ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ-ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ 1

1. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} \eta\mu^2 x\cdot \sigma\upsilon\nu\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=0$.

2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} xe^{\frac{1}{x}}, & x<0\\ 1-\sigma\upsilon\nu x, & x\geq 0\end{cases}$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=0$.

3. Να εξετάσετε αν είναι παραγωγίσιμη στο x_o η συνάρτηση f με τύπο:
   α) $f(x)=2\sqrt{x-1}-2x+1,\ \ \sigma\tau o\ \ x_0=1$
   β) $f(x)=1-3\sqrt{x},\ \ \sigma\tau o x_0=0$
   γ) $f(x)=2+|x-2|-3x+5,\ \ \sigma\tau o\ \ x_0=2.$

4. Να εξετάσετε αν είναι παραγωγίσιμη στο x_o η συνάρτηση f με τύπο:
   α) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3\,\sigma\upsilon\nu\frac{1}{x}}{\eta\mu x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases},\ \ x_0=0,$ $\ \ \beta)\ f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x+3, & x\leq 1\\ 2\sqrt{3x^2-2}, & x>1\end{cases},\ x_o=1.$

5. Να εξετάσετε αν είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=0$ η συνάρτηση f με τύπο:
   $$f(x)=\begin{cases} \eta\mu x\cdot e^{\frac{1}{x}}, & x<0\\ 0, & x=0.\\ x^3\cdot e^{-\frac{1}{x}}, & x>0\end{cases}$$

6. Μία συνάρτηση $f:\Re\to\Re$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=0$ και ισχύει: $f^3(x)-2xf^2(x)+x^2f(x)=x^2\eta\mu 2x$, για κάθε $x\in\Re$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της C_f στο σημείο της Α(0, f(0)).
   (ψ=2x)

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} \dfrac{-\alpha x^2+\beta x-\gamma}{x+1}, & x<-1\\ x^2-2\alpha x-\alpha, & x\geq 1\end{cases}$. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β, γ ώστε, η f να παραγωγίζεται στο $x_o=-1$.
   (α=-2, β=3, γ=-1)

8. Μία συνάρτηση $f:\Re\to\Re$ είναι συνεχής στο $x_o=1$ και έχει την ιδιότητα $x^2f^3(x)+f(x)+1=x^3$, για κάθε $x\in\Re$.
   α) Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=1$ και να βρείτε την παράγωγό της.
   β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της C_f στο σημείο Α(1, f)1)).
   (α. f ΄(1)=3, β. ψ=3x)

9. Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re \to \Re$ για την οποία υποθέτουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ισχύει: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f^2(x)+4x f(x)}{x^2}=-4$. Δείξτε ότι f ΄(0)=-2.

10. Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re \to \Re$ η οποία είναι παραγωγίσιμη στο x_o=1 και η συνάρτηση $g(x)=\begin{cases} f(x^2), & x\le 1 \\ f(2x-1), & x>1 \end{cases}$. Να αποδείξετε ότι η κλίση της g στο 1 είναι διπλάσια της κλίσης της f στο ίδιο σημείο.

11. α) Δείξτε ότι αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_o του πεδίου ορισμού της, τότε:
i) f ΄(x_o)=$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+\alpha h)-f(x_0)}{\alpha h}$, *ii*) $f'(x_0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0-\alpha h)}{\alpha h}$.
β) Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re \to \Re$ για την οποία υποθέτουμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο 2 με f ΄(2)=3. Να βρείτε το όριο: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+3h)-f(2-5h)}{f(2+6h)-f(2-2h)}$.
(1)

12. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\Re$, η γραφική της παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ισχύει:
$f(x+\psi)\le f(x)+f(\psi)+x\psi \;\; \textit{για κάθε } x,\psi\in\Re$, να αποδείξετε ότι
$f'(x)=x+f'(0), \;\; \textit{για κάθε } x\in\Re$.

13. Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re \to \Re$ για την οποία ισχύει: f(x+ψ)=f(x)+f(ψ)+xψ, για κάθε x, ψ$\in\Re$.. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο κ$\in\Re$. με f ΄(κ)=1+κ, να αποδείξετε ότι η f παραγωγίζεται στο $\Re$ και ισχύει f ΄(x)=1+x, για κάθε x, ψ$\in\Re$..

14. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_o=1, f(1)-g(1)=1 και ισχύει:
$f(x)\le g(x)+x^2 \;\; \textit{για κάθε } x\in\Re$, να αποδείξετε ότι f ΄(1)-g΄(1)=2.

15. Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re \to \Re$ για την οποία υποθέτουμε ότι είναι συνεχής στο x_o=2 και $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+3h)}{2h}=5$. Να βρεθούν:
α) Η τιμή της f στο 2, β) η παράγωγος τα f στο 2.
(α. f(2)=0, β. f ΄(2)=15/2)

16. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+2}{x^2+1}$.
α) Να βρεθεί παράγωγος της f.
β) Να βρεθεί το πρόσημο της f ΄.

17. Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) για το οποίο ισχύει: P(0)=4 και
8P(x)=$\left(P'(x)\right)^2\cdot P''(x) \;\; \textit{για κάθε } x\in\Re$.
(P(x)=x^2-4x+4)

18. α) Να αποδείξετε ότι μια πολυωνυμική συνάρτηση P(x) έχει παράγοντα το $(x-\rho)^2$, αν και μόνον αν ο ρ είναι ρίζα του P(x) και της παραγώγου του.
β) Να βρεθούν τα α και $\beta \in \Re$. ώστε το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^2+\beta x+2$, να έχει παράγοντα το $(x-1)^2$.

(β. α=1, β=-3)

19. Με χρήση του κανόνα παραγώγισης συνθέτων συναρτήσεων και της σχέσης $\alpha^{\beta} = e^{\beta \ln \alpha}$, να αποδείξετε ότι:
α) $\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1},\ \alpha \in \Re\ \ \kappa\alpha\iota\ \ x \in (0,+\infty)$.
β) $\left(\alpha^{x}\right)' = \alpha^{x} \cdot \ln \alpha,\ \ \alpha > 0\ \ \kappa\alpha\iota\ \ x \in \Re$.
γ) $\left(\ln|x|\right)' = \dfrac{1}{x},\ \ x \in \Re^{*}$.

20. Δίνεται η συνάρτηση $\mathrm{f}:(0,+\infty) \to \Re$ η οποία είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της και ισχύει: $\mathrm{f}(x \cdot \psi) = \mathrm{f}(x)\ln \psi + 2\,\mathrm{f}(\psi)\ln x + \alpha\ \ \gamma\iota\alpha\ \ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ x,\psi > 0$.
Να αποδείξετε ότι:
α) f(1)=α
β) $\mathrm{f}'(x) = \dfrac{\mathrm{f}(x)}{x} + 2\,\mathrm{f}'(1) \cdot \dfrac{\ln x}{x},\ \ x > 0$.

21. Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων:
$\alpha)\ \mathrm{f}(x) = \left(x^3 - 5x^2 + 9\right)^7, \qquad \beta)\ \mathrm{f}(x) = \ln\left(\eta\mu^3 2x + e^{\sqrt{x^2+1}}\right),$
$\gamma)\ \mathrm{f}(x) = \sigma\upsilon\nu^3(\eta\mu^2 2x), \qquad \delta)\ \mathrm{f}(x) = \ln^3(\ln\sqrt{x^2+4})$.

22. Δίνεται η συνάρτηση $\mathrm{f}(x) = \begin{cases} x^2\ \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x, & x < 0 \\ x^2 + x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$. Να βρεθεί η f ΄(x).

23. Να βρεθεί η παράγωγος των συναρτήσεων:
α) $\mathrm{f}(x) = x^{e^x},\ \ x > 0, \qquad \beta)\ g(x) = \left(\dfrac{\eta\mu x}{x}\right)^{x},\ \ x \in (0,\pi)$.

24. Δίνεται η συνάρτηση $\mathrm{f}(x) = \begin{cases} x \cdot \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu \dfrac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.
α) Να βρείτε την παράγωγο της f.
β) Αν $g(x)=\dfrac{f(x)}{2^x}$, να βρείτε την g΄(0).
γ) Αν $h(x)=\eta\mu 2(f^3(x))$, να βρείτε την h΄(0).

$\left(a.\ \mathrm{f}'(x) = \eta\mu x\, \sigma\upsilon\nu \dfrac{3}{x} + x\sigma\upsilon\nu x \sigma\upsilon\nu \dfrac{3}{x} + \dfrac{3}{x}\eta\mu x \eta\mu \dfrac{3}{x},\ \ \mathrm{f}'(0) = 0,\ \ \beta\ g'(0) = 0,\ \ \gamma,\ h'(0) = 0\right)$

25. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση στο $x_0=2$ για την οποία ισχύει: $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)}{h}=3$.
    α) Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο 2 με $f\,'(2)=3$.
    β) Να βρείτε τα όρια: *i.)* $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f^2(x)-f(x)}{x^2-4}$, *ii.)* $\lim\limits_{x\to +\infty}\eta\mu x\cdot f\left(\frac{2x+1}{x+2}\right)$.

