Πολλοί λένε ότι το επάγγελμα του εκπαιδευτικού είναι λειτούργημα. Εγώ θα έλεγα ότι:

το δασκαλίκι είναι μεράκι, είναι ψώνιο, είναι …τρόπος ζωής.

Αν θέλει κανείς να είναι σωστός εκπαιδευτικός πρέπει να το έχει μέσα του, να θέλει να το ζήσει , να θέλει να το αγαπήσει, γιατί αλλιώς στο τέλος θα του βγει ,όπως λέμε , <<ξινό>>.

Η δουλειά μας έχει να κάνει με ζωντανές υπάρξεις που κάθε μέρα μεταμορφώνονται .

Αν θέλουμε να είμαστε σωστοί εκπαιδευτικοί θα πρέπει και εμείς κάθε μέρα να είμαστε ζωντανοί , να παρακολουθούμε τις αλλαγές στο χώρο της νεολαίας χωρίς κατάκριση, ν α   ε ί μ α σ τ ε π α ι δ ι ά.

Το θέμα δεν είναι μόνο το τι θα διδάξουμε , αλλά πως θα το διδάξουμε.

Τα παιδιά ,κατά τη γνώμη μου, δεν θέλουνε αυθεντίες στην επιστήμη , θέλουν δασκάλους που να συμπορεύονται με αυτά και η δυσκολία είναι σ’αυτό το σημείο. Για να διδάξεις ένα παιδί θα πρέπει να ξεκινήσεις από μηδενική βάση, σαν να μη ξέρεις τίποτα, προσπαθώντας μαζί με το μαθητή να μάθετε και οι δύο , να πορευτείτε παράλληλα και σαν δύο καλοί φίλοι να αρχίσετε την εξερεύνηση, να αρχίσετε να μαθαίνετε.

Το μόνο που θα πρέπει να καταφέρεις είναι: να καταλάβει ο μαθητής ότι την εξερεύνηση αυτή την έχεις ξανακάνει και με άλλους μαθητές στο παρελθόν , έχεις αποκτήσει τη σωστή εμπειρία από τις συνεχείς σου πορείες, ότι κάθε πορεία για σένα με κάθε μαθητή σου είναι **ξεχωριστή** και έτσι με την εμπειρία και τις γνώσεις σου να αποκτήσεις την εμπιστοσύνη του και την αγάπη του για σένα και για το μάθημα.

Ξεκινώντας με αυτές τις προοπτικές χέρι – χέρι με τον μαθητή (όντας μαθητής και εσύ) οι εμπειρίες που θα γνωρίσετε θα είναι μοναδικές και τότε θα δείτε την ομορφιά του διδάσκειν.

Όταν ο Σωκράτης έλεγε <<γηράσκω αεί διδασκόμενος>> ,εννοούσε ότι στην πορεία της διδαχής ο μαθητής σου μαθαίνει και αυτός πολλά από τον κόσμο του, τον γνωρίζεις καλύτερα , τον βοηθάς πιο αποτελεσματικά . Τελικά δεν υπάρχει δάσκαλος και μαθητής υπάρχουν δύο συνεργάτες , δύο συνάδελφοι , δύο συμμαθητές.

Κατά την 25ετή πορεία μου σαν καθηγητής των μαθηματικών ο τρόπος που διδάσκω είναι βασισμένος στις παραπάνω ιδέες και πιστέψτε με τα αποτελέσματα είναι καταπληκτικά.

Δεν συναντώ καμία μα καμία δυσκολία στην παράδοση του μαθήματος ,τα παιδιά ενδιαφέρονται για το μάθημα ,αν και κατά γενική ομολογία τα παιδιά φοβούνται τα μαθηματικά, και το καλύτερο είναι ότι με τους μαθητές μου έχω άριστες σχέσεις ακόμη και μετά την αποφοίτησή τους από το Λύκειο. Βέβαια χρειάζεται συνεχής εγρήγορση διότι πολλές φορές ο μαθητής εκμεταλλεύεται αυτό το πλησίασμα με αποτέλεσμα ο δάσκαλός να χάσει κάθε έλεγχο. Στο σημείο αυτό χρειάζεται δυναμική παρέμβαση με την υπενθύμιση στο μαθητή ότι εσύ είσαι αυτός που δίνει τις ιδέες και θέτει τα όρια, εσύ είσαι ο οδηγός σ’αυτή την πορεία , εσύ είσαι αυτός που δίνει τον εαυτό του για την καλυτέρευση τους δικού τους εαυτού.

