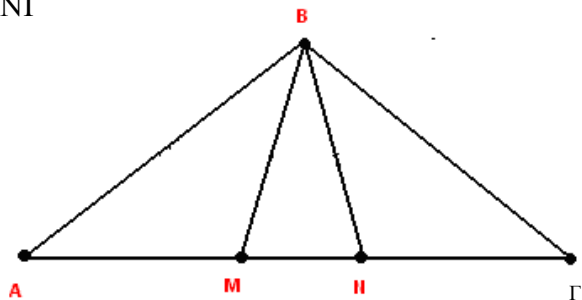
ΑΣΚΗΣΗ 3

Αν στο διπλανό σχήμα είναι $AB = B\Gamma$ και $AM = N\Gamma$

A. Εξηγήστε γιατί $A = \Gamma$

B. Να αποδείξετε ότι $BM = BN$

Γ. Δείξτε ότι ο λόγος ομοιότητας των τριγώνων ANB και $BM\Gamma$ είναι $\lambda = 1$.



Γράφετε 1 θέμα θεωρίας και 2 ασκήσεις.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Γ'

Ονοματεπώνυμο.....

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ Α****A1.** Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$.**A2.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλλα σας, αντιστοιχίζοντας κάθε παράσταση της στήλης Α, με ανάπτυγμα της που υπάρχει στην στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $(\alpha - \beta)^3$	Α. $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
2. $(\alpha - \beta)^2$	Β. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
3. $(\alpha - \beta) \cdot (\beta + \alpha)$	Γ. $\beta^2 - \alpha^2$
4. $(\alpha + \beta)^2$	Δ. $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
	Ε. $\alpha^2 - \beta^2$
	ΣΤ. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

1	
2	
3	
4	

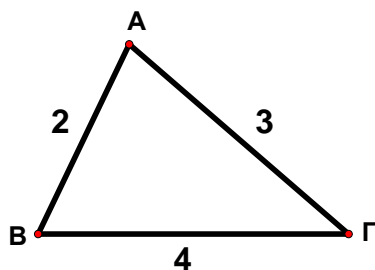
A3. Ποιά από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια;

α) $2xy^3$ β) $-2x^3y$ γ) $\frac{xy^3}{2}$ δ) $\sqrt{2}y^3x$

ΘΕΜΑ Β**B1.** Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.**B2.** Να συμπληρωθούν τα κενά:

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την _____ γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β) Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις _____ στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

B3. Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του παρακάτω σχήματος:

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να παραγοντοποιήσετε τις ποσότητες : α) $x^2 - 9$ β) $x^2 - 3x$ γ) $x^2 + 3x$

A2. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+1}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-3x} = -\frac{1}{x^2+3x}$

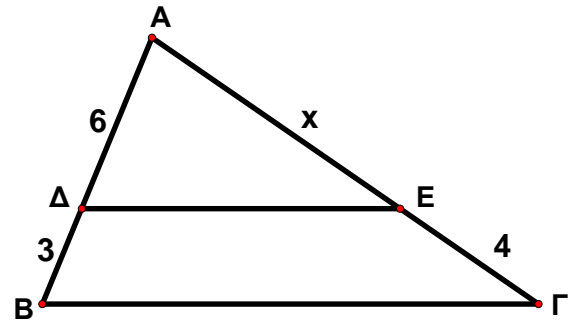
ΘΕΜΑ Β

Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E // B\Gamma$.

B1. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔDE και $\Delta B\Gamma$ είναι όμοια.

B2. Να αποδείξετε ότι $x = 8$.

B3. Αν το τρίγωνο ΔDE έχει εμβαδόν 20 cm^2 , τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $\Delta B\Gamma$.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε το σύστημα (Σ_1) : $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

Γ2. Αν το σύστημα (Σ_2) $\begin{cases} 2ax - \beta y = -10 \\ ax + 3\beta y = 16 \end{cases}$: έχει ως λύση, τη λύση του συστήματος (Σ_1) , να βρείτε τις τιμές των αριθμών α και β .

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε **(1)** ένα θέμα θεωρίας και **(2)** δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ : _____

Α.ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.
B. Να απαντήσετε **Σωστό** ή **Λάθος** στις παρακάτω προτάσεις:
α. Αν σε ένα τρίγωνο δύο γωνίες του είναι ίσες τότε είναι ισοσκελές.
β. Σε κάθε τρίγωνο η διάμεσος είναι και ύψος.
γ. Αν δύο τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μια προς μια και μια γωνία τους ίση τότε είναι πάντα ίσα.
δ. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις γωνίες τους ίσες μια προς μια.
ε. Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

ΘΕΜΑ 2^ο

- A.** Να αποδείξετε ότι: $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$
B. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένες τις ισότητες:
α. $(\alpha - \beta)^2 = \dots - \dots + \dots$ **β.** $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 = (\dots - \dots)^3$
γ. $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \dots + \dots$

Β.ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \quad \text{και} \quad B = \frac{2x^2 - 2x + 1 - x}{(x-1)^2}$$

- B.** Να λύσετε την εξίσωση $A + B = \frac{-2x^2 + 2x + 2}{x^2 - 1}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Αν γνωρίζετε ότι $90^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{1}{3}$ τότε:

- A.** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .
B. Να αποδείξετε ότι: $4\sqrt{2} \cdot \epsilon\phi\omega + 2\sigma\upsilon\nu^2\omega + 2\eta\mu^2\omega = \sigma\upsilon\nu 90^\circ$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται τα συστήματα:

$$(\Sigma_1) \begin{cases} 3(2x - y) - 2x - 3(y - 1) = -1 \\ 5x - 2y = 4x - 2 \end{cases}, \quad (\Sigma_2) \begin{cases} 1006x - 2012y = -2012 \\ 1008x - 2y = 2012 \end{cases}$$

A. Να λύσετε το (Σ_1) .

B. Να εξετάσετε αν η λύση του (Σ_1) είναι και λύση του (Σ_2) .

- Να επιλέξετε ένα (1) θέμα θεωρίας και δύο (2) ασκήσεων.

Σχολικό Έτος 2011 - 2012

Θέματα Γραπτών Απολυτήριων Εξετάσεων

Περίοδος Μαΐου – Ιουνίου 2012

Τάξη : Γ΄

Μάθημα: Μαθηματικά

A. Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A) Τι ονομάζω μονώνυμο και τι ταυτότητα ;

B) Να αποδειχτεί η ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.

