

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΛ ΕΡΕΤΡΙΑΣ
24/5/2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει ότι $|α + β| = |α| + |β|$ για όλους τους πραγματικούς αριθμούς $α$ και $β$.

Μονάδες (02)

β) Αν $A \subseteq B$, τότε $P(A) \geq P(B)$.

Μονάδες (02)

γ) η εξίσωση: $αx^2 + βx + γ = 0$, $α \neq 0$ (**1**), με x_1, x_2 οι πραγματικές ρίζες της μετασχηματίζεται ισοδύναμα στην εξίσωση: $x^2 + Sx + P = 0$ όπου S και P , το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (**1**).

Μονάδες (02)

δ) Αν $θ > 0$, ισχύει η ισοδυναμία: $|x| < θ \Leftrightarrow -θ < x < θ$

Μονάδες (02)

ε) Η ανίσωση: $x^2 - x + 1 > 0$, αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x .

Μονάδες (02)

A2. Αν x_1, x_2 , είναι οι ρίζες της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$ και $Δ \geq 0$ να αποδείξετε ότι:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \quad \text{και} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha},$$

όπου S, P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης

Μονάδες (8+7)

ΘΕΜΑ Β

Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω δίνεται $P(A) = 0,7$

$P(B) = 0,4$ και $P(A \cap B) = 0,2$.

B1. Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(B')$

Μονάδες (8)

B2. Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(A \cup B)$

Μονάδες (9)

B3. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιηθεί **μόνο** το ενδεχόμενο A .

Μονάδες (8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = |x - 2| \quad \text{και} \quad B = |2x - 3| - 2$$

Γ1. Να λύσετε την εξίσωση: $A = -1$

Μονάδες (5)

Γ2. Να λύσετε την ανίσωση: $A > 1$

Μονάδες (7)

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση: $A - 2 = B$

Μονάδες (6)

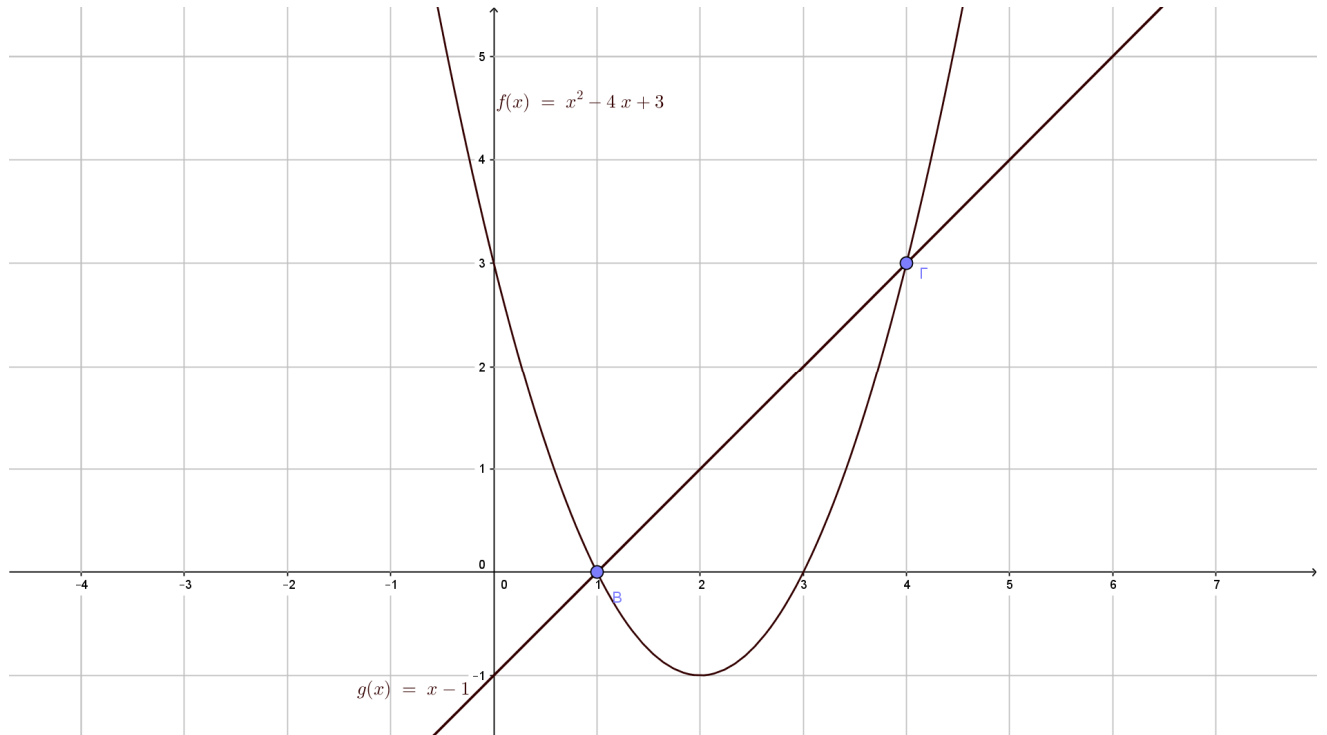
Γ4. Να λύσετε την εξίσωση: $A^2 - A - 2 = 0$

Μονάδες (7)

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = x^2 - 4x + 3$, που είναι ορισμένη σε όλο το \mathbb{R} και η ευθεία $g(x) = x - 1$.



