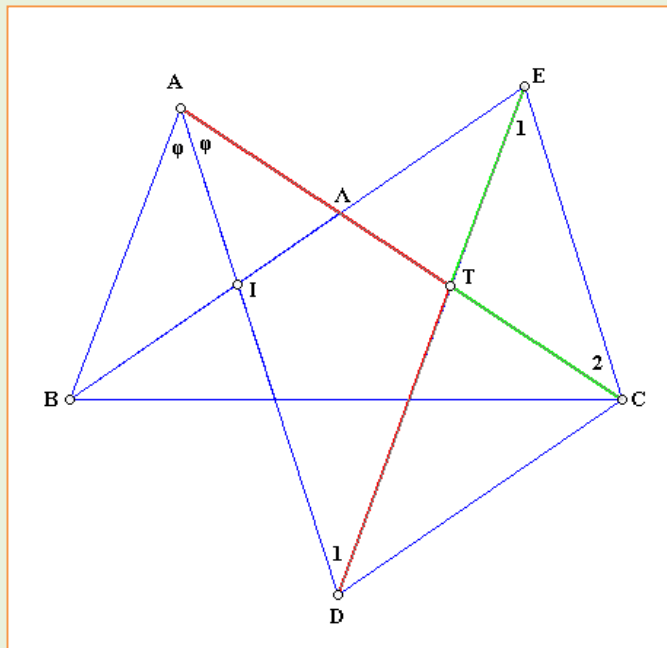


ΑΣΚΗΣΗ

Σ' ένα τρίγωνο  $ABC$  φέρονται διχοτόμοι από τις κορυφές  $A, B$ . Κατόπιν φέρονται από την κορυφή  $C$  ευθείες παράλληλες προς αυτές τις διχοτόμους. Τα σημεία  $D$  και  $E$  στα οποία τέμνονται οι εν λόγω ευθείες με τις διχοτόμους συνδέονται με ευθεία. Βρέθηκε ότι  $DE \parallel AB$ . Αποδείξτε ότι το τρίγωνο  $ABC$  είναι ισοσκελές.

Λύση



Το τετράπλευρο  $IDCE$  είναι παραλληλόγραμμο, οπότε  $ID = EC$ ,  $\widehat{E}_1 = \widehat{D}_1$  και  $\widehat{C}_2 = \widehat{\phi}$ .

$DE \parallel AB \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{DAB} \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{\phi}$ . Άρα το τρίγωνο  $TAD$  είναι ισοσκελές με  $TA = TD$ . Είναι επίσης  $\widehat{E}_1 = \widehat{C}_2 = \widehat{\phi}$ . Άρα το τρίγωνο  $TEC$  είναι ισοσκελές με  $TE = TC$ .

$$DE = DT + TE = AT + TC = AC \Rightarrow DE = AC.$$

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AI}{ID} \Leftrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AI}{EC} \quad (1).$$

$$AI \parallel EC \Rightarrow \frac{AI}{EC} = \frac{AI}{AC} \quad (2). \text{ Από τις (1), (2) προκύπτει } \frac{AB}{AC} = \frac{AI}{AC} \quad (3).$$

$$BI \text{ διχοτόμος} \Rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{BI}{BC} \stackrel{(3)}{\Leftrightarrow} \frac{AB}{AC} = \frac{BI}{BC} \Leftrightarrow AC = BC, \text{ δηλαδή το τρίγωνο } ABC \text{ είναι ισοσκελές.}$$