Γ) Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε αλγεβρική

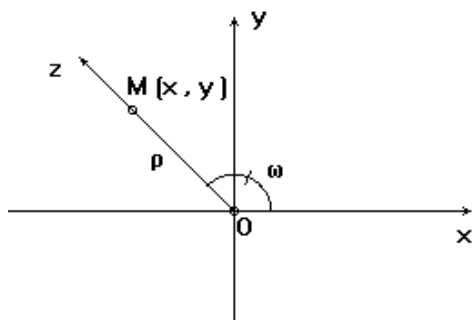
παράσταση της στήλης A με την ίση της στην στήλη B.

	α	β	γ	δ	ϵ
Στήλη A	Στήλη B				
α. $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$	1.	$\alpha^2+\beta^2$			
β. $(1-\chi)^2$	2.	$25+\chi^2$			
γ. $(-\chi-1)^2$	3.	$\chi^2-2\chi+1$			
δ. $(5-\chi)(5+\chi)$	4.	$\alpha^2-\beta^2$			
ε. $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$	5.	$\chi^2+2\chi+1$			
	6.	$25-\chi^2$			
	7.	2			

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω

(δηλαδή ημω , συνω , εφω) και να υποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.



$$\widehat{xOZ} = \hat{\omega}$$

$$OM = \rho$$

$$M(x, y)$$

B) Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A τον ίσο του στην στήλη B.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\eta\mu(180^\circ-\omega)$	1. $\eta\mu\omega$
β. $\eta\mu(90^\circ-\omega)$	2. $-\eta\mu\omega$
γ. $\sigma\upsilon\nu(180^\circ-\omega)$	3. $\sigma\upsilon\nu\omega$
δ. $\eta\mu 90^\circ$	4. $-\sigma\upsilon\nu\omega$
ε. $\eta\mu 0^\circ$	5. 0
στ. $\sigma\upsilon\nu 180^\circ$	6. 1
	7. -1

α	β	γ	δ	ε	στ

Γ) Υπάρχει γωνιά ω για την οποία ισχύει ταυτόχρονα $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{2}$;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{X^2 - 7X + 10}{X - 5}$ με $X \neq 5$ και $B = \frac{X^3 - 2X^2 - 9X + 18}{9 - X^2}$ με

$X \neq 3, -3$

Α) Να λυθεί η εξίσωση $X^2 - 7X + 10 = 0$ και να

παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο $X^2 - 7X + 10$.

Β) Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις Α και Β.

Γ) Για $X = \sqrt{2}$ να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$A^2 - B^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Α) Να λυθεί η παρακάτω κλασματική εξίσωση :

$$\frac{X+1}{X^2+2X} + \frac{X-3}{X^2-2X} = \frac{4}{X^2-4}$$

Β) Αν α η μεγαλύτερη λύση της παραπάνω εξίσωσης και β η μικρότερη λύση της να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = 4 \\ x - \alpha\beta y = 1 \end{cases}$$

Γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x, y)$, όπου (x, y) η λύση του παραπάνω συστήματος και είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$.

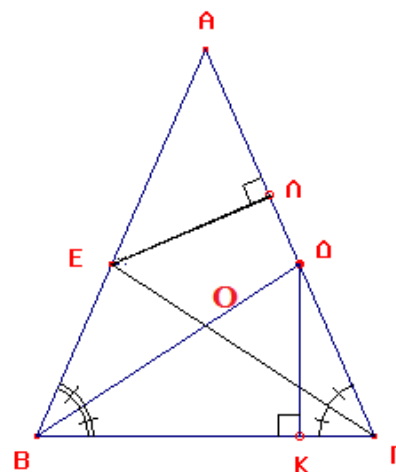
ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$, οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και \hat{G} , $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα, τέμνονται στο σημείο O . Αν $\Delta K \perp B\Gamma$ και $E\Lambda \perp AG$ τότε :

Α) Ναδειχτεί ότι τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma = BE\Gamma$ είναι ίσα.

Β) Ναδειχτεί ότι τα τρίγωνα $B\Delta K = \Gamma E\Lambda$ είναι ίσα.

Γ) Ναδειχτεί ότι τα τρίγωνα EBO και $EB\Gamma$ είναι όμοια.



**ΕΛΛΙ****ΜΑΘΙ**

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ
ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν.
ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΤΑΞΗ :Γ΄
ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

α. Να αποδείξετε την ταυτότητα $:(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$.

β. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

1. το κλάσμα $A=\frac{x^2+2012}{x^2-4}$, ορίζεται για κάθε $x \neq 2$ και $x \neq -2$ όπου x πραγματικός αριθμός.

2. ισχύει $:(-2\chi)^3=8\chi^3$.

3. ισχύει $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

4. αν $A(\chi)=\chi^3-x^2+2012$, τότε $A(-\chi)=-x^3+x^2+2012$.

5. ισχύει $:(-\chi-3)^2=(\chi+3)^2=x^2+6\chi+9$.

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Πότε δυο τρίγωνα είναι ομοια;

β. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

1. Καθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας απο τις πλευρες της γωνίας.

2. Σε καθε ισοσκελές τρίγωνο οι γωνίες της βάσης του είναι

3. Αν δυο τρίγωνα εχουν δυο πλευρές μια προς μια και τηνγωνία τους ιση, τοτε είναι ισα.

4. Καθε σημειο της ενος ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει απο τα ακρα του

5. Αν δυο τρίγωνα εχουν μια πλευρα ιση και τις στην πλευ

ρά αυτη γωνίες μια προς μια, τοτε είναι ισα..

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο.

Δίνονται οι παραστάσεις : $A(\chi)=3(\chi-2)^2-2(1-2\chi)(1+2\chi)-8\chi^2-5(3-2\chi)+4$

$$B(\chi)=(\chi-2)^3+\chi^2(5-\chi)+9-12\chi.$$

α. Να αποδείξετε ότι : $A(\chi)=3\chi^2-2\chi-1$ και $B(\chi)=1-\chi^2$.

β. Να λυθεί η εξίσωση : $A(X)=0$. Στη συνέχεια να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις $A(\chi)$ και $B(\chi)$.

γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του χ ορίζεται το κλάσμα : $\frac{A(\chi)}{B(\chi)}$ και στη συνέχεια να το απλοποιήσετε.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το σύστημα : $3\chi-3(\chi-\psi)=5+\chi\psi-\chi(\psi+1)$

$$X-\frac{\psi}{2}=-2$$

α. Να αποδείξετε ότι το παραπάνω σύστημα (αφού κανετε τις πράξεις) είναι ισοδύναμο με το σύστημα $\chi+3\psi=5$

$$2\chi-\psi=-4$$

β. Να λύσετε το σύστημα .

