

ΘΕΜΑ Α

A1. Ερωτήσεις Σωστού-λάθους

α) Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών μιας μεταβλητής X είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

β) Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης

γ) Η διάμεσος ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι η τιμή για την οποία το **πολύ 50%** των παρατηρήσεων είναι μικρότερες από αυτήν και το **πολύ 50%** των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες από την τιμή αυτήν

δ) Αν η καμπύλη συχνοτήτων για ένα χαρακτηριστικό είναι κανονική ή περίπου κανονική με τυπική απόκλιση s και εύρος R , τότε ισχύει **$s \approx 6R$**

ε) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος κάθε κλάσης.

στ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος n του δείγματος.

A2. Αν t_1, t_2, \dots, t_n είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X σε δείγμα μεγέθους n , να ορίσετε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων και την τυπική απόκλισή τους

A3. Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k = 1$, όπου $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ είναι οι σχετικές συχνότητες των παρατηρήσεων $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ μιας μεταβλητής X που έχουν αντίστοιχες συχνότητες $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$

ΘΕΜΑ Β

Οι βαθμοί 60 μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών κυμαίνονται από 10 έως 20 και έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Αν:

Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην κλάση **[14, 16)** του κυκλικού διαγράμματος είναι **144°**

Οι σχετικές συχνότητες των δύο πρώτων κλάσεων είναι ίσες.

48 μαθητές πήραν βαθμό έως **16** και

6 μαθητές πήραν βαθμό τουλάχιστον **18**, τότε:

B1. α) Να δείξετε ότι η σχετική συχνότητα της πρώτης κλάσης είναι 0,20.

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα σωστά συμπληρωμένο.

κλάσεις	κέντρα	συχνότητες v_i	σχ.συχνότητες f_i	αθροιστικές συχνότητες N_i	χι.νι
Σύνολα					

B2 Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των μαθητών.

B3. Να βρείτε πόσοι μαθητές πήραν βαθμολογία από **10 έως 13** και να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία τουλάχιστον **17**

B4. Να υπολογιστεί η διάμεσος

ΘΕΜΑ Γ

Μια μεταβλητή X παίρνει τις τιμές $x_1=\alpha$, $x_2=\alpha+5$, $x_3=\alpha+10$ και $x_4=\alpha+35$, όπου α πραγματικός αριθμός. Οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες των τιμών δίνονται από τον τύπο:

$$F_i = \frac{7i-3}{\lambda} \text{ για } i=1,2,3,4, \text{ όπου } \lambda \text{ θετικός ακέραιος.}$$

G1. Να αποδείξετε ότι $\lambda=25$.

G2. Να βρείτε τις σχετικές συχνότητες f_1 , f_2 , f_3 και f_4 .

G3. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι **19**, να βρείτε την τιμή του α .

G4. Αν κάθε μία από τις παρατηρήσεις αυξηθεί κατά **1** τότε ο συντελεστής μεταβολής μειώνεται κατά **0,5%**. Να βρείτε την τυπική απόκλιση s και να εξετάσετε αν το νέο δείγμα είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sqrt{1-x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$

Δ1. Να βρείτε την μονοτονία και τα ακρότατα της

Δ2. Έστω τα σημεία M_1, M_2, \dots, M_9 ανήκουν στην γραφική παράσταση της f και έχουν τετμημένες x_1, x_2, \dots, x_9 με $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_9$.

α) Αν η διάμεσος των παραπάνω τετμημένων είναι $\frac{1}{3}$ τότε να δείξετε ότι $9f^2(x_6) < 32$.

β) Αν τα τετράγωνα των παραπάνω τετμημένων έχουν τυπική απόκλιση **0,2** τότε βρείτε την τυπική απόκλιση των τετραγώνων των τεταγμένων τους.

Δ3. Έστω τα σημεία A_1, A_2, A_3 (διαφορετικά από τα M_1, M_2, \dots, M_9) ανήκουν στην γραφική παράσταση της f και έχουν τετμημένες x_1, x_2, x_3 με $x_1 < x_2 < x_3$. Αν οι τετμημένες αυτές έχουν διάμεσο **0** και είναι $x_1 = -x_3$ και $f(x_1) = \frac{2\sqrt{99}}{10}$ τότε

α) Να δείξετε ότι για τις τετμημένες x_1, x_2, x_3 ισχύει $\bar{x} = 0$ και $s = \frac{\sqrt{2}}{10\sqrt{3}}$

β) Ποια είναι η ελάχιστη θετική ποσότητα που πρέπει να προσθέσουμε σε κάθε μία από τις τετμημένες x_1, x_2, x_3 ώστε το δείγμα τους να είναι ομοιογενές;

