http://lisari.blogspot.com

Ο 1ος διαγωνισμός στο lisari είναι γεγονός!!

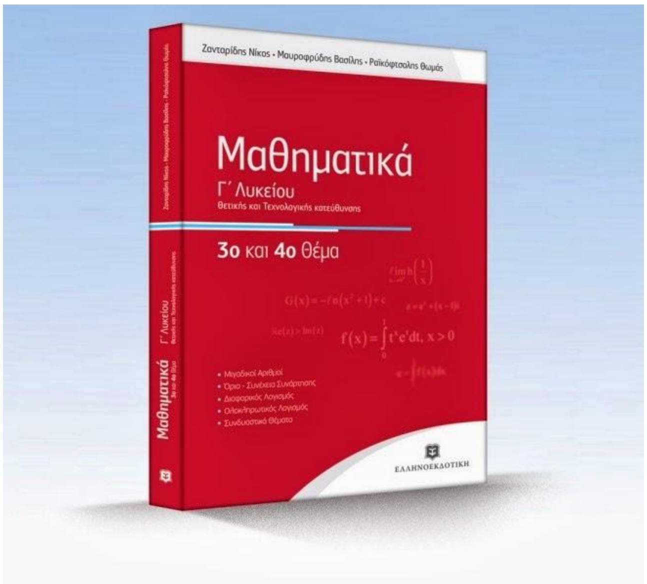
Όροι διαγωνισμού

- Να είστε (φανερά) μέλη του lisari.blogspot.com
- Να λύσετε **σωστά ΚΑΙ** τις **4** (***προσοχή άλλαξε ο αριθμός***) ασκήσεις που θα προταθούν από το παρακάτω βιβλίο. Ο αριθμός των ασκήσεων μπορεί να τροποποιηθεί χωρίς καμία ενημέρωση.
- Μεταξύ ισοψηφίας, εξετάζονται οι πιο **γρήγορες και σωστές λύσεις**
- Δεκτές οι **χειρόγραφες ή δακτυλογραφημένες** λύσεις
- Δεκτές **όλες** οι ηλικίες που δεν έχουν το βιβλίο που δίνεται ως δώρο.
- Ο διαγωνισμός **ξεκινά 23 Μαρτίου ώρα 23:00 και λήγει 23 Απριλίου ώρα 23:00**
- Οι λύσεις στέλνονται στα γνωστά email lisari.blogspot@gmail.com
- Αναφέρετε σε κάθε email τα στοιχεία σας **(ανώνυμοι δεν παίρνουν μέρος)**

Έπαθλο;

Ο νικητής κερδίζει το παρακάτω βοήθημα - εξωσχολικό βιβλίο!! Διατίθενται με δωρεάν αποστολή σε όλη την Ελλάδα.

Για σχόλια και παρουσίαση του βιβλίου δείτε εδώ.



Ευχαριστούμε πολύ τους αγαπητούς συγγραφείς που μας πρόσφεραν το βιβλίο, όπως και την άδεια τους να γίνει ο διαγωνισμός.

Η σελίδα αυτή θα είναι σταθερά στην πλαϊνή στήλη του blog, έως 23 Απριλίου 2014, για πιο καλύτερη εύρεση.

Σημείωση: Όποιος συγγραφέας επιθυμεί να συμμετέχει με το βιβλίο του σε ανάλογο διαγωνισμό, είναι επιθυμητό και δεκτό και να επικοινωνήσει μαζί μας στα γνωστά email.

Σας ευχαριστούμε όλους για την αγάπη σας και την συμμετοχή σας.

