ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΕΡΕΤΡΙΑΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2014 - 2015
ΠΕΡΙΟΔΟΣ: ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ
ΤΑΞΗ: Α΄

# ΘΕΜΑΤΑ

# ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

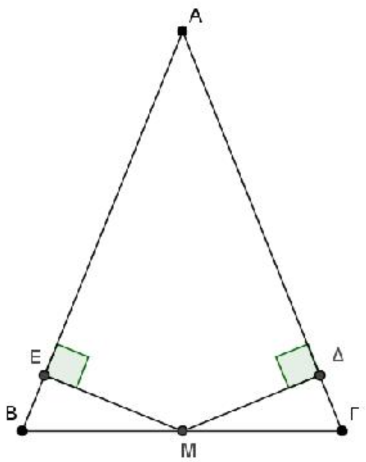
## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές. **(10 μονάδες)**

**Α2**. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1) Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι το μισό της υποτείνουσας
2) Σε ισοσκελές τρίγωνο οποιοδήποτε ύψος είναι, επίσης, διάμεσος και διχοτόμος.
3) Κάθε σημείο που ισαπέχει από τις πλευρές μιας γωνίας ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας.
4) Αν ένα τετράπλευρο έχει ίσες διαγωνίους τότε είναι ορθογώνιο.
5) Το βαρύκεντρο ενός τριγώνου είναι το σημείο τομής των τριών διαμέσων του. **(15 μονάδες)**

## ΘΕΜΑ Β

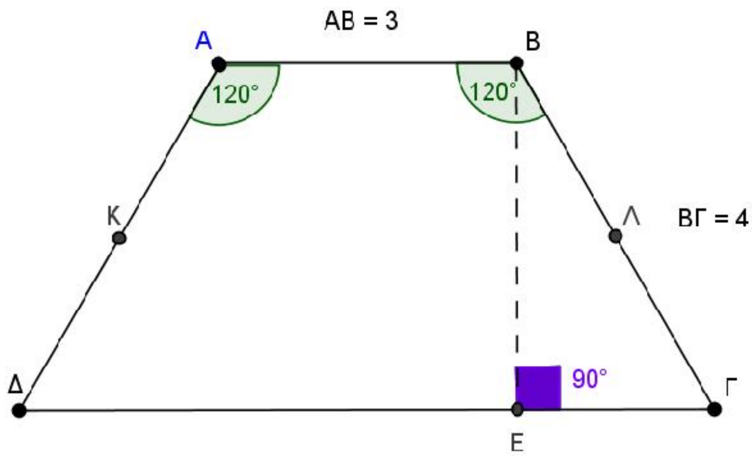



Δίνεται το διπλανό ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Από το μέσο Μ της ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΓ και ΑΒ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

**Β1.** ΜΔ = ΜΕ **(12 Μονάδες)**

**Β2.** το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές **(13 Μονάδες)**

## ΘΕΜΑ Γ




Σε ένα ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ ( ΑΒ// ΓΔ ) είναι $\hat{A}=\hat{B}=120^0$. Αν ΑΒ = 3 ΒΓ = 4, ΒΕ ένα ύψος του τραπεζίου και Κ, Λ τα μέσα των ίσων πλευρών του τότε:

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι ΓΔ =7.

**(10 μονάδες)**

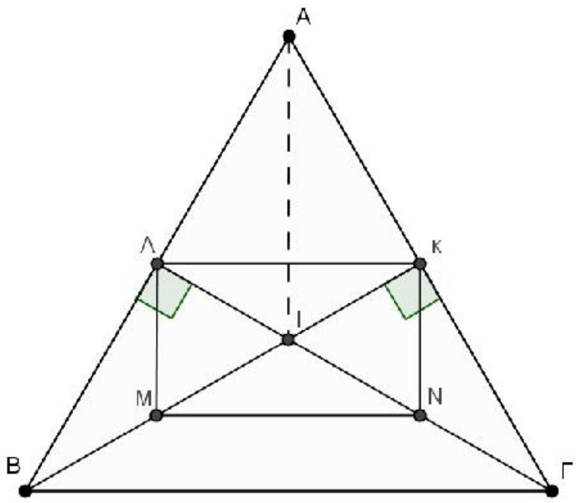
**Γ2.** Να χαράξετε και να υπολογίσετε τη διάμεσο του τραπεζίου. **(5 μονάδες)**

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΕΛΚ είναι παραλληλόγραμμο.