ΘΕΜΑ 3^ο.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και M μέσον της $B\Gamma$. Αν MK, ML τα κάθετα τμήματα προς τις πλευρές AB, AG αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα $BMK, \Gamma ML$ είναι ίσα.

β. Το τρίγωνο MKL είναι ισοσκελές.

Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δυο θέματα ασκήσεων

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

A) Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;

B) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

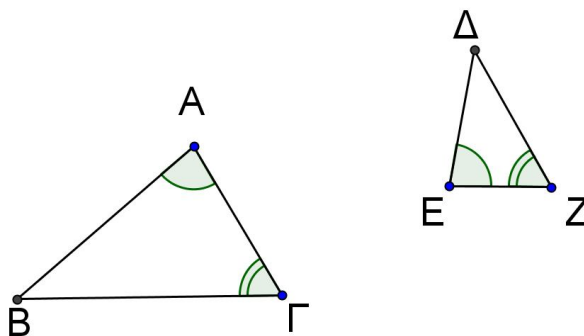
Γ) Σε κάθε γινόμενο της Α στήλης να αντιστοιχίσετε ένα μόνο ανάπτυγμα από την Β στήλη, ώστε να προκύψουν ταυτότητες.

A ΣΤΗΛΗ	B ΣΤΗΛΗ
1) $(\alpha + \beta)^2$	i) $\alpha^2 - \beta^2$
2) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$	ii) $\alpha^2 + \beta^2$
3) $(\beta - \alpha)^3$	iii) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
4) $(-\alpha + \beta)^2$	iv) $\beta^3 - 3\beta^2\alpha + 3\beta\alpha^2 - \alpha^3$
	v) $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
	vi) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

ΘΕΜΑ 2

i) Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών των παρακάτω δύο όμοιων τριγώνων.

Δίνεται ότι $\hat{A} = \hat{E}$ και $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$.



ii) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με () *λανθασμένες*.

α) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία ίση τότε είναι όμοια.

β) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν μια γωνία ίση τότε είναι σίγουρα όμοια.

γ) Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε είναι απαραίτητα και ίσα.

δ) Δύο τετράγωνα είναι σχήματα όμοια.

iii) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις.

α) Δύο πολύγωνα είναι όμοια, αν έχουν τις πλευρές τους(1)..... και τις αντίστοιχες

γωνίες τους(2).....

β) Αν δύο όμοια τρίγωνα έχουν λόγο ομοιότητας $\lambda = 1$ τότε είναι(3).....

- γ) Αν διπλασιάσουμε κάθε πλευρά ενός ισόπλευρου τριγώνου τότε η περίμετρος του θα γίνει(4)..... φορές μεγαλύτερη και το εμβαδόν του θα γίνει(5)..... φορές μεγαλύτερο.
- δ) Δύο όμοια πολύγωνα έχουν λόγο περιμέτρων ίσο με 9.
Ο λόγος ομοιότητας του μικρού πολυγώνου προς το μεγάλο είναι(6).....

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

Δίνονται οι παραστάσεις $A = 2x^2 - 3x - 5$, $B = x^2 - 1$ και $\Gamma = x^2 - 2x + 1$

- i) Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$
- ii) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις A , B και Γ .
- iii) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\frac{\Gamma}{B} \cdot \frac{A}{x-1}$ εκτελώντας όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} 2(x-1) - 3y = -2(y-1) - 1 \\ 3(y-2) - 2(2-x) = 1 - x - 2y \end{cases} \quad (\Sigma)$$

- i) Να φέρετε το (Σ) μετά από πράξεις στη μορφή $(\Sigma_1) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$

- ii) Να λύσετε το σύστημα (Σ_1) με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε.

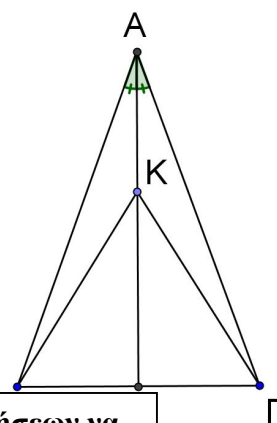
ΘΕΜΑ 3

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$

και η AD είναι η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} .

Αν K τυχαίο σημείο πάνω στην AD ,

- i) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABK και $AK\Gamma$ είναι ίσα.
- ii) Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $BK\Gamma$ είναι ισοσκελές.



Από τα δύο θέματα θεωρίας να γράψετε το ένα και από τα τρία θέματα ασκήσεων να γράψετε τα δύο.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα αναφοράς.

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

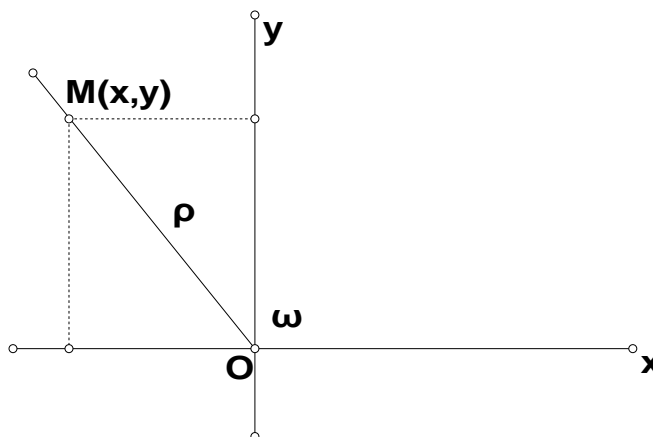
α) Να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

β) Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ταυτότητες

(i) $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$ (ii) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$ (iii) $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

Στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων είναι σχεδιασμένη μια γωνία ω . Το σημείο $M(x,y)$ είναι ένα τυχαίο σημείο της τελικής πλευράς της γωνίας ω .



Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά.

α) Η απόσταση $\rho = OM$ δίνεται από τον τύπο $\rho = \dots\dots\dots$

$$\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

β) $\eta\mu 90^0 = \dots\dots\dots$, $\sigma\upsilon\nu 180^0 = \dots\dots\dots$, $\epsilon\phi 0^0 = \dots\dots\dots$

γ) Αν η γωνία ω είναι αμβλεία τότε να συμπληρώσετε με το σύμβολο $<$ ή $>$ ή $=$ τα εξής: (i) $\eta\mu\dots\dots 0$ (ii) $\sigma\upsilon\nu\dots\dots 0$ (iii) $\epsilon\phi\dots\dots 0$

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1⁰

Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = (3x+2)^2 - 5(x-2)^2 - 4(8x-3)$ και $B(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$

- α) Να δείξετε ότι $A(x) = 4x^2 - 4$
β) Να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο $B(x)$
γ) Για ποιές τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A(x)}{B(x)}$ και στη συνέχεια να απλοποιηθεί.