$\left(i.\ -\frac{3}{4},\quad ii.\ 0\right)$

26. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)=e^{1-x}-x\ln x$ στο $x_o=1$.

(ψ=-2x+3)

27. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)=(x-1)\cdot\ln\frac{1}{x-1}$, η οποία σχηματίζει με τον άξονα χ΄χ γωνία 135^0.

(ψ= -x+2)

28. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2+\lambda x+2$ και η ευθεία ε: ψ= -x+λ. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ευθεία ε εφάπτεται στην C_f.

(λ=1 ή –7)

29. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:\Re\to\Re$ και η συνάρτηση $g(x)=f\left(-\frac{1}{x}\right)+xf(-x)$. Αν η ευθεία ε: ψ=2x+1 εφάπτεται στην γραφική παράσταση της f στο σημείο Α(1, f(1)), να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_g στο σημείο Β(-1, g(-1)).

(ψ=7x+13)

30. Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re\to\Re$ η οποία ικανοποιεί την σχέση:
    $$3f(x+1)-2f(2-x)=x^2+14x-5,\quad x\in\Re.$$
    α) Να βρεθεί ο τύπος της f.
    β) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες προς την C_f , οι οποίες άγονται από το σημείο $A\left(1,-\frac{1}{4}\right)$, είναι κάθετες.

31. Δίνεται η συνάρτηση $f:\Re\to\Re$ η οποία ικανοποιεί την σχέση:
    $$f(x-2)\le x^2-3x+2\le f(x-3)+2x-4,\quad x\in\Re.$$
    Έστω μεταβλητή ευθεία η οποία διέρχεται από το σημείο $M\left(-\frac{1}{2},0\right)$ και τέμνει την C_f σε δύο διαφορετικά σημεία Α και Β.
    α) Να βρείτε τον τύπο της f .
    β) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες της f στα Α και Β τέμνονται κάθετα.

$(f(x)=x^2+x)$

32. Αν η ευθεία ε: ψ=2x+1 εφάπτεται της C_f στο σημείο Α(-1, f(-1)), να βρείτε το όριο $\lim\limits_{x\to -1}\frac{f^2(x)-1}{x+1}$.

(-4)

33. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $\Re$ και ισχύει: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-\sqrt{x+2}}{x-2}=5$,
α) να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο x_o=2
β) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο Μ(2, f(2)).

$\left(\beta.\quad \psi=\frac{9}{4}x-\frac{5}{2}\right)$

34. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_o= -1 και ισχύει: $\lim\limits_{x\to -1}\frac{f(x)+3x-5}{x+1}=0$, να αποδείξετε ότι :
α) η f είναι παραγωγίσιμη στο x_o= -1 με f ΄(-1)=-3
β) η ευθεία ψ= -3x+5 εφάπτεται της C_f στο σημείο Α(-1, f(-1)).

35. Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση g(x) για την οποία ισχύει $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{g(x)+3x+2}{x^2-x+1}=5$. Αν η γραφική παράσταση της g τέμνει τον άξονα ψ΄ψ στο 3 και η εφαπτομένη της C_g στο σημείο Α(0, g(0)) είναι κάθετη στην ευθεία ε: x-ψ+1=0 , να βρείτε τον τύπο της g.

(g(x)=5x^2-x+3)

36. Δίνεται η συνάρτηση f(x)=x^2-lnx. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα, τουλάχιστον, σημείο $\xi\in\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ στο οποίο η εφαπτομένη της C_f διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

37. Δίνεται η συνάρτηση f(x)=x^3-5x^2+4. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα, τουλάχιστον, σημείο $\xi\in(0,1)$ τέτοιο, ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f, να είναι κάθετη στην ευθεία ε: x-ψ+4=0.

38. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f: $(0,+\infty)\to\Re$ για την οποία ισχύει: f^3(x)+x^3=xf(x), για κάθε x>0. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε: x+ψ-1=0 εφάπτεται της C_f.

39. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με f(x)= $g\left(-\frac{1}{x^2}\right)$. Αν η ευθεία ε: ψ=2x εφάπτεται της C_g στο x_o=-1 να βρείτε την εφαπτομένη της C_f στο x_1=1.

(ψ=4x-6)

40. Απν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\Re$ και για κάθε x, ψ $\in\Re$ ισχύει f(x+ψ)=f(x)-f(ψ), να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο Α(0, f(0)).