Makis Chatzopoulos

1η Άσκηση του Διαγωνισμού (23/3/2014)

Για την παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ ισχύει:

$$x^2 f'(x)+xf(x)+x^2e^{-xf(x)}=x+1,\ \text{για κάθε } x>0.$$

Αν υπάρχουν $\alpha,b\in\mathbb{R}$ με $0<\alpha<b$, ώστε να ισχύει $\alpha f(a)+bf(b)=\ln(ab)$ τότε:

Α. Να αποδειχθούν τα εξής:

i. Υπάρχει $x_0\in[a,b]$,ώστε $f(x_0)=\dfrac{\ln x_0}{x_0}$.

ii. Για τη συνάρτηση $g(x)=\dfrac{1}{x}e^{xf(x)}, x>0$, ισχύει: $g(x)-g'(x)=1,\ \text{για κάθε } x>0$

iii. $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}, x>0$.

Β. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρεθεί η μικρότερη τιμή του $\theta\in\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $e^{\theta x}\geq x, \text{για κάθε } x>0$.

Γ. Να βρεθούν οι αριθμοί $\kappa,\lambda,\mu>0$ για τους οποίους ισχύει

$$\kappa^{\lambda\mu}\cdot\lambda^{\mu\kappa}\cdot\mu^{\kappa\lambda}=e^{\frac{3\kappa\lambda\mu}{e}}.$$

Δ. Να αποδειχθεί ότι για κάθε $x,y\in(1,+\infty)$ με $x<y$ ισχύει

$$e^{\int_x^y \frac{1}{\ln t}dt}>\left(\frac{y}{x}\right)^e$$

Σημείωση: Οι λύσεις στέλνονται στα γνωστά email lisari.blogspot@gmail.com
χειρόγραφα είτε δακτυλογραφημένα.

<u>Λύτες 1ης άσκησης</u>

1) Δημήτρης Χατζάκης (Αθήνα, Γλυφάδα, **η πιο γρήγορη λύση**, δόθηκε στις 03:55 το βράδυ!!!)

2) Κωνσταντίνος Πάλλης (Θεσσαλονίκη)

3) Γιώργος Γαβριλόπουλος (μαθητής) (δακτυλογραφημένες λύσεις)

4) Γιώργος Καπετανάκης (Ηράκλειο Κρήτης)

5) Θάνος Νικολόπουλος (Ζάκυνθος)

6) Βασίλης Λιάππης (δακτυλογραφημένες λύσεις)

7) Χρήστος Σίσκας (Θεσσαλονίκη - δακτυλογραφημένες λύσεις)

8) Γεράσιμος Μάντζαρης (Μεγανήσι – Λευκάδα, χειρόγραφες + δακτυλογραφημένες λύσεις)

9) Λευτέρης Πορίχης + Μαρία Χριστοπούλου (Ζάκυνθος)

10) Γαβριήλ Σαχτατζής

2η Άσκηση του Διαγωνισμού (30/3/2014)

Δίνεται η δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$f''(x)\cdot f'(x)>0,\ \text{για κάθε } x\in\mathbb{R}$$

Α. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει το πολύ μια πραγματική ρίζα.

Β. Έστω $\lambda\in\mathbb{R}$ σταθερός αριθμός, ώστε να ισχύει:

$$f(3x^4+\lambda)\geq f(4x^3),\ \text{για κάθε } x\in\mathbb{R}$$

i. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

ii. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα κοίλα.

iii. Να βρεθεί η μικρότερη τιμή που μπορεί να πάρει ο $\lambda\in\mathbb{R}$.

Γ. Αν η συνάρτηση $h(x)=\begin{cases}-f(x), & \text{αν } x\leq 0\\ f(x), & \text{αν } x>0\end{cases}$ είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$, τότε

i. Να βρεθεί το f(0).

ii. Να λυθεί η εξίσωση $h(x-1)+h(|x|-1)+h(x^3-1)=0,\ x\in\mathbb{R}$

iii. Αν $f'(0)=1$, τότε

1) Να βρεθούν οι $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ ώστε να ισχύει:

$$\frac{f(2\alpha+\beta-4)+f(\alpha+2\beta-5)}{3}=\alpha+\beta-3$$

2) Να βρεθεί ο τύπος της f, αν για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύει $f''(x)=f(x)+1$.