**(10 μονάδες)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και τα ύψη του ΒΚ και ΓΛ, τα οποία τέμνονται στο Ι. Αν τα σημεία Μ και Ν είναι τα μέσα των ΒΙ και ΓΙ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:




**Δ1.** Το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές
**(Μονάδες 5)**
**Δ2.** Τα τρίγωνα ΒΙΛ και ΓΙΚ είναι ίσα
**(Μονάδες 5)**
**Δ3.** Το ΑΙ προεκτεινόμενο διέρχεται από το μέσο της πλευράς ΒΓ.
**(Μονάδες 5)**
**Δ4.** Το τετράπλευρο ΜΛΚΝ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
**(Μονάδες10)**

**<u>ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ</u>**

ΕΡΕΤΡΙΑ 5/6/2015

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

## ΣΥΝΟΠΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

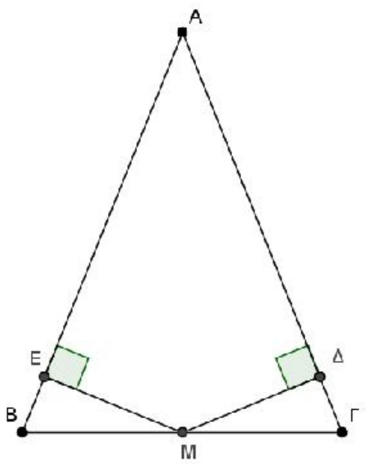
Οι παρακάτω λύσεις είναι ενδεικτικές. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

### ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία

Α2. α) Σωστό
β) Λάθος
γ) Σωστό
δ) Λάθος
ε) Σωστό

### ΘΕΜΑ Β



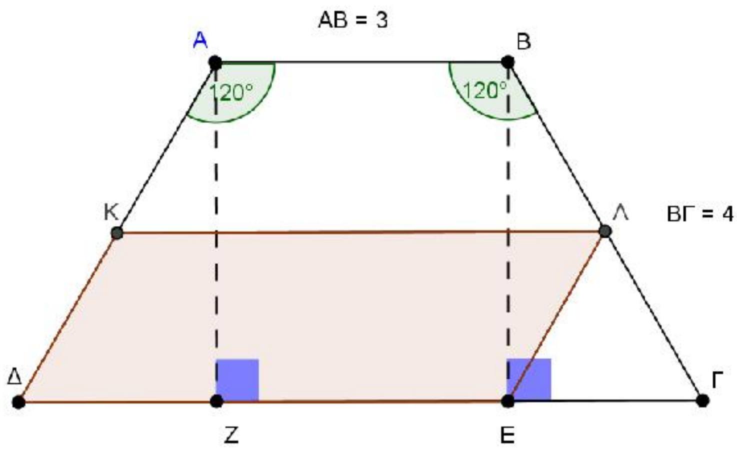

**Β1.** Συγκρίνω τα τρίγωνα ΜΒΕ και ΜΔΓ. Είναι ορθογώνια, ΒΜ = ΜΓ (Μ μέσο ΒΓ) και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ΑΒΓ ισοσκελές).

**Β2.** Είναι ΒΕ = ΔΓ από ίσα τρίγωνα α΄ ερωτήματος και ΑΒ = ΑΓ από ΑΒΓ ισοσκελές. Άρα ΑΕ = ΑΔ σαν διαφορές ίσων τμημάτων (ΑΕ = ΑΒ – ΒΕ =ΑΓ – ΔΓ = ΑΔ).

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Φέρνω και το ύψος ΑΖ.