Δ1. Να συμπληρωθεί γραφικά (από το σχήμα) ο παρακάτω πίνακας:

x	0	1		4
f(x)			-1	

Μονάδες (4)

Δ2. Να βρείτε γραφικά (από το σχήμα) τα σημεία τομής της ευθείας $g(x) = x - 1$ με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f

Μονάδες (2)

Δ3. Να λύσετε γραφικά (από το σχήμα):

i) τις εξισώσεις: $f(x) = 0$ και $f(x) = g(x)$

Μονάδες (1+1)

ii) τις ανισώσεις: $f(x) > 0$ και $f(x) > g(x)$

Μονάδες (1+1)

Δ4. Να λύσετε αλγεβρικά την ανίσωση $f(x) > g(x)$

Μονάδες (8)

Δ5. Αν $h(x)$ μία συνάρτηση με τύπο $h(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)}$, (όπου $f(x)$, $g(x)$ οι συναρτήσεις των προηγούμενων ερωτημάτων), να βρείτε το πεδίο ορισμού της $h(x)$.

Μονάδες (7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Οι παρακάτω λύσεις είναι ενδεικτικές. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.

ΘΕΜΑ Α

A1.

- α) Λάθος
- β) Λάθος
- γ) Λάθος
- δ) Σωστό
- ε) Σωστό

A2. θεωρία σελ.. Η 1^η απόδειξη.

ΘΕΜΑ Β

$$P(A) = 0,7 \quad P(B) = 0,4 \quad \text{και} \quad P(A \cap B) = 0,2$$

B1. $P(B') = 1 - P(B) = 0,6$

B2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,9$

B3. Η πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο A είναι η $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,5$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $A = |x - 2|$

$A = -1$ Αδύνατη, δηλαδή δεν έχει πραγματικές λύσεις

Γ2. $A > 1 \Leftrightarrow |x - 2| > 1 \Leftrightarrow x - 2 > 1 \text{ ή } x - 2 < -1 \Leftrightarrow x > 3 \text{ ή } x < 1$

Γ3. $A - 2 = B \Leftrightarrow |x - 2| - 2 = |2x - 3| - 2 \Leftrightarrow |x - 2| = |2x - 3| \Leftrightarrow x - 2 = 2x - 3 \text{ ή } x - 2 = -2x + 3 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = \frac{5}{3}$

Γ4. $A^2 - A - 2 = 0 \Leftrightarrow |x - 2|^2 - |x - 2| - 2 = 0 \stackrel{|x-2|=\omega \geq 0}{\Leftrightarrow} \omega^2 - \omega - 2 = 0 \Leftrightarrow \Delta = \dots 9$

$\omega = -1$ (απορρίπτεται γιατί $\omega \geq 0$) ή $\omega = 2$ (δεκτή)

$|x - 2| = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \text{ ή } x - 2 = -2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ή } x = 0$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = x^2 - 4x + 3, g(x) = x - 1$

x	0	1	2	4
f(x)	3	0	-1	3

Τα συμπληρωμένα είναι με άλλο χρώμα

Δ2. Τα σημεία τομής είναι τα $(1, 0)$ και $(4, 3)$

Δ3. i) $f(x) = 0$, (οι λύσεις της εξίσωσης είναι οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f (C_f). Τα σημεία τομής είναι τα $(1, 0)$ και $(3, 0)$ Άρα οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι $x = 1$ ή $x = 3$

$f(x) = g(x)$ (οι λύσεις της εξίσωσης είναι οι τετμημένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων της f και g αντίστοιχα (C_f, C_g). Τα σημεία τομής είναι τα $(1, 0)$ και $(4, 3)$ Άρα οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι $x = 1$ ή $x = 4$)

ii) $f(x) > 0$ (οι λύσεις της ανίσωσης είναι οι τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f (C_f) που είναι πάνω από τον άξονα $x'x$, δηλαδή $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$)

$f(x) > g(x)$ (οι λύσεις της ανίσωσης είναι οι τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f (C_f) που είναι πάνω από τη γραφική παράσταση της g (C_g), δηλαδή $x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$)

Δ4. Αλγεβρική επίλυση της ανίσωσης $f(x) > g(x)$

$x^2 - 4x + 3 > x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 > 0$ με ρίζες 1 και 4 και μετά από πίνακα προσήμων

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$x^2 - 5x + 4$		+	-	+

προκύπτει $x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

Δ5. $h(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)}$ πρέπει $f(x) \geq 0$ και $g(x) \neq 0$ δηλαδή: $x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ και

$x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Άρα η $h(x)$ ορίζεται για $x \in (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$