(ψ=0)

Ασκήσεις τύπου «Σωστό- Λάθος»

1. Αν η f είναι συνεχής στο x_o, τότε είναι παραγωγίσιμη στο x_o.

Σ□ **Λ**□

2. Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_o, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_o.

Σ□ **Λ**□

3. Αν υπάρχει το όριο $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$, τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_o.

Σ□ **Λ**□

4. Αν f ΄(x_o)>0, τότε $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}>0$ για κάθε x κοντά στο x_o.

Σ□ **Λ**□

5. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο Α με $g(x)\neq 0$, τότε $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f(x)g'(x)-f'(x)g(x)}{\left(g(x)\right)^2}$.

Σ□ **Λ**□

6. Αν $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(3-h)-f(3)}{h}=5$ τότε f ΄(3)=-5.

Σ□ **Λ**□

7. Η συνάρτηση f(x)= $\sqrt{x}$ είναι παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της.

Σ□ **Λ**□

8. Αν f(κ)=ακ^3, τότε f ΄(κ)=0.

Σ□ **Λ**□

9. Αν f(κ)=ακ^3, τότε f ΄(α)= $3\alpha^3$.

Σ□ **Λ**□

10. Ο άξονας χ΄χ εφάπτεται στην γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x)=x^3.

Σ□ **Λ**□

11. Η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} x^2, & x<\frac{2}{3} \\ x^3, & x\geq\frac{2}{3}\end{cases}$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=\frac{2}{3}$.

Σ□ **Λ**□

12. Αν f(3)=5 και η f είναι παραγωγίσιμη στο x_o=3, τότε f ΄(3)=0.

Σ□ **Λ**□

13. Αν η συνάρτηση f+g είναι παραγωγίσιμη στο x_o, τότε $\left(f+g\right)'(x_0)=f'(x_0)+g'(x_0)$.

Σ☐ **Λ**☐

14. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο x_o, τότε και η f+g είναι παραγωγίσιμη στο x_o με $\left(f+g\right)'(x_0)=f'(x_0)+g'(x_0)$.

Σ☐ **Λ**☐

15. Αν g παραγωγίσιμη συνάρτηση, τότε $\left(-\dfrac{\alpha}{g(x)}\right)'=\dfrac{g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$.

Σ☐ **Λ**☐

16. Αν $f(x)=ημ^2x$ και $g(x)=ημx^2$, τότε $f\,'(x)=g'(x)$.

Σ☐ **Λ**☐

17. Αν $f(x)=e^{συν x}$, τότε η C_f έχει στο σημείο Α(π, f(π)), οριζόντια εφαπτόμενη.

Σ☐ **Λ**☐

18. Αν ισχύουν : f(α)=g(α) και $f\,'(α)=g'(α)$, τότε οι C_f και C_g έχουν στο κοινό τους σημείο Α(α,f(α)) κοινή εφαπτομένη.

Σ☐ **Λ**☐

19. Ισχύει: $\left(\sqrt{f(x)}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{f(x)}}$.

Σ☐ **Λ**☐

20. Αν η C_f έχει στο x_o οριζόντια εφαπτομένη, τότε $f\,'(x_o)=0$.

Σ☐ **Λ**☐

21. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο $\Re$ και ισχύει: $f(ημ x)=e^{-x}\cdot συν2x$, για κάθε $x\in\Re$., τότε, η εφαπτομένη της C_f στο $x_o=0$, σχηματίζει με τον άξονα χ΄χ γωνία 45^o.

Σ☐ **Λ**☐

22. Είναι $\left(\ln|x|\right)'=\dfrac{1}{|x|}$.

Σ☐ **Λ**☐

23. Αν για τις παραγωγίσιμες στο $\Re$ συναρτήσεις f και g ισχύουν: f(2)=3, g(2)=-1, $f\,'(2)=1$ και $g'(2)=5$, τότε: $\left(\dfrac{g}{f}\right)'(2)=-\dfrac{16}{9}$.

Σ☐ **Λ**☐

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο x_o, αν:
   Α. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty \ \acute{\eta}\ -\infty$, Β. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}\in\Re$,
   Γ. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$, Δ. $\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

2. Κλήση της παραγωγίσιμης συνάρτησης στο x_o, λέγεται ο αριθμός:
   Α. $f(x_o)$, Β. $-f(x_o)$, Γ. $f\,'(x_o)$, Δ. $|f(x_0)|$.