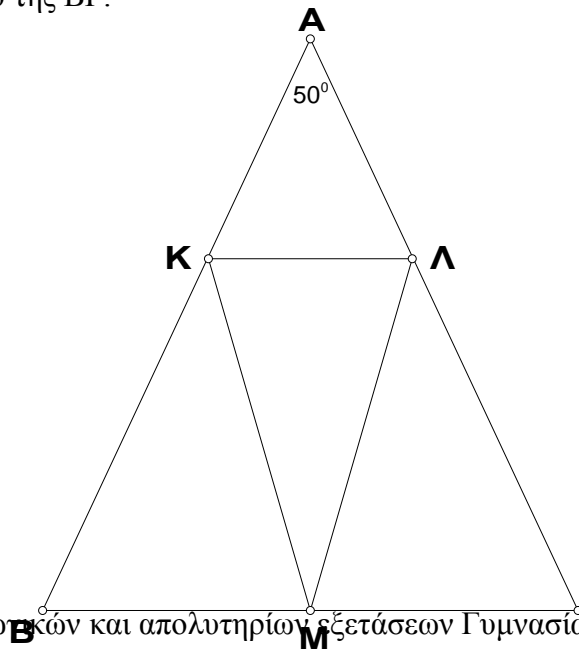
ΑΣΚΗΣΗ 2⁰

- α) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{3x-18}{x^2-5x-6} = 1 - \frac{1}{x+1}$

- β) Να λυθεί το σύστημα:
- $$\begin{cases} \frac{3x-y}{2} - \frac{x-y}{8} = 1-y \\ 3(2x-1) + 2(y+2) = 9 \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3⁰

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG=10$ cm και $\hat{A} \hat{=} 50^\circ$.
Στις πλευρές του AB και AG παίρνουμε σημεία K και Λ ώστε $AK=AL=4$ cm και M είναι το μέσο της $B\Gamma$.



- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα KBM και $\Lambda M\Gamma$ είναι ίσα.
- β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AK\Lambda$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητάς τους.
- γ) Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει εμβαδό 50 cm^2 να υπολογισθεί το εμβαδό του τριγώνου $AK\Lambda$.

Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
 ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ Γ'
 Ονοματεπώνυμο.....

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$.

A2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλα σας, αντιστοιχίζοντας κάθε παράσταση της στήλης Α, με ανάπτυγμα της που υπάρχει στην στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
5. $(\alpha - \beta)^2$	A. $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
6. $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta)$	B. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
7. $(\alpha - \beta)^3$	Γ. $\beta^2 - \alpha^2$
8. $(\alpha + \beta)^2$	Δ. $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
	E. $\alpha^2 - \beta^2$
	ΣΤ. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

1	
2	
3	
4	

A3. Τι ονομάζουμε ρητή αλγεβρική παράσταση;

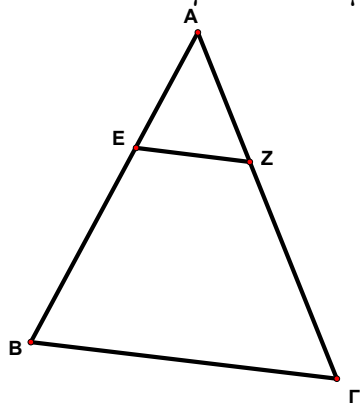
ΘΕΜΑ Β

B1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

- α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
 β) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, είναι ίσα.

B2. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια; (Διατύπωση)

B3.



Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα **όμοια** τρίγωνα ABΓ, AEZ και $EZ \parallel B\Gamma$.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{\dots}{AZ} = \frac{B\Gamma}{\dots} \quad \text{και} \quad \dots = \hat{A}\hat{E}\hat{Z}, \quad \hat{\Gamma} = \dots$$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = x(x+2) - (x+1)(x-1) - 2(x-2),$$
$$B = (2x-3)^2 - 2x(x-3) - 2(x^2 - 3x + 5)$$

A1. Να αποδείξετε ότι $A = 5$ και $B = -1$.

A2. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x - y = A \\ x + 3y = B \end{cases}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Να παραγοντοποιήσετε τις ποσότητες: α) $x^2 - x$, β) $x^2 - 1$.

B2. Να βρείτε τις τιμές του x που ορίζονται οι παραστάσεις:

α) $\frac{1}{x}$ β) $\frac{2x}{(x-1)(x+1)}$ γ) $\frac{2x-1}{x^2-x}$

B3. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x-1}{x^2-x} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{x} = 0$

ΘΕΜΑ Γ

Αν η γωνία ω είναι αμβλεία κα $\eta\mu\omega = \frac{12}{13}$,

Γ1. Να αποδείξετε ότι: $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{13}$, $\epsilon\varphi\omega = -\frac{12}{5}$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

Γ2. Να συμπληρώσετε τα κενά: $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots$, $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots$

Γ3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$\frac{\epsilon\varphi\omega \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}{\epsilon\varphi 135^\circ \cdot \eta\mu(180^\circ - \omega)}$$

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε **(1)** ένα θέμα θεωρίας και **(2)** δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

:

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ(επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Να διατυπωθεί το δεύτερο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Γ-Π-Γ).

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

1. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.
2. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν 2 πλευρές ίσες μία προς μία, είναι πάντοτε ίσα.
3. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντοτε ίσα.

ΘΕΜΑ 2^ο :

A. Τι ονομάζουμε μονώνυμο και τι πολυώνυμο; (Δώστε από ένα παράδειγμα)

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

1. Η παράσταση $(2 - \sqrt{3})x^2y^5\omega$ είναι μονώνυμο
2. $(a - \beta)^3 = a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 + \beta^3$
3. Κάθε γινόμενο δύο όμοιων μονωνύμων είναι πάντα ένα μονώνυμο όμοιο με τα αρχικά.

