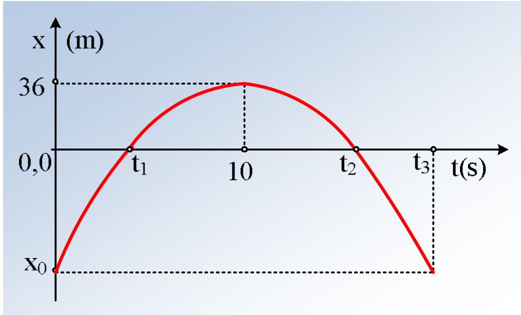
Πληροφορίες από ένα διάγραμμα θέσης



Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της θέσης ενός αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, για την κίνησή του σε ευθύγραμμο δρόμο. Δίνεται ότι στη διάρκεια της κίνησης αυτής η επιτάχυνση παραμένει σταθερή, ενώ η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι $υ_0$=20m/s.

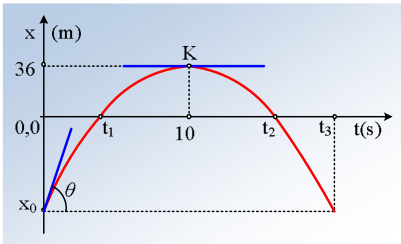
i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

ii) Ποια η αρχική θέση x_0 του αυτοκινήτου;

iii) Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2 κατά τις οποίες το αυτοκίνητο περνά από την αρχή του άξονα (x=0). Ποιες οι ταχύτητες τις στιγμές αυτές;

iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που επιστρέφει στην αρχική του θέση x_0.

Απάντηση:



Αφού η επιτάχυνση παραμένει σταθερή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη για την οποία έχουμε τις εξισώσεις ταχύτητας και μετατόπισης:

$$υ=υ_0+α\cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad Δx = υ_0\cdot t + ½\, α\cdot t^2 \quad (2)$$

i) Παίρνοντας την εφαπτομένη στο διάγραμμα, για παράδειγμα στην αρχική θέση x_0, η κλίση της είναι αριθμητικά ίση με την ταχύτητα του αυτοκινήτου $υ = \frac{Δx}{Δt} = εφθ$. Αλλά τότε η κλίση της καμπύλης στη θέση Κ, τη στιγμή t=10s, είναι παράλληλη στον άξονα των χρόνων, πράγμα που σημαίνει ότι η στιγμιαία ταχύτητα είναι μηδενική. Έτσι με αντικατάσταση στην σχέση (1), παίρνουμε:

$$0=20 + α\cdot 10 \rightarrow α=-2m/s^2.$$

ii) Με αντικατάσταση στην (2) t=10s θα έχουμε:

$$Δx= υ_0\cdot t + ½\, α\cdot t^2 \;=20\cdot 10m+ ½\,(-2)\cdot 10^2m=100m$$

Αλλά:

$$Δx=x_{10}-x_0 \rightarrow x_0=x_{10}-Δx=36m-100m=-64m.$$

iii) Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά από τη θέση x=0, έχει μετατόπιση Δx=0- x_0=+64m, οπότε με αντικατάσταση στην σχέση (2) παίρνουμε:

$$Δx = υ_0\cdot t + ½\, α\cdot t^2 \rightarrow 64=20t+ ½\,(-2)\cdot t^2 \rightarrow t^2-20t+64=0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{20\pm\sqrt{20^2-4\cdot 64}}{2}s = \frac{20\pm 12}{2}s \rightarrow$$

$$t_1=4s \quad \text{και} \quad t_2=16s.$$

Οπότε οι αντίστοιχες ταχύτητες του αυτοκινήτου είναι:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = 20m/s + (-2) \cdot 4m/s = 12m/s \quad \text{και}$$

$$\upsilon_2 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_2 = 20m/s + (-2) \cdot 16m/s = -12m/s$$

iv) Το αυτοκίνητο επιστρέφει στην αρχική του θέση x_0 τη στιγμή t_3 και τότε η μετατόπισή του είναι μηδενική. Οπότε με αντικατάσταση ξανά στην (2) παίρνουμε:

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t + ½\ \alpha \cdot t^2 \rightarrow 0 = 20t + ½\ (-2) \cdot t^2 \rightarrow t^2 - 20t = 0 \rightarrow$$

$$t = 0s \quad \text{ή} \quad t_3 = 20s.$$

Η πρώτη λύση προφανώς αναφέρεται τη στιγμή που ξεκινάμε τη μελέτη της κίνησης. Έτσι με αντικατάσταση στην εξίσωση της ταχύτητας, βρίσκουμε:

$$\upsilon_3 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_3 = 20m/s + (-2) \cdot 20m/s = -20m/s.$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι το αυτοκίνητο επιστρέφει στην αρχική του θέση με ταχύτητα του ίδιου μέτρου, με την αρχική του ταχύτητα.

dmargaris@gmail.com