Φυσικά για τον τρόπο της διδασκαλίας των μαθηματικών ο καθένας μας έχει τη δικιά του άποψη. Η δικιά μου είναι περίπου η εξής:

Ο ΛΑΘΕΜΕΝΟΣ ΤΡΟΠΟΣ:

Όταν πρόκειται να παρουσιάσω ένα πρόβλημα στο μαθητή , επειδή συνήθως πιέζομαι από το χρόνο, του δίνω από την αρχή μερικές ιδέες για τη λύση του προβλήματος , τον αφήνω ένα έως δύο λεπτά να δουλέψει και αν δω ότι παίρνει λάθος δρόμο τον επαναφέρω αμέσως δείχνοντας τον δικό μου τρόπο λύσης και στη συνέχεια λύνω εγώ την άσκηση μέχρι το τέλος.

Στο τέλος τον ρωτάω αν το κατάλαβε και αν όχι του το ξαναλέω και μία και δύο φορές μέχρι να το καταλάβει. Σίγουρα ο μαθητής αν δει μία άσκηση μία και δύο φορές λυμένη θα την καταλάβει.

Το θέμα όμως είναι ότι δεν έχει αυτενεργήσει αρκετά . Αν του δώσω ένα άλλο πρόβλημα θα έχει την απαιτούμενη πείρα ,αν δεν το λύσει τουλάχιστον να το επεξεργαστεί;

Ο ΣΩΣΤΟΣ ΤΡΟΠΟΣ:

Καταρχήν δεν πρέπει να ξεχνώ ότι είμαι συνεργάτης και συνοδοιπόρος με τον μαθητή.

Τον αφήνω να διαβάσει προσεχτικά το πρόβλημα , να καταχωρίσει τις πληροφορίες που του δίνονται και να τις συνδυάσει με θεωρήματα και προηγούμενες γνώσεις.

Τον ρωτάω για τη γνώμη του και τις πρώτες του ιδέες για τη λύση του προβλήματος, αναρωτιέμαι και εγώ ο ίδιος ποιο τρόπο δήθεν θα ακολουθήσουμε ξεκινώντας με τα ίδια εφόδια που έχει και ο μαθητής και του αφήνω μία πρωτοβουλία.

Εντοπίζω ότι ξεκινάει με λάθος τρόπο (πράγμα που συμβαίνει τις περισσότερες φορές), τον αφήνω μέχρι να έλθει σε αδιέξοδο και να δει ο ίδιος τα λάθη του. Αυτό είναι και το σημαντικότερο της όλης υπόθεσης: **να δει ο ίδιος τα λάθη του** , διότι έτσι θα μάθει να τα αποφεύγει. Πολλές φορές τον οδηγώ επίτηδες σε λάθη που κατά τη γνώμη μου τα κάνουν οι περισσότεροι μαθητές από κεκτημένη ταχύτητα , (όπως π.χ. γράφω: $\sqrt{\alpha^2}=\alpha$ ή $|\chi|=|\psi| \Leftrightarrow \chi=\psi$ ή $\chi^2=\psi^2 \Leftrightarrow \chi=\psi$ και διάφορα τέτοια) ,και μετά ρωτάω αν έχω κάνει κάποιο λάθος και να με βοηθήσει να το βρω, γιατί << από κούραση ή από αβλεψία σαν άνθρωπος και εγώ μπορώ να κάνω μερικά λαθάκια>>,καμιά φορά δε <<εκνευρίζομαι που δεν μπορώ να βρω τη λύση>>.