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ(επιλέξτε μόνο δύο ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η:

A. Να λυθεί η εξίσωση $2x^2 - 2x - 12 = 0$.

B. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης, με $x_1 \neq x_2$, τότε να λύσετε ως προς α

και β το σύστημα
$$\begin{cases} x_1 \cdot a + x_2 \cdot \beta - 1 = 0 \\ \frac{-x_1 \cdot a - 3 \cdot \beta}{2} = 3a \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:

Δίνονται οι παραστάσεις $A = x^2 - 4$ και $B = x^2 - 13x + 22$

A. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις A και B

B. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{B}{A} + \frac{5}{4} = -1$

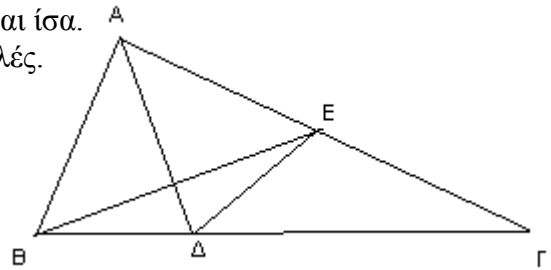
ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και AΔ είναι η διχοτόμος του. Στην πλευρά ΑΓ παίρνουμε τμήμα ΑΕ τέτοιο ώστε ΑΕ=ΑΒ

A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΕ είναι ίσα.

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔΒΕ είναι ισοσκελές.

Γ. Να αποδείξετε ότι η ΑΔ ⊥ ΒΕ





ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ
ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ
Ν. ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΔΩΔ/ΣΟΥ

Τάξη: Γ΄ Γυμνασίου

Γραπτές ανακεφαλαιωτικές απολυτήριες
 εξετάσεις

Περίοδος **Μαΐου - Ιουνίου 2012**

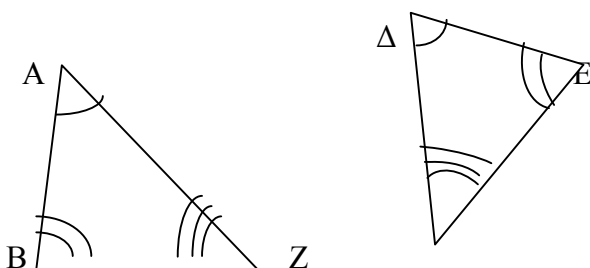
Μάθημα: **Μαθηματικά**

A. ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1.

α) Πότε δύο τρίγωνα λέγονται όμοια;

β) Αν ΑΒΓ τρίγωνο όμοιο με ΕΖΔ τρίγωνο με γωνίες $A=\Delta$ $B=E$ $\Gamma=Z$ να γραφούν οι ίσοι λόγοι των πλευρών



Θέμα 2.

α) Να αποδείξετε τη ταυτότητα $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

β) Να συμπληρώσετε τις ισότητες αφού τις μεταφέρετε στη κόλλα απαντήσεων

$$(\alpha-\beta)^2 =$$

$$(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) =$$

$$(\alpha-\beta)^3 =$$

Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Θέμα 1.: α) Να λυθεί η εξίσωση $\chi^2 - 8\chi + 15 = 0$

β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

$$\chi^2 - 8\chi + 15 \quad \text{και} \quad 3\chi^2 - 27$$

γ) Να απλοποιήσετε το κλάσμα

$$\frac{\chi^2 - 8\chi + 15}{3\chi^2 - 27}$$

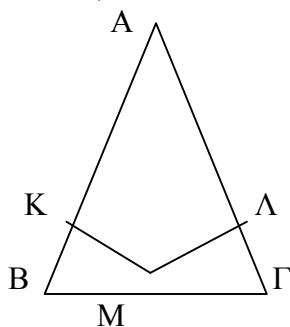
Θέμα 2.: Δίνεται το σύστημα
$$\left. \begin{aligned} \frac{2X}{3} + \frac{Y}{6} &= 2 \\ 3(X-1) + Y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

A) Να το φέρετε σε μορφή
$$\left. \begin{aligned} 4X + Y &= 12 \\ 3X + Y &= 4 \end{aligned} \right\}$$

B) Να λυθεί το σύστημα με όποια μέθοδο θέλετε.

Θέμα 3.:

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ ισοσκελές και Μ μέσον της ΒΓ. Αν ΜΚ και ΜΛ κάθετες στις ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να δείξετε ότι α) ΜΚ=ΜΛ β) ΑΚ=ΑΛ.
(ΑΒ=ΑΓ)



Να απαντηθούν : 1 θέμα θεωρίας και 2 θέματα Ασκήσεων

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2011-2012

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
2012 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄

(Α) **ΘΕΩΡΙΑ**

ΘΕΜΑ 1 : (α) Να συμπληρωθούν οι ισότητες :

$$(a + b)^2 =$$

$$(a - b)^2 =$$

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$

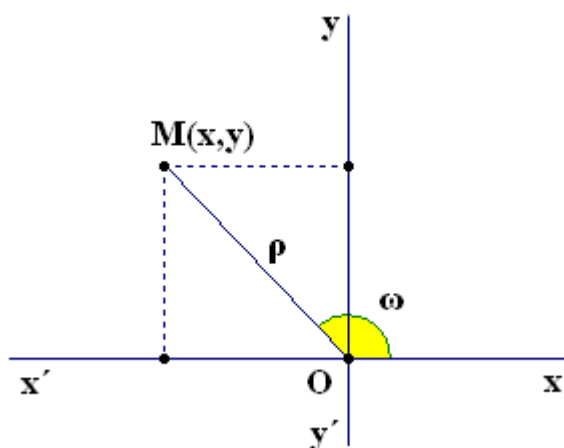
$$(a + b)^3 =$$

$$(a - b)^3 =$$

(β) Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστή» ή «Λάθος» καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Η αλγεβρική παράσταση $(\sqrt{2} + 3)a^2$ είναι **μονώνυμο**
2. Το πολυώνυμο $2ax^2 - 5a^3x + 6ax^4$ είναι 5^{ου} βαθμού ως προς **a και x**
3. Τα μονώνυμα $5xy^2$ και $-5yx^2$ είναι **αντίθετα**
4. Το πολυώνυμο $9a^2 + 4b^2 + 12ab$ αποτελεί **ανάπτυγμα τετραγώνου**
5. Η αλγεβρική παράσταση $6ax^{-3}$ είναι **ρητή**

ΘΕΜΑ 2 : (α) Χρησιμοποιώντας το παρακάτω σχήμα



να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$$\rho =$$

$$\eta\mu\omega =$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega =$$

$$\epsilon\phi\omega =$$

(β) Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστή» ή «Λάθος» καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Η $\epsilon\phi 90^\circ$ δεν ορίζεται
2. Ισχύει $\eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ = 1$

