ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Συνάρτηση: λέγεται μια διαδικασία με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου Α αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο κάποιου άλλου συνόλου Β.

Γνησίως αύξουσα: σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού λέγεται μια συνάρτηση f όταν για κάθε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$

Γνησίως φθίνουσα: σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού λέγεται μια συνάρτηση f όταν για κάθε $\chi_1, \chi_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$

Γνησίως μονότονη: λέγεται μια συνάρτηση f όταν είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα

Τοπικό μέγιστο : παρουσιάζει μια συνάρτηση f σε ένα σημείο χ_o του πεδίου ορισμού της ,όταν $f(x) \le f(x_o)$ για κάθε χ σε μια περιοχή του χ_o

Τοπικό ελάχιστο : παρουσιάζει μια συνάρτηση f σε ένα σημείο χ_o του πεδίου ορισμού της ,όταν $f(x) \ge f(x_o)$ για κάθε χ σε μια περιοχή του χ_o

Συνεχής λέγεται μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α ,όταν για κάθε $\chi_o \varepsilon A$ ισχύει: $\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = f(x_0)$

Ιδιότητες ορίων: Αν οι f, g έχουν στο χ_o όρια πραγματικούς αριθμούς δηλ. αν

$\lim\limits_{x \to x_o} f(x) = l_1 \; \kappa\alpha\iota \quad \lim\limits_{x \to x_o} g(x) = l_2$ τότε ισχύουν τα παρακάτω:

1. $\lim\limits_{x \to x_o}(f(x) + g(x)) = l_1 + l_2$ 2. $\lim\limits_{x \to x_o}(kf(x)) = kl_1$ 3. $\lim\limits_{x \to x_o}(f(x)g(x)) = l_1 l_2$

4. $\lim\limits_{x \to x_o}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{l_1}{l_2}$ 5. $\lim\limits_{x \to x_o}(f(x))^{\nu} = l_1^{\nu}$ 6. $\lim\limits_{x \to x_o}\sqrt[\nu]{f(x)} = \sqrt[\nu]{l_1}$, $f(x) \ge 0$

Συντελεστής διεύθυνσης : της εφαπτομένης της C_f σε ένα της σημείο $A(\chi_o, f(x_o))$ είναι η

$\varepsilon\phi\omega = \lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ όταν είναι πραγματικός αριθμός.

Παράγωγος μιας συνάρτησης σε ένα της σημείο χ_0 : είναι το όριο $\lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ όταν είναι πραγματικός αριθμός και συμβολίζεται με $f'(x_0)$ και τότε λέμε ότι η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο χ_0

Ρυθμός μεταβολής : μιας f στο x_0 λέγεται η παράγωγος της f στο x_0

- **Ν.δ.ο. η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης f(x)=c είναι 0 δηλ. (c)΄=0**

Απόδειξη

Έχω : $\lim\limits_{h \to 0}\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0}\dfrac{c - c}{h} = 0$ άρα (c)΄=0

- **Ν.δ.ο. η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης f(x)=x είναι 1 δηλ. (x)΄=1**

Απόδειξη

Έχω : $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)-x}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h}{h}=\lim\limits_{h\to 0}1=1$ άρα (χ)΄=1

- **Ν.δ.ο. (χ^2)΄=2χ**

Απόδειξη

Έστω f(x)=x^2 τότε :

$$\lim_{h\to 0} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2-\cancel{x^2}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(2x+h)\cancel{h}}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x$$

Άρα (x^2)΄=2x

- **Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο R και c πραγματική σταθερά ,ν.δ.ο. (cf(x))΄=cf΄(x) ,xεR**

  Απόδειξη

Έχω : $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)$. Έστω F(x)=cf(x) τότε :

$$\lim_{h\to 0}\frac{F(x+h)-F(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{cf(x+h)-cf(x)}{h}=\lim_{h\to 0}c\,\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$$

$$=c\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=cf'(x)$$

άρα $(cf(x))'=cf'(x)$

- **Αν οι f ,g είναι παραγωγίσιμες στο σύνολο των πραγματικών αριθμών ν.δ.ο.(f(x)+g(x))΄=f΄(x)+g΄(x)**

Απόδειξη

Έχω : $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)\ \ \kappa\alpha\iota\ \ \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{g(x+h)-g(x)}{h}=g'(x)$

Έστω F(x)=f(x)+g(x) τότε:

$$\lim_{h\to 0}\frac{F(x+h)-F(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{[f(x+h)+g(x+h)]-[f(x)+g(x)]}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{[f(x+h)-f(x)]+[g(x+h)-g(x)]}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}=$$

$$=f'(x)+g'(x)$$

Άρα (f(x)+g(x))΄=f΄(x)+g΄(x)