Σημείωση: Οι λύσεις στέλνονται στα γνωστά email lisari.blogspot@gmail.com *χειρόγραφα είτε δακτυλογραφημένα.*

Λύτες 2ης άσκησης

1) Θάνος Νικολόπουλος (Ζάκυνθος / δόθηκε η πιο γρήγορη λύση, το βράδυ, περίπου στις 23:00)

2) Δημήτρης Χατζάκης (Αθήνα, Γλυφάδα)

3) Κωνσταντίνος Πάλλης (Κέρκυρα)

4) Γιώργος Γαβριλόπουλος (μαθητής) (δακτυλογραφημένες λύσεις)

5) Γιώργος Καπετανάκης (Ηράκλειο Κρήτης, δακτυλογραφημένες λύσεις)

6) Βασίλης Λιάππης (δακτυλογραφημένες λύσεις)

7) Χρήστος Σίσκας (Θεσσαλονίκη - δακτυλογραφημένες λύσεις)

8) Γεράσιμος Μάντζαρης (δακτυλογραφημένες λύσεις)

9) Λευτέρης Πορίχης + Μαρία Χριστοπούλου (Ζάκυνθος)

3η Άσκηση του Διαγωνισμού (6/4/2014)

Δίνονται:

- Ο πραγματικός αριθμός $\alpha > 0$,
- Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{(\alpha - x)(x + \alpha + 4)}$ και
- Ο μιγαδικός αριθμός z, με $|z + 2| = \alpha + 2$ και $Im(z) \leq 0$.

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f.

ii. Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f.

iii. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών z.

iv. Να βρεθεί το ελάχιστο και το μέγιστο του $|z|$.

v. Αν M η εικόνα του $\bar{z}$, να αποδειχθεί ότι $M \in C_f$.

Σημείωση: Οι λύσεις στέλνονται στα γνωστά email lisari.blogspot@gmail.com χειρόγραφα είτε δακτυλογραφημένα.

Λύτες 3ης άσκησης

1) Θάνος Νικολόπουλος (Ζάκυνθος / δόθηκε η πιο γρήγορη λύση)

2) Δημήτρης Χατζάκης (Αθήνα, Γλυφάδα)

3) Κωνσταντίνος Πάλλης (Κέρκυρα)

4) Γιώργος Γαβριλόπουλος (μαθητής) (δακτυλογραφημένες λύσεις)

5) Γιώργος Καπετανάκης (Ηράκλειο Κρήτης)

6) Χρήστος Σίσκας (Θεσσαλονίκη - δακτυλογραφημένες λύσεις)

7) Γεράσιμος Μάντζαρης (δακτυλογραφημένες λύσεις)

8) Λευτέρης Πορίχης + Μαρία Χριστοπούλου (Ζάκυνθος)

9) Ανώνυμος

4η Άσκηση του Διαγωνισμού (13/4/2014)

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,με $f(0)=0$, για την οποία ισχύει:

$$6x+f(1)-1\le 3f'(x)\le 6x+2f(2)-2f(1)-6 \text{, για κάθε } x\in\mathbb{R}.$$

i. Να αποδειχθεί ότι $f(x)=x^2,\ x\in\mathbb{R}$

ii. Έστω:

- οι $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ με $\alpha>0$,
- το ορθογώνιο τρίγωνο OAB, με $AOB=90^o$, όπου O(0, 0), $A(\alpha,f(\alpha)),B(\beta,f(\beta))$.

Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του εμβαδού του τριγώνου OAB.

iii. Να βρεθούν οι εφαπτόμενες ϵ_1,ϵ_2 της C_f που διέρχονται από το σημείο N(0, -1).

iv. Να υπολογισθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις ϵ_1,ϵ_2 και τη C_f.

v. Να βρεθεί το όριο $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot f(x)-\eta\mu x\cdot f(\eta\mu x)}{(e^x-x-1)\cdot\eta\mu^3 x}$.

Σημείωση: Οι λύσεις στέλνονται στα γνωστά email lisari.blogspot@gmail.com χειρόγραφα είτε δακτυλογραφημένα.