3. Το γινόμενο $\sin 126^\circ \cdot \sin 132^\circ$ είναι αρνητικός αριθμός

4. Ισχύει $\sin 70^\circ = \frac{\eta\mu 110^\circ}{\sin 70^\circ}$

5. Ισχύει $\sin 148^\circ = \sin 32^\circ$

(B) ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1 : Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 9 \\ 3\alpha - 2\beta = -4 \end{cases}$$

(α) Να λυθεί το σύστημα (με οποιαδήποτε μέθοδο) και να βρεθεί ότι η λύση του είναι το ζεύγος $(\alpha, \beta) = (2, 5)$

(β) Να λυθεί η εξίσωση

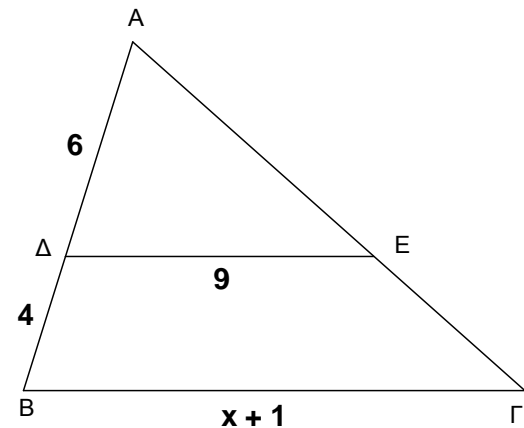
$$\alpha x^2 + \beta x - 3 = 0$$

όπου (α, β) είναι η λύση του παραπάνω συστήματος.

ΘΕΜΑ 2 : Στο διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $DE \parallel B\Gamma$
και $AD = 6$, $DB = 4$, $DE = 9$ και $B\Gamma = x + 1$

(α) Ναδειχθεί ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ADE
είναι όμοια

(β) Να υπολογιστεί το x



ΘΕΜΑ 3 : Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις :

$$A = x^2 - 10x + 25, \quad B = x^2 - 25 \quad \text{και} \quad \Gamma = 3x - 15$$

(i) Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης $\frac{A - \Gamma}{5}$, για $x = -2$

(ii) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A , B και Γ

(iii) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα $\frac{A}{\Gamma}$ και $\frac{B}{A}$

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ
ΓΡΑΠΤΕΣ – ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
 ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
 ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να δώσετε τον ορισμό της ταυτότητας.

B. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Γ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες, ώστε να προκύψουν ταυτότητες :

i) $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

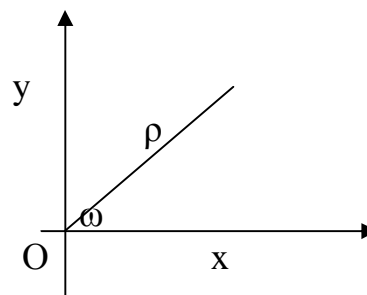
ii) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

iii) $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

iv) $\dots\dots\dots = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος, να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου της οξείας γωνίας ω .



B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να είναι αληθείς :

i) $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

ii) $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

$$\text{iii)} \quad \varepsilon\phi\omega = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\text{iv)} \quad \eta\mu^2\omega + \dots = 1$$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{2x}{x-2} - \frac{2x+3}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$, $x \neq \pm 2$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται η συνάρτηση $y = x^2 + 3x + \lambda$, όπου λ πραγματικός αριθμός.

- i) Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε το σημείο $A(1,6)$ να ανήκει στη γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης.
- ii) Αν $\lambda = 2$, να βρείτε την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης της συνάρτησης, και έπειτα να την σχεδιάσετε.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να λύσετε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

Να γράψετε **1 Θεωρία και 2 Ασκήσεις.**

Στην κόλλα των θεμάτων να γράψετε **μόνο το όνομα σας.**

Τα θέματα είναι ισοδύναμα!

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Να διατυπωθεί το δεύτερο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Γ-Π-Γ).

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

4. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.
5. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν 2 πλευρές ίσες μία προς μία, είναι πάντοτε ίσα.
6. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντοτε ίσα.

ΘΕΜΑ 2^ο :

A. Τι ονομάζουμε μονώνυμο και τι πολώνυμο; (Δώστε από ένα παράδειγμα)

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

4. Η παράσταση $(2 - \sqrt{3})x^2y^5\omega$ είναι μονώνυμο
5. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
6. Κάθε γινόμενο δύο όμοιων μονωνύμων είναι πάντα ένα μονώνυμο όμοιο με τα αρχικά.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ (επιλέξτε μόνο δύο ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η:

B. Να λυθεί η εξίσωση $2x^2 - 2x - 12 = 0$.

B. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης, με $x_1 \neq x_2$, τότε να λύσετε ως προς α

και β το σύστημα
$$\begin{cases} x_1 \cdot a + x_2 \cdot \beta - 1 = 0 \\ \frac{-x_1 \cdot a - 3 \cdot \beta}{2} = 3a \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:

Δίνονται οι παραστάσεις $A = x^2 - 4$ και $B = x^2 - 13x + 22$

A. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις A και B

B. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{B}{A} + \frac{5}{4} = -1$

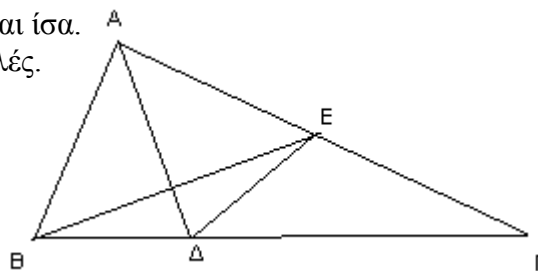
ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ είναι η διχοτόμος του. Στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε τμήμα AE τέτοιο ώστε $AE=AB$

A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Delta E$ είναι ίσα.

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔBE είναι ισοσκελές.

Γ. Να αποδείξετε ότι $A\Delta \perp BE$



**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**

**ΤΑΞΗ: Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

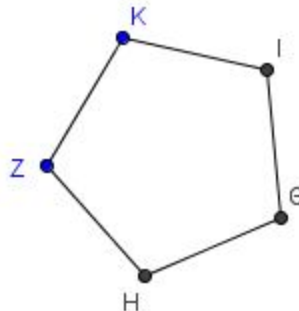
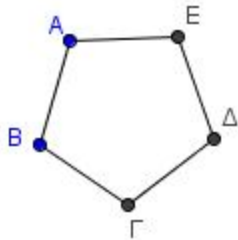
Από τα δυο θέματα θεωρίας να απαντήσετε μόνο στο ένα και από τις τρεις ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις δύο.

Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα των εξετάσεων και όχι σε αυτό το φυλλάδιο που είναι τυπωμένα τα θέματα το οποίο θα παραδώσετε μαζί με την κόλλα σας στο τέλος της εξέτασης.

Α. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ 1

- A) Τι πρέπει να ισχύει ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα α, β να είναι ανάλογα προς τα ευθύγραμμα τμήματα γ, δ ;
- B) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις ώστε να προκύψουν γνωστές προτάσεις της Γεωμετρίας:
- Αν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια ευθεία τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε
 - Αν από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μια άλλη πλευρά του, τότε αυτή θα διέρχεται από
 - Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι προς την και ίσο με το της.
- (Τα κενά μπορούν να συμπληρωθούν με μια ή περισσότερες λέξεις)
- Γ)



Τα δύο πεντάγωνα στο παραπάνω σχήμα είναι κανονικά. Να αναφέρετε την πρόταση της θεωρίας που δικαιολογεί γιατί είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες μεταξύ των πλευρών και τις ισότητες μεταξύ των γωνιών τους.

ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ 2

- A) Να συμπληρώσετε το δεύτερο μέλος της ισότητας $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$ ώστε να εμφανιστεί μια γνωστή ταυτότητα την οποία και να αποδείξετε.
- B) Να απαντήσετε με «σωστό» ή «λάθος» στα παρακάτω:
- $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 + \beta^2$
 - $(\alpha - \beta)^2 = -2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha^2$
 - $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta - \beta^3$
- Γ) Ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις είναι γινόμενο παραγόντων;
- $3\chi(\psi + 2)$
 - $3\chi\psi + 2$
 - $3(\chi - \psi)(\chi + \psi)$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$ να φέρεται τα ύψη BD και GE .

A) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABD και AGE είναι ίσα.

B) Χρησιμοποιώντας στοιχεία από την ισότητα των τριγώνων του ερωτήματος A, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $BD\Gamma$ και $BE\Gamma$ είναι ίσα.

Γ) Να αποδείξετε ότι $BE=\Gamma D$, $\hat{B}\hat{E} = \hat{\Gamma}\hat{B}\hat{D}$ και $AE=AD$

ΑΣΚΗΣΗ 2

A) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση $\chi^3-16\chi$ μέχρις ότου οι παράγοντες του γινομένου να είναι πολυώνυμα πρώτου βαθμού.

B) Να λύσετε την εξίσωση: $\chi^3-16\chi=0$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}\chi-2\psi &= 6 \\ 3\chi-5\psi &= 16\end{aligned}$$

A) με τη μέθοδο της αντικατάστασης

B) με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών

ΘΕΩΡΙΑ**ΘΕΜΑ 1°**

- A. i) Αφού τη μεταφέρετε στην σελίδα σας, να συμπληρώσετε την πρόταση:
 «Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή 8, είναι 3^{ος} βαθμού ως προς x , 2^{ος} βαθμού ως προς y και δεν περιέχει άλλες μεταβλητές. Το μονώνυμο αυτό είναι το, το αντίθετο του είναι το και ένα άλλο όμοιο του είναι το.....»
- ii) Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στην σελίδα σας τις ταυτότητες:
 $a + b^2 = \dots$, $a + b \cdot a - b = \dots$, $a - b^3 = \dots$
- B. Να αποδείξετε την πρώτη από τις ταυτότητες του A (ii) ερωτήματος.
- Γ. Σε κάθε αλγεβρική παράσταση της πρώτης στήλης να αντιστοιχίσετε το ανάπτυγμα της από την δεύτερη στήλη.

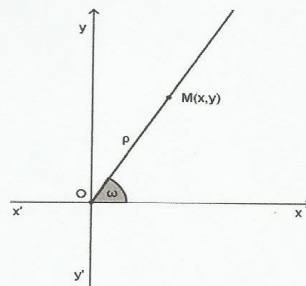
1 ^Η ΣΤΗΛΗ	2 ^Η ΣΤΗΛΗ
	1. $x^2 - 3x$
A. $(x-3)^2$	2. $x^2 - 3$
B. $(x-3) \cdot (x+3)$	3. $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$
Γ. $x \cdot (x-3)$	4. $x^3 - 27$
Δ. $(x-3)^3$	5. $x^2 - 6x + 9$
	6. $x^2 - 9$

ΘΕΜΑ 2°

- A. Στη σελίδα σας να συμπληρώσετε τους ορισμούς (σύμφωνα με τα δεδομένα του σχήματος)

$$\rho^2 = \dots, \quad \eta\mu\omega = \frac{\dots}{\dots}, \quad \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots}{\dots}, \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\dots}{\dots}$$

- B. Να αποδείξετε την σχέση $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$
- Γ. Σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της πρώτης στήλης να αντιστοιχίσετε το ίσο του από την δεύτερη στήλη.



1 ^Η ΣΤΗΛΗ	2 ^Η ΣΤΗΛΗ
	1. $\eta\mu 50^\circ$
A. $\eta\mu 130^\circ$	2. $\sigma\upsilon\nu 50^\circ$
B. $\sigma\upsilon\nu 130^\circ$	3. $\epsilon\phi 50^\circ$
Γ. $\epsilon\phi 130^\circ$	4. $-\eta\mu 50^\circ$
Δ. $\frac{\eta\mu 50^\circ}{\sigma\upsilon\nu 50^\circ}$	5. $-\sigma\upsilon\nu 50^\circ$
	6. $-\epsilon\phi 50^\circ$

(ΠΡΟΣΟΧΗ! Από τα δύο θέματα θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- Α. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 6x + 5 = 0$
Β. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 - 6x + 5$
Γ. Να κάνετε τη διαίρεση :

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + 2x} : \frac{x^2 - 25}{x + 2}$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Δίνεται το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 3y = 9 \end{cases}$$

Να αποδείξετε ότι η λύση του είναι το ζεύγος $(x, y) = (2, 1)$

- Β. Αν ω γωνία με $90^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{x^2}{5y}$, όπου x και y οι λύσεις του προηγούμενου συστήματος, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της ($\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$).

ΘΕΜΑ 3^ο

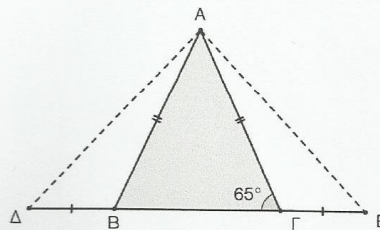
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$

είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ και $\hat{\Gamma} = 65^\circ$.

Προεκτείνουμε την βάση κατά τα τμήματα

$BA = \Gamma E$.

- i) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ABA και $A\Gamma E$
ii) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ADE είναι και αυτό ισοσκελές.
iii) Αν $\angle A\hat{B} = 47^\circ$, να υπολογίσετε την γωνία $\angle A\hat{B}$.



(ΠΡΟΣΟΧΗ! από τα τρία θέματα ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο)

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ (3,3 μονάδες)

β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες: (3,3 μονάδες)

➤ $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

➤ $(\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Να αναφέρετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων. (3,3 μονάδες)

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες: (3,3 μονάδες)

i) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία τότε είναι ίσα.

ii) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.

iii) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.

ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 2)^2$ β) $(x - 5)^2$ γ) $(x - 4) \cdot (x + 4)$ (3,3 μονάδες)

B) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $3\alpha + 6\beta$ β) $x^2 + x$ γ) $8\alpha^2\beta + 4\alpha\beta^2$ (3,3 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις.

α) $x^2 + 5x + 6 = 0$ β) $x^2 + 5x + 4 = 0$ γ) $x^2 + 7x + 6 = 0$
(6,6 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

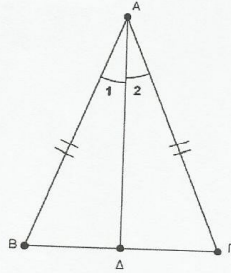
Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB=AG$) και AD είναι η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} .

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ABD και $AD\Gamma$.

(3,3 μονάδες)

β) Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ και ότι η διχοτόμος AD είναι διάμεσος και ύψος.

(3,3 μονάδες)



Να απαντήσετε σε **ένα** από τα θέματα θεωρίας και σε **δύο** από τα θέματα ασκήσεων.

Τάξη : Γ΄ Γυμνασίου
Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις
περιόδου Μαΐου – Ιουνίου σχ. έτους: 2011-12
Εξεταζόμενο μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1

A. Να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

B. Να αντιστοιχίσετε όσα μονώνυμα υπάρχουν στη ΣΤΗΛΗ 1 με τα όμοιά τους στη ΣΤΗΛΗ 2.

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
1. $2x^2$	A. $2x^3$
2. $5\frac{x^3}{3}$	B. $(-3x)^2$
3. $2xy$	Γ. $-2x^3y$
4. $-x^{-3}y$	Δ. $4x^{-3}y$
5. $2x^0$	E. xy
	Z. -7

Γ. Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις

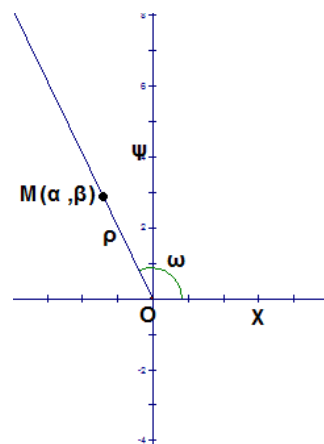
1. Η ισότητα $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό α, β	Σ	Λ
2. Δύο αντίθετα μονώνυμα είναι πάντα όμοια μεταξύ τους.	Σ	Λ
3. Η διαίρεση δύο μονώνυμων είναι πάντα μονώνυμο	Σ	Λ
4. Μπορούμε να προσθέσουμε μόνο όμοια μονώνυμα	Σ	Λ

ΘΕΩΡΙΑ 2

A. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας ω .

B. Με τη βοήθεια του ορισμού να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 180° .

Γ. Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:



1. $\eta\mu\omega < 0$	Σ	Λ
2. $\sin(180^\circ - \omega) = -\sin\omega$	Σ	Λ
3. $\eta\mu\omega > 1$	Σ	Λ

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

A) Να αποδείξετε ότι η λύση του συστήματος $\begin{cases} \beta = 18 - \alpha \\ \alpha + 5\beta = 50 \end{cases}$ είναι $(\alpha, \beta) = (10, 8)$

B) Αν τα α, β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο A) ερώτημα, να αποδείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση $(x - \alpha)^2 - (x - \beta)(x + \beta) + 20x$ είναι σταθερό πολυώνυμο.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ο κ. Σωτηράκης έφερε από το σπίτι την εξίσωση $\frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2} = -2x + \frac{20}{x-5}$

A. Η κ. Παπαλαζάρου μόλις την είδε ρώτησε ποιες τιμές δεν επιτρέπεται να πάρει ο x ;
Απαντήστε με αιτιολόγηση στο ερώτημά της.

B. Ο κ. Ρούσος πήρε το 1^ο μέλος της εξίσωσης, το ονόμασε $A = \frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2}$ και
κάνοντας τις κατάλληλες πράξεις απέδειξε ότι η παράσταση $A = \frac{2(x+5)}{x-5}$.

Αποδείξτε τον ισχυρισμό του κάνοντας κι εσείς τις πράξεις.

Γ. Βοηθήστε τώρα τον κ. Σωτηράκη να λύσει επιτέλους την εξίσωση $A = -2x + \frac{20}{x-5}$

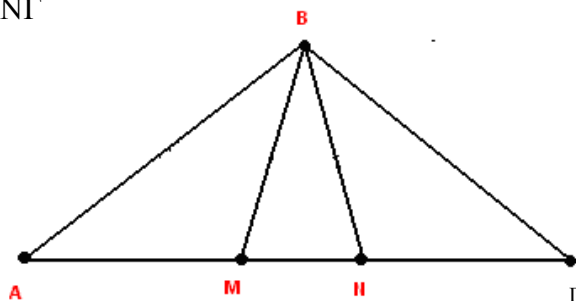
ΑΣΚΗΣΗ 3

Αν στο διπλανό σχήμα είναι $AB = B\Gamma$ και $AM = N\Gamma$

A. Εξηγήστε γιατί $A = \Gamma$

B. Να αποδείξετε ότι $BM = BN$

Γ. Δείξτε ότι ο λόγος ομοιότητας
των τριγώνων $\triangle ANB$ και $\triangle BM\Gamma$ είναι $\lambda = 1$.



Γράψτε 1 θέμα θεωρίας και 2 ασκήσεις.