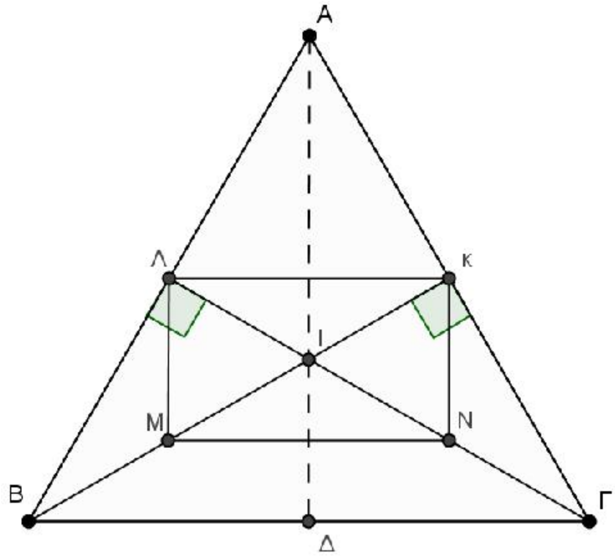
Όμως $E\hat{B}\Gamma = 120^o - 90^o = 30^o$, οπότε στο ορθ. τρ. ΒΕΓ είναι ΕΓ = $\frac{B\Gamma}{2}$ = 2. Από τα ίσα ορθογώνια τρίγωνα ΔΑΖ και ΕΒΓ (ΑΔ = ΒΓ, ΑΖ = ΒΕ) προκύπτει ΔΖ = ΕΓ = 2. Επίσης ΑΒΖΕ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (3 ορθές) άρα ΑΒ = ΕΖ = 3. Άρα ΔΓ = ΔΖ + ΖΕ + ΕΓ = 2 + 3 + 2 = 7.




**Γ2.** Από γνωστό θεώρημα για τη διάμεσο τραπεζίου ισχύει ΚΛ //= $\frac{\Delta\Gamma + AB}{2} = \frac{7+3}{2} = 5$

**Γ3.** Είναι ΚΛ = // ΕΔ γιατί ΕΔ = ΕΖ + ΖΔ = 3 + 2 = 5, άρα ΔΕΛΚ παραλληλόγραμμο.

**ΘΕΜΑ Δ**




**Δ1.** Αφού ΑΒΓ ισόπλευρο τα ύψη ΒΚ και ΓΛ είναι και διχοτόμοι, άρα $I\hat{B}\Gamma = I\hat{\Gamma}B = 30^o$, οπότε ΒΙΓ ισοσκελές.

**Δ2.** τρ. ΒΙΛ = τρ. ΓΙΚ γιατί 1) ορθογώνια, 2) $\Lambda\hat{B}I = K\hat{\Gamma}I = 30^o$, ΒΙ = ΙΓ από α) ερώτημα.

**Δ3.** Έστω Δ το σημείο τομής του ΑΙ με τη ΒΓ. Το Ι ορθόκεντρο άρα ΑΔ ύψος άρα και διάμεσος, δηλαδή Δ μέσο ΒΓ.

**Δ4.** Στο ΑΒΓ τα Λ, Κ μέσα των ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα (αφού τα ύψη ΒΚ και ΓΛ είναι και διάμεσοι, άρα ΚΛ =// $\frac{B\Gamma}{2}$. Ομοίως στο τρ. ΙΒΓ τα Μ, Ν είναι μέσα των ΒΙ και ΙΓ αντίστοιχα, οπότε ΜΝ =// $\frac{B\Gamma}{2}$. Άρα ΚΛ =// ΜΝ, δηλαδή ΚΛΜΝ παραλληλόγραμμο. Επίσης, αφού το Ι είναι εκτός από ορθόκεντρο και βαρύκεντρο στο ισόπλευρο τρίγωνο, ΛΝ $= \frac{2}{3}\Lambda\Gamma = \frac{2}{3}BK = MK$, δηλαδή οι διαγώνιες του ΚΛΜΝ είναι ίσες, άρα το παραλληλόγραμμο ΚΛΜΝ είναι ορθογώνιο.