3. Αν η f παραγωγίζεται στο x_o, τότε η εφαπτομένη της C_f στο x_o είναι η ευθεία με εξίσωση:
   Α. $x=x_o$, Β. $\psi-f\,'(x_o)=f(x_o)(x-x_o)$, Γ: $\psi=f\,'(x_o)x+f(x_o)-x_of\,'(x_o)$,
   Δ. $\psi=f(x_o)$, Ε. Άλλη.

4. Αν η f παραγωγίζεται στο 2 και η C_f διέρχεται από το σημείο Α(2,5), τότε:
   Α. f(2)=5, Β. f ΄(2)=5, Γ. Δεν ορίζεται εφαπτομένη της C_f στο Α,
   Δ. $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=5$.

5. Αν η f είναι συνεχής στο 2 και $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f\ 2+h)}{h}=3$, τότε:
   Α. f(2)=3, Β: f ΄(2)=2, Γ: f(3)=-2, Δ. f ΄(2)=-3, Ε: η f δεν παραγωγίζεται στο x_o=2.

6. Αν η ευθεία με εξίσωση ψ=3x+1 είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο Α(2,f(2)), τότε η τιμή της f στο 2 είναι ίση με:
   Α. 7, Β. 4, Γ. 0, Δ. –2, Ε. 2.

7. Αν η ευθεία με εξίσωση ψ=3x+1 είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο Α(2,f(2)), τότε η κλίση της f στο 2 είναι:
   Α. 1, Β:3, Γ: 2, Δ: -1, Ε: 0.

8. Αν για μία συνάρτηση f ισχύει:
   $\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_1\ \ \kappa\alpha\iota\ \ \lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_2,\ l_1,l_2\in\Re\ \ \mu\varepsilon\ \ l_1\neq l_2$, τότε:
   Α. f ΄(x_o)=l_1, Β: f ΄(x_o)=l_2, Γ: η f είναι παραγωγίσιμη στο x_o,
   Δ. η f είναι συνεχής στο x_o.

9. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_o=1 και η κάθετη στην εφαπτομένη της C_f στο σημείο Α(1, f(1)) έχει εξίσωση $\psi=\sqrt{3}x-(1+\sqrt{3})$, τότε η κλίση της f στο 1 είναι ίση με:
   Α. $\sqrt{3}$, Β: $-\sqrt{3}$, Γ: $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, Δ: 0, Ε: $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

10. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $x_o=1$ και η κάθετη στην εφαπτομένη της C_f στο σημείο Α(1, f(1)) έχει εξίσωση $\psi=\sqrt{3}x-(1+\sqrt{3})$, τότε η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της C_f στο Α με τον άξονα χ΄χ είναι ίση με:
Α. $\frac{\pi}{6}$, Β: $\frac{\pi}{3}$, Γ: $\frac{\pi}{2}$, Δ: $\frac{2\pi}{3}$, Ε: $\frac{5\pi}{6}$.

11. Αν για την συνάρτηση f ισχύει ότι f(2)=1, $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-1}{2-x}=6$ *και* $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-1}{3h}=-2$, τότε:
Α. f ΄(2)=-6, Β: f ΄(2)=6, Γ: f ΄(2)=0, Δ: f ΄(2)=-2.

12. Αν $f(x)=συν^2x-ημ^2x$, τότε:
Α. f ΄(x)=-2ημ2x, Β: f ΄(x)=2ημ2x, Γ: f ΄(x)=συν2x, Δ: f ΄(x)=0.

13. Η παράγωγος της συνάρτησης $f\cdot g\cdot h$ είναι:
Α. $f'\cdot g'\cdot h'$, Β: $f'g'h+fg'h'+f'gh'$, Γ: $\frac{f'}{g}+\frac{g'}{h}+\frac{h'}{f}$,
Δ. $f'gh+fg'h+fgh'$.

14. Η ευθεία ψ=6x+λ είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)=(2x-1)^3$, όταν το λ είναι ίσο με:
Α. 1 ή 2, Β. –1 ή –5, Γ: 0, Δ: 1 ή 5, Ε: 2 ή –2.

15. Αν $f(x)=e^x$, τότε:
Α. $f'(2x)=e^{2x}$ *και* $\left(f(2x)\right)'=2\left(f^2(x)\right)$
Β. $f'(2x)=2e^x$ *και* $\left(f(2x)\right)'=e^{2x}$
Γ. $f'(2x)=2f(x)$ *και* $\left(f(2x)\right)'=4f(x)$.

16. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\Re$, τότε $\left(f\left(x^2+x\right)\right)'=$
Α. f ΄(2x+1), Β: $f'(x^2+x)$, Γ: $f'(x^2+x)\cdot(2x+1)$, Δ: $f[(x^2+x)']$.

****
****
****
*