Το σημείο αυτό είναι κάτι που αρέσει πολύ στο μαθητή : να διορθώνει τον καθηγητή του ή να τον βλέπει να ζορίζεται (αυτό βέβαια να μη γίνεται αρκετά συχνά γιατί στο τέλος θα χάσουμε την εμπιστοσύνη του).

Αφού λοιπόν εντοπίσουμε το λάθος αρχίζουμε να αναρωτιόμαστε τι άλλο θα μπορούσαμε να κάνουμε , ποια θα ήταν η σωστή αρχή; Ξαναπιάνουμε το πρόβλημα με διαφορετικό τρόπο που ίσως και αυτός είναι πάλι λάθος. Αυτό φυσικά έγκειται στην κρίση του καθηγητή αν μέσα από τη λαθεμένη διαδικασία προέκυπταν χρήσιμες πληροφορίες για την αποφυγή και άλλων ενδεχόμενων λαθών ή και αντίθετα για παρατηρήσεις πάνω στη σωστή μεθοδολογία των ασκήσεων.

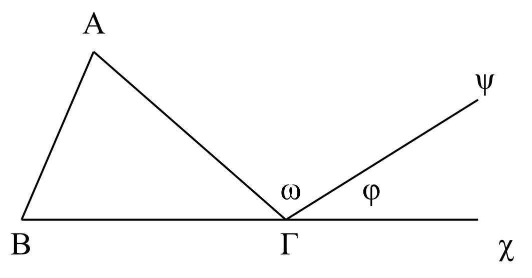
Θα μου πείτε βέβαια ότι με αυτή τη διαδικασία δεν θα λύσουμε πολλές ασκήσεις.
Σκοπός αυτής της μεθόδου δεν είναι η ποσότητα αλλά η ποιότητα, σκοπός μας δεν είναι αυτή καθεαυτή η λύση του προβλήματος (τουλάχιστον στις αρχές της χρονιάς), αλλά η εμπειρία που θα αποκτήσει ο μαθητής ,μέσα από την οποία σιγά-σιγά θα έλθει κάποια στιγμή που θα μπορεί να λύσει τα περισσότερα προβλήματα ,ειδικά αν αρχίσουμε από το Γυμνάσιο ,στη Β΄ Λυκείου ο μαθητής θα είναι έτοιμος για τις πανελλήνιες αφού δυστυχώς αυτός είναι και ο σκοπός του σημερινού εκπαιδευτικού συστήματος. Μπορούμε να λύσουμε δύο ασκήσεις σε μία ώρα αλλά αν είναι σωστά επιλεγμένες , μέσα από αυτές μπορούμε να δώσουμε ένα τρόπο δουλειάς για άλλες 50 παρόμοιες , γιατί αν μάθεις τον τρόπο να ψαρεύεις σίγουρα θα έχεις καλή ψαριά.
Έτσι λοιπόν ο μαθητής δεν βλέπει τον καθηγητή σαν κάποια αυθεντία ,που μόνο αυτός μπορεί να λύσει μια άσκηση, αλλά σαν ίσο προς ίσο που προσπαθεί μαζί με το μαθητή .
Με όλα τα παραπάνω πιστεύω ότι έχουμε αγγίξει πολλές χορδές του μαθητή:
την αγάπη του για το μάθημα , την αγάπη και την εμπιστοσύνη του για το δάσκαλο, το φιλότιμό του , ότι έχει δίπλα του έναν άνθρωπο που πραγματικά ενδιαφέρεται γιαυτόν.

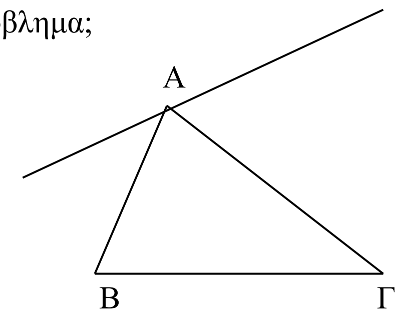
Ευχαρίστως θα ήθελα να ακούσω τις παρατηρήσεις σας και τις προτάσεις σας για ό,τι δεν συμφωνείτε και να έχουμε μία ανταλλαγή απόψεων.
Παρακάτω επίσης παραθέτω δύο παραδείγματα ασκήσεων στα μαθηματικά όπου κατά το δυνατόν μπορεί να φανεί η εφαρμογή των παραπάνω.

$1^{η}$ ΑΣΚΗΣΗ Να δείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180^o.

Ρωτάμε λοιπόν τους μαθητές:

- Έχουμε δει μέχρι τώρα γωνία 180^o ;
- Ναι την ευθεία γωνία.
- Άρα θέλουμε να μαζέψουμε τις τρεις γωνίες του τριγώνου ώστε όλες μαζί να μας δίνουν μία ευθεία γωνία . Βλέπουμε στο σχήμα καμία ευθεία γραμμή και αν όχι μπορούμε να φέρουμε μία έτσι ώστε να εξυπηρετεί το πρόβλημα;





- Ναι βλέπουμε π.χ. την ευθεία ΒΓ ,πάνω στην οποία υπάρχουν οι γωνίες Β και Γ.
- Αν επιλέξουμε π.χ. τη Γ τι μένει να αποδείξουμε;

- Ότι η γωνία ΑΓχ = Α + Β
- Και πως θα γίνει αυτό;
- Να τη χωρίσουμε σε δύο γωνίες ω και φ ίσες με τις Α και Β η κάθε μία.
- Ας φέρουμε μία τέτοια Γψ (στο σημείο αυτό πρέπει να αφήσουμε το μαθητή να φέρει μία τυχαία τέτοια ευθεία γιατί εδώ είναι το σημείο που θα μάθει και που θα ανακαλύψει μέσα από το λάθος του.)
- Αρκεί λοιπόν να δούμε τώρα ποια κλίση πρέπει να έχει η ευθεία. (Εδώ ο μαθητής μια και έχει διδαχθεί και μάλιστα πρόσφατα τις εντός εναλλάξ και τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι εύκολο να παρατηρήσει ότι πρέπει Γψ // ΑΒ. Η συνέχεια πλέον είναι απλή και πολύ εύκολη.

Κάποιος τώρα θα μπορούσε να μας πει να φέρουμε την ευθεία από την Α. Ακολουθούμε ακριβώς τον ίδιο τρόπο.

Το σημαντικό στο παραπάνω πρόβλημα είναι να βοηθήσουμε το μαθητή **να δει μόνος του ότι : πρέπει να έχει μία ευθεία , από πού θα περνά αυτή η ευθεία και ποια θα είναι η κλίση της.**

2η ΑΣΚΗΣΗ Να δείξετε ότι εφ(45ο-α) = συν2α /(1+ημ2α)

(η άσκηση βέβαια είναι εκτός ύλης αλλά προσφέρεται για παράδειγμα διδακτικής διαδικασίας)

Ο μαθητής πρέπει να ξέρει ακριβώς που θα καταλήξει , να αναλύει καλά τα ζητούμενα και να τα μετασχηματίζει σε πιο απλούστερες μορφές ακολουθώντας με αυτό τον τρόπο μία <<αφαιρετική>> διαδικασία , η οποία πολλές φορές χωρίς πολύ κόπο τον οδηγεί στα δεδομένα ,είναι μία διαδικασία που του επιτρέπει να ψάχνει , να υποπτεύεται , να αμφιβάλλει ,να ενεργεί. Ο μαθητής επίσης μαθαίνει ότι για να λύσει μία άσκηση δεν χρειάζονται μόνο γνώσεις αλλά και στρατηγική ,πονηριά.

Ο μαθητής αναλύει τον τύπο εφ(45ο –α) = …(1-εφα) / (1+εφα) και επειδή θέλει να καταλήξει σε ημίτονα και σε συνημίτονα μπορεί να προχωρήσει μέχρι: (συνα-ημα) / (συνα+ημα) (1) .Στο σημείο αυτό σίγουρα θα κολλήσει.

Ας πάρουμε τώρα το 2ο μέλος στο οποίο έχει τρεις επιλογές: $\frac{συν\,2α}{1+ημ\,2α}=\frac{συν^2α-ημ^2α}{1+2ημασυνα}$ ή

$\frac{συν\,2α}{1+ημ\,2α}=\frac{1-2ημ^2α}{1+2ημασυνα}$ ή $\frac{συν\,2α}{1+ημ\,2α}=\frac{2συν^2α-1}{1+2ημασυνα}$. Για να φτάσει στον τύπο (1) χρειάζεται απλοποίηση σε ένα από τρία κλάσματα Το μόνο που θα δεί ότι μπορεί να κάνει, είναι στον αριθμητή του 1ου κλάσματος να αναλύσει το $συν^2α – ημ^2α$ = (συνα-ημα).(συνα+ημα).

Άρα αρκεί να δείξει ότι : $\frac{(συνα-ημα)(συνα+ημα)}{1+2ημασυνα}=\frac{συνα-ημα}{συνα+ημα}$ αρκεί δηλαδή στο 1ο κλάσμα να φύγει από τον αριθμητή το συνα+ημα και να μείνει στον παρονομαστή το συνα+ημα.

Άρα ο παρονομαστής πρέπει να έχει τη μορφή $(συνα+ημα)^2$ δηλ. $ημ^2α+συν^2α+2ημασυνα$ δηλ.

1+2ημασυνα.

- Φυσικά μερικοί μαθητές αν έχουν διδαχθεί τις εφαρμογές : $συν2α=(1-εφ^2α)$ / $(1+εφ^2α)$ και $ημ2α=2εφα/(1+εφ^2α)$ μπορούν ξεκινώντας από το $2^ο$ μέλος και αναλύοντας για λίγο το $1^ο$ να λύσουν την άσκηση. Προσφέρουμε όμως τίποτα με αυτό τον τρόπο στους υπόλοιπους μαθητές;
- Ένας άλλος τρόπος επιτρέπει μέσα από αυτή την άσκηση να δώσουμε μία μεθοδολογία στον μαθητή. Να πούμε δηλ. ότι

Για το συν2α υπάρχουν οι τύποι :$συν^2α – ημ^2α$, $1-2ημ^2α$, $2συν^2α-1$. Αν υπάρχει <<άσσος>> κοντά σε συνημίτονο χρησιμοποιώ τον $2^ο$ ή τον $3^ο$ ώστε να φύγει ο άσσος , αν δεν υπάρχει ο άσσος χρησιμοποιώ τον $1^ο$.

Για το ημ2α : Αν υπάρχει <<άσσος>> κοντά σε ημίτονο μετασχηματίζω την παράσταση σε ανάπτυγμα τετραγώνου: $1 \pm ημ2α = ημ^2α + συν^2α \pm 2ημασυνα = (ημα \pm συνα)^2$.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι οι παραπάνω μεθοδολογίες δεν αποτελούν και απαράβατους κανόνες., ο καθένας μπορεί να αναπτύξει τη δικιά του μεθοδολογία ,φτάνει αυτή να εφαρμόζεται στις περισσότερες ασκήσεις.

Και…..ένα πρόβλημα για να μη ξεχνιόμαστε , για τα παιδιά της Β’ Λυκείου.

Ο ΘΑΜΜΕΝΟΣ ΘΗΣΑΥΡΟΣ

Ένας θησαυρός είναι θαμμένος στις όχθες μιας κυκλικής λίμνης.

Τρία σημεία της όχθης της απέχουν από μία καλύβα 3Km ανατολικά και 1Km βόρεια το ένα , 4Km ανατολικά το δεύτερο , 3Km ανατολικά και 1Km νότια το τρίτο.

Οι οδηγίες για να βρεθεί ο θησαυρός είναι : να περπατήσει κάποιος 1Km ανατολικά της καλύβας και στη συνέχεια 1Km νότια. Το σημείο που θα σταματήσει θα ισαπέχει από τη λίμνη και από το θησαυρό.

Α)Να προσαρμόσετε κατάλληλο ορθοκανονικό σύστημα βάσει του οποίου να μπορεί να γραφεί η εξίσωση που δίνει την όχθη της λίμνης.

Β)Να βρείτε στη συνέχεια τις πιθανές θέσεις του